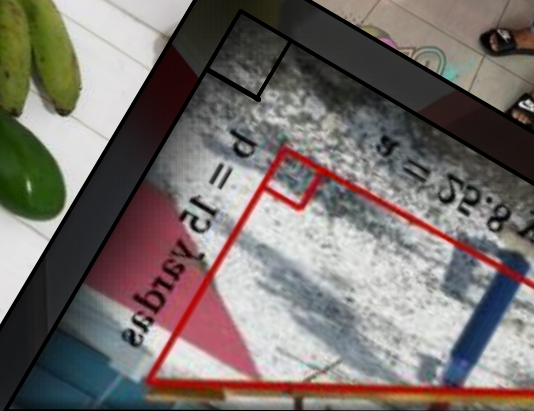






# Matemáticas en el Nivel Secundario con Orientación para la Vida

## Autores


Alexandra Altagracia Vázquez Peralta

Apolinar Martínez Álvarez

Daysi De Los Santos Matías

Dilerka Altagracia Roque García

Dionisio Ramón Arias Hilario

Francisco Alberto Peña Vargas

Guillermo José López Rodríguez

Jorge Luis Rodríguez Arias

José Alberto García

José Miguel Taveras García

José Pierre

Naeroby Morel Soto

Werlin Estiven Almonte Gutiérrez

Wilfred De Jesús Perdomo Rodríguez

## Maestro acompañante:

MA. Nelson Gómez

## Director:

MA. Pedro Emilio Ventura


**2020**

# ÍNDICE GENERAL

## UNIDAD I
## NÚMEROS REALES PARA LA VIDA


**1.1 Números Naturales para la vida** .......... 18

**1.1.1 Concepto de números naturales** .......... 18

**1.1.2 Historia de los números naturales** .......... 19

**1.1.3 Propiedades de la adicción de los números naturales** .......... 20

**1.1.4 Propiedades de la Multiplicación de Números Naturales** .......... 21

**1.1.5 Elemento neutro** .......... 22

**1.1.6 Distributiva del producto respecto de la suma** .......... 22

**1.1.7 Propiedades de la Sustracción de Números Naturales** .......... 23

**1.1.8 Propiedades de la resta:** .......... 23

**1.1.9 Propiedades de la División de Números Naturales** .......... 23

**1.1.10 Propiedades de la división** .......... 23

**1.1.11 Problemas cotidianos sobre los números naturales.** .......... 24

**1.2. Números enteros para la vida** .......... 31

**1.2.1 Concepto de Número entero** .......... 31

**1.2.2 Representación de los números negativos en la recta numérica:** 32

**1.2.3 Problemas cotidianos sobre números enteros** .......... 33

**1.3 Números racionales para la vida** .......... 39

**1.3.1 Concepto de números racionales** .......... 39

**1.3.2 Números racionales** .......... 40

**1.3.3 Orígenes de los números racionales** .......... 41

**1.3.4 Ejemplos de números racionales** .......... 42

**1.3.5 Propiedades de los números racionales** .......... 43

**1.3.5.1 Propiedad asociativa:** .......... 43

**1.3.5.2 Propiedad conmutativa:** .......... 43

**1.3.5.3 Propiedad distributiva** .......... 43

**1.3.5.4 Propiedad interna:** .......... 43

1.3.5.5 Elemento neutro: ........ 44
1.3.5.6 Elemento opuesto o número opuesto: ........ 44
1.3.6 Números periódicos ........ 44
1.3.7 Problemas cotidianos sobre los números racionales. ........ 46
1.4 Números irracionales para la vida ........ 49
1.4.1 Concepto de números irracionales ........ 49
1.4.2 π (pi) ........ 49
1.4.3 El número e ........ 50
1.4.4 Áureo Φ ........ 50
1.4.5 Origen de los números irracionales ........ 50
1.4.6 Ejemplos de números irracionales ........ 51
1.4.7 Clasificación de los números irracionales ........ 52
1.4.8 Aplicaciones de los números irracionales en la vida diaria: ........ 53
1.4.9 Problemas cotidianos sobre números irracionales ........ 54
1.5 Aplicaciones de los números reales en la vida real ........ 57
1.5.1 Definiciones ........ 57
1.5.2 Aplicaciones de los números reales en l vida real ........ 58
RESUMEN DE LA UNINDAD I ........ 63
EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD I ........ 68
ACTIVIDADES DE LA DE LA UNIDAD I ........ 66
BIBLIOGRAFÍA ........ 74

## UNIDAD II

## ÁLGEBRA PARA LA VIDA

2.1 Álgebra elemental ........ 80
2.2 Factorial de un número ........ 89
2.3 Las Permutaciones ........ 90
2.4 Permutaciones con repetición ........ 93

**2.5 Combinaciones** .......... 94

**2.6 Sistema de ecuaciones** .......... 99

**2.6.1 Método de sustitución** .......... 100

**2.6.2 Método de reducción** .......... 103

**2.6.3 Método de igualación** .......... 106

**2.6.4 La regla de Cramer** .......... 112

**RESUMEN DE LA UNIDAD II** .......... 117

**EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD II** .......... 123

**ACTIVIDADES DE LA UNIDAD II** .......... 118

**BIBLIOGRAFÍA** .......... 127


## UNIDAD III

## GEOMETRÍA PARA LA VIDA

**3.1 Importancia de la geometría en el desarrollo de la vida cotidiana ¡Error! Marcador no definido.**

**3.2 Clasificación de triángulos según sus lados y según sus ángulos. ¡Error! Marcador no definido.**

**3.3 Teorema de Pitágoras** .......... **¡Error! Marcador no definido.**

**3.4 Perímetro y sus aplicaciones para la vida. ¡Error! Marcador no definido.**

**3.5 Área de figuras plana y sus aplicaciones para la vida.** .. **¡Error! Marcador no definido.**

**3.6 Área de cuerpos redondos y sus aplicaciones para la vida.** .......... **¡Error! Marcador no definido.**

**3.6.1 Área del cono** .......... **¡Error! Marcador no definido.**

**3.6.2 Área del cilindro** .......... **¡Error! Marcador no definido.**

**3.6.3 Área de una esfera** .......... **¡Error! Marcador no definido.**

**3.7 Volúmenes de cuerpos redondos y sus aplicaciones para la cotidiana.** .......... **¡Error! Marcador no definido.**

**RESUMEN DE LA UNIDAD III** .......... 173

**EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD III** .......... 176

**ACTIVIDADES DE LA UNIDAD III** .......... 174
**BIBLIOGRAFÍA** .......... 177

## UNIDAD IV

## TRIGONOMETRÍA PARA LA VIDA

**4.1 Historia de la trigonometría** .......... 182
**4.2 Utilidad de la trigonometría en la vida diaria** .......... 185
**4.3 Definición de trigonometría** .......... 187
**4.5 Teorema de Pitágoras** .......... 187
**4.6 Funciones trigonométrica** .......... 188
  **4.6.1 Seno** .......... 188
  **4.6.2 Coseno** .......... 188
  **4.6.3 Tangente** .......... 189
**4.7 Aplicaciones matemáticas de Pitágoras** .......... 189
**4.8 Aplicaciones de Pitágoras para la vida** .......... 192
**4.9 Aplicaciones matemáticas con funciones trigonométricas** .......... 201
**4.10 Aplicaciones con funciones trigonométricas para la vida** .......... 205
**RESUMEN DE LA UNIDAD IV** .......... 206
**EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD IV** .......... 206
**ACTIVIDADES DE LA UNIDAD IV** .......... 206
**BIBLIOGRAFÍA** .......... 206

# La vida con Matemáticas y Matemáticas para la Vida

No es extraño escuchar a muchos padres gritarle a su hijo en edad escolar: ´´deja de jugar y ponte a estudiar que mañana tienes examen de matemáticas´´. Estas expresiones, como muchas otras son comunes al referirse a las experiencias de los estudiantes con relación a su encuentro con esas ciencias exactas. Sin embargo, los tiempos van avanzando y con ello, se abre paso una generación de maestros que van dando nuevos enfoques y perspectivas a la manera de enseñar esa área curricular.

El enfoque por competencias ha insistido en la contextualización del aprendizaje, la aplicabilidad del saber y la reducción de la fobia al estudio. Adherido a estos postulados, los participantes de la licenciatura en Educación, mención Matemática-Física de la Universidad Abierta para Adultos, siguen explorando nuevas formas para hacer posible el proceso didáctico de las Matemáticas con orientación para la Vida.

Desde la Dirección del Curso Final de Grado, felicitamos la iniciativa de producir un libro de texto que plasme aplicaciones de la Matemática para la Vida, asumiendo el logro de las competencias específicas que se contemplan en los diseños curriculares del Nivel Secundario. Valoramos la disposición de los participantes y el compromiso de su facilitador para legar este proyecto final, el cual servirá de referencia para otros maestros en formación y docentes en ejercicio que se preocupen por mejorar sus prácticas docentes, enfatizando en el logro de competencias reales que resuelvan situaciones del contexto en que se desenvuelven los estudiantes.

En la medida en que los contenidos curriculares son vinculados a circunstancias y necesidades palpables, mejores resultados en la apropiación de los mismos, lograrán los estudiantes, ya que pueden conectar el saber científico con el quehacer cotidiano. Esto representa un verdadero reto para el maestro de matemática hacer posible que su área curricular pueda ser vista como parte integral e inherente a las labores del día a día.

Si bien es cierto que no todos nuestros estudiantes se encaminarán por profesiones que utilicen en gran medida las matemáticas, como es el caso de las ingenierías, es indudable que aprenderla desde una perspectiva utilitaria y amena, hará de sus vivencias escolares se conviertan en un tiempo de experiencias positivamente memorables.

**Pedro Emilio Ventura**

Director del Departamento de Curso Final de Grado

## PRESENTACIÓN

Las matemáticas son fundamentales para el desarrollo intelectual de los seres humanos, les ayudan a ser lógicos, a razonar ordenadamente y a tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción. Son sumamente necesarias para todos, pues son la principal herramienta con la que la humanidad ha podido comprender el mundo a su alrededor, enseñan a pensar de una manera lógica y a desarrollar habilidades para la resolución de problemas y toma de decisiones. Gracias a ellas los seres humanos son capaces de tener mayor claridad de ideas y del uso del lenguaje. Con las matemáticas se adquieren habilidades para la vida y es difícil pensar en algún área que no tenga que ver con ellas. Todo a nuestro alrededor tiene un poco o mucho de esta ciencia.

Resulta difícil encontrar una definición completamente abarcadora del concepto de matemática. En la actualidad, se clasifica como una de las ciencias formales, dado que, utilizando como herramienta el razonamiento lógico, se aboca el análisis de las relaciones y de las propiedades entre números y figuras geométricas.

Para ajustar toda esta estructura de definiciones, leyes y propiedades de las matemáticas, un grupo de participantes del Curso Final de Grado de la licenciatura en Matemática-Física de la Universidad Abierta para Adultos, crearon el texto ¨**Matemáticas del nivel secundario con orientación para la vida¨,** con la finalidad de obtener soluciones a situaciones problemáticas del diario vivir.

El libro está estructurado por 4 unidades, números reales para la vida, álgebra para la vida, geometría para la vida y trigonometría para la vida. Cada unidad desarrolla teorías, definiciones, cuestiones de razonamientos, resolución de problemas, aplicaciones del diario vivir, esquema de resumen, ejercicio de autoevaluación, actividades complementarias y la bibliografía consultada.

Quiero agradecer a los autores de este texto, porque configuraron su responsabilidad como roca solida de sus fundamentos, por su seguridad en sus procedimientos y por la confianza en los resultados obtenidos.

En fin, las matemáticas contribuyen a la formación de valores, determinando actitudes y conductas. Sirven como patrones para guiar la vida, un estilo de enfrentarse a la realidad lógica y coherente, la búsqueda de la exactitud en los resultados, una comprensión y expresión clara a través de la utilización de símbolos, capacidad de abstracción, razonamiento, y generalización y la percepción de la creatividad como un valor.

**Nelson Gómez López**
**Maestro Acompañante del Curso Final de Grado**

## INTRODUCCIÓN

La matemática es uno de los conocimientos más antiguos que el ser humano ha estudiado e investigado y está presente en todos los ámbitos de nuestra vida cotidiana. En esta producción se abordará lo que es la matemática para la vida. Desglosando cada concepto relacionado de manera directa con este tema y, de este modo, se logrará comprender de forma objetiva cada idea expuesta.

Los contenidos y los ejercicios planteados en esta propuesta han sido trabajados de manera real y creativa, tomando como partida el contexto que nos rodea. Permitiendo que el lector pueda sentirse atraído por el material desarrollado, ayudándole a conocer cómo viven los seres humanos y el gran uso que se le da inconscientemente a diario.

El desarrollo de las unidades permitirá a los estudiantes aumentar sus aprendizajes al igual que los conocimientos referentes a la matemática para la vida y así poder desenvolverse en el ámbito donde se le presente cualquier escenario, tomando en cuenta situaciones de matemáticas relacionadas con el diario vivir y con explicaciones fáciles con pasos bien detallados. Esto incentivará a los estudiantes para que se involucren con los temas y así lograr que trabajen con mayor interés.

El texto consta con cuatro unidades, Números reales para la vida, Álgebra para la vida, Geometría para la vida y Trigonometría para la vida, todas con enfoques estructurados a aplicaciones del diario vivir.

Sin dudas, es una producción la cual cuenta con mucha dedicación y empeño en cada tema desglosado, dejando en evidencia que no importa dónde te encuentres la situación a la cual debas enfrentarte, la matemática estará ahí para colaborar con soluciones lógicas, óptimas y coherentes.

# UNIDAD I

# NÚMEROS REALES PARA LA VIDA


**Autores**

Daysi De los Santos Matías

José Alberto García

José Miguel Taveras García

## ORIENTACIONES DE LA UNIDAD I

En esta unidad, se presentan los números reales para la vida, con la finalidad de verificar las aplicaciones de este conjunto numérico con situaciones del diario vivir. En el desarrollo de la misma se presentan ejemplos e ilustraciones que demuestran las interacciones de los contenidos de este conjunto numérico en diferentes contextos

Los números reales, fundamentan el ciclo básico de los números, de los cuales nacen los demás conjuntos numéricos que se conocen, utilizándose a diario en diferentes acciones cotidianas.

Este trabajo ha sido desarrollado, utilizando el método de observación en diferentes ámbitos, para ofrecer datos reales de situaciones interrelacionadas con los números reales y el diario vivir.

## COMPETENCIAS DE LA UNIDAD I

- ✓ Utiliza los números naturales para resolver problemas cotidianos.
- ✓ Realiza operaciones con números naturales para resolver situaciones problemáticas del diario vivir.
- ✓ Reconoce los números enteros en su vida cotidiana
- ✓ Implementa acciones relacionadas con los números enteros en su vida social
- ✓ Reconoce la importancia de los números enteros en su vida, para resolver situaciones cotidianas.
- ✓ Resuelve situaciones cotidianas expresadas en números irracionales e irracionales.
- ✓ Aplica los números reales para resolver problemas que se le presenten en la sociedad.

## ESQUEMA DE CONTENIDO DE LA UNIDAD I

1.1 Números Naturales para la Vida
1.1.1 Concepto de números naturales
1.1.2 Historia de los números naturales
1.1.3 Propiedades de la adicción de los números naturales
1.1.4 Propiedades de la multiplicación de los números naturales
1.1.5 Elemento neutro
1.1.6 Distributiva del producto respecto a la suma
1.1.7 Propiedades de la sustracción de números naturales
1.1.8 Propiedades de la resta
1.1.9 Propiedades de la división de números naturales
1.1.10 Propiedades de la división
1.1.11 Problemas cotidianos sobre los números naturales
1.2 Números Enteros para la Vida
1.2.1 Concepto de números enteros
1.2.2 Presentación de los números enteros en la recta numérica
1.2.3 Problemas cotidianos sobre números enteros
1.3 Números Racionales para la Vida
1.3.1 Concepto de números racionales
1.3.2 Números racionales
1.3.3 Orígenes de los números racionales
1.3.4 Ejemplos de números racionales
1.3.5 Propiedades de los números racionales
1.3.5.1 Propiedad asociativa
1.3.5.2 Propiedad comunicativa
1.3.5.3 Propiedad distributiva
1.3.5.4 Propiedad interna
1.3.5.5 Elemento neutro
1.3.5.6 Elemento opuesto o número opuesto
1.3.6 Números periódicos
1.3.7 Problemas cotidianos sobre los números racionales
1.4 Números Irracionales para la vida
1.4.1 Concepto de números irracionales para la vida

1.4.2 π (pi)
1.4.3 El número e
1.4.4 Áureo Φ
1.4.5 Origen de los números irracionales
1.4.6 Ejemplos de números irracionales
1.4.7 Clasificación de los números irracionales
1.4.8 Aplicaciones de los números irracionales en la vida diaria
1.4.9 Problemas cotidianos sobre números irracionales
1.5 Aplicaciones de los Números Reales en la Vida Real
1.5.1 Dimensiones
1.5.2 Aplicaciones de los números reales en la vida real

-Resumen de la Unidad I

-Ejercicios de Autoevaluación de la Unidad I

-Actividades de la Unidad I

-Bibliografía

## Unidad I

## Números Reales para la vida

### 1.1 Números Naturales para la vida

#### 1.1.1 Concepto de números naturales

Se denomina como número natural a aquellos números que permiten contar los elementos de un conjunto. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9…). Cabe destacar que este fue el primer conjunto de números que utilizaron los seres humanos para contar los objetos. Estos números son ilimitados, es decir, siempre que se le suma un número a otro número, dará paso a un número distinto. Estos números se representan con una N.

Los dos grandes empleos de los números naturales son, por un lado, para indicar el tamaño que presenta un conjunto finito, y, por otra parte, para dar cuenta de la posición que un elemento dado tiene en el marco de una secuencia ordenada.

También, los números naturales, a instancias de un grupo, permiten identificar o bien diferenciar a aquellos elementos presentes en el mismo. Por ejemplo, en una obra social, cada afiliado dispondrá de un número de socio que lo singularizará respecto del resto y que permitirá no ser confundido con otro y tener un acceso directo a todos los detalles inherentes a su atención.

Hay quienes consideran al 0 como un número natural pero también hay quienes no y lo apartan de este grupo, la teoría de los conjuntos lo avala mientras que la teoría de los números lo excluye.

A los números naturales se pueden representar en una línea recta y se los ordenará de menor a mayor, por ejemplo, si se toma en cuenta al cero, se los comenzará a anotar después de este y a la derecha del 0 o del 1. Pero los números naturales pertenecen a un conjunto que los congrega, el de los números enteros positivos y esto es porque no son decimales ni fraccionarios.

Ahora bien, en lo que respecta a las operaciones aritméticas básicas, adición, sustracción, división y multiplicación es importante señalar que los números que, bajo estudio, son un conjunto cerrado para las operaciones de adición y de multiplicación, dado que, al operar con ellas, el resultado que arroje siempre será otro número natural. Por ejemplo: 3 x 4 = 12, y 20 + 13 = 33.

Mientras tanto, esta misma situación no se aplica a las otras dos operaciones de la sustracción y división, ya que el resultado no siempre será un número natural, por ejemplo: 7 – 20 = -13, y 4/7 = 0,57.

**1.1.2 Historia de los números naturales**

Los primeros números que el hombre inventó fueron los números naturales, los cuales se utilizaban y se utilizan para contar elementos de un conjunto finito, ya que se procede a enumerar dichos números de una manera ordenada, seleccionándolos uno tras otro a la vez que se le atribuye a cada uno un número. Los números naturales sirven para contar y ordenar fundamentalmente. Los números naturales son los primeros que surgen en las distintas civilizaciones, ya que las tareas de contar y de ordenar son las más elementales que se pueden realizar en el tratamiento de las cantidades.

Entre los números naturales están definidas las operaciones adición y multiplicación. Además, el resultado de sumar o de multiplicar dos números naturales es también un número natural, por lo que se dice que son operaciones internas.

La sustracción, sin embargo, no es una operación interna en N, pues la diferencia de dos números naturales puede no ser un número natural (no lo es cuando el sustraendo es mayor que el minuendo). Por eso se crea el conjunto Z de los números enteros, en el que se puede restar un número de otro, cualesquiera que sean éstos.

La división tampoco es una operación interna en N, pues el cociente de dos números naturales, puede no ser un número natural (no lo es cuando el dividendo no es múltiplo del divisor). Por eso se crea el conjunto Q de los números racionales, en el que se puede dividir cualquier número por otro (salvo por el cero). La división entera es un tipo de división peculiar de los números naturales en la que además de un cociente se obtiene un resto.

### 1.1.3 Propiedades de la adicción de los números naturales

La adición de números naturales cumple las propiedades asociativas, conmutativa y elemento neutro.

1.-Conmutativa

Si a, b son números naturales cualesquiera se cumplen que:

$a + b = b + a$

En particular, para los números 7 y 4, se verifica que:

$7 + 4 = 4 + 7$

Gracias a las propiedades asociativa y conmutativa de la adición se pueden efectuar largas sumas de números naturales sin utilizar paréntesis y sin tener en cuenta el orden.

2.- Asociativa:

Si a, b, c son números naturales cualesquiera se cumplen que:

$(a + b) + c = a + (b + c)$

Por ejemplo:

$(7 + 4) + 5 = 11 + 5 = 16$

$7 + (4 + 5) = 7 + 9 = 16$

Los resultados coinciden, es decir,

$(7 + 4) + 5 = 7 + (4 + 5)$

3.- Elemento neutro

El 0 es el elemento neutro de la suma de enteros porque, cualquiera que sea el número natural a, se cumple que:

$a + 0 = a$

### 1.1.4 Propiedades de la Multiplicación de Números Naturales

La multiplicación de números naturales cumple las propiedades asociativas, conmutativa, elemento neutro y distributivo del producto respecto de la suma.

1.- Conmutativa

Si a, b son números naturales cualesquiera se cumplen que:

$a \cdot b = b \cdot a$

Por ejemplo:

$5 \cdot 8 = 8 \cdot 5 = 40$

2.-Asociativa

Si a, b, c son números naturales cualesquiera se cumplen que:

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Por ejemplo:

$(3 \cdot 5) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$

$3 \cdot (5 \cdot 2) = 3 \cdot 10 = 30$

Los resultados coinciden, es decir,

$(3 \cdot 5) \cdot 2 = 3 \cdot (5 \cdot 2)$

**1.1.5 Elemento neutro**

El 1 es el elemento neutro de la multiplicación porque, cualquiera que sea el número natural a, se cumple que:

$a \cdot 1 = a$

**1.1.6 Distributiva del producto respecto de la suma**

**Si a, b, c son números naturales cualesquiera se cumplen que:**

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

**Por ejemplo:**

$5 \cdot (3 + 8) = 5 \cdot 11 = 55$

$5 \cdot 3 + 5 \cdot 8 = 15 + 40 = 55$

Los resultados coinciden, es decir,

$5 \cdot (3 + 8) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 8$

### 1.1.7 Propiedades de la Sustracción de Números Naturales

Igual que la suma la resta es una operación que se deriva de la operación de contar.

Si tenemos 6 ovejas y los lobos se comen 2 ovejas ¿Cuántas ovejas tenemos? Una forma de hacerlo sería volver a contar todas las ovejas, pero alguien que hubiese contado varias veces el mismo caso, recordaría el resultado y no necesitaría volver a contar las ovejas. Sabría que 6 - 2 = 4.

Los términos de la resta se llaman minuendo (las ovejas que tenemos) y sustraendo (las ovejas que se comieron los lobos).

### 1.1.8 Propiedades de la sustracción

La sustracción no tiene la propiedad conmutativa (no es lo mismo a - b que b - a).

### 1.1.9 Propiedades de la División de Números Naturales

La división es la operación que se realiza para repartir un número de cosas entre un número de personas.

Los términos de la división se llaman dividendo (el número de cosas), divisor (el número de personas), cociente (el número que le corresponde a cada persona) y resto o residuo (lo que sobra).

Si el resto es cero la división se llama exacta y en caso contrario inexacta.

### 1.1.10 Propiedades de la división

La división no tiene la propiedad conmutativa. No es lo mismo a/b que b/a.

### 1.1.11 Problemas cotidianos sobre los números naturales.

**a) Con adición (+) con números naturales**

**Ejemplos:**

1. **En una tienda de vender zapatos y sandalias en el municipio de Maimón provincia Monseñor Nouel, R.D, el propietario compró 23,420 pesos de zapatos y 17,890 pesos de Sandalias, ¿Qué cantidad de pesos invirtió en dicha compra el propietario?**

**Datos:**

**Zapatos:** 23,420 pesos

**Sandalias:** 17,890 pesos

**Solución:**

$$\begin{array}{rl} & 23{,}420 \longrightarrow \text{Sumando} \\ + & 17{,}890 \longrightarrow \text{Sumando} \\ \hline & 41{,}310 \longrightarrow \text{Total} \end{array}$$

**El propietario invirtió un total de 41,310 pesos**

2. **Una tienda de electrodomésticos tiene 6 estufas Herco con diferentes funciones, cada estufa tiene un precio diferente, la primera cuesta 9,900 pesos, la segunda 6,800 pesos, la tercera 7,890 pesos, la cuarta 16,400 pesos, la quinta 22,350 pesos y finalmente la sexta 13,600 pesos ¿Cuántos pesos cuestan todas las estufas en total?**


**Datos:**

**$1^{ra}$ Estufas:** 9,900 pesos

**$2^{da}$ Estufas:** 6,800 pesos

**$3^{ra}$ Estufas:** 7,890 pesos

**$4^{ta}$ Estufas:** 16,400 pesos

**$5^{ta}$ Estufas:** 22,350 pesos

**$6^{ta}$ Estufas:** 13,600 pesos

**Solución:**

9,900 → Sumando
6,800 → Sumando
+ 7,890 → Sumando
16,400 → Sumando
22,350 → Sumando
13,600 → Sumando
______
79,940 → Total

**El total de las estufas es 79,940 pesos.**

3. **En una ferretería hay 1,300 fundas de cemento, si venden 840, ¿Cuantas fundas quedan en dicha ferretería?**

**Datos:**

Cantidad de cemento hay en la ferretería: 1,300 fundas.

Cantidad de cemento que vendió la ferretería: 840 fundas.

¿Qué cantidad de cemento queda en la ferretería?

**Solución**

$$
\begin{array}{rl}
 & 1{,}300 \longrightarrow \text{Minuendo} \\
- & 840 \longrightarrow \text{Sustraendo} \\
\hline
 & 460 \longrightarrow \text{Diferencia}
\end{array}
$$

**En la ferretería quedan 460 fundas de cemento.**

4. **José Alberto le compra a la Kola Real 28 paquetes de Refrescos, si compró cada paquete de refresco a 150 pesos ¿Qué cantidad de dinero tuvo que pagar José Alberto?**

**Datos:**

**Paquetes de Refrescos:** 28 paquetes

**Valor de cada paquete de Refresco:** 150 pesos

**¿Qué cantidad dinero tuvo que pagar José Alberto?**

**Solución:**

$$\begin{array}{rrl} & 150 & \rightarrow \textbf{Multiplicando} \\ \times & 28 & \rightarrow \textbf{Multiplicador} \\ \hline & 4{,}200 & \rightarrow \textbf{Producto} \end{array}$$

**José Alberto tuvo que pagar 4,200 pesos.**

5. **En un puesto frutas, las piñas se venden a 20 pesos la unidad, si una persona compra 30 piñas ¿Qué cantidad de dinero debe de pagar?**

**Datos:**

**Precio de la piña por unidad:** 20 pesos

**Cantidad de piñas compradas:** 30 piñas

¿Qué cantidad de dinero debe de pagar?

**Solución:**

| | | |
|---|---|---|
| X | **20** → | **Multiplicando** |
| | **30** → | **Multiplicado** |
| | **600** → | **Producto** |

**Debe de pagar 600 pesos**

6. **Darío Silfa está en una tienda de calzados, ve una oferta que le interesa. Una serie de calzados hasta un 30% de descuento, sabiendo que cada par de calzado cuesta 2,800 pesos. Determine cuánto debe pagar Darío por un par.**


**Datos:**

2,800 precio de cada par de calzado

30% descuento de casa por el par de calzado

**Solución**

$$\frac{\mathbf{30}}{\mathbf{100}} \times \mathbf{2{,}800} = 840$$

$$\begin{array}{r} \mathbf{2{,}800} \\ \mathbf{-\ \ 840} \\ \hline \mathbf{1{,}960} \end{array}$$

**Darío Silfa tendrá que pagar 1,960 pesos por el par de calzado.**

7. **Un motorista va a comprar combustible en la bomba de gasolina Petronan con un billete de 2,000 pesos y compró 275 pesos de gasolina, ¿Qué cantidad de dinero le sobra al motorista?**

**Datos:**

**Cantidad de dinero del motorista:** 2,000 pesos

**Cantidad de dinero que gasto en gasolina:** 275 pesos

**¿Qué cantidad dinero le sobra al Motorista?**

**Solución:**

$$
\begin{array}{rl}
 & \mathbf{2\ 000} \rightarrow \text{Minuendo} \\
- & \mathbf{275} \rightarrow \text{Sustraendo} \\
\hline
 & \mathbf{1{,}725} \rightarrow \text{Diferencia}
\end{array}
$$

**Al motorista le sobran 1 725 pesos**

## 1.2. Números enteros para la vida

### 1.2.1 Concepto de Número entero

Un número entero es un elemento del conjunto numérico que contiene los números naturales N = {1,2,3,4}, sus opuestos y el cero. Los enteros negativos, como −1 o −3 (se leen «negativo uno», «negativo tres», etc.), son menores que cero y todos los enteros positivos.

Por lo tanto, se puede decir que un número entero es cualquier elemento del conjunto formado por los números naturales, sus opuestos (versiones negativas de los naturales) y el cero. ... Los naturales (o enteros positivos): +1, +2, +3, +4, +5... El cero, que no es ni positivo ni negativo. Los enteros negativos: -1, -2, -3, -4, -5.

Los números enteros pueden sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse, siguiendo el modelo de los números naturales añadiendo unas normas para el uso del signo

Los números naturales 1, 2, 3, ... son los números ordinarios que se utilizan para contar. Al añadirles un signo menos («−») delante se obtienen los números negativos:

Un número entero negativo es un número natural como 1, 2, 3, etc. precedido de un signo menos, «−». Por ejemplo −1, −2, −3, etcétera. Se leen «menos 1», «menos 2», «menos 3», ...

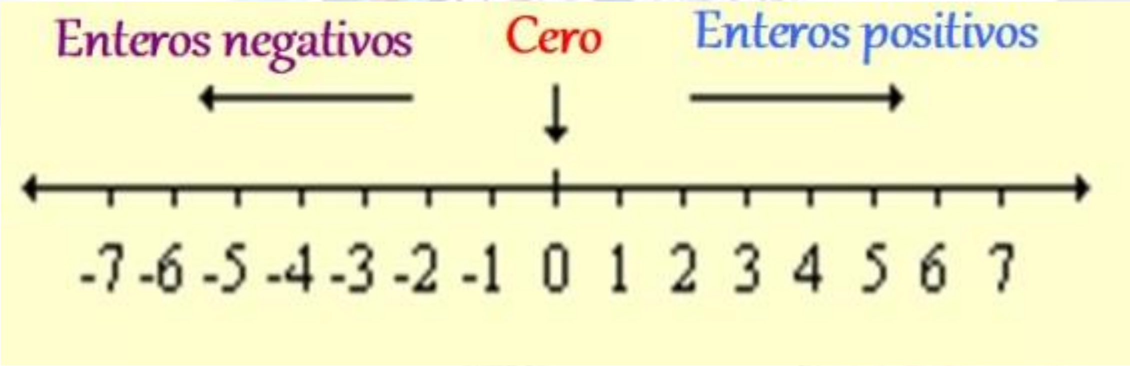
Además, para distinguirlos mejor, a los números naturales se les añade un signo más («+») delante y se les llama números positivos.

Un número entero positivo es un número natural como 1, 2, 3, ... precedido de un signo más. «+».

El cero no es positivo ni negativo, y puede escribirse con signo más o menos o sin signo indistintamente, ya que sumar o restar cero es igual a no hacer nada. Toda esta colección de números son los llamados «enteros».

Los números enteros son el conjunto de todos los números enteros con signo (positivos y negativos) junto con el 0. Se les representa por la letra Z.

**1.2.2 Representación de los números negativos en la recta numérica:**




Los números enteros negativos mientras más lejos del cero más pequeños son en cambio los enteros positivos mientras más lejos del cero se encuentran mayores son.

### 1.2.3 Problemas cotidianos sobre números enteros

1. Francis Inoa Martínez visita una tienda para enterarse a qué precio tienen los sombreros, al revisar un sombrero ve que tiene el precio puesto cuyo costo es 150 pesos, si compra 10 sombreros **¿Qué cantidad de dinero tiene que pagar?**

**Datos:**

**Precio por cada sombrero:** 150 pesos.

**Unidades de sombreros:** 10 Unidades

**Solución:**

150 → **Multiplicando**

**X** 10 → **Multiplicador**

**1,500** → **Producto**

**Tendrá que pagar un total de 1,500 pesos.**

2. José Alberto García va al supermercado a comprar tres fundas de leche Kanny para sus hijos, si cada funda de leche cuesta 875 pesos ¿Cuánto pesos tendrá que pagar José Alberto por dicha compra?

**Datos:**

**Precio de por cada funda de leche:** 875 pesos.


**Unidades de fundas de leche:** 3 unidades

**Solución:**

**875** → **Multiplicando**

**X 3** → **Multiplicador**

**2,665** → **Producto**

**Tendrá que pagar un total de 2,665 pesos.**

3. **Si José Alberto García compra en el supermercado dos paquetes de pañales HUGGIES por 1,990 pesos, entonces ¿Cuánto le costó cada paquete de pañales?**

**Datos:**

**Precio de dos paquetes de pañales HUGGIES:** 1,990 pesos

**¿Lo que cuesta un paquete de pañal?**

**Solución:**

**1,990 | 2** — **Divisor**

**995** — **Cociente**

**Dividendo**


**Cada paquete cuesta 995 pesos.**

4. Una banca de lotería, el día 4 del mes de junio del año 2020 tuvo una venta de 425 pesos y le ganaron 775 pesos ¿Qué cantidad de dinero perdió la banca?

**Datos:**

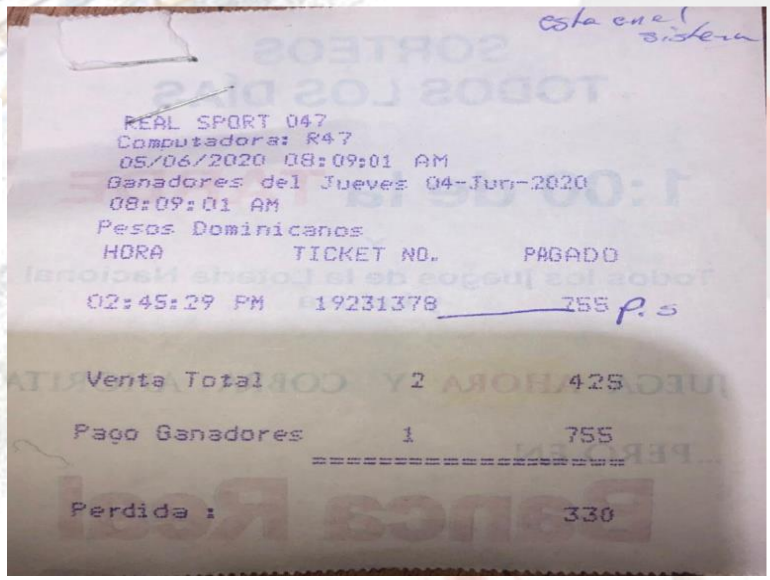
**Cantidad de dinero que vendió la banca:** 425 pesos

**Cantidad de dinero que se sacaron: -**775 pesos

**¿Qué cantidad de dinero perdió la banca?**

**Solución:**

| | | |
|---|---|---|
| **+ 425** | → | Sumando |
| **-775** | → | Sumando |
| **-350** | → | Total |



5. **Si Juan José Mora le envía de su colmado a su madre 100 pesos de arroz, 25 pesos de habichuelas y un galón de aceite Crisol que cuesta 275 pesos. ¿Cuántos pesos le envió en comida Juan José Mora a su madre?**

**Datos:**

**Arroz:** 100 pesos

**Habichuela:** 25 pesos

**Galón de aceite:** 275 pesos

**Solución**

| | | |
|---|---|---|
| | 100 | → Sumando |
| **+** | 25 | → Sumando |
| | 275 | → Sumando |
| | 400 | → Total |

**Juan José Mora le envió en comida a su madre 400 pesos.**

6. **Desde inicio del año en 2020 Rosana María decidió bajar de peso, para sentirse y verse espectacular el día de su graduación. Lo primero que hizo fue pesarse y ver cuantas libras podía bajar en 8 meses. Para su sorpresa pesaba 185 libras por lo que a parte de la dieta también se motivó para ir al gimnasio y alcanzar su objetivo en menos tiempo. Al cabo de los seis meses Rosana logró rebajar 35 libras, pero quiere llegar hasta las 135. ¿Cuántas libras faltan para que Rosana María pueda cumplir con su objetivo?**

**Datos:**

**Peso actual de Rosana María: 185 libras**

**Primera rebaja de peso: 35 libras**

**Total de libras que quiere tener Rosana María: 135 libras**

**Solución**

$$\begin{array}{rl} & 185 \rightarrow \text{Minuendo} \\ - & 35 \rightarrow \text{Sustraendo} \\ \hline & 150 \rightarrow \text{Diferencia} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 150 \rightarrow \text{Minuendo} \\ - & 135 \rightarrow \text{Sustraendo} \\ \hline & 015 \rightarrow \text{Diferencia} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 15 \rightarrow \text{Sumando} \\ + & 35 \rightarrow \text{Sumando} \\ \hline & 50 \rightarrow \text{Suma} \end{array}$$

**A Rosana María le faltan 15 libras para alcanzar su meta.**

### 1.3 Números racionales para la vida

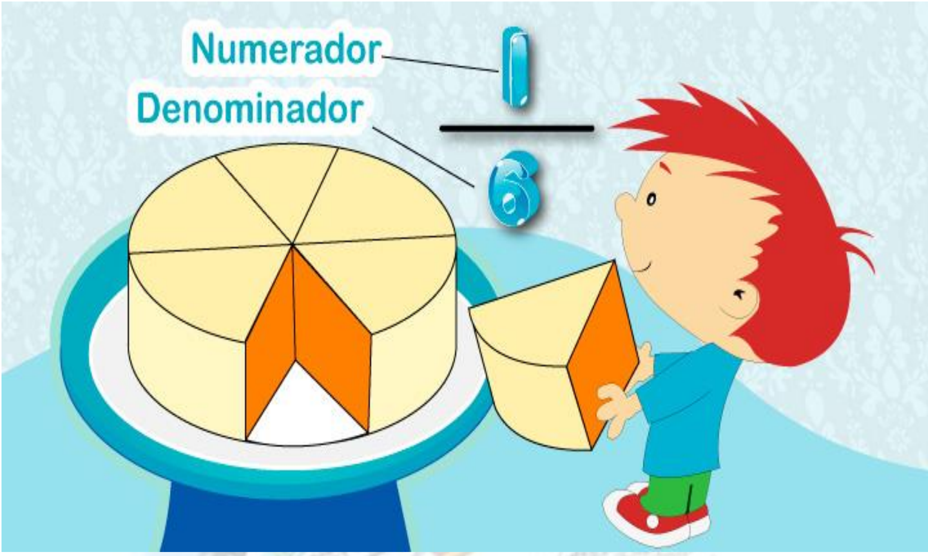
### 1.3.1 Concepto de números racionales

Los números racionales, son el conjunto de números fraccionarios y números enteros representados por medio de fracciones, teniendo en cuenta que el denominador debe ser diferente de cero. Este conjunto está situado en la recta real numérica, pero a diferencia de los números reales que son consecutivos, por ejemplo, a 4 le sigue 5 y a este a su vez le sigue el 6, y los números negativos cuya consecución se da así, a -9 le sigue -8 y a este a su vez le sigue -7; los números racionales no poseen consecución pues entre cada número racional existen infinitos números que solo podrían ser escritos durante toda la eternidad.

Todos los números fraccionarios son números racionales y sirven para representar medidas. Pero a veces es más conveniente expresar un número de esta manera que convertirlo a decimal exacto o periódico, debido a la gran cantidad de decimales que se podrían obtener.

Un número racional es todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con divisor distinto de cero. **Se representa por Q.**

### 1.3.2 Números racionales




Los números racionales son todos los números que pueden representarse como el cociente de dos números enteros o, más exactamente, un entero y un natural positivo; es decir, una fracción común con numerador y denominador distinto de cero. El término "racional" alude a una fracción o parte de un todo.

### 1.3.3 Orígenes de los números racionales

Los egipcios calculaban la resolución de problemas prácticos utilizando fracciones cuyos denominadores son enteros positivos; son los primeros números racionales utilizados para representar las "partes de un entero", por medio del concepto de recíproco de un número entero.

Los matemáticos de la antigua Grecia consideraban que dos magnitudes eran conmensurables si era posible encontrar una tercera tal que las dos primeras fueran múltiplos de la última, es decir, era posible encontrar una unidad común para la que las dos magnitudes tuvieran una medida entera. El principio pitagórico de que todo número es un cociente de enteros, expresaba en esta forma que cualesquiera dos magnitudes deben ser conmensurables, luego números racionales.

Etimológicamente, el hecho de que estos números se llamen racionales corresponde a que son la razón de dos números enteros, palabra cuya raíz proviene del latín ratio y esta a su vez del griego (razón), que es como llamaban los matemáticos de la antigua Grecia a estos números. La notación Q empleada para nombrar el conjunto de los números racionales proviene de la palabra italiana quoziente, derivada del trabajo de Giuseppe Peano en 1895.

En las operaciones matemáticas que se hacen a diario para resolver cuestiones cotidianas, casi todos los números que se manejan son racionales, pues la categoría abarca a todos los números enteros y a una gran parte de los que llevan decimales.

Tanto los números fraccionarios racionales como los irracionales (su contraparte) son categorías infinitas. Sin embargo, estos se comportan de diferente manera: los números racionales son comprensibles y, en tanto representables por fracciones, su valor se puede aproximar con un criterio simplemente matemático, no ocurre esto con los irracionales.

### 1.3.4 Ejemplos de números racionales

Aquí se listan números racionales a modo de ejemplo. En los casos de ser estos a su vez números fraccionarios, se indica también su expresión como cociente:

- ✓ 142
- ✓ 3133
- ✓ 10
- ✓ 31
- ✓ 69.96 (1749/25)
- ✓ 625
- ✓ 7.2 (36/5)
- ✓ 3.333333 (3/10)
- ✓ 591
- ✓ 86.5 (173/2)
- ✓ 11
- ✓ 000.000
- ✓ 41
- ✓ 55.7272727 (613/11)
- ✓ 9
- ✓ 8.5 (17/2)
- ✓ 4.52 (113/25)
- ✓ 000
- ✓ 11.1 (111/10)

La mayoría de las operaciones que se realizan entre números racionales tienen como resultado necesariamente otro número racional: no sucede esto, como hemos vimos, en todos los casos, como en el de la operación de la radicación y tampoco de la potenciación.

### 1.3.5 Propiedades de los números racionales

Las tres propiedades más importantes son:

- ✓ La asociativa
- ✓ La distributiva
- ✓ La conmutativa

#### 1.3.5.1 Propiedad asociativa:

Se dice que, si se agrupan los diferentes sumandos racionales, el resultado no cambia y seguirá siendo un número racional.

#### 1.3.5.2 Propiedad conmutativa:

Es la operación donde, si el orden de los sumandos varía, el resultado no cambia.

#### 1.3.5.3 Propiedad distributiva

Es una propiedad muy útil que nos permite reescribir expresiones en las que estás multiplicando un número por una suma o una resta. La propiedad dice que el producto de una suma o una resta como $6(5 – 2)$, es igual a la suma o resta de los productos, en este caso, $6(5) – 6(2)$.

#### 1.3.5.4 Propiedad interna:

Es la que al sumar dos números racionales el resultado siempre será otro número racional, aunque este resultado puede ser reducido a su mínima expresión si el caso lo necesitara.

### 1.3.5.5 Elemento neutro:

El elemento neutro es una cifra nula la cual, si es sumada a cualquier número racional, la respuesta será el mismo número racional.

### 1.3.5.6 Elemento opuesto o número opuesto:

Es la propiedad de números racionales según la cual existe un elemento negativo que anula la existencia del otro. Es decir, que al sumarlos se obtiene como resultado el cero.

### 1.3.6 Números periódicos

Una categoría muy particular de los números racionales, que suele dar lugar a confusiones, es la de los números periódicos: estos se componen de infinitas cifras, pero pueden expresarse como una fracción.

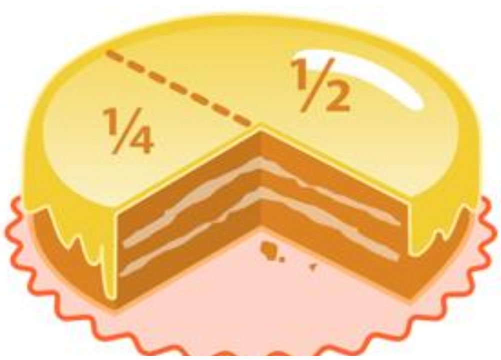
Existen muchos números periódicos. El más sencillo de ellos es el que nace de dividir la unidad en tres partes iguales, equivalente a 1/3 o a 0,33 más infinitos decimales: no por su condición de infinitud pasa a ser irracional.

A continuación, una serie de ejemplos sobre cómo se muestran los números racionales en nuestro diario vivir y la importancia de los mismos:


Al medir distancias o la velocidad. Ejemplo: Estamos a 1/2 metro de la escuela, si continuamos a 100 km/h estaremos en casa para la hora de comida.

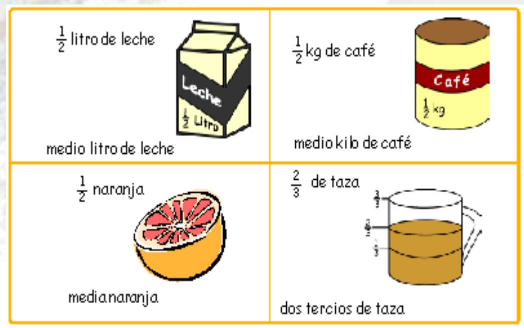
Medir el tiempo y distribuirlas horas durante el día. Aquí el reloj s muestra las 12 y 5.


En el coche llevamos ¾ del depósito de gasolina.




Cuando se comparte un bizcocho.

En una receta de un bizcocho, se puede utilizar $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$ del limón.




Cuando se visita el supermercado.

Al momento de repartir una manzana.

### 1.3.7 Problemas cotidianos sobre los números racionales.

**Ejemplos:**

1. **Si se divide RD$15,000 pesos a Juan, Pedro y Jacobo; a Juan le corresponde ½, a Pedro le corresponde 1/6 y a Jacobo le corresponde 1/3, ¿Qué cantidad de dinero le corresponde a cada uno?**

**Datos:**

Juan: ½

Pedro: 1/6

Jacobo: 1/3

Total: 15,000 pesos

**Solución:**

Juan: $\frac{15,000}{2}$ = 7,500 pesos dominicanos

Pedro: $\frac{15,000}{6}$ = 2,500 pesos dominicanos

Jacobo: $\frac{15,000}{3}$ = 5,000 pesos dominicanos

2. **En una tienda, se vende una pelota de Básquetbol por 1,800 pesos dominicano, tiene una oferta de un descuento de un 10%, para los clientes que la compran al contado ¿Cuánto cuesta la pelota comprada al contado?**

**Datos:**

Precio de la pelota: 1,800 pesos

Descuento: 10%

Solución:

Primero buscamos el porciento, representamos al porciento con la letra **D.**

$$D=\frac{10 \text{ x } 1{,}800}{100}$$

$$D=\frac{18{,}000}{100}$$

D=180 pesos dominicanos

Ahora se resta el porciento al precio de la pelota, el precio de la pelota se representa con la letra **P.**

P = 1800-180

P=1,620 pesos dominicanos

**La pelota cuesta 1,620 pesos.**

3. **José Francisco Pérez vende un motor por 35,000 pesos dominicanos, pero por causa del Corona Virus, le está haciendo un descuento de un 5% ¿Cuál será el precio del motor después del descuento realizado?**

**Datos:**

Precio de la pelota: 35,000 pesos

Descuento: 5%

**Solución:**

Primero buscamos el porciento, representamos al porciento con la letra **D.**

$$D= \frac{5 \times 35\,000}{100}$$

$$D= \frac{175{,}000}{100}$$

D= 1,750 pesos dominicanos

Ahora, se resta el porciento al precio de la pelota, el precio del motor se representa con la letra **M.**

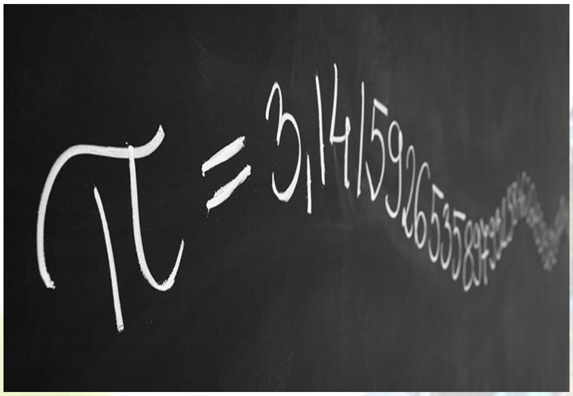
M = 35,000 – 1,750

M= 33,250 pesos dominicanos

**Por lo que el Motor va a costará 33,250 pesos con el descuento incluido.**

### 1.4 Números irracionales para la vida

#### 1.4.1 Concepto de números irracionales




En matemáticas, un número irracional es un número que no puede ser expresado como una fracción m⁄n, donde m y n sean enteros y n sea diferente de cero. Es cualquier número real que no es racional, y su expresión decimal no es ni exacta ni periódica.

Un decimal infinito (es decir, con infinitas cifras) aperiódico, como $\sqrt{7}$ = 2,64575131106459059050161... no puede representar un número racional. A tales números se les nombra "números irracionales". Esta denominación significa la imposibilidad de representar dicho número como razón de dos números enteros.

Los números irracionales son los que cumplen funciones más reconocidas a los fines de la matemática y de la geometría: indudablemente el número más importante de esta ciencia de las figuras ideales es el número pi (π), que expresa la longitud del perímetro de una circunferencia cuyo diámetro (es decir, la distancia entre dos puntos opuestos) es igual a 1. Este tipo de números fue identificado por un alumno de Pitágoras, conocido bajo el nombre de Hipaso.

#### 1.4.2 π (pi)

Este es quizás el número irracional más conocido de todos. Se trata de la expresión de la relación que existe entre el diámetro de una esfera y su longitud. Pi entonces es 3.141592653589 (…), aunque en general se lo conoce simplemente como 3.14.

### 1.4.3 El número e

El número de Euler es otro número irracional famoso. Se han calculado muchas cifras decimales de e sin encontrar ningún patrón. Los primeros decimales son: 2.7182818284590452353602874713527.

### 1.4.4 Áureo Φ

Este número, que se representa con el siguiente símbolo Φ, que no es más que la letra griega Fi. A este número también se lo conoce como razón dorada, número de oro, media, proporción áurea, entre otros. Lo que expresa este número irracional es la proporción que existe entre dos partes de una recta, ya sea de algo que se encuentre en la realidad o bien, de una figura geométrica. Pero, además, el número áureo es muy utilizado por los artistas plásticos a la hora de establecer proporciones en sus obras. Este número es: 2.7182818284590452353602874713527.

### 1.4.5 Origen de los números irracionales

Dado que en la práctica de medir la longitud de un segmento de recta solo puede producir como resultado un número fraccionario, en un inicio, los griegos identificaron los números con las longitudes de los segmentos de recta. Al identificar del modo mencionado, surge la necesidad de considerar una clase de números más amplia que la de los números fraccionarios. Se atribuye a Hípaso de Metaponto perteneciente a un grupo de matemáticos pitagóricos de la existencia de segmentos de recta inconmensurables con respecto a un segmento que se toma como unidad en un sistema de medición. Pues, existen segmentos de recta cuya longitud medida en este sistema no es un número fraccionario.

Por ejemplo, en un cuadrado, la diagonal de este es inconmensurable con respecto a sus lados. Este hecho ocasionó una convulsión en el mundo científico antiguo. Provocó una ruptura entre la geometría y la aritmética de aquella época, ya que esta última, por entonces, se sustentaba en la teoría de la proporcionalidad, la cual solo se aplica a magnitudes conmensurables.

Intentaron salvar el obstáculo distinguiendo entre el concepto de número y el de longitud de un segmento de recta, y tomaron estos últimos como elementos básicos para sus cálculos. De tal modo, a los segmentos inconmensurables con respecto a la unidad tomada como patrón de medida les asignaron un nuevo tipo de magnitud: los números irracionales, los cuales por largo tiempo no se reconocieron como verdaderos números.

### 1.4.6 Ejemplos de números irracionales

- ✓ $\sqrt{5: 2.2360679775}$
- ✓ $\sqrt{123: 11.0905365064}$
- ✓ $\sqrt{3: 1.73205080757}$
- ✓ $\sqrt{698: 26.4196896272}$
- ✓ $\sqrt{99: 9.94987437107}$
- ✓ $\sqrt{685: 26.1725046566}$
- ✓ $\sqrt{189: 13.7477270849}$
- ✓ $\sqrt{7: 2.64575131106}$
- ✓ $\sqrt{286: 16.9115345253}$
- ✓ $\sqrt{76: 8.71779788708}$
- ✓ $\sqrt{2: 1.41421356237}$
- ✓ $\sqrt{19: 4.35889894354}$

### 1.4.7 Clasificación de los números irracionales

Los números irracionales son los elementos de la recta real que cubren los vacíos que dejan los números racionales, ya que muchas sucesiones de racionales tienen como límite un número que no es un número racional.

Los números irracionales se clasifican en dos tipos:

**Número algebraico**: Son la solución de alguna ecuación algebraica y se representan por un número finito de radicales libres o anidados en algunos casos [n.1]; si "x" representa ese número, al eliminar radicales del segundo miembro mediante operaciones inversas, queda una ecuación algebraica de cierto grado. Todas las raíces no exactas de cualquier orden son irracionales algebraicos. Por ejemplo, el número áureo es una de las raíces de la ecuación algebraica $x^2 - x - 1 = 0$, por lo que es un número irracional algebraico.

**Número trascendente**: No pueden representarse mediante un número finito de radicales libres o anidadas; provienen de las llamadas funciones trascendentes (trigonométricas, logarítmicas y exponenciales, etc.) También surgen al escribir números decimales no periódicos al azar o con un patrón que no lleva periodo definido, respectivamente, como los dos siguientes:

- ✓ 0.193650274437 57…
- ✓ 0.101001000100001…

Los llamados números trascendentes tienen especial relevancia ya que no pueden ser solución de ninguna ecuación algebraica. Los números pi y e son irracionales trascendentes, puesto que no pueden expresarse mediante radicales.

Los números irracionales no son numerables, es decir, no pueden ponerse en biyección con el conjunto de los números naturales. Por extensión, los números reales tampoco son numerables ya que incluyen el conjunto de los irracionales.

### 1.4.8 Aplicaciones de los números irracionales en la vida diaria:

Las fórmulas de geometría que involucran a Pi se relacionan con los círculos y las esferas. Se puede calcular la circunferencia de un círculo de radio r y diámetro d. Pero también varias áreas:

- ✓ Área de un disco
- ✓ Área de una elipse de semiejes
- ✓ Área de una esfera
- ✓ Área lateral de un cilindro
- ✓ Área lateral de un cono

Y también volúmenes:

- ✓ Volumen de una bola
- ✓ Volumen de un cilindro
- ✓ Volumen de un cono

#### 1.4.8.1 Imágenes



En cualquier sitio, en cualquier momento del día y siempre que se necesite un utensilio circular, se está hablando de los números irracionales.

### 1.4.9 Problemas cotidianos sobre números irracionales

**Ejemplos:**

1. **Una escalera de 10 mts, de longitud y esta inclinada sobre una pared. El otro extremo de la escalera se encuentra a 5 mts distante de la misma pared ¿Cuál es la altura de dicha pared?**

**Datos:**

Longitud de la escalera: 10 mts

Distancia de la escalera a la pared**:** 5 mts

**Solución:**

La escalera inclinada en la pared, es una hipotenusa, y la distancia de la escalera y la pared es un cateto. Entonces, lo que queremos saber es la longitud del otro cateto. Por tanto, podemos aplicar el teorema de Pitágoras.

$a = \sqrt{a^2 - b^2}$

$a = \sqrt{(10)^2 - (5)^2}$

$a = \sqrt{100 - 25}$

$a = \sqrt{75}$

$a = 8.66$

**La pared tiene una altura de 8.66 mts.**

2. **Un edificio de 50.7 mts de altura proyecta una sombra de 20.8 mts de longitud ¿A qué distancia del pie del edificio se encuentra la sombra?**

**Datos:**

Altura del edificio: 50.7 mts

Longitud de la sombra: 20.8 mts

**¿A qué distancia del pie del edificio se encuentra la sombra?**

**Solución:**

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$c = \sqrt{(50.7)^2 - (20.8)^2}$

$c = \sqrt{2{,}570.49 - 432.64}$

$c = \sqrt{2{,}137.85}$

$c = 46.24\ mts$

**La sombra del edificio se encuentra a una distancia de 46.24 mts.**

3. **¿Cuál es la longitud de un árbol que tiene una circunferencia cuyo radio es igual a 8 m?**

**Datos:**

$r=8$ m

$\pi=3.14$

Para obtener la longitud de una circunferencia se utiliza la siguiente fórmula:

**$L= 2\pi r$**

**Sustituyendo tenemos que,**

**$L= (2)\ (\pi)\ (r)$**

**$L= (2)\ (3.14)\ (8)$**

**$L=50.24$ cm**

**Tiene un perímetro de 50. 24 cm.**

## 1.5 Aplicaciones de los números reales en la vida real

### 1.5.1 Definiciones

En matemáticas, el conjunto de los **números reales** (denotado por la le R) incluye tanto a los números racionales, (positivos, negativos y el cero) como a los números irracionales, y en otro enfoque, trascendentes y algebraicos

El concepto de números reales surgió a partir de la utilización de fracciones comunes por parte de los egipcios, cerca del año 1.000 a.C. El desarrollo de la noción continuó con los aportes de los griegos, que proclamaron la existencia de los números irracionales.

### 1.5.2 Aplicaciones de los números reales en la vida real

Los Números Reales son parte importante de nuestra vida diaria. Los usamos continuamente y de manera inconsciente, en simples cálculos, en las cuentas de la casa, en el banco, el presupuesto, la hora, compras, ventas, etc.

**Ejemplos:**

1. **Un grupo de jóvenes Ciclistas de la ciudad de Santiago deciden recorrer 156 kilómetros hasta Santo Domingo, si ellos van a 60 kilómetros por horas ¿Qué tiempo emplearan para llegar a Santo Domingo?**

**Datos:**

d= 156 km

V= 60 km/h

t=?

**Solución:**

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t = \frac{156 \text{ km}}{60 \text{ km/h}}$$

t= 2.6 h

Emplearan un tiempo de 2.6 h para llegar de Santiago a Santo Domingo.

2. **Pedro Rodríguez recorre 480 km en su automóvil en un tiempo de 4 horas ¿Cuál es la velocidad de desplazamiento?**

**Datos:**

$$\boldsymbol{d = 480\ km}$$

$$\boldsymbol{t = 4\ h}$$

$$\boldsymbol{v = ?}$$

**Solución:**

$$\boldsymbol{V = \frac{d}{t}}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{480\ km}{4h}}$$

$$\boldsymbol{V = 120\ km/h}$$

**Pedro corre en su automóvil a una velocidad de 120 km/h**

3. **El padre de José, Lucas y Lucía al morir dejó una deuda en BanReservas de 213,000,300 pesos ¿Si ellos deciden pagar la deuda de su Padre, que cantidad de dinero tendría que pagar cada uno en partes iguales?**

Datos:

Deuda del Padre en el banco: 213 000 300

Cantidad de hermanos: 3

Solución:

Llamemos (P) al pago del banco.

$$P=\frac{213\ 000\ 300}{3}$$

**P= 71,100 pesos**

4. **Una persona se encuentra en un ascensor en el cuarto piso de un edificio y desea subir al trigésimo tercer piso. ¿Cuántos pisos tiene que subir?**

Para calcular cuánto piso subió la persona, solamente tenemos que restarle a la posición donde se encuentra a la posición donde desea subir.

**Datos**

Posición donde se encuentra: 4$^{\text{to}}$ piso

Posición donde desea subir: 33$^{\text{tercero}}$ piso


**Solución**

Debemos de recordar que en los números ordinales cuarto es 4 y trigésimo tercero es 33.

$$\begin{array}{r} 33 \\ -\quad 4 \\ \hline 29 \end{array}$$

**La persona tendrá que subir 29 pisos para llegar al piso 33.**

5. **Un grupo de 20 jóvenes estudiantes de la Universidad Abierta Para Adultos (UAPA) decidieron hacer un viaje para un restaurante de Puerto Plata. Donde realizaron un compartir que cuesta 16, 400 pesos, pero el gerente del restaurante decide hacerle un descuento de un 5%, si cada estudiante tiene que pagar la misma cantidad, ¿cuánto tiene que pagar cada uno?**

**Datos**

Cantidad de estudiantes: 20

Total de la factura: 16, 400

Descuento: 5%

**Solución**

$$D = \frac{5 * 16,400}{100}$$

$$D = \frac{82,000}{100}$$

D= 820

Ahora le restamos el descuento a lo que cuesta el servicio que pidieron los estudiantes.

$$\begin{array}{r} 16,400 \\ - \quad 820 \\ \hline 15,580 \end{array}$$

Finalmente se dividen los 15,580 entre el total de estudiantes.

$15,580 \div 20 = 779$

**Cada estudiante tiene que pagar 779 pesos.**

# RESUMEN DE LA UNIDAD I

## Números reales para la vida

### Concepto de números reales

Un número es la expresión de una cantidad con relación a su unidad. El término proviene del latín numĕrus y hace referencia a un signo o un conjunto de signos. La teoría de los números agrupa a estos signos en distintos grupos. Los números naturales, por ejemplo, incluyen al uno (1), dos (2), tres (3), cuatro (4), cinco (5), seis (6), siete (7), ocho (8), nueve (9) y, por lo general, al cero (0).

Los números reales son los que pueden ser expresados por un número entero (3, 28, 1568) o decimal (4,28; 289,6; 39985,4671). Esto quiere decir que abarcan a los números racionales (que pueden representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto a cero) y los números irracionales (los que no pueden ser expresados como una fracción de números enteros con denominador diferente a cero).

Otra clasificación de los números reales puede realizarse entre números algebraicos (un tipo de número complejo) y números trascendentes (un tipo de número irracional).

Más concretamente nos encontramos con el hecho de que los números reales se clasifican en números racionales e irracionales. En el primer grupo se encuentran a su vez dos categorías: los enteros, que se dividen en tres grupos (naturales, 0, enteros negativos), y los fraccionarios, que se subdividen en fracción propia y en fracción impropia. Todo ello sin olvidar que dentro de los citados naturales también hay tres variedades: uno, naturales primos y naturales compuestos.

## Notación de los números reales

Los números reales se expresan con decimales que tienen una secuencia infinita de dígitos a la derecha de la coma decimal, como por ejemplo 324,8232. Frecuentemente también se sub-representan con tres puntos consecutivos al final (324,823211247…), lo que significaría que aún faltan más dígitos decimales, pero que se consideran sin importancia.

Las medidas en las ciencias física son siempre una aproximación a un número real. No solo es más conciso escribirlos con forma de fracción decimal (es decir, números racionales que pueden ser escritos como proporciones, con un denominador exacto) sino que, en cualquier caso, cunde íntegramente el concepto y significado del número real. En el análisis matemático los números reales son objeto principal de estudio. Puede decirse que los números reales son la herramienta de trabajo de las matemáticas de la continuidad, como el cálculo y el análisis matemático, mientras que los números enteros lo son de las matemáticas discretas, en las que está ausente la continuidad.

## Clasificación de los números reales

En términos matemáticos los números reales se pueden clasificar de la forma siguiente. En un primer apartado podríamos incluir al conjunto de los **números naturales**, representados por una N mayúscula y que son el 1, 2, 3, 4, etc., así como los números primos y los compuestos, pues ambos son igualmente naturales.

Por otra parte, tenemos los **números enteros** representados por una Z mayúscula y que a su vez se dividen en números enteros positivos, números enteros negativos y el 0. De esta manera, tanto los números naturales como los enteros están englobados dentro del conjunto de los números racionales representados por la letra Q mayúscula.

En cuanto a los números irracionales, que se representan normalmente con las letras ll, son aquellos que cumplen dos características: no se pueden representar en forma de fracción y tienen **números decimales** infinitivos en forma periódica, por ejemplo, el número pi o el número áureo (estos números son igualmente números reales, ya que se pueden plasmar en una recta imaginaria).

## EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD I

**I) Coloque V o F según sea el enunciado.**

**1) ______ El símbolo que representa el conjunto de los números naturales es la letra N.**

**2) ______ De la adicción de dos números naturales obtendremos como resultado otro número natural.**

**3) ______ El 0 es el elemento neutro de la adicción.**

**4) ______ El 1 es el elemento neutro de la multiplicación.**

**5) ______ Tanto la sustracción como la división no tienen propiedad conmutativa en el conjunto de los números naturales debido a que no es lo mismo 5-3 que 3-5 o que 6/3 que 3/6.**

**6) ______ El conjunto de los números naturales son números que utilizamos en nuestra cotidianidad.**

**7) ______ Con este conjunto de números solo podemos sumar.**

**8) ______ El ser humano utilizó estos números desde el inicio de sus días.**

**9) ______ El conjunto de los números naturales son los que utilizaríamos en los demás conjuntos.**

**10)______ Cuando hacemos una compra en el supermercado utilizamos números naturales.**

**11)________ Los números enteros son los números positivos**

**12)________ Podemos representar los números enteros en la recta numérica**

13)_______ El valor absoluto de un número entero negativo es el mismo pero con el signo opuesto

14)_______ Podemos observar los numeros enteros en el entorno

15)_______ La multiplicación es la primera operación a relizar en cualquier ejecicio

16)_____ La letra Z es la que representa el conjunto de los números racionales.

17)_____ Con la letra Q podemos identificar a los números racionales.

18)_____ El número Euler (€) es un decimal infinito.

19)_____ La potenciación es una de las propiedades que encontramos en los números irracionales.

20) _____ Los decimales pueden ser periódicos.

## ACTIVIDADES DE LA UNIDAD I

**I) Encierra en un círculo la palabra de la respuesta correcta.**

1) ¿Cuántas manzanas hay en esta imagen?

a) 5
b) 8
c) 4
d) 3

2) Aplicando la adición. ¿qué se obtiene de 5+8+9?

a) 22
b) 23
c) 24
d) 21

3) Sandra tiene $500, se dirige al colmado y compra: 2 libras de arroz, a 20 la libra, tres sopitas a $6 c/u y una leche que le costó $75 pesos. ¿Cuántos gastó Sandra? Y ¿cuánto dinero le sobró?

a) 133 y 367
b) 132 y 368
c) 200 y 300
d) 250 y 250

4) María quiere empezar hacer su casa y para eso necesita una cotización, por lo que se pone de acuerdo con Raúl un prestigioso constructor de la zona, este le hace una lista de lo que tiene que comprar y lo que él le cobrará de mano de obra. La lista es la siguiente: 1200 block a 27 pesos la unidad, 190 fundas de cemento a 345 la unidad, 16 quintales de varillas a 3800 cada quintal y la mano de obra asciende a unos 120,000. ¿Cuánto dinero necesita maría para empezar hacer su casa?
   a) 278,750
   b) 290,300
   c) 279,750
   d) 278,760
5) Osvaldo es vendedor de tenis y tiene un especial de los mismos. El especial consiste en que dejará todos sus tenis a 1500 pesos. Yissel quiere 5 pares. ¿Cuánto dinero le costará a Yissel adquirir los 5 pares?
   a) 7000
   b) 7500
   c) 8000
   d) 8500
6) Milagros tiene 3 niños en la escuela: Miguelina, Sarah y Ricardo. Milagros le da 60 pesos a Miguelina que es la más grande para que lo reparta en partes iguales entre sus hermanos para la merienda. ¿Cuánto le tocan a cada uno?
   a) 20
   b) 15
   c) 25
   d) 30

7) Patricia va al salón a lavarse el pelo y lleva consigo la suma de 1000 pesos, el costo del servicio en el salón es de 400 pesos. ¿Cuánto dinero le sobró a Patricia?

   a) 700
   b) 500
   c) 600
   d) 750

8) De la sustracción de 3000 – 75 es:

   a) 2900
   b) 2925
   c) 2930
   d) 2935

9) Si ayer en el país había 15,723 casos positivos de covid-19 y hoy hay 16,068 casos. ¿Cuánto fue que aumentó la cifra en el trascurso de ayer a hoy?

   a) 344
   b) 345
   c) 346
   d) 347

10) Rosaura está enferma y no tiene seguro, el doctor del hospital le indicó unos medicamentos los cuales cuestan 3600 pesos en la farmacia más cercana y ella solo cuenta con 2500 pesos. ¿Cuánto dinero le falta a Rosaura para comprar su receta?

   a) 1200
   b) 1100
   c) 1300
   d) 1450

11) José Fina quiere adquirir un carro para dirigirse hasta su trabajo, dicho carro cuesta 580,000 con 100,000 de inicial pagando una cuota fija durante 5 años. ¿Cuánto pagará Jose Fina al mes por su carro?

a) 9000

b) 8000

c) 8500

d) 8700

12) El costo de la factura de la electricidad de la casa de Luis del mes en curso es de $985, él se dirige a la oficina más cercana a realizar su pago y le pasa a la cajera la suma de 1000 pesos. ¿Cuántos tiene que devolverle la cajera a Luis?

a) 25

b) 15

c) 35

d) 10

13) Si el pago del agua en la comunidad de la Colonia Kennedy es de 50 pesos al mes y Darío la paga cada 5 meses. ¿Qué cantidad de dinero paga Darío?

a) 250

b) 275

c) 300

d) 200

14) Francisca tiene 4 hijos y cada hijo tiene 3 hijos. ¿Cuántos nietos tiene Francisca?

a) 14

b) 12

c) 13

d) 16

15) **Observa el termómetro y responde los problemas I, II, III y IV.**

**Problema I. ¿Los números negativos son?**

a) **Los que están debajo de cero.**
b) **Los que están encima del cero.**
c) **El cero.**
d) **Ningunos.**

**Problema II. ¿Los números que representan el calor son?**

a) **Los que están por encima de cero.**
b) **Los enteros positivos.**
c) **a y b son correctas.**

**Problema III. ¿Los números que representan el frío son?**

a) **Los que están por encima de cero.**
b) **Los que están por debajo de cero.**
c) **El cero.**
d) **Todas son correctas.**

**Problema IV. Si representáramos el nivel del mar con este termómetro. ¿Cuáles números representarían su profundidad?**

a) **Los números que están por encima de cero,**
b) **Los números que están por debajo de cero.**
c) **El cero.**
d) **Todas son correctas.**

16) **Juana Cecilia y sus amigas recorren 520 km en su automóvil en un tiempo de 5 horas. ¿Cuál es la velocidad que emplean Juana Cecilia y sus amigas?**

17) Un edificio de 60.9 mts de altura proyecta una sombra de 30.5 mts de longitud ¿A qué distancia del pie del edificio se encuentra la sombra?

18) ¿Cuál es el perímetro de un árbol que tiene una circunferencia cuyo radio es igual a 12 cm?

19) Lucas Fernández vende un Carro Toyota Corola por 275 000 pesos dominicanos, pero por causa del Corona Virus que está afectando al mundo en este 2020 le está haciendo un descuento de un 10% ¿Cuál será el precio del Carro después del descuento realizado?

20) Si se divide 45 000 pesos a Ramón, Manuel y Alfredo; a Ramón le corresponde ½, a Manuel le corresponde 1/6 y a Alfredo le corresponde 1/3, ¿Qué cantidad de dinero le corresponde a cada uno?

21) En fracción que se lee como dos tercios.

a) 2/3
b) 2*3
c) 2/33
d) ½

22) En la fracción 3/5 ¿Cuál es el denominador?

a) 3
b) 5
c) -3
d) -5

# BIBLIOGRAFÍA


Alex, P. (16 de 05 de 2018). *Método de igualación*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg

Alex, P. (10 de 05 de 2018). *Método de Reducción*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: profe Alex

Alex, P. (24 de 05 de 2018). *Método de Sustitución*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

FactorialHr. (27 de 05 de 2020). *La función Factorial*. Obtenido de FactorialHr: https://factorialhr.es/numero-funcion-factorial

*Google*. (Mayo de 25 de 2020). Obtenido de Monografias.com: https://www.monografias.com/trabajos58/historia-numeros-naturales/historia-numeros-naturales2.shtml

*Google*. (28 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikiversidad: https://es.wikiversity.org/wiki/N%C3%BAmeros_naturales/La_suma

*Google*. (27 de Mayo de 2020). Obtenido de Superprof: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/naturales/resta-de-numeros-naturales.html

*Google*. (15 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: http://edublogmate1.blogspot.com/2015/09/numeros-racionales-en-la-vida-cotidiana.html

*Google*. (2020 de Julio de 2020). Obtenido de Definiciones: https://definicion.de/numeros-reales/

*Google*. (28 de Julio de 2020). Obtenido de Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real#Dos_clasificaciones

*Google*. (28 de Julio de 2020). Obtenido de Definiciones ABC: https://www.definicionabc.com/general/numeros-reales.php

*Googlo*. (s.f.). Obtenido de Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_entero

Matematoca, Fisica y mucho más. (12 de 09 de 2014). *Álgebra*. Obtenido de Matematoca, Fisica y mucho más: https://matemovil.com/curso-de-algebra/

MatesFacil. (15 de 06 de 2020). *Métodos para Sistemas de Ecuaciones*. Obtenido de MatesFacil: https://www.matesfacil.com/ESO/Ecuaciones/resueltos-sistemas-ecuaciones.html#:~:text=Un%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales,tienen%20m%C3%A1s%20de%20una%20inc%C3%B3gnita.&text=Es%20un%20sistema%20de%20dos,todas%20las%20ecuaciones%20del%20sistema.

Permutaciones y Combinaciones. (28 de 05 de 2020). *Permutaciones y Combinaciones*. Obtenido de http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L2_T3_text_final_es.html

Problemas y Ecuaciones. (10 de 06 de 2020). *Regla de Cramer*. Obtenido de Problemas y Ecuaciones: https://www.problemasyecuaciones.com/matrices/ejemplos-regla-Cramer-sistemas-ecuaciones-lineales-problemas-resueltos-2x2-3x3.html

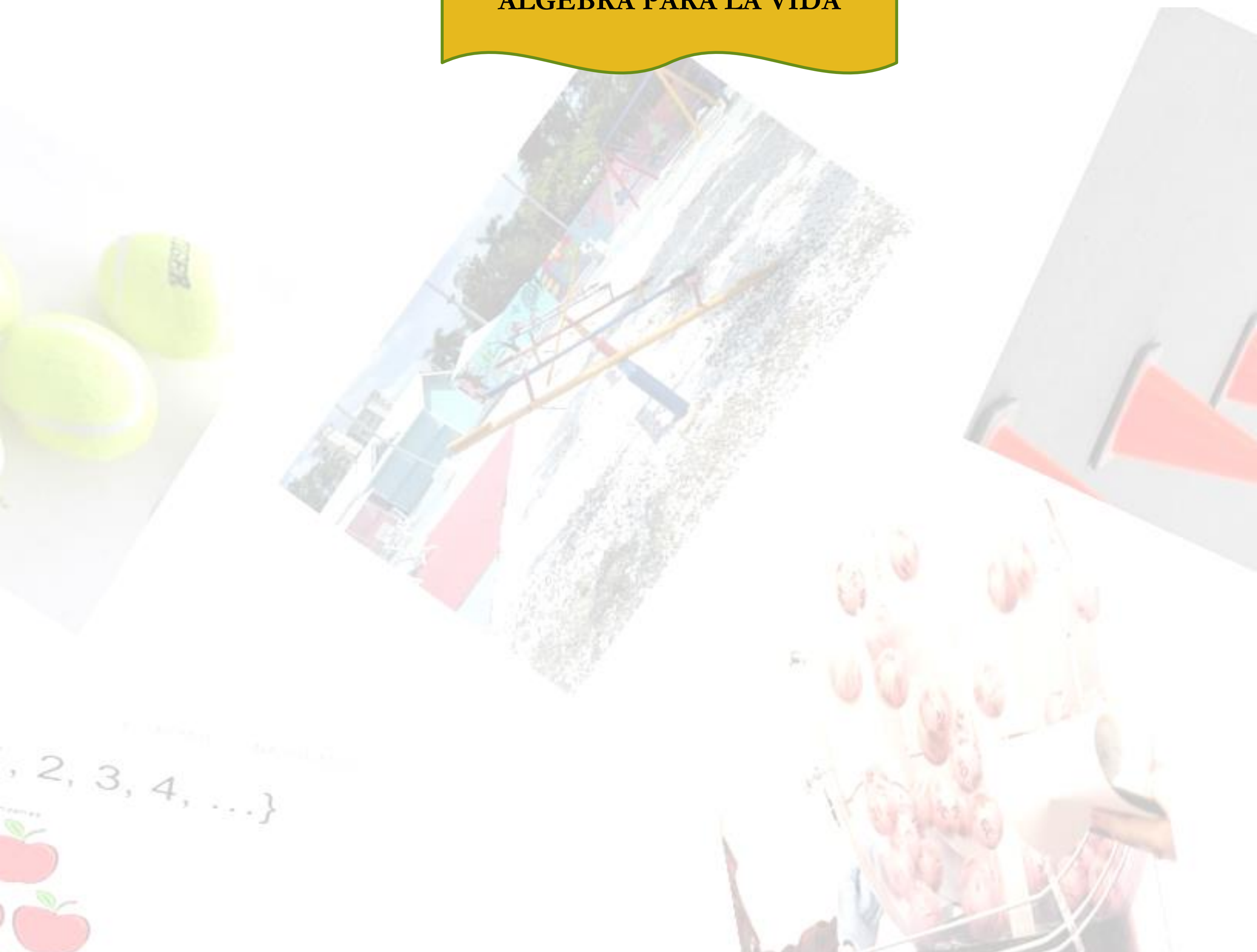
Significados. (2013-2020). *Significado de Álgebra*. Obtenido de Significados: https://www.significados.com/algebra/

Venemedia Comunicaciones C.A. (2011-2019). *ConceptoDefinición*. Obtenido de Algebra: https://conceptodefinicion.de/algebra/

Yosoytuprofe. (03 de 06 de 2016). *Sistema de ecuaciones | Teoría y ejercicios*. Obtenido de Yo soy tu profe 20 minutos: https://yosoytuprofe.20minutos.es/2016/06/03/sistema-de-ecuaciones/

# UNIDAD II

# ÁLGEBRA PARA LA VIDA



**Autores**

Werlin Estiven Almonte Gutiérrez

Francisco Alberto Peña Vargas

Wilfred De Jesús Perdomo Rodríguez

## ORIENTACIONES DE LA UNIDAD II

La presente unidad está estructurada como "Álgebra para la vida", cuyo propósito es explicar las distintas aplicaciones del álgebra en día a día de las personas. Vamos a introducir con ejemplos y conceptos de lo que es el Álgebra elemental, factorial de un número, permutaciones, combinaciones, sistema de ecuaciones y sus diferentes tipos de métodos.

En esta unidad se presenta el álgebra como un proceso de enseñanza y aprendizaje, puesto que, el álgebra y las matemáticas en general, siempre han sido fundamentales para la educación y para la vida, han sido parte de los principales experimentos y descubrimientos más emblemáticos; también han estado presentes desde el inicio de nuestra formación académica. Es por esta razón que los ejercicios planteados en la presenta unidad giran en torno al diario vivir.

El estudiante está obligado a ser su propio maestro, es decir, debe aprender a autodirigirse, automotivarse y sobre todo ser capaz de autoevaluarse de tal manera que no se distraiga de sus objetivos, haciendo que su aprendizaje para la vida sea significativo. Para colaborar en esta causa decidimos plantear algunas auto evaluaciones para medir y poder ver el resultado de su aprendizaje.

Cada estudiante al finalizar cada evaluación estará preparado para demostrar todas las habilidades del conocimiento que ha adquirido y le permitirán desenvolverse en la vida diaria, como por ejemplo en estos aspectos: Resolver diferentes problemas, ser autónomo, creativo, únicos y flexible a cualquier situación que se le presentes.

## COMPETENCIAS DE LA UNIDAD II

- ✓ Identifica la existencia de un problema y los elementos que lo caracterizan para resolver situaciones del diario vivir.
- ✓ Realiza conexiones con situaciones similares o distintas para aplicarla en la vida cotidiana.
- ✓ Actúa en consonancia con el procedimiento propuesto para utilizarla en la vida para cualquier contexto que se le presente.
- ✓ Implementa acciones concretas para resolver problemas para dar soluciones óptimas a situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
- ✓ Evalúa posibles soluciones determinando las consecuencias de cada curso de acción para resolver problemas relacionados con el diario vivir.
- ✓ Verifica los resultados obtenidos para determinar aplicaciones del mundo real.
- ✓ Interpreta ideas, modelos, principios, leyes, teorías científicas y tecnológicas para determinar los conocimientos adquiridos del día a día.
- ✓ Comprende el alcance de la teoría en la interpretación del fenómeno para resolver situaciones con problemas del diario vivir.

## ESQUEMA DE CONTENDIO DE LA UNIDAD II

2.1 Álgebra elemental
2.2 Factorial de un número

2.3 Permutaciones

2.4 Permutaciones con repetición

2.5 Combinaciones

2.6 Sistemas de ecuaciones

2.6.1 Método de sustitución

2.6.2 Método reducción

2.6.3 Método de igualación

3.6.4 Método de Cramer

-Resumen de la Unidad

-Ejercicios de Autoevaluación de la Unidad II

-Actividades de la Unidad II

-Bibliografía

## Unidad II
## Álgebra para la vida

### 2.1 Álgebra elemental

El álgebra es una rama de la matemática que emplea números, letras y signos para hacer referencia a las distintas operaciones aritméticas que se realizan. En la actualidad el álgebra como recurso matemático se usa en las relaciones, estructuras y cantidad. El álgebra elemental es el más común ya que es el que emplea operaciones aritméticas como la suma, resta, multiplicación y división ya que a diferencia de la aritmética, ésta se vale de símbolos como x y siendo los más comunes en lugar de usar números.

Hoy se entiende como álgebra al área matemática que se centra en las relaciones, estructuras y cantidades. La disciplina que se conoce como álgebra elemental, en este marco, sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división) pero que, a diferencia de la aritmética, se vale de símbolos (a, x, y) en lugar de utilizar números. Esto permite formular leyes generales y hacer referencia a números desconocidos (incógnitas), lo que posibilita el desarrollo de ecuaciones y el análisis correspondiente a su resolución.

El álgebra elemental postula distintas **leyes** que permiten conocer las diferentes propiedades que poseen las operaciones aritméticas. Por ejemplo, la adición (a + b) es conmutativa (a + b = b + a), asociativa, tiene una operación inversa (la sustracción) y posee un elemento neutro (0).

Algunas de estas propiedades son compartidas por distintas operaciones; la **multiplicación**, por ejemplo, también es conmutativa y asociativa.

De lo anterior se puede decir que el álgebra es la generalización de la aritmética.

**Ejemplos**

1. **Las edades de A y B suman 40 años. La edad de B es igual a 4 veces de la edad de A. encontrar cual es la edad de A y cuál es la edad de B.**

A + B = 40 años

De acuerdo al enunciado B es cuatro veces el valor de A, por lo tanto, B= 4x

**Solución**

$x + 4x = 40$

$5x = 40$

$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{40}{5}$

$x = 8$

**Edad de A**

8 x 1= 8 años

**Edad de B**

8 x 4= 32 años

2. **El ángulo mayor de dos ángulos complementarios mide 20° más que el ángulo menor. ¿Cuántos mide cada ángulo?**

Los ángulos complementarios suman 90°

Ángulo menor= x

Ángulo mayor= x + 20

**Solución**

$x + x + 20° = 90°$

$2x = 90° - 20°$

$2x = 70°$

$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{70°}{2}$

$x = 35°$

Ángulo menor= 35°

Ángulo mayor

35° + 20°= 55°

**Comprobamos**

35° + 55°= 90

**Ejemplos para la vida**

1. **La base de un rectángulo mide 18 cm más que la altura. Si el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?**

**Datos**

a= x

b= x + 18cm

**Solución**

**2a + 2b= p**

2(x) + 2(x + 18 cm) = 76 cm

2x + 2x + 36 cm= 76 cm

4x + 36cm – 36 cm= 76 cm – 36 cm

4x= 40 cm

$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{40\text{ cm}}{4}$$

x = 10 cm

b= x + 18 cm

b= 10cm + 18 cm

b= 28 cm

1. **Dos hermanos se reparten una ganancia de 2,550 pesos. Al mayor le corresponde el doble que al menor. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?**

Hermano mayor= 2x

Hermano menor= x

**Solución**

2x + x= 2,550 pesos

3x= 2,550 pesos

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{2{,}550 \text{ pesos}}{3}$$

x= 850 pesos

Hermano mayor

2 x 850 = 1700 pesos.

Hermano menor

1 x 850 = 850 pesos.

2. **Rafael va al colmado compra un pepino, tres tomates y dos lechugas, llegando a su casa ante de ingresar ve que han llegados varios amigos, piensa que lo que compró no va alcanzar por lo que regresa al colmado y hace una segunda compra de dos pepinos, cinco tomates y tres lechugas. ¿Cuántos pepinos, tomates y lechugas Rafael compró en total?**

**Datos**

Compra 1= P + 3T + 2L

Compra 2= 2P + 5T + 3L

**Solución**

(P + 3T + 2L) + (2P + 5T + 3L)

**Lo primero que debemos hacer es sacar las expresiones del paréntesis.**

P + 3T + 2L + 2P + 5T + 3L

**Luego se agrupan los términos semejantes.**

P + 2P + 3T + 5T + 2L + 3L

**Procedemos a sumar los términos semejantes.**

3P + 8T + 5L

3. **El mecánico va al repuesto Líder Motors y compra cuatro líquidos de freno, cuatro cuartos de aceite Castrol y tres bombillos. Entonces sobró un líquido de freno, dos cuartos de aceite Castrol y un bombillo. ¿Determinar cuántos líquidos de freno, cuartos de aceite Castrol y bombillo utilizó?**



**Datos**

4LF + 4CA + 3B

LF + 2CA + B

**Solución**

(4LF + 4CA + 3B) – (LF + 2CA + B)

**Lo primero que debemos hacer es sacar las expresiones del paréntesis.**

4LF + 4CA + 3B – LF – 2CA – B

**Luego se agrupan los términos semejantes.**

4LF – LF + 4CA – 2CA + 3B – B

**Procedemos a restar los términos semejantes.**

3LF + 2CA + 2B

4. **Orlando compra ocho plátanos, dos aguacates y quince huevos. Luego después de la cena le quedaron tres plátanos, un aguacate y siete huevos. ¿Calcular la cantidad de plátanos, aguacates y huevos que utilizó Orlando?**

**Datos**

8P + 2A + 15H

3P + A + 7H

**Solución**

(8P + 2G + 15H) – (3P + G + 7H)

**Lo primero que debemos hacer es sacar las expresiones del paréntesis.**

8P + 2G + 15H – 3P – G – 7H

**Luego se agrupan los términos semejantes.**

8P – 3P + 2G – G + 15H – 7H

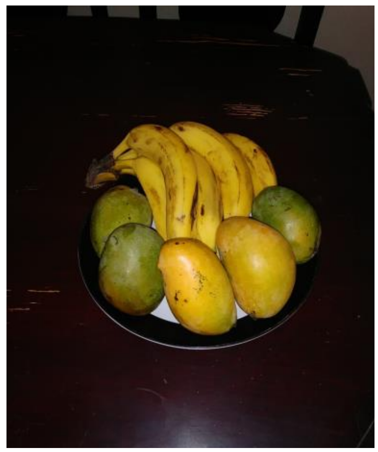
**Procedemos a restar los términos semejantes.**

5P + G + 8H

5. **Francisco tiene 7 guineos y 5 mangos, se come 2 guineos y 1 mango, pero después de comer aparece su esposa Yanibel que está embarazada y se come 3 guineos y 2 mangos.**

**¿Cuántos guineos y mangos le quedaron a Francisco?**

**Francisco** **Yanibel**



**Datos:**

Mangos = 5

Guineos = 7

**Solución:**

$$(5m + + 7g) - (2g + m) - (3g + 2\ m)$$

**Luego se agruparán y se restarán los semejantes:**

$$(7g - 2g - 3g) = 2g$$

$$(5m - m - 2m) = 2m$$

**Conclusión:**

**A Francisco le quedaron:**

**2 guineos**

**2 mangos**

6. **Una madre tiene 24 años y su hija 3 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que los años de la hija sean el triple que los años de la madre?**

Planteamiento

| Datos | Ahora | Futuro |
|---|---|---|
| Madre | 24 años | 24 + x |
| Hija | 4 años | 4 + x |

Ecuación "la edad de la madre (24 + x) sea = triple que la edad de la hija 3. (x + 4)".

**Solución**

$(24 + x) = 3.\ (x + 4)$

$24 + x = 3x + 12$

$x – 3x = 12 - 24$

$-2x = -12$

$$\frac{-\cancel{2}x}{-\cancel{2}} = \frac{-12}{-2}$$

$x = 6$

x= 6 años transcurridos

| Datos | Ahora | Futuro |
|---|---|---|
| Madre | 24 años | 24 + 6= 30 años |
| Hija | 3 años | 4 + 6 = 10 años |

## 2.2 Factorial de un número

**Factorial de un número:**

Es el producto de todos los dígitos sucesivos, desde el número hasta uno (1).

Luego $n! = n(n-1).\ (n-2).\ (n-3)\ldots 1$

Ejemplo: Calcule la factorial de

$6! = 6x5x4x3x2x1 = 720$

$5! = 5x4x3x2x1 = 120$

A veces, en lugar de $nPn$ se usa $Pn$, por tanto, $Pn = n!$

Una forma de implementar este conocimiento en la vida cotidiana es de la siguiente manera:

1) **¿De cuántos modos se pueden sentar 8 personas alrededor de una mesa?**

**"En este caso tenemos 8 personas, simplemente calculamos desde el número hasta uno"**

Desarrollo del problema:
8x7x6x5x4x3x2x1= **40,320**

Alrededor de una mesa 8 personas se pueden sentar de **40,320** formas.

2) **¿Cuántos arreglos pueden hacerse con la palabra "SOLIDARIDAD"?**

**"La palabra SOLIDARIDAD tiene 11 letras, simplemente calculamos desde el número hasta uno"**
Desarrollo del problema:
11x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1= **39, 916, 800**

A la palabra SOLIDARIDAD se le pueden hacer **39, 916, 800** arreglos.

**2.3 Las Permutaciones**

Una permutación es un arreglo ordenado que se hace usando algunos o todos los elementos de un conjunto, sin repetirlos.

Una alternativa para calcular el número total de permutaciones de "n" elementos tomando "r" en cada vez es: $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$

Nota: El factorial de cero 0! =1

Estos ejercicios son representados comúnmente de la siguiente manera:

**Calcula**

a) **7P3**

Por lo cual procedemos a utilizar la formula antes mencionada:

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$7P3 = \frac{7x6x5x4x\cancel{3x2x1}}{\cancel{3x2x1}}$$

7P3= **210**

**b) 8P6**

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$8P6 = \frac{8x7x\cancel{6x5x4x3x2x1}}{\cancel{6x5x4x3x2x1}}$$

8P6= **56**

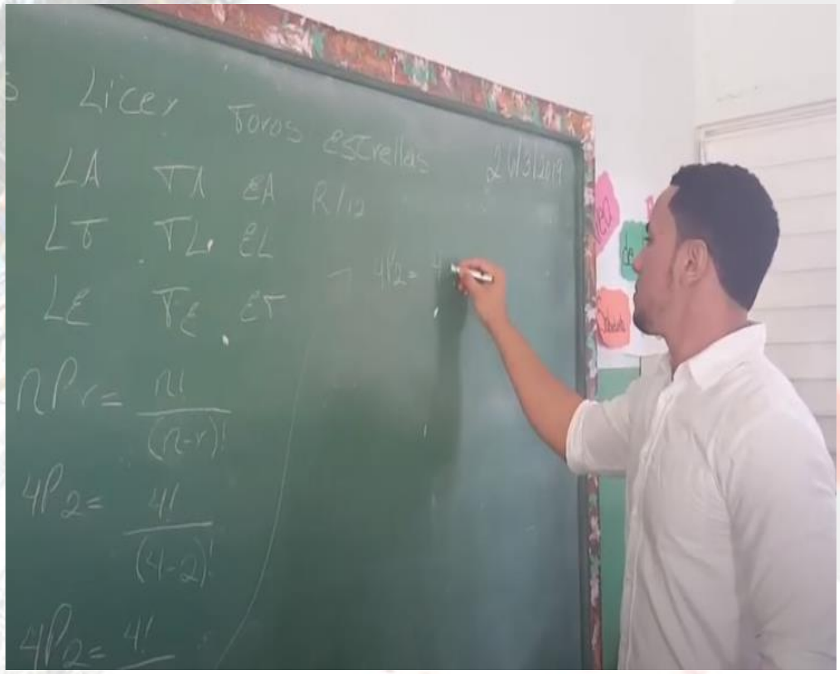
La forma en la que implementamos estos ejercicios en la vida cotidiana es de la siguiente manera:

**Un profesor quiere escribir un examen de 8 preguntas ordenadas tomadas de un conjunto de 10 preguntas. ¿De cuántas maneras distintas puede el profesor elaborar la prueba?**

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$10P8 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2 \times 1}}{\cancel{2 \times 1}}$$

10P8= **1,814,400**




El profesor puede elaborar la prueba de **1,814,400** formas.

**¿Cuántos comités con un presidente, un secretario y un vocal se pueden formar con 5 personas?**

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$5P3 = \frac{5\times4\times\cancel{3\times2\times1}}{\cancel{3\times2\times1}}$$

5P3= **20**

Se pueden formar **20** comités con un presidente, un secretario y un vocal.

## 2.4 Permutaciones con repetición

En algunas situaciones, se puede usar un objeto más de una vez para hacer los arreglos deseados, cuando esto ocurre diremos que la permutación es con repetición.

El número de arreglos ordenados de n objetos tomando de r en r con repetición está dada por la fórmula:

**$nPr = n^r$**

Ejemplos

**¿Cuál es el número de permutaciones con repetición que pueden hacerse con?**

a) **7P3**

   **$nPr = n^r$**

   7P3= 7x7x7

   7P3= **343**

b) **6P4**

   **$nPr = n^r$**

   6P4= 6x6x6x6

   6P4= **1,296**

En la vida cotidiana este ejercicio sería planteado de la siguiente manera:

**¿Cuántos códigos de 4 letras pueden hacerse con las letras a, b, c, d, e, si una letra puede aparecer más de una vez?**

A B C D E F G H I J K L M

N Ñ O P Q R S T U V W Y Z

**nPr = n$^r$**

5P4= 5x5x5x5

5P4=**625**

Con las letras a, b, c, d, e, se pueden hacer **625** códigos de 4 letras.

**2.5 Combinaciones**

Una combinación: Es una selección de objetos en la cual no importa el orden de los elementos.

De acuerdo a esta definición, los arreglos ABC, ABD, ACD, y BCD, son combinaciones diferentes, mientras que ABC, BAC y CBA, representan una misma combinación.

**<u>Número de combinaciones:</u>**

El número de combinaciones que se pueden formar con n elementos, tomando r en cada vez, se representa como nCr, o sea:

$$nCr=\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

La expresión $\left\{\begin{matrix} n \\ r \end{matrix}\right\}$ se denomina “número combinatorio”

**Ejemplos**

**1) 10C3**

$$nCr=\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$\mathbf{10C3=}\ \frac{10!}{3!\ (10-3)!}$$

$$\mathbf{10C3=}\ \frac{10x9x8\cancel{x7x6x5x4x3x2x1}}{3x2x1\ (\cancel{7x6x5x4x3x2x1})}$$

$$\mathbf{10C3=}\ \frac{720}{6}$$

**10C3= 120**

**2) 7C2**

$$nCr = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$\mathbf{7C2=} \quad \frac{7!}{2!\;(7-2)!}$$

$$\mathbf{7C2=} \quad \frac{7x6\cancel{x5x4x3x2x1}}{2x1\cancel{(5x4x3x2x1)}}$$

$$\mathbf{7C2=} \quad \frac{42}{2}$$

$$\mathbf{7C2=} \quad \mathbf{21}$$

Las recomendaciones en la vida diaria son implementadas de la siguiente manera:

1. La loto cosiste en acertar seis (6) números de treinta y ocho (38) bolos que componen el sorteo para ganarse el acumulado del día. Pero la gran pregunta es, **¿Cuál es el total de combinaciones posibles en la loto?**

LEIDSA
Tu Única Loto

**Resolvemos**

$$nCr = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$\mathbf{38C6=}\ \frac{38!}{6!\ (38\text{-}6)!}$$

$$\mathbf{38C6=}\ \frac{38x37x36x35x34x33\cancel{x32x\ldots\ldots x4x3x2x1}}{6x5x4x3x2x1\ \cancel{(32x31x30x29x\ldots\ldots x4x3x2x1)}}$$

$$\mathbf{38C6=}\ \frac{1{,}987{,}690{,}320}{720}$$

$$\mathbf{38C6=}\ \mathbf{2{,}760{,}681}$$

El total de combinaciones posibles es **2,760,681**.

1) **Cuantos grupos de 5 alumnos pueden formarse con los treinta alumnos de una clase. (Un grupo es distinto de otro por lo menos en un alumno)**

**Datos**
n=30
r=5

$$\mathbf{nCr=\frac{n!}{r!\,(n-r)}}$$

$$nCr=\frac{30!}{5!\,(30-5)!}$$

$$30C5=\frac{30x29x28x27x26x25\ldots4x3x2x1!}{5x4x3x2x1\ (25!)}$$

$$30C5=\frac{30x29x28x27x26x\cancel{25x24x23x\ldots4x3x2x1}!}{5x4x3x2x1\ (\cancel{25x24x23x\ldots4x3x2x1})!}$$

$$30C5=\frac{17{,}100{,}720}{120}$$

**30C5=142,506**

Se pueden combinar **142, 506** grupos de 5 alumnos.

**1) En la primera ronda de un campeonato de ajedrez cada participante debe jugar contra todos los demás una sola partida. Si participan 23 jugadores, ¿cuántas partidas se disputarán?**

**Datos**
n=23
r=2

$$\mathbf{nCr=\frac{n!}{r!\,(n-r)}}$$

$$nCr=\frac{23!}{2!\,(23-2)!}$$

$$30C5=\frac{23x22x21x20\ldots4x3x2x1!}{2x1\,(21)!}$$

$$30C5=\frac{23x22x\cancel{21x20x\ldots4x3x2x1}!}{2x1\,(\cancel{21x20x19x\ldots4x3x2x1})!}$$

$$30C5=\frac{506}{2}$$

**30C5=253**

Se disputarán **253** partidas

## 2.6 Sistema de ecuaciones

**Sistema de ecuaciones:**

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más **ecuaciones** que comparten dos o más incógnitas. Las soluciones de un **sistema de ecuaciones** son todos los valores que son válidos para todas las **ecuaciones**, o los puntos donde las gráficas de las **ecuaciones** se interceptan.

**Ejemplo de un sistema:**

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-5y=6 \end{cases}$$

Es un sistema de **dos** ecuaciones con **dos** incógnitas (**x** e **y**).

**Resolver un sistema** de ecuaciones consiste en encontrar el valor de cada incógnita para que se cumplan todas las ecuaciones del sistema.

La solución al sistema del ejemplo anterior es:
**x=1**
**y=-1**

Pero no siempre existe solución, o bien, pueden existir infinitas soluciones. Si hay una única solución (un valor para cada incógnita, como en el ejemplo anterior) se dice que el sistema es **compatible determinado**.

Los sistemas de ecuaciones lineales los podemos clasificar según su número de soluciones:

- ✓ **Compatible determinado:** Tiene una única solución, la representación son dos rectas que se cortan en un punto.

- ✓ **Compatible indeterminado:** Tiene infinitas soluciones, la representación son dos rectas que coinciden.

- ✓ **Incompatible:** No tiene solución, la representación son dos rectas paralelas.

Existen diferentes métodos de resolución:

1. Sustitución.
2. Reducción.
3. Igualación.

**2.6.1 Método de sustitución**

**Sistema de ecuaciones: método de sustitución**

A través del método de sustitución lo que debemos hacer es despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituir su valor en la siguiente. Lo veremos con más detalle en el siguiente ejemplo:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 7} \\ \mathbf{5x - 2y = -7} \end{cases}$$

**Paso 1:** Despejamos una de las incógnitas en la primera ecuación.

$x + y = 7$
$x + y - y = 7 - y$
$x = \mathbf{7-y}$

**Paso 2:** Sustituimos en la segunda ecuación el valor correspondiente de la «**x**».

$5x - 2y = -7$
$5.(\mathbf{7-y}) - 2y = -7$
$35 - 5y - 2y = -7$

**Paso 3:** Despejamos la «**y**».

$35 - 5y - 2y = -7$
$\cancel{35-35} - 7y = -7 - 35$
$-7y = -42$
$\frac{\cancel{-7}y}{\cancel{-7}} = \frac{-42}{-7}$
$\mathbf{y=6}$

**Paso 4:** Utilizamos el valor de «**y**» para hallar el valor de «**x**».

$x = \mathbf{7-y}$
$x = 7 - 6$
$\mathbf{x=1}$

La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6.

Aplicamos sistema de ecuación con el método de sustitución en la vida cotidiana de la siguiente manera:

**Ejercicios para la vida**

1) **Las edades de dos hermanos suman 58 años y se llevan cuatros años de diferencia. ¿Qué edad tiene cada hermano?**

Sea William **"x"** hermano mayor

Sea Wilfred **"y"** hermano menor


**Solución**

$$x + y = 58$$
$$x - y = 4$$

**Paso 1:** Despejamos "**x**" en la ecuación (**1**)

$$x + \cancel{y - y} = 58 - y$$
$$x = 58 - y$$

**Paso 2**: Sustituimos "**x**" en la ecuación (**2**)

$$x - y = 4$$
$$58 - y - y = 4$$
$$\cancel{58 - 58} - 2y = 4 - 58$$
$$-2y = -54$$
$$\frac{-\cancel{2}y}{-\cancel{2}} = \frac{-54}{-2}$$
$$y = 27$$

**Paso 3:** Elegimos una de las ecuaciones para sustituir el valor de "**y**".

$$x + y = 58$$
$$x + 27 = 58$$
$$x + 27 - 27 = 58 - 27$$
$$x = 31$$

**Respuesta**

William tiene 31 años y Wilfred 27 años.

1) **Julissa fue al mercadito y compra dos repollos y tres ajíes morrón y le cobraron 285 pesos, luego compra un repollo y dos ajíes morrón y le cobraron 160 pesos. ¿Cuál es el precio del repollo y del ají?**

Sean los repollos **“x”**

Sean los ajíes **“y”**

**Solución**

$$2x + 3y = 285$$
$$x + 2y = 160$$

**Paso 1:** Despejamos “**x**” en la ecuación (**2**).

$$x + \cancel{2y-2y} = 160-2y$$
$$x = 160 – 2y$$

**Paso 2:** Sustituimos en la ecuación (**1**).

$$2x + 3y = 285$$
$$2(160 – 2y) + 3y = 285$$
$$320 – 4y + 3y = 285$$
$$\cancel{320 -320} – 4y + 3y = 285 – 320$$
$$\frac{\cancel{-y}}{\cancel{-1}} = \frac{-35}{-1}$$
$$y = 35$$

**Paso 3:** Elegimos una de las ecuaciones para sustituir el valor de “**y**”.

$$x + 2y = 160$$
$$x + 2(35) = 160$$
$$x + 70 – 70 = 160 – 70$$
$$x = 90$$

**Respuesta:**

Los repollos cuestan $90 pesos y los ajíes $35 pesos.

### 2.6.2 Método de reducción

Con el método de reducción lo que hacemos es combinar, sumando o restando, nuestras ecuaciones para que desaparezca una de nuestras incógnitas.

Los pasos a seguir son los siguientes:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 8} \\ \mathbf{3x - 4y = -8} \end{cases}$$

En primer lugar, necesitamos preparar las dos ecuaciones, si es necesario, multiplicando las por los números que convenga. En este caso, queremos reducir la «**y**» de nuestro sistema, por tanto, multiplicamos la primera ecuación por 4.

$\mathbf{4}(x + y = 8)$

$\mathbf{1}(3x - 4y = -8)$

Así, el sistema se queda:

$4x + 4y = 32$

$3x - 4y = -11$

Si nos observamos, sumando las ecuaciones la «**y**» nos desaparece.

$$\begin{array}{l} 4x + 4y = 32 \\ \underline{3x - 4y = -11} \\ 7x \qquad\;\; = 21 \end{array}$$

Y nos quedaría:

$7x = 21$

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\cancel{7}x}{\cancel{7}} = \dfrac{21}{7} \\ \mathbf{x=3} \end{array}}$$

Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales.

$y= 8 - x$

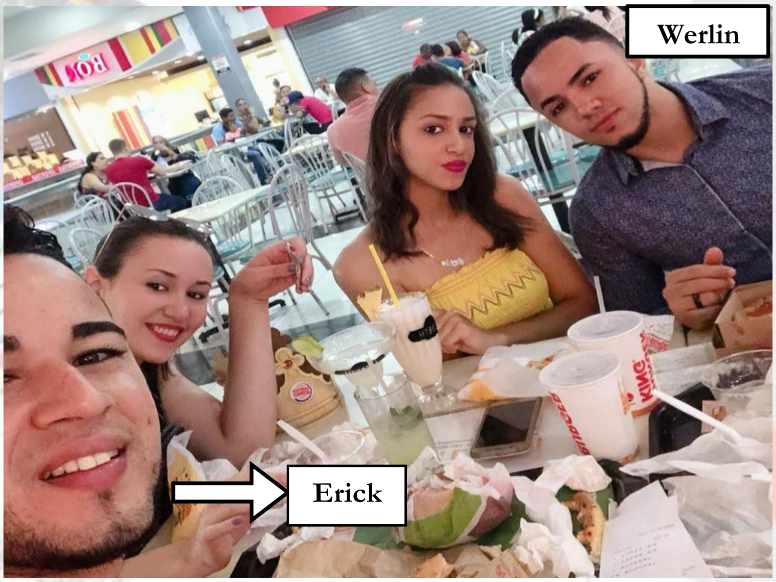
$y= 8 - 3$

$\mathbf{y= 5}$

La solución de nuestro sistema es **x= 3** e **y= 5.**

Aplicamos sistema de ecuación con el método de reducción en la vida cotidiana de la siguiente manera:

**1)Werlin y Erick salen a comer con unas amigas a la plaza internacional ubicada en Santiago, en diacho lugar crean una deuda que suma $3,560 pesos. Si el doble de lo que debe Werlin menos lo que debe Erick asciende a $2,260 pesos. ¿Cuál es la deuda de cada uno?**




Sea **“x”** Werlin
Sea **“y”** Erick

**Paso 1 (Realizo reducción)**

$(x + y = 3{,}560)$
$\underline{(2x - y = 2{,}260)}$
$3x \quad = 5{,}820$

**Paso 2 (Resuelvo 3x=5,820)**

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{5{,}820}{3}$$

**x=1,940**

**Paso 3 (Sustituyo “x” en la ecuación dos)**

$2x - \mathbf{y} = 2{,}260$
$2(1{,}940) - \mathbf{y} = 2{,}260$
$3{,}880 - \mathbf{y} = 2{,}260$
$3{,}880 - 3{,}880 - \mathbf{y} = 2{,}260 - 3{,}880$
$-\mathbf{y} = 2{,}260 - 3{,}880$

$$\frac{\cancel{-}\mathbf{y}}{\cancel{-1}} = \frac{-1{,}620}{-1}$$

**y=1,620**

**Respuesta**
Werlin debe **$1,940** pesos y Erick **$1,620** pesos.

**2) Odalis y Nelson visitaron la tienda de Joselito llamada "Stylo Joven" para comprar algunas cosas. Alli Odalis pago \$8,700 pesos por una Chancla Adidas y dos Tenis Nike Croki, sin embargo, Nelson compro tres Chanclas Adidas y siete Tenis Nike Croki por lo cual pago \$29,600 pesos. ¿Cuál es el precio de cada Chancla y cada Tenis?**


Sea **"x"** Chanclas Adidas
Sea **"y"** Tenis Nike Croki

**Paso 1 (Realizo reducción)**

$(x + 2y = 8{,}700)$
$(3x + 7y = 29{,}600)$

$-7(x + 2y = 8{,}700)$
$2(3x + 7y = 29{,}600)$

$$\begin{array}{l} -7x \cancel{-14y} = -60{,}900 \\ (6x \cancel{+14y} = 59{,}200) \\ \hline -1x \quad = -1{,}700 \end{array}$$

**Paso 2 (Resuelvo -1x = -1,700)**

$$\frac{\cancel{-1}x}{\cancel{-1}} = \frac{-1{,}700}{-1}$$

**x=1,700**

**Paso 3 (Sustituyo "x" en la ecuación dos)**

$3x + 7y = 29{,}600$
$3(1{,}700) + 7\mathbf{y} = 29{,}600$
$5{,}100 + 7\mathbf{y} = 29{,}600$
$5{,}100 - 5{,}100 + 7\mathbf{y} = 29{,}600 - 5{,}100$
$7\mathbf{y} = 24{,}500$

$$\frac{\cancel{7}\mathbf{y}}{\cancel{7}} = \frac{24{,}500}{7}$$

**y=3,500**

**Respuesta**

Cada Chanclas Adidas cuesta \$1,700 pesos y cada Tenis Nike Croki \$3,500 pesos.

### 2.6.3 Método de igualación

El **método de igualación** consiste en una pequeña variante del antes visto de sustitución. Para resolver un sistema de ecuaciones por este **método** hay que despejar una incógnita, la misma, en las dos ecuaciones e igualar el resultado de ambos despejes, con lo que se obtiene una ecuación de primer grado.

#### 2.6.3.1 Método de igualación paso a paso

Básicamente, el **método de igualación** consiste en:

- ✓ Despejar una incógnita en una de las ecuaciones, que quedará en función
- ✓ de la otra incógnita (seguiremos teniendo una ecuación).
- ✓ Despejar la misma incógnita en la otra ecuación
- ✓ Igualar los segundos miembros de las dos incógnitas despejadas, formando una nueva ecuación con una incógnita.
- ✓ Despejar la única incógnita que nos quede. Obtenemos el valor numérico de una incógnita.
- ✓ Sustituir la incógnita despejada en el paso 4 por su valor numérico en cualquiera de las dos ecuaciones originales
- ✓ Operar para obtener el valor numérico de la otra incógnita.
- ✓ Vamos a verlo más despacio el **método de igualación** con un ejercicio resuelto paso a paso.

1- **En una granja hay cerdos y gallinas, sumando el total de patas tendríamos una cifra de 4280, si disminuyera en 70 el número de cerdos, el número de gallinas sería el triple que éstos ¿cuántos cerdos y cuantas gallinas hay?**

**¿Cómo resolverlo?**

Para poder resolver este problema primero se debe traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico, quedando el problema en una ecuación algebraica.

**Ecuaciones:**

x= número de cerdos (4 patas)

y= número de gallinas (2 patas**)**

**$4x + 2y = 4280$**

**$Y=3\ (x-70) = 3x - 210$**

**Despejamos "x" o "y"**

$$\begin{cases} 4x + 2y = 4280 & (1) \\ 3x + y = -210 & (2) \end{cases}$$

**Tenemos que despejar una variable de las dos ecuaciones para poder igualarlas y despejar la incógnita.**

**Paso 1:** Despejemos y de las ecuaciones 1 y 2

**1)** $4x + 2y = 4280$

$4x - 4x\ 2y = 4280 - 4x$

$2y = \frac{4280 - 4x}{2}$

$y = \frac{4280 - 4x}{2}$

**2)** $3x + y = -210$

$3x - 3x + y = -210 - 3x$

$y = -210 - 3x$

**Paso 2:** Igualamos las Ecuaciones

$y = \frac{4280 - 4x}{2} = \frac{-210 - 3x}{1}$

$2(-210-3x) = 1(4280-4x)$

$-420 + 4x - 6x + 420 = 4280 + 4x - 4x + 420$

$-6x + 4x = 4280 + 420$

$-2x = 4700$

$x = -\frac{4700}{2}$

$x=2,350$

**Paso 3:** Reemplazamos x= 2350

4(2350) +2y = 4280

9400 + -9400 2y = 4280 -9400

9400 + 2y = 4280

2y= 4280-9400

2y= 5120

$2y = \frac{5120}{2}$

$y = \frac{5120}{2}$

**y=2,560**

**Conjunto Solución (2350,2560)**

**R/ En total hay 2350 cerdos y 2560 gallinas**

1- **En un una casa y granja hay perros y guineas que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas.**

**Ecuaciones:**

x= número de perros (4 patas)

y= número de guineas (2 patas)

$$\begin{cases} x + y = 61 & (1) \\ 4x + 2y = 196 & (2) \end{cases}$$

**Despejamos "x" o "y"**

**Tenemos que despejar una variable de las dos ecuaciones para poder igualarlas y despejar la incógnita.**

**Despejemos y de las ecuaciones 1 y 2**

**1)** $x + y = 61$

$-x + x + y = 61 - x$

$\mathbf{y = 61 - x}$

**2)** $4x + 2y = 196$

$-4x + 4x + 2y = \frac{196 - 4x}{2}$

$\mathbf{y = \frac{196 - 4x}{2}}$

**Igualamos las Ecuaciones**

$y = \frac{196 - 4x}{2} = \frac{61 - x}{1}$

$2(61 - x) = 1(196 - 4x)$

$122 - 2x = 196 - 4x$

$-122 + 122 - 2x + 4 = 196 - 4 + 4x - 122$

$-2x + 4x = 196 - 122$

$2x = \frac{74}{2}$

$x = \frac{74}{2}$

**x=37**

**Reemplazamos x= 37**

$(37) + y = 61$

$-37 + 37 + y = 61 - 37$

$y = 61 - 37$

$y = 24$

**Conjunto Solución (37,24)**

**R/ En total hay 37 perros y 24 guineas.**

### 2.6.4 La regla de Cramer

La regla de Cramer proporciona la solución de sistemas de ecuaciones lineales compatibles determinados (con una única solución) mediante el cálculo de determinantes. Se trata de un método muy rápido para resolver sistemas, sobre todo, para sistemas de dimensión 2x2 y 3x3. Se aplica para resolver sistemas de ecuaciones lineales que cumplan las siguientes condiciones: 1 El número de ecuaciones es igual al número de incógnitas. 2 el determinante de la matriz de los coeficientes es distinto de cero.

**Ejemplo:**

**Juan fue a un supermercado e hizo una compra de 4 plátanos y 2 huevos por 110 pesos y luego en el mismo supermercado hizo una compra de 2 plátanos y 8 huevos por 90 pesos, ¿Cuánto costó un plátano y cuánto costó un huevo?**

**Resolución del problema**

$$\begin{cases} 4p + 2h = 110 \\ 2p + 8h = 90 \end{cases}$$

**Paso 1:** Buscar Determinante

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} =$$

$\Delta = (4)(8) - (2)(2)$

$\Delta = 32 - 4$

$\boldsymbol{\Delta = 28}$

**Paso 2:** Ahora que ya tenemos el determinante con la regla de Cramer, vamos a determinar el precio de los artículos.

| Usando el método de Cramer el termino independiente pasa a sustituir la parte "P" de la ecuación |
|---|

$$P=\frac{\begin{vmatrix} 110 & 2 \\ 90 & 8 \end{vmatrix}}{28}$$

$$P=\frac{(110)\ (8)-(90)\ (2)}{28}$$

$$P=\frac{880-180}{28}$$

$$P=\frac{700}{28}$$

P= $25

| Usando el método de Cramer el termino independiente pasa a sustituir la parte "H" de la ecuación |
|---|

$$H=\frac{\begin{vmatrix} 4 & 110 \\ 2 & 90 \end{vmatrix}}{28}$$

$$P=\frac{(4)\ (90)-(110)\ (2)}{28}$$

$$H=\frac{360-220}{28}$$

$$H=\frac{140}{28}$$

H= $5

**Respuesta:**
El resultado confirma que un plátano cuesta $25 pesos y que un huevo cuesta $5 pesos.

**Paso 3:** Verificamos resultados

**Ecuación 1**

$4p + 2h = 110$
$4(25) + 2(5) = 110$
$100 + 10 = 110$
$110 = 110$

**Ecuación 2**

$2p + 8h = 90$
$2(25) + 8(5) = 90$
$50 + 40 = 90$
$90 = 90$

**Wilfred fue al Supermercado Bisonó eh hizo una compra de 3 libras de arroz y 3 libras de habichuelas por 325 pesos. Luego compra 3 libras de arroz y 2 libras de habichuelas por 255 pesos. ¿Cuál es el precio de la libra de arroz y de la libra de habichuela?**

**Resolución del problema**

$$\begin{cases} 3a + 3h = 325 \\ 3a + 2h = 255 \end{cases}$$

**Paso 1:** Buscar Determinante

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$\Delta = (3)\ (2) - (3)\ (3)$

$\Delta = 6 - 9$

$\Delta = -3$

**Paso 2:** Ahora que ya tenemos el determinante con la regla de Cramer, vamos a determinar el precio de los artículos.

Usando el método de Cramer el término independiente pasa a sustituir la parte "A" de la ecuación

$$A= \frac{\begin{vmatrix} 325 & 3 \\ 255 & 2 \end{vmatrix}}{-3}$$

$$A= \frac{(325)\ (2) - (255)\ (3)}{-3}$$

$$A= \frac{650 - 765}{-3}$$

$$A= \frac{-115}{-3}$$

$$A= 38.33$$

Usando el método de Cramer el término independiente pasa a sustituir la parte "H" de la ecuación

$$H= \frac{\begin{vmatrix} 3 & 325 \\ 3 & 255 \end{vmatrix}}{-3}$$

$$H= \frac{(3)\ (255) - (3)\ (325)}{-3}$$

$$H= \frac{765 - 975}{-3}$$

$$H= \frac{-210}{-3}$$

$$H= 70$$

**Respuesta:**
El resultado confirma que un libra de arroz cuesta $38.33 pesos y que una libra de habichuela cuesta $70 pesos.

**Paso 3:** Verificamos resultados

**Ecuación 1**

3a + 3h = 325
3(38.33) + 3(70) = 325
115 + 210 = 325
325 = 325

**Ecuación 2**

3a+ 2h = 255
3(38.33) + 2(70) = 255
115 + 140 = 255
255 = 255

## RESUMEN DE LA UNIDAD II

En el módulo II se habló acerca del Álgebra para la vida, se desglosó cada concepto relacionado con el tema y se explicó varios elementos para obtener la resolución de cada problema.

Los términos presentados en este módulo son operaciones aritméticas tales como suma, resta, multiplicación y división, los cuales son la referencia para la elaboración de las ecuaciones y análisis correspondientes a su resolución.

En los ejercicios que se presentaron se muestra la realidad de cada uno de ellos y observando los resultados presentados, se puede apreciar que todo está muy detallado e ilustrado. Con esto, cualquier persona puede comprender con mayor facilidad los ejercicios plateados y así lograr un aprendizaje más significativo.

En el desarrollo de cada situación expuesta, se muestran las dificultades que se pueden resolver utilizando algebra y gracias a esto, se logra orientar a cada persona que desee aumentar sus conocimientos en la matemática y demás derivada de ella.

Con todo lo antes mencionado, este módulo propone a los estudiantes aprender a razonar simbólicamente, y como consecuencia aumentar la complejidad y el tipo de ecuación y problema que pueden resolver. Estas destrezas para resolver problemas y pensar de forma crítica puede ayudar a los estudiantes a tener éxito en el trabajo y en la vida aún si no continúan sus estudios después del bachillerato o si no buscan una carrera en las áreas de ciencias o matemáticas.

El álgebra para la vida, presenta elementos de distintos ámbitos que podemos llevarlo a la vida cotidiana sin ninguna dificultad, no todos los elementos son asequibles en el conocimiento de cada ser humano solo la dedicación, motivación y empeño nos ayudaran a resolver y continuar la búsqueda de los aprendizajes.

## EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD II

**I) A continuación, se te presentan una serie de enunciados, escribe una V, en los verdaderos y una F, en los falsos.**

**1.** _____ El álgebra es una rama de la trigonometría.

**2.** _____ La disciplina que se conoce como álgebra elemental, en el marco sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas.

**3.** _______ En el álgebra para la vida cotidiana podemos usar la suma, resta, multiplicación y división.

**4.** ______ Una permutación es un ángulo ordenado que se hace usando todos los elementos de un conjunto.

**5.** ______ La combinación no se una selección de objetos donde el orden sí importa.

**6.** _____ La regla de Cramer no se aplica para resolver sistema de ecuaciones.

**7.** _______ Los sistemas de ecuaciones lineales fueron ya resueltos por los babilonios.

**8.** ______ Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos.

**9.** _____ El método de sustitución es despejar una de las incógnitas de una de las ecuaciones y sustituir su valor.

**10.** _______ En el método de reducción lo hacemos en combinar, sumando o restando nuestras ecuaciones para que desaparezca una de nuestras incógnitas.

**II- Completa:**

**Permutación, álgebra, sistema de ecuaciones, Cramer, álgebra elemental.**

1-Un ______________________ es un conjunto de dos o más ecuaciones que comparten dos o más incógnitas.

2-La regla de ______________ proporciona la solución de sistemas de ecuaciones lineales compatibles determinados (con una única solución) mediante el cálculo de determinantes.

3-Él ______________ es una rama de la matemática que emplea números, letras y signos para hacer referencia a las distintas operaciones aritméticas que se realizan

4- _________________ Sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división)

5-Una ______________ es un arreglo ordenado que se hace usando algunos o todos los elementos de un conjunto, sin repetirlos.

**III) Calcule el factorial de**

**A)** 13! =

**B)** 5! =

**C)** ¿Cuántos arreglos pueden hacerse con la palabra "DEMOCRACIA"?

**IV) Calcula las siguientes permutaciones**

**A)** 10P5

**B)** 9P3

**C)** ¿De cuántas maneras se pueden arreglar las letras del conjunto {m, n, p, q, r, s, t}, para formar códigos ordenados de 4 letras?

**D)** ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8?

**V) Calcula las siguientes permutaciones con repetición**

**A)** ¿Cuántos códigos de 5 letras pueden hacerse con las letras a, b, c, d, e, f si una letra puede aparecer más de una vez?

**B)** ¿Cuál es el número de permutaciones con repetición que pueden hacerse con los siguientes ejercicios?

1) 9P4

2) 8P6

**VI) Calcula las siguientes combinaciones**

**A)** 9C5

**B)** 8C4

**C)** Al padre de Carlos, que es congresista se le ha encargado la tarea de formar un equipo de 4 senadores y 5 diputados para estudiar un determinado proyecto de ley.

¿Cuántos equipos diferentes puede formar el padre de Paola, si hay 5 senadores y 10 diputados dispuestos a formar parte del equipo que estudiará el proyecto?

**D)** ¿Cuántas combinaciones se pueden formar con las letras A, B, C, D, E, F, G y H tomando 4 cada vez?

**VII) Obtener los resultados de los siguientes problemas utilizando uno de los siguientes métodos: sustitución, reducción, igualación y cramer.**

1. La suma de los peloteros y los fanáticos que están en el play es de 50 personas. Si cada pelotero aporta 25 pesos y los fanáticos aportan 50 pesos cada uno, el total de dinero acumulado es 1900 pesos. ¿Hallar la cantidad de peloteros y fanáticos?

2. José va al repuesto y compra dos tuercas más tres tubos y le cobraron 470 pesos, luego William va al repuesto y compra una tuerca más dos tubos y le cobraron 310 pesos. ¿Encontrar el valor de cada producto?

3. Alberto va al colmado compra tres refrescos más una funda de pan y le cobraron 215 pesos, luego Rosa va al colmado compra un refresco más dos fundas de pan y le cobran 155 pesos. ¿Buscar el valor del pan y del refresco?

4. Xiomara va a la ferretería y compra un galón de pintura más dos fundas de cemento y le cobraron 1400 pesos, luego Luis José va a la ferretería y compra dos galones de pintura más dos fundas de cemento y le cobraron 2150 pesos. ¿Encuentra el valor de cada producto?

5. La cantidad de pollitas y pollitos que Ramón tiene en su casa es de 15. Las pollitas la venden a 30 pesos cada una y los pollitos a 35 cada uno, el total es de 485. ¿Buscar el número de pollitas y pollitos?

6. Por tres adultos y cinco niños se pagan 190 pesos para entrar a un parque de diversiones. Si son cuatro adultos y siete niños, el valor a pagar es 260 pesos. ¿Cuál es el valor de cada entrada para adulto y para niños?

7. Un mecánico ha cambiado 32 neumáticos en un solo día, que corresponde a 12 vehículos. ¿Cuántos de esos vehículos eran coches y cuántos eran motores?

8. En la compra de seis lámparas y cincos cuadros iguales se pagan 310 pesos. Si en el precio de las lámparas se realiza un 20% de descuentos y en el de los cuadros un 40%, se pagan 228 pesos. ¿Cuál es el precio de las lámparas y el de los cuadros?

## ACTIVIDADES DE LA UNIDAD II

I) Resuelve y encierra la respuesta correcta en los siguientes ejercicios.

**A) Martina fue a la farmacia compro tres acetaminofén, ocho tegretol y cinco omeprazol, ante de llegar a la casa regresa a la farmacia y compra dos acetaminofén, tres tegretol y cuatros omeprazol. ¿Cuánto acetaminofén, tegretol y omeprazol compro Martina en total?**

**A)** 4A + 9T + 9C

**B)** 7A + 10T + 8C

**C)** 5A + 11T + 9C

**D)** 6A + 11T + 10C

**B) Josué va al mercadito compra quince limones, diez zanahorias y ocho remolachas, luego de que hizo los jugos le quedaron dos limones, tres zanahorias y dos remolachas. ¿Buscar cuantos limones, zanahorias y remolachas utilizó Josué?**

**A)** 13L + 8Z + 6R

**B)** 13L + 7Z + 6R

**C)** 12L + 8Z + 7R

**D)** 11L + 6Z + 8R

**C) Daribel fue a la tienda compró diez cucharas, ocho platos y siete tenedores, luego que iba de regreso a su casa se devolvió y compró tres cucharas, cuatros platos y cinco tenedores. ¿Hallar cuántas cucharas, platos y tenedores compró Daribel?**

**A)** 12C + 11P + 10T

**B)** 13C + 12P + 10T

**C)** 12C + 12P + 11T

**D)** 13C + 12P + 11T

**II Resuelve los siguientes ejercicios**

**A) Calcular las siguientes factoriales**

1) 8! =

2) 12! =

2) ¿De cuántos modos se pueden sentar 6 personas alrededor de una mesa?

3) ¿Cuántos arreglos pueden hacerse con la palabra "INDEPENDENCIA"?

**B) Calcula las siguientes permutaciones**

**A)** 10P5

**B)** 8P4

**C)** 6P6

**D)** ¿De cuántas maneras se pueden arreglar las letras del conjunto {m, n, p, q, r, s, t, u, v, w, x}, para formar códigos ordenados de 5 letras?

**E)** ¿Cuántos números de 5 dígitos se pueden formar utilizando los dígitos 1, 2, 3, 4, 5,6 sin repeticiones?

**C) Resuelve las siguientes combinaciones**

**A)** 10C8

**B)** 7C5

**C)** ¿Cuántas combinaciones se pueden formar con las letras A, B, C, D, E y F, ¿tomando 4 cada vez?

**III) Obtener los resultados de los siguientes problemas utilizando uno de los siguientes métodos: sustitución, reducción, igualación y cramer.**

1.María le pregunta a José, cuál es su edad y él contestó, si el triple de mi edad se le suma 19 años, es igual a 100. ¿Cuál es la edad de José?

2. Si 3 libras de café y una libra de azúcar cuestan 124 pesos. 2 libras de café y 5 de azúcar cuesta 191 pesos. ¿Halle los precios respectivos?

3. En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos y de gallinas.

**BIBLIOGRAFÍA**


Alex, P. (16 de 05 de 2018). *Método de igualación*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg

Alex, P. (10 de 05 de 2018). *Método de Reducción*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=0ilTVp5uRz8&t=46s

Alex, P. (24 de 05 de 2018). *Método de Sustitución*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

FactorialHr. (27 de 05 de 2020). *La función Factorial*. Obtenido de FactorialHr: https://factorialhr.es/numero-funcion-factorial

Matematoca, Fisica y mucho más. (12 de 09 de 2014). *Álgebra*. Obtenido de Matematoca, Fisica y mucho más: https://matemovil.com/curso-de-algebra/

MatesFacil. (15 de 06 de 2020). *Métodos para Sistemas de Ecuaciones*. Obtenido de MatesFacil: https://www.matesfacil.com/ESO/Ecuaciones/resueltos-sistemas-ecuaciones.html#:~:text=Un%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales,tienen%20m%C3%A1s%20de%20una%20inc%C3%B3gnita.&text=Es%20un%20sistema%20de%20dos,todas%20las%20ecuaciones%20del%20sistema.

Permutaciones y Combinaciones. (28 de 05 de 2020). *Permutaciones y Combinaciones*. Obtenido de http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L2_T3_text_final_es.html

Problemas y Ecuaciones. (10 de 06 de 2020). *Regla de Cramer*. Obtenido de Problemas y Ecuaciones: https://www.problemasyecuaciones.com/matrices/ejemplos-regla-Cramer-sistemas-ecuaciones-lineales-problemas-resueltos-2x2-3x3.html

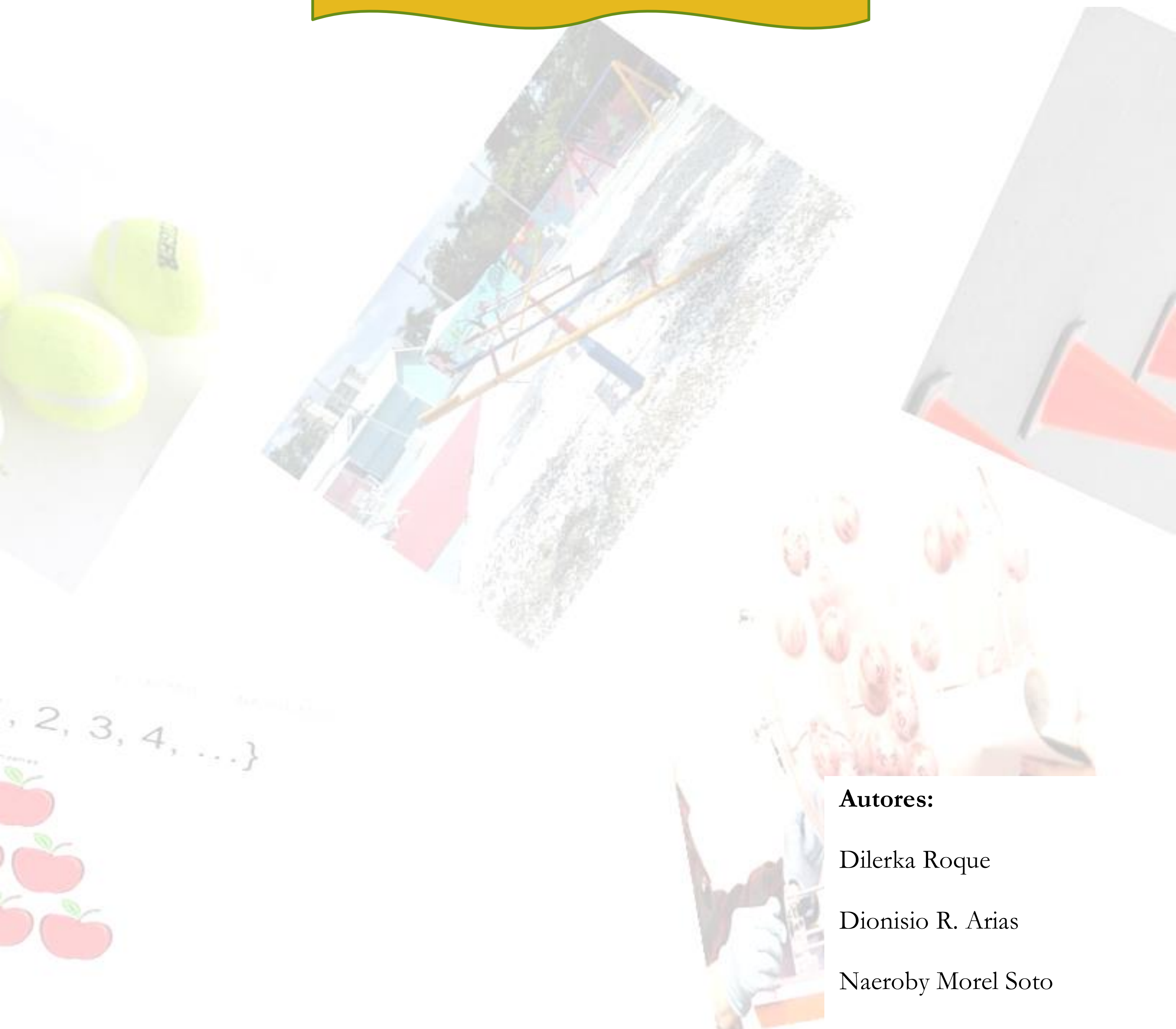
Significados. (2013-2020). *Significado de Álgebra*. Obtenido de Significados: https://www.significados.com/algebra/

Venemedia Comunicaciones C.A. (2011-2019). *ConceptoDefinición*. Obtenido de Algebra: https://conceptodefinicion.de/algebra/

Yosoytuprofe. (03 de 06 de 2016). *Sistema de ecuaciones | Teoría y ejercicios*. Obtenido de Yo soy tu profe 20 minutos: https://yosoytuprofe.20minutos.es/2016/06/03/sistema-de-ecuaciones/

**UNIDAD III**

# GEOMETRÍA PARA LA VIDA




**Autores:**

Dilerka Roque

Dionisio R. Arias

Naeroby Morel Soto

Alexandra A. Vásquez

## ORIENTACIONES DE LA UNIDAD III

La geometría es una rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio, incluyendo: puntos, rectas, planos, politopos, la utilidad de ésta permite al ser humano realizar una serie de operaciones complejas, que tienen incidencia directa en la vida real, como son; la descripción y análisis de los espacio, las cantidades, las relaciones y las formas, por lo que hemos creado un vínculo que relacione las actividades que realizan las personas día a día con la geometría, dando lugar a la importancia que tiene esta área en nuestras vidas.

Esta unidad contiene conceptos de diferentes autores de las matemáticas y está compuesta por ejercicios basados en actividades que se construyen diariamente, como edificios, casas, puentes, columpios, aviones, y semejanza de la naturaleza con la geometría, los cuales no serían posibles sin las medidas geométricas.

## COMPETENCIAS DE LA UNIDAD III

Al finalizar esta unidad de Geometría para la vida el participante:

- ✓ Relaciona los triángulos en diferentes contextos para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
- ✓ Aplica los métodos para determinar el área y perímetro de un triángulo en diferentes contextos del diario vivir.
- ✓ Diseña propuestas didácticas para relacionar las matemáticas con situaciones cotidianas.
- ✓ Desarrolla técnicas para resolver problemas matemáticos en el mundo real.
- ✓ Identifica las proyecciones de figuras Geométricas en el contexto natural.
- ✓ Desarrolla habilidades y destrezas para la construcción de medidas geométricas en la vida cotidiana.
- ✓ Calcula medidas geométricas en construcciones de edificios e industrias.

## ESQUEMA DE CONTENIDO DE LA UNIDAD III

3.1 Importancia de la geometría en el desarrollo de la vida cotidiana

3.2 Clasificación de los triángulos según sus lados y según sus ángulos

3.3 Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones en la vida cotidiana

3.4 El perímetro y sus aplicaciones para la vida

3.5 Área de figuras planas y sus aplicaciones para la vida

3.6 Área de volúmenes de cuerpos redondos y sus aplicaciones para la vida

3.6.1 Cono

3.6.2 Cilindro

3.6.3 Esfera

-Resumen de la Unidad

-Ejercicios de Autoevaluación de la Unidad III

-Actividades de la Unidad III

-Bibliografía

**Unidad III**

**Geometría para la vida**

### 3.1 Importancia de la geometría en el desarrollo de la vida cotidiana.

La geometría es muy importante ya que todo lo que nos rodea está lleno de figuras geométricas; en la vida diaria el conocimiento sobre las bases de la geometría es útil para orientarse en el espacio, identificar y asociar formas, distancias y líneas. Se hace presente en varios ámbitos, en especial en la producción agrícola, industrial, arquitectura, diseño, deportes, cartografía entre otras. Esta es indispensable en el arte y las nuevas creaciones que esta implica junto con el estudio de las formas de todos los elementos de la naturaleza.

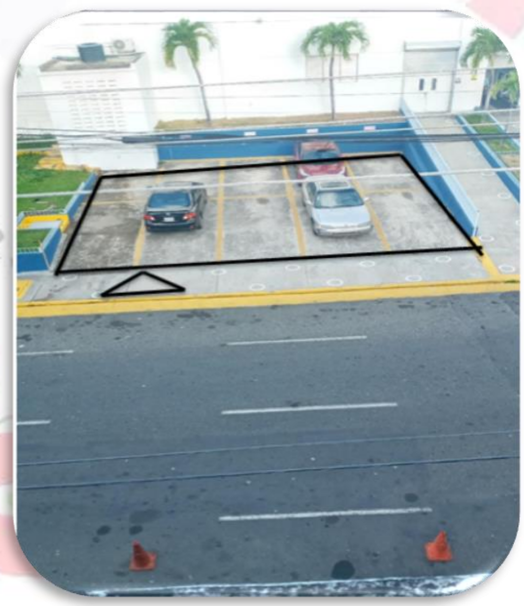
La percepción más profunda de las formas de la naturaleza, la cantidad de líquido que puede contener una vasija, la necesidad de restablecer los límites entre propiedades colindantes tras las inundaciones del Nilo y otras experiencias y necesidades llevaron a nuestros antepasados a reunir una cantidad considerable de conocimientos geométricos.

La Geometría podemos encontrarla en el arte como el artista Leonardo Da Vinci y Durero, a quienes la fascinación de la Geometría les consistió en su potencial para resolver problemas respecto a orden, proporción y perspectiva.
También la observamos en edificios, esculturas, en cualquier parte, todo es Geometría; hasta un folio de papel es geometría, la galaxia, el cuerpo humano, cualquier objeto es geometría.

Los seres humanos conocemos el entorno relacionando los objetos con figuras geométricas con significado concreto. Mesa, ventana, reloj, pelota, hoja, etc. En la casa, colegio, espacios donde se interactúa aprendemos a organizar mentalmente la ubicación y el espacio que le rodea.

Estructura como: casas, columpios, invernaderos, puentes, edificios, aviones, electrodomésticos, muebles, entre otros fueron creados gracias a las medidas geométricas, sin mencionar los maravillosos ejemplares que nos da la naturaleza, como son las figuras que componen los pétalos de una flor, las medidas que nos expresa la imagen de una sombra, la colmena de los panales de abeja, podemos observar que tienen forma de cuerpo geométrico.

Podemos encontrar diferentes figuras geométricas en nuestro alrededor como por ejemplo, en poste de luz, casas, iglesias, monumentos, tejados, calles, entre otras.



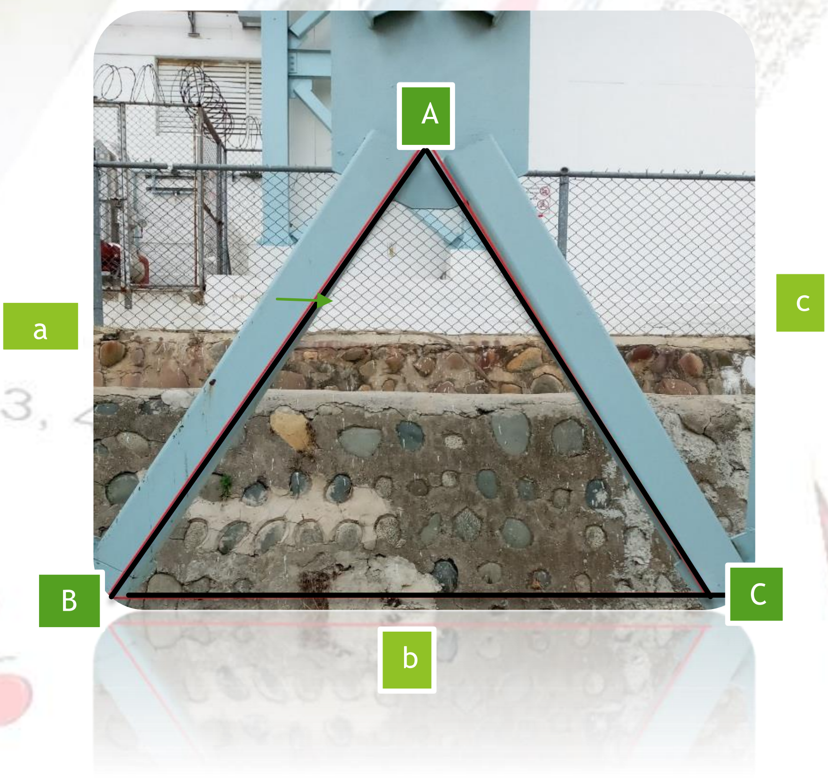
### 3.2. Clasificación de triángulos según sus lados y según sus ángulos.

**Triángulo**:

Un triángulo es un polígono de tres lados, y por lo tanto tres vértices. También pueden definirse como figuras planas delimitadas por tres rectas que se cortan dos a dos. Los puntos de intersección son los vértices y los segmentos entre ellos los lados.

Todo triángulo tiene 3 lados (a, b y c), 3 vértices (A, B y C) y 3 ángulos interiores (A, B y C)

Habitualmente se llama lado (a) al lado que no forma parte del ángulo A. Lo mismo sucede con los lados b y c y los ángulos B y C.




a Lado

A → Ángulo y vértices

**Los triángulos podemos clasificarlos según sus criterios:**

**Según la medida de sus lados**

- **Equilátero**

- Los tres lados (a, b y c) son iguales.

- Los tres ángulos interiores son iguales.

- **Isósceles**

-Tienen dos lados de igual longitud y un lado distinto.

-Los ángulos A y B son iguales, y el otro ángulo es distinto.

-El ángulo formado por los lados de igual longitud se llama ángulo en el vértice y el lado opuesto a él, base.

- **Escaleno:**

**-**Los tres lados son distintos.

-Los tres ángulos son también distintos.

**Según la medida de sus ángulos:**

- **Acutángulo:**

-Tienen los tres ángulos agudos (miden menos de 90 grados).

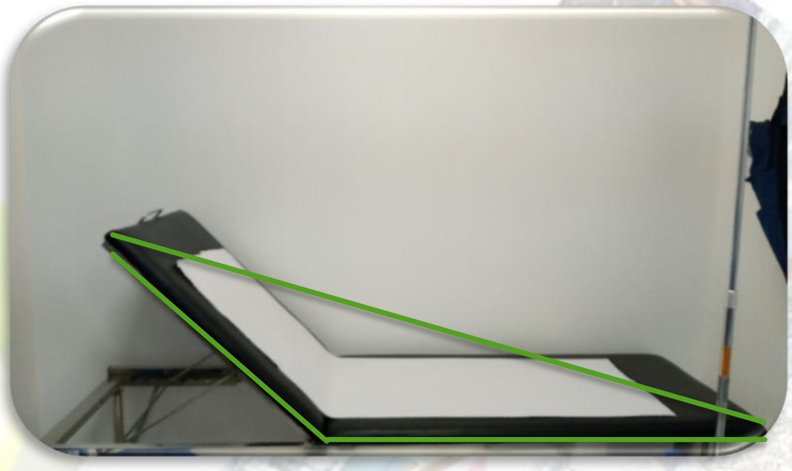
- **Rectángulo:**

-El ángulo interior A es recto (90 grados) y los otros dos ángulos son agudos.

-Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos (c y b), el otro lado (a) es llamado hipotenusa.

- **Obtusángulo:**

El ángulo interior A es obtuso (mide más de 90 grados)
Los otros dos ángulos son agudos.



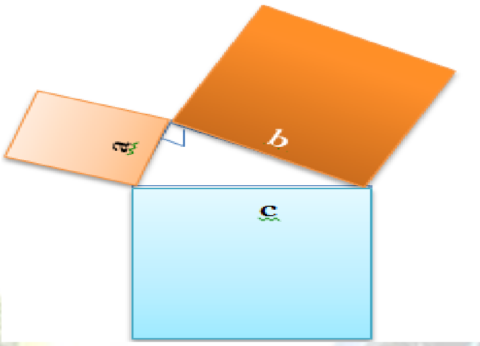
### 3.2 Teorema de Pitágoras

El matemático Pitágoras, basándose en los conocimientos egipcios, descubrió una relación entre los lados de un triángulo rectángulo. Dicha relación es lo que conocemos comúnmente como Teorema de Pitágoras.

Pitágoras estudió los triángulos rectángulos, y las relaciones entre los catetos y la hipotenusa antes de probar su teoría.

El teorema de Pitágoras establece que; en todo triángulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de sus respectivas longitudes de los catetos. Es la proposición más conocida entre las que tienen nombre propio en la matemática.

Es decir, que en todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



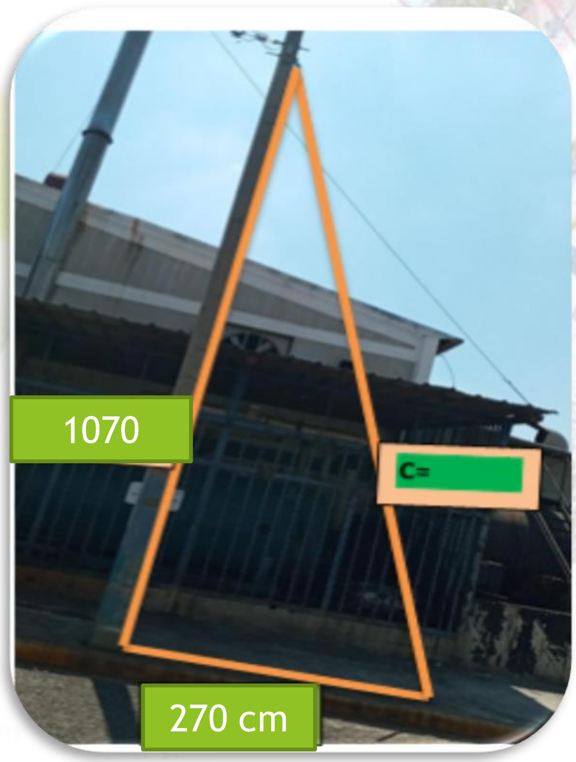

**Fórmula del Teorema de Pitágoras.**

$a^2 = b^2 + c^2$

El teorema de Pitágoras solamente es aplicable a triángulos rectángulos. Un triángulo rectángulo es aquel que posee un ángulo denominado recto o de 90°. Se le nombra catetos a los dos lados que forman el ángulo de 90° y la hipotenusa es el segmento restante opuesto al ángulo recto. Pero con dominio de la geometría se puede extender a otros triángulos e incluso a otras figuras, por ejemplo, en un rectángulo, al trazar una de sus diagonales quedan determinados dos triángulos rectángulos.

**Ejemplo de aplicaciones del Teorema de Pitágoras en la vida cotidiana.**

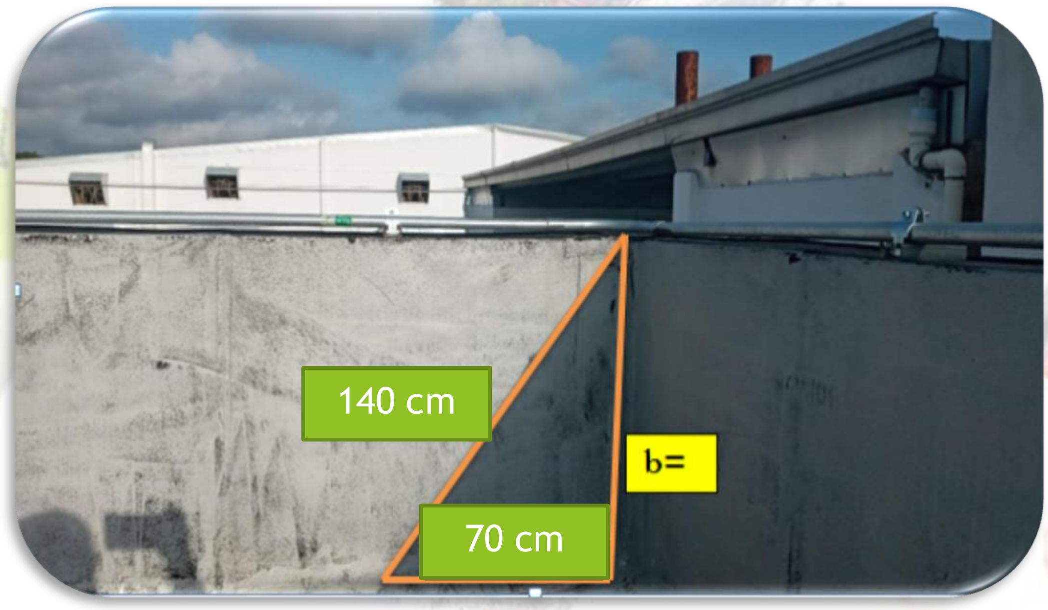
En el parque de Zona Franca Santiago el personal eléctrico ha colocado un poste de luz y necesitan saber la medida del cable que está desde el poste hasta el suelo. Sabiendo que tiene una base de 270 cm y una altura de 1070 cm.




**Fórmula**
**$c^2 = a^2 + b^2$**

| **Datos** | **Solución** |
|---|---|
| **a=20cm** | **$c^2 = a^2 + b^2$** |
| | $c = \sqrt{(270)^2 + (1{,}070)^2}$ |
| b=45cm | $c = \sqrt{72{,}900\text{cm}^2 + 1{,}144{,}900\text{cm}^2}$ |
| | $c = \sqrt{1{,}217{,}800\text{cm}^2}$ |
| c=? | $\mathbf{c = 1,103.54\ cm}$ |

1. El ingeniero Juan Carlos observa una sombra en la pared que forma un triángulo rectángulo. ¿Qué altura tiene el triángulo si uno de sus mide 140 cm y otro 70 cm?




| **Datos** | **Solución** |
|---|---|
| a=70cm | Fórmula $\mathbf{c^2= a^2+b^2}$ |
| b=? | Despejamos $\mathbf{c^2- a^2=b^2}$ |
| c=140cm | $(140\ \mathrm{cm})^2$-$(70\ \mathrm{cm})^2$=$b^2$ |
| | 19,600 $\mathrm{cm}^2$- 4900 $\mathrm{cm}^2$=$b^2$ |
| | $\sqrt{14{,}700\mathrm{cm}^2}$ = $b^2$ |
| | **b=121.24 cm** |

- 3- Ivelisse es una estudiante de 6to grado del Liceo Villa Fátima, la maestra le asignó que calculara la medida de uno de los lados de un triángulo rectángulo que se forma con una sombra en la pared de la fábrica de ropa Joanne, teniendo en cuenta que sus lados miden 160 cm y 49cm.
- (Usaremos el teorema de Pitágoras)


| **Datos** | **Solución** |
|---|---|
| a=? | Fórmula $\mathbf{c^2= a^2+b^2}$ |
| b=49cm | Despejamos $\mathbf{c^2- b^2=a^2}$ |
| c=160cm | $(160\text{cm})^2-(49\text{cm})^2=a^2$ |
| | $25{,}600\text{cm}^2-2401\text{cm}^2=a^2$ |
| | $\sqrt{23199\text{cm}^2} = a^2$ |
| | **a=152.31 cm** |

## 3.3. Perímetro y sus aplicaciones para la vida.

### Perímetro

En Geometría, el perímetro es la suma de los lados de una figura geométrica. Nos dará como resultado el largo total de sus bordes, pues en un polígono, su perímetro está determinado por la suma de la extensión de su contorno. Por ejemplo, si una persona desea poner malla a su solar deberá saber cuánto alambre comprar, para lo cual sumará todos sus lados, determinando su perímetro.

**Perímetro de un triángulo**

**Un triángulo** es un polígono de tres lados, y por lo tanto tres vértices.

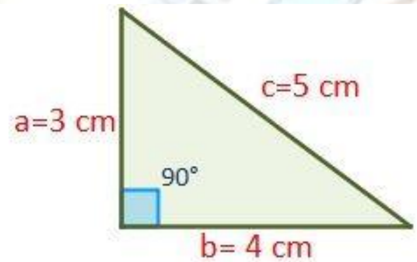
**El perímetro de un triángulo**, en cualquier triángulo es la suma de sus tres lados.

La fórmula del perímetro de un triángulo es diferente según el tipo de triángulo. La fórmula general para calcular el perímetro de un triángulo es:

**Perímetro =a+ b+ c**

Siendo a, b y c los tres lados del triángulo.

**Ejemplo**




Sea un triángulo rectángulo son los tres lados conocidos, siendo éstos $a$=3 cm, $b$=4 cm y $c$=5 cm.

**Perímetro es a+b+c**

3cm+4cm+5cm=**12cm**

Y como resultado se obtiene que el perímetro es de **12 cm**.

## Perímetro de un rectángulo

**Un rectángulo** es un polígono con cuatro lados (cuadrilátero) siendo éstos iguales dos a dos. Además, sus cuatro ángulos interiores son rectos (de 90º).

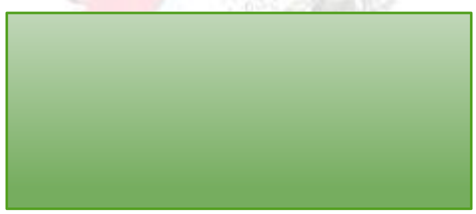
**El perímetro de un rectángulo** es la suma de sus cuatro lados. Como el rectángulo tiene los lados iguales dos a dos, su perímetro será el doble de la suma de dos lados contiguos (es decir, a y b).

**Perímetro = 2(a + b)**
Siendo a y b los lados diferentes del rectángulo.

**Ejemplo**

Dado el siguiente rectángulo calcular su perímetro:

a = 3 cm



b = 5 cm

Su perímetro será dos veces la suma de dos lados contiguos.

Perímetro = 2(a +b) = 2(3+5) = 2*8 = **16 cm**

**Ejemplos de perímetro en la vida cotidiana.**

1. Martín escaló dos montañas, desde la falda hasta el pico de las mismas, en una escaló 5 km y en la otra, 7 km, Martín estima que desde el pico de una a la otra hay 12 km de distancia. **¿Cuál será su perímetro?**


En el trayecto de Martín observamos que se forma un triángulo escaleno recuerda que en el triángulo escaleno todos sus lados son diferentes. Para conocer su perímetro basta con sumar todos sus lados. Por tanto:

**Perímetro = a+ b+ c**

P= 5 km+7 km+12 km

**P= 24 km**

2. Carlitos que monta bicicleta con su hermana Carla, proyectan una sombra que forma un triángulo equilátero, calcular el perímetro que ocupa la imagen sabiendo que sus lados miden respectivamente 90 cm.


**Perímetro = a+ b+ c**

p = 3*a

p = 3*90 cm

**p = 270 cm**

Recuerda que en el triángulo equilátero todos sus lados son iguales

Entonces el perímetro que ocupa la sombra es 270 cm.

3. Una compañía de cigarros tiene una jaula con un generador de energía y quieren calcular el perímetro de la jaula, sabiendo que sus lados miden: a= 320 cm y  b= 230 cm.


**Como se forma un rectángulo su fórmula es:**

**Perímetro = 2 (a+b)**

Datos:

a=320 cm

b= 230 cm

p=?

Solución

**p= 2(a +b)**

p= 2(320 cm + 230 cm)

p= 2*550 cm

**p= 1100 cm**

El perímetro de la jaula es 1100 cm.

4. El Sr. Samuel compró un solar y quiere saber la cantidad de pies que se llevaría cercar con 3 líneas alambre de púas la superficie comprada y la cantidad de dinero que gastaría, sabiendo que el pie de alambre cuesta RD $5 .00 pesos. Además, se sabe que sus medidas son 72 m de largo y 55 m de ancho.


Para resolver este problema primero buscaremos el perímetro, como tiene la forma de un rectángulo utilizaremos su fórmula.

**Perímetro = 2 (a+b)**

**P=2 (72m + 55m)**

**P=2(217m)**

**P= 434 m**

Hay que recordar que un metro es igual a 3.28 pies.

**Ya obtenido el perímetro lo convertimos a pies**

$$1\,m \longrightarrow 3.28 \text{ pies} \qquad x = \frac{3.28 \text{ pies} \cdot 434\,\cancel{m}}{1\,\cancel{m}}$$

$$x \longrightarrow 434\,m$$

**x = 1,423.52 pies**

Sabiendo que el terreno tiene **1423.52 pies** lo multiplicamos por 3, esto sería igual a **4,270.56 pies.**

1 pie de alambre es igual a RD$5.00

Multiplicamos 4270.56 · 5 **= 21,352.8**

**La cantidad de pies es de** 4,270.56 **y el costo sería de RD$21,352.8.00**

## 3.4. Área de figuras plana y sus aplicaciones para la vida.

El área es una medida de extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie. El área es un concepto métrico que requiere que el espacio donde se define o especifique una medida.

En Geometría **el área** es la superficie que queda comprendida dentro de un perímetro.

- **El área de un triángulo**

El área de un triángulo se calcula por diferentes procedimientos según el tipo de triángulos de que se trate o de los elementos que se conozcan de ese triángulo.

La fórmula general para calcular el área de un triángulo es:

$$\text{Área} = \frac{b*h}{2}$$

Donde **b** es la base y **h** es la altura.

**Ejemplo**

Sea un triángulo rectángulo con los lados que forman el ángulo recto (*a* y *b*) conocidos, siendo *a*=3 cm y *b*=4 cm.

Datos

a=3 cm

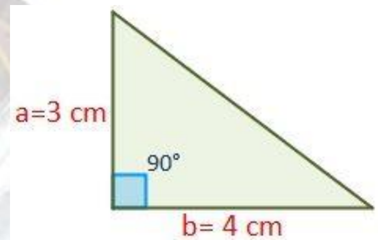
b=4 cm.

Solución

$$\textbf{Área} = \frac{\mathbf{b*h}}{\mathbf{2}}$$

$$\text{Área} = \frac{\mathbf{4cm*3cm}}{\mathbf{2}}$$

$$\text{Área} = \mathbf{6\ cm}^2$$




## Área del rectángulo

El **área de un rectángulo** se calcula a partir de los dos lados diferentes (*a* y *b*). Es el producto de los dos lados contiguos del rectángulo.

**Área= a. b**

Siendo a y b los lados diferentes del rectángulo.

Ejemplo:

Dado el siguiente rectángulo calcular su área.

a= 3cm

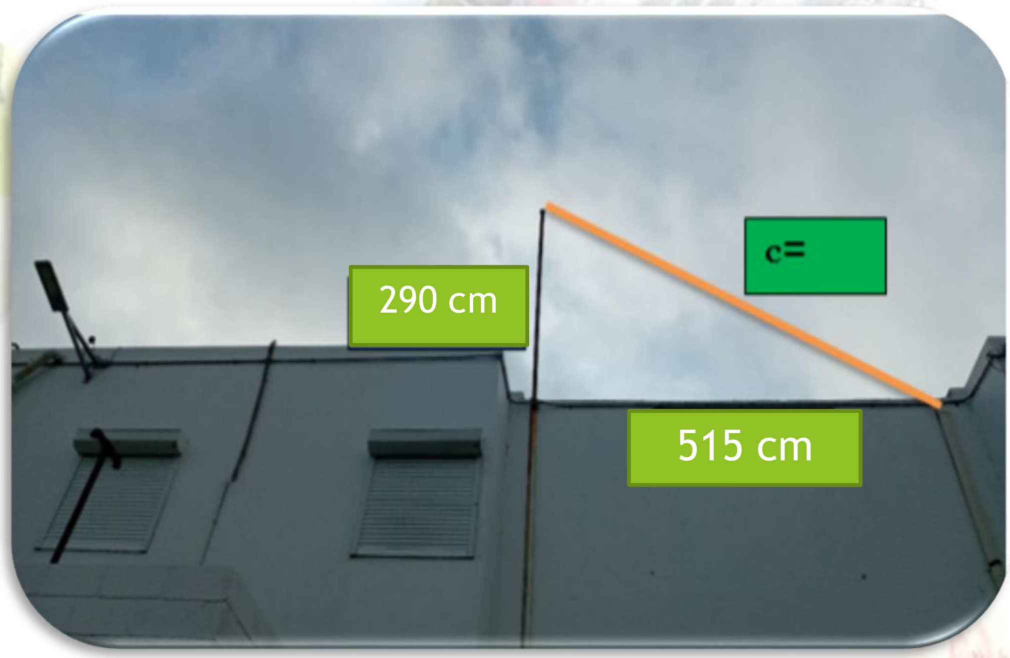
b=5cm

Área= a * b

3cm * 5cm = **15cm²**

**Ejemplos de área de figuras planas en aplicaciones para la vida.**

1. En una antena se forma una sombra que topa con la columna de un edificio, formándose un triángulo rectángulo, lo cual se quiere saber el área que forma entre la sombra de la antena con la columna del edificio, siendo la medida de la base 515 cm y la altura 290 cm.




**Datos**

b = 4cm
a= 3cm
c=?

**Solución**

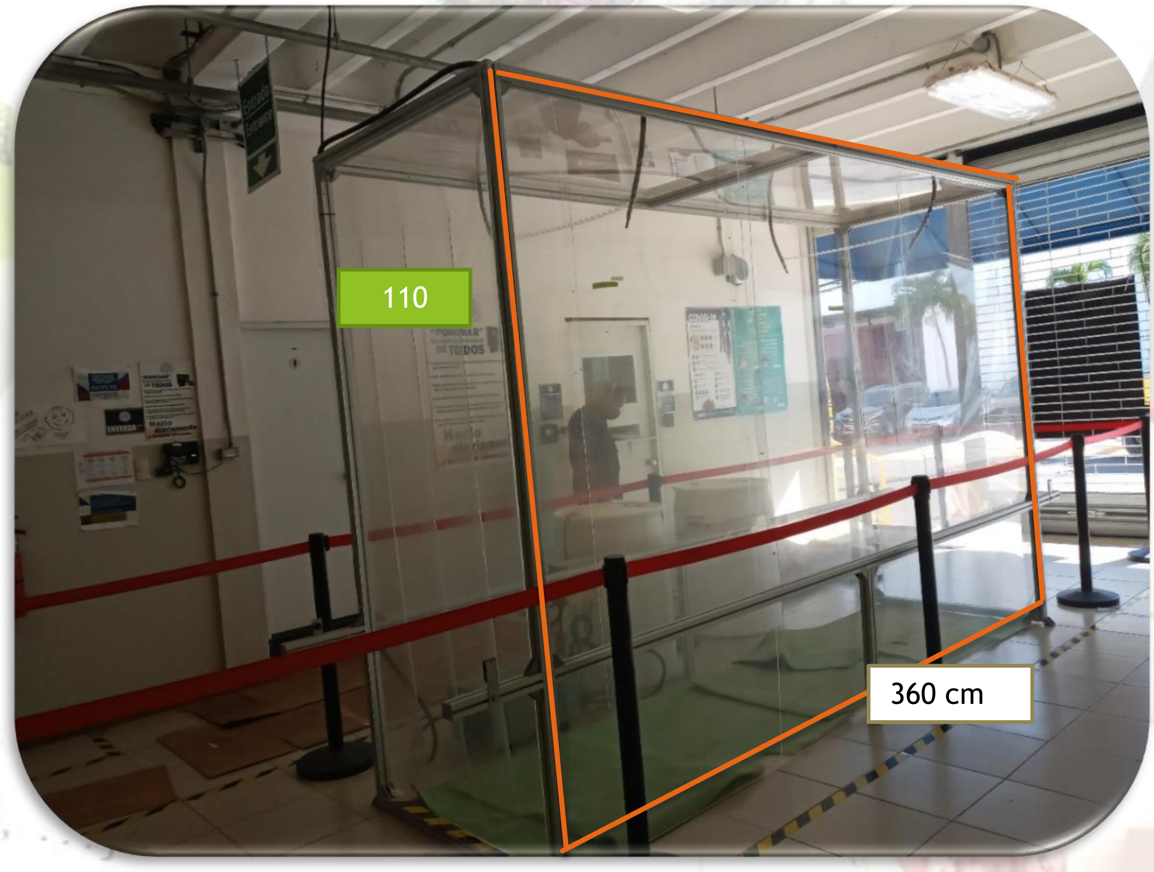
Fórmula $a = \frac{\mathbf{b*h}}{\mathbf{2}}$

$a = \frac{515cm * 290cm}{2}$

$a = \frac{149,350 \text{ cm}^2}{2}$

$\mathbf{a = 74,675 \text{ cm}^2}$

2. Ángel tiene una compañía y quiere que sus empleados y las personas que van a visitar pasen por un túnel sanitizante que está colocado en la entrada del personal, él necesita saber el área que tiene dicho túnel, sabiendo que sus lados miden 360 cm y 110 cm.




**Datos**

b=360cm

a= 110cm

**Solución**

Fórmula área = a * b

a= 360cm * 110cm

**a=39,600 cm²**

3. **Juan compró un terreno en la ciudad de Santiago para hacerle una casa a su madre María, él sabe que dicho terreno tiene 2100 cm de largo y 140 m de ancho, pero necesita determinar el área en metros para saber qué cantidad de material comprar.**


**Como el terreno tiene forma rectangular, sólo debemos multiplicar el largo por ancho.**

**Convertimos los centímetros a metros para poder resolver la operación**

$$1\,cm \longrightarrow 0.01 \text{ metros} \qquad x = \frac{0.01\,m \cdot 2100\,\cancel{cm}}{1\,\cancel{cm}}$$

$$x \longrightarrow 2100\,cm$$

$$\mathbf{x = 21\ m}$$

**1 centímetros es igual 0.01 metros**

Fórmula

**Área = a * b**

a= 21m * 140m

**a=2940 m²**

### 3.5. Área y volúmenes de cuerpos redondos y sus aplicaciones para la vida.

**El área** es la medida de la región interior de cada cara. Entonces, el área total de un cuerpo redondo corresponderá a la suma de las áreas de todas sus caras.

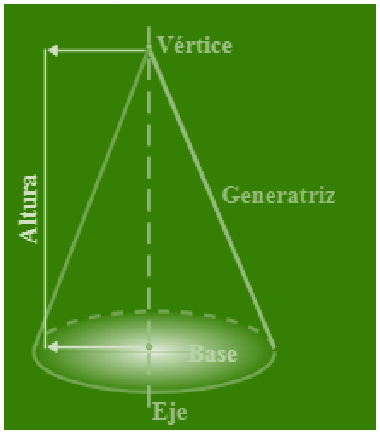
El **área lateral** es igual al perímetro de la base (la longitud de la circunferencia) que será la base del rectángulo por lo que mida su altura o la generatriz.

**El área total** es el área de todas las caras de un cuerpo geométrico más el área de la base o las bases.

**El volumen** de un cuerpo se puede definir como la cantidad de espacio que ocupa dicho cuerpo en el espacio. Las unidades cúbicas nos permiten establecer la cantidad de espacio, algunas son: centímetros y metros cúbicos, que se denotan como $cm^3$ y $m^3$, respectivamente.

### 3.5.1 Cono

Es el cuerpo de revolución obtenido al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Los elementos notables del cono son:




- El eje es el cateto fijo alrededor del cual gira el triángulo.
- La base es el círculo engendrado por el otro cateto.
- La generatriz es la hipotenusa del triángulo rectángulo.
- La altura es la distancia entre el vértice y la base.

► **Para calcular el área total de un cono**

**Usaremos la siguiente fórmula:**

**$A_T = \pi.\ r.\ (r + g)$**
Siendo r el radio del círculo de la base y la g la generatriz

► **Para el cálculo del vólumen la formula sería**

**Volumen=** $\dfrac{\pi . r^2 . h}{3}$

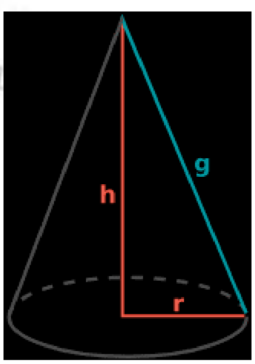
Siendo r el radio del círculo de la base y la h la altura del cono

**Ejemplo**

**Determina el área total y el volumen de un cono el cual tiene un radio de 6 cm y su altura es de 8 cm.**

**Para calcular el área total** primero debemos encontrar la medida de la generatriz y luego el área lateral.

El cono es un cuerpo de revolución engendrado por un triángulo rectángulo al girar en torno a uno de sus catetos, que será la altura del cono y la hipotenusa será la **generatriz**. Por el teorema de Pitágoras la generatriz del cono será igual a:




$$g = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$g = \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$$

$$g = \sqrt{64 + 36}$$

$$g = \sqrt{100}$$

g=10 cm

Para el área lateral utilizaremos la siguiente fórmula:

$A_L = \boldsymbol{\pi.\ r.\ g}$

**$A_L$**$= (3.14)\ (6cm)\ (10cm) =$ **$188.4\ cm^2$**

**Área total**

$A_T = \pi.\ r.\ (r + g)$

$A_T = (3.14)\ (6)\ (6 + 10)$

$A_T = (3.14)\ (6)\ (16)$

**$A_T = 301.44\ cm^2$**

**Para encontrar el volumen**

**Volumen=** $\dfrac{\pi . r^2 . h}{3}$

$V = \dfrac{(3.14)\ (6cm)^2\ (8cm)}{3}$

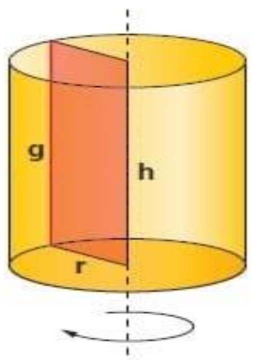
$V = \dfrac{(3.14)\ (36cm^2)\ (8cm)}{3}$

$V = \dfrac{904.32\ cm^3}{3}$

**$V = 301.44\ cm^3$**

### 3.5.2 Cilindro

El cilindro, también llamado cilindro de revolución, es el cuerpo generado por el giro de un rectángulo en torno a uno de sus lados, en el cilindro se pueden distinguir los siguientes elementos:




- **Bases**: son dos círculos congruentes y paralelos que delimitan el cilindro.
- **Radio basal:** radio de las bases.
- **Generatriz:** lado del rectángulo que genera la superficie lateral del cilindro.
- **Altura:** distancia entre las bases

**Para calcular el área total** de un cilindro es igual a la suma del área lateral y el área de sus bases. Cada base es un círculo.

Fórmula para encontrar el área total:

$$\mathbf{A_T = 2 \cdot \underline{\pi \cdot r \cdot (r + h)}}$$

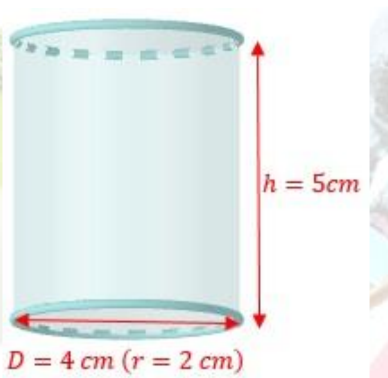
Fórmula para encontrar vólumen:

$$\mathbf{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}$$

**Ejemplo**

**Hallar el área total y el volumen de un cilindro recto circular o de revolución de altura 5 cm, siendo el diámetro de la base 4 cm.**

**Area total**




$A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$

$A_T = 2 \cdot 3.14 \cdot 2cm \cdot (2cm+5cm)$

$A_T = 2 \cdot 3.14 \cdot 2cm \cdot 7cm$

$A_T = 87.92\ cm^2$

**Vólumen**

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = 3.14 \cdot (2cm)^2 \cdot 5cm$

$V = 3.14 \cdot (2cm)^2 \cdot 5cm$

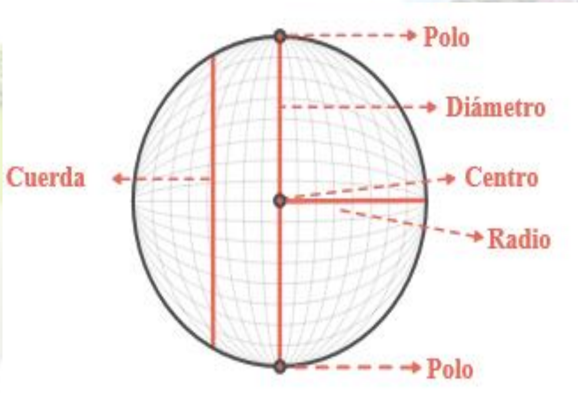
$V = 3.14 \cdot 4cm^2 \cdot 5cm$

$V = 62.8\ cm^3$

### 3.5.3 Esfera

En geometría, una **esfera** es un cuerpo geométrico limitado por una superficie curva cerrada, cuyos puntos equidistan de otro interior, llamado centro de esfera, una distancia constante llamada radio.

**Los elementos notables de una esfera son:**




- **El centro** es el punto interior que equidista de cualquier punto de la esfera.
- **El radio** es la distancia del centro a un punto de la esfera.
- **La cuerda** es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la superficie.
- **El diámetro** es la cuerda que pasa por el centro.
- **Los polos** son los puntos del eje de giro que quedan sobre la superficie esférica.

**El área de la superficie de la esfera** equivale a sus cuatro radios al cuadrado multiplicados por el número π.

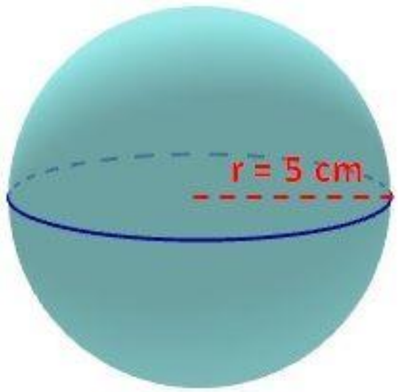
Fórmula para calcular el área de esfera: **Área=4. π. r²**

**El volumen de una esfera** se calcula en función de su radio (*r*).

Su fórmula es: **Volumen =** $\mathbf{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$**.** **Siendo r el radio de la esfera**

**Ejemplo**

Determina el **área** y el **volumen** de una esfera (o superficie esférica) de radio 5 cm.




**Área=** $\mathbf{4 \cdot \pi \cdot r^2}$

Área= $4 \cdot (3.14) \cdot (5cm)^2$

Área = $4 \cdot (3.14) \cdot 25cm^2$

Área = **314.16** $\mathbf{cm^2}$

**Volumen =** $\mathbf{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$

$\mathbf{V=\frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (5cm)^3}$

$\mathbf{V= \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 125cm^3}$

$\mathbf{V=523.33cm^3}$

**Ejemplos de áreas y volúmenes en la vida cotidiana**

1. **María compró un tanque de agua que mide 92 cm de largo y tiene un radio de 28 cm y necesita saber el área total de dicho tanque.**

**Datos:**

h= 92cm

r=28cm

Para calcular el área de un cilindro utilizaremos la siguiente fórmula:

$$\mathbf{A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)}$$

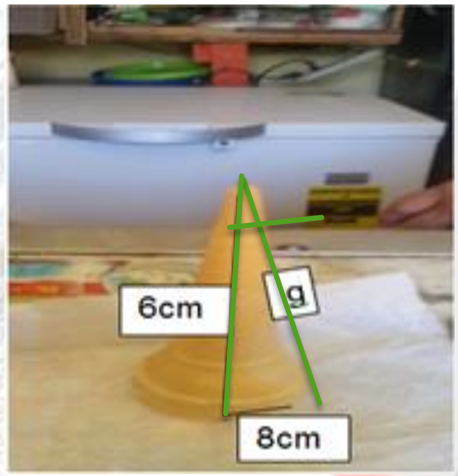
$$A_T = 2 \cdot (3.14) \cdot (28\ \text{cm}) \cdot (28\text{cm} + 92\text{cm})$$

$$A_T = 2 \cdot (3.14) \cdot (28\ \text{cm}) \cdot 120\text{cm}$$

$$\mathbf{A_T = 21{,}100.8\ cm^2}$$

2. **Pedro tiene una heladería en el sector de Hato del Yaque y necesita saber el área total de un cono de barquilla que tiene una altura de 6 cm de y una base 8 de cm.**

Para localizar el área lateral debemos conocer el valor de la generatriz.




La **generatriz** es la hipotenusa del triángulo rectángulo. Utilizando el teorema de Pitágoras la generatriz del cono será igual a:

g= $\sqrt{h2 + r2}$

g=$\sqrt{(6cm)^2 + (8cm)^2}$

g=$\sqrt{36cm^2 + 64cm^2}$

g=$\sqrt{100cm^2}$

g=$10\ cm^2$

**Área lateral**

Siguiendo los datos anteriores sustituimos en la formula.

$\mathbf{A_L = \pi \cdot r \cdot g}$

$A_L$= (3.14) (8 cm) (10cm)

$A_L$= **251.2 $cm^2$**

**Área total: ($A_T$) del cono**

Sustituimos en la fórmula:

$\mathbf{A_T = \pi \cdot r \cdot (g + r)}$

$A_T$ = 3.14 · 8 cm · (10cm$^2$ + 8 cm)

$A_T$ = 251.2cm · 18 cm$^2$

$\mathbf{A_T}$ **= 4521.6 cm$^3$**

3. **Julián le compró una pelota de basquetbol a su hijo César y quiere saber el área y el volumen que tiene, al mirar la pelota nota que tiene un radio de 12 cm.**


**Datos**

$r=12cm$

$\pi=3.14$

**Fórmula**

$\text{Área}=4 \cdot \pi \cdot r^2$

**Solución**

$\text{Área}= 4 \cdot 3.14\ (12cm)^2$

$\text{Área}= 4 \cdot 3.14 \cdot 144\ cm^2$

$\textbf{Área}=\mathbf{1808.64\ cm^2}$

$\textbf{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$V=\frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (12cm)^3$

$V= \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 1728cm^3$

$V=7{,}234.56cm^3$

**Melissa abrió una cafetería y le solicitó a la empresa Propa-Gas que le instalara un cilindro industrial para Gas, dicho cilindro mide 70 cm de altura y 178 cm de diámetro, ¿Cuántos galones de gas se requiere para llenarlo, si un galón tiene un volumen de 6,960cm³?**


**Primero determinamos el volumen del cilindro**

| | |
|---|---|
| **Datos** | **Solución** |
| **a=90cm** | **Fórmula** |
| **r= 194cm** | **$V= \pi \cdot r^2 \cdot h$** |
| **$\pi$= 3.14** | **$V= 3.14 \cdot (89cm)^2 \cdot 70cm$** |
| | **$V= 3.14 \cdot 7{,}921cm^2 \cdot 70cm$** |
| | **$V= 1{,}741{,}035.8\ cm^3$** |

Luego dividimos el volumen del cilindro con el volumen que tiene un galón de gas.

1,741,035.8 /6,960 = 250

El cilindro tiene 250 galones

5. **Virginia compró una cubeta la cual utilizará en su cocina, ella necesita saber el volumen que tiene, observa que mide 30 cm de diámetro y 37 cm de altura.**


**Datos**

dm=30 cm

r= 15 cm

h= 37 cm

V=?

Hay que recordar que el radio es la mitad del diámetro.

Para calcular el volumen Virginia utilizó la siguiente fórmula: $\mathbf{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}$

Sustituyendo los datos en la fórmula

V= 3.14 (15 cm)$^2$(37 cm)

V= 3.14 (225 cm$^2$) (37 cm)

**V= 26,140.5 cm$^3$**

- **6. La compañía Swisher Dominicana necesita colocar más conos en la cera de su entrada para que las personas no se les parqueen en el entorno, actualmente sólo tienen dos y necesitan saber el volumen de dichos conos para mandar hacer los demás, deciden medir la altura y la base de los que ya tienen y las medidas fueron las siguientes: 70 cm de altura y de radio 17 cm.**


| **Datos** | **Solución** |
|---|---|
| **a=70cm** | **Volumen=** $\frac{\pi . r^2 . h}{3}$ |
| | $V=\frac{(3.14)\ (8.5cm)^2 (70cm)}{3}$ |
| **b=17cm** | $V=\frac{(3.14)\ (72.25cm^2)\ (70cm)}{3}$ |
| **r=8.5cm** | **$V=5{,}293.5cm^3$** |

**7. El niño Jael tiene una pelota con forma de esfera la cual desea encestar en el canasto que está en la galería de su casa, si la pelota tiene un diámetro de 16 cm, ¿Cuál será su volumen?**

**Datos**

Diámetro= 16 cm
Radio = 8 cm

Como ya sabemos el radio es la mitad del diámetro.

**Solución**

**Fórmula**

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot (3.14)\ (8cm)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot (3.14)\ (512cm^3)$$

$$\mathbf{V = 2{,}143.57\ cm^3}$$

- **8. Esthefany quiere almacenar agua en un tinaco, pero sólo tiene una cubeta de 30 cm de diámetro y 40 cm de altura y el tinaco mide 150 cm de diámetro y 170 cm de altura.**

**¿Cuántas veces necesitará usar la cubeta para llenar el recipiente?**


Para esto calcularemos cuánta agua cabe en el tinaco y en la cubeta; y al dividir el volumen del tinaco entre el de la cubeta, determinaremos cuántas veces se tiene que usar la cubeta.

**Tinaco**

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = 3.14 \cdot (75cm)^2 \cdot 170cm$

$V = 3.14 \cdot 5625\ cm^2 \cdot 170cm$

$V = 3,002,625\ cm^3$

**Cubeta**

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = 3.14 \cdot (15\ cm)^2 \cdot 40cm$

$V = 3.14 \cdot 225cm^2 \cdot 40cm$

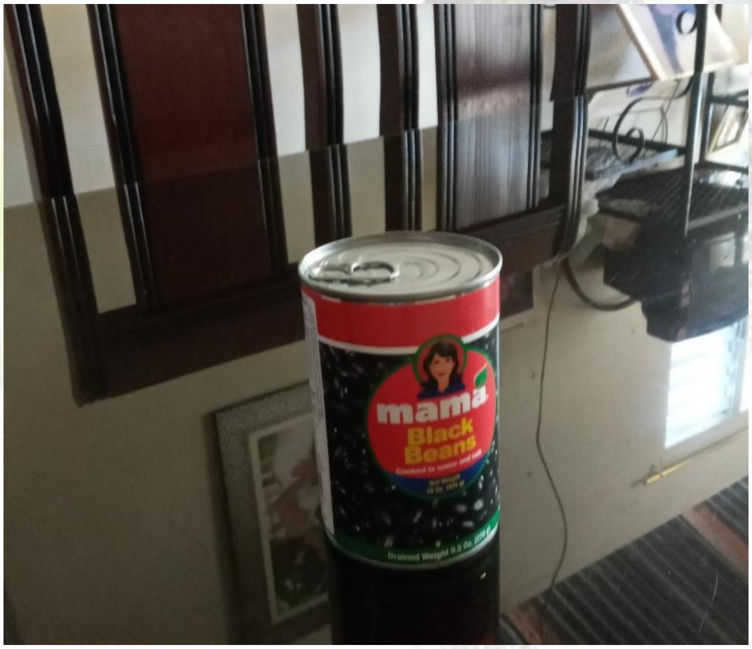
$V = 28,260\ cm^3$

**Dividimos el volumen del tinaco y el de la cubeta**

**3,002,625 / 28,260 = 106.25**

**Necesitará utilizar 106.25 veces la cubeta para llenar el tinaco.**

**8.La Sra. Ana Julia tiene una reunión familiar y quiere cocinar para toda la familia, ella tiene una lata de habichuela que mide 4 cm de radio y 11 cm de altura. ¿Qué cantidad de lata de habichuelas necesita la señora Ana Julia si el envase donde se cocinarán las habichuelas tiene un volumen de 2,640 $cm^3$?**




**Primero buscaremos el volumen de la lata de habichuela.**

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = 3.14 \cdot (4cm)^2 \cdot 11\ cm$

$V = 3.14 \cdot 16cm^2 \cdot 11\ cm$

$V = 552.64cm^3$

**Para saber la cantidad de latas de habichuelas que necesita la Sra. Ana Julia, dividimos el volumen del envase con el de la lata.**

$2{,}640\ cm^3 / 552.64\ cm^3 = 4.7$ **latas**

## RESUMEN DE LA UNIDAD III

La Geometría la podemos encontrarla en el arte como el artista Leonardo Da Vinci y Durero, a quienes la fascinación de la Geometría les consistió en su potencial para resolver problemas respecto a orden, proporción y perspectiva.

También la observamos en edificios, esculturas, en cualquier parte, todo es Geometría; hasta un folio de papel es geometría, la galaxia, el cuerpo humano, cualquier objeto es geometría. Por ello, es un pilar fundamental al cual no se le da toda la importancia que tiene.

Un triángulo es un polígono de tres lados, y por lo tanto tres vértices. También pueden definirse como figuras planas delimitadas por tres rectas que se cortan dos a dos. Los puntos de intersección son los vértices y los segmentos entre ellos los lados.

Todo triángulo tiene tres lados (a, b y c), tres vértices (A, B y C) y tres ángulos interiores (A, B y C).

El cilindro, también llamado cilindro de revolución, es el cuerpo generado por el giro de un rectángulo en torno a uno de sus lados.

El cono es un sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

Al círculo conformado por el otro cateto se denomina base y el punto donde confluyen las generatrices se llama vértice.

## EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD III

**I. Coloca una V si la respuesta es verdadera y una F si la respuesta es falsa:**

1.______El área de un cilindro es igual a la suma del área lateral y el área de sus bases.

2.______ El volumen de un cilindro es igual al producto entre su área basal y su altura.

3.______El cono es un sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

4.______Las generatrices de un cono no es cada uno de los segmentos cuyos extremos son el vértice y un punto de circunferencia de la base.

5.______La altura de un cono es la distancia del vértice al plano de la base.

II. **Completa los espacios en blanco seleccionando la palabra correcta: (Acutángulo, Cilindro, Rectángulo, Generatriz, Obtusángulo, Base, Radio -Basal, Altura)**

1.____________________ es el cuerpo generado por el giro de un rectángulo en torno a uno de sus lados.

2.____________________ son dos círculos congruentes y paralelos que delimitan el cilindro.

3.____________________ el ángulo interior A es recto (90 grados) y los otros dos ángulos son agudos.

4.____________________ lado del rectángulo que genera la superficie lateral del cilindro.

5.____________________ radio de las bases.

6. _________________ tienen los tres ángulos agudos (miden menos de 90 grados).

7._______________ es la distancia entre las bases.

8.______________ el ángulo interior A es obtuso (mide más de 90 grados) los otros dos ángulos son agudos.

**III. Selecciona la respuesta correcta:**

**1. Los Triángulos equilátero son aquellos que:**

a. Tienen sus tres lados y ángulos iguales.

b. Tienen dos de sus lados iguales y uno diferente.

c. Tienen sus tres ángulos diferentes.

**2. Un triángulo isósceles es aquel que:**

**a.** Tienen sus tres lados diferentes.

**b.** Sus tres lados son iguales.

**c.** Tienen dos de sus lados iguales y uno diferente.

**3. Los triángulos escalenos son aquellos que:**

a. Tienen dos de sus lados iguales y uno diferente.

b. Tienen sus tres lados diferentes.

c. Tienen sus tres lados iguales.

# ACTIVIDADES DE LA UNIDAD III

**I) Construye:**

1. Un concepto propio de geometría para la vida.
2. Concepto de triángulo.
3. Un triángulo equilátero
4. Dibujos que contengan formas triangulares.
5. Un cilindro y su fórmula para encontrar el volumen

**Calcula:**

1- El área total de un tanque de gas que tiene una altura de 35cm y un radio de 14.5cm.

2- El perímetro de un triángulo equilátero, sabiendo que sus lados miden respectivamente 6 cm.

3- Calcula el volumen de un botellón de agua que tiene una altura de 38cm y un de radio 13cm.

4- Determinar el volumen de una esfera de radio 1 m.

## BIBLIOGRAFÍA


*Google*. (05 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: https://www.monografias.com/docs/La-Geometria-En-La-Vida-Diaria-PKYB5K5YBY

*Google*. (05 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: -https://prezi.com/n-ibpxhgcwyd/la-geometria-en-nuestra-vida-cotidiana/

*Google*. (24 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/almacen/Presentacion-Feria/MatematicasAstronomicas/triangulos.htm

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/perimetro-rectangulo/

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.matematicas18.com/es/tutoriales/geometria/figuras-geometricas/cuadrilatero/rectangulo/

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/rectangulo/

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/area-y-volumen-del-cilindro.html

*Google*. (25 de Junio de 2020). Obtenido de https://deconceptos.com/matematica/perimetro

*Google*. (26 de Junio de 2020). Obtenido de http://laescuelaencasa.com/matematicas-2/geometria-basica/clase-6-area-las-figuras-planas/

**UNIDAD IV**

**TRIGONOMETRÍA PARA LA VIDA**


**Autores**

Apolinar Martínez Alvarez

Jose Pierre

Guillermo José López Rodríguez

Jorge Luis Rodríguez Arias

## ORIENTACIONES DE LA UNIDAD IV

Esta unidad se designa "trigonometría para la vida", cuyo objetivo es determinar las distintas aplicaciones de la trigonometría en la vida cotidiana. En esta se introducen las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo. Para ellos se comienza la unidad describiendo los conceptos básicos de trigonometría y teorema de Pitágoras.

Este módulo es una propuesta de trabajo relativo a un proceso enseñanza aprendizaje, que favorece la ampliación y profundización del conocimiento en la trigonometría, aclarando y definiendo conceptos que enriquecen las expresiones matemáticas, y actividades relativas, así como, las funciones trigonométricas, introduciremos el teorema de Pitágoras y problemas de aplicación de dicho teorema.

El participante debe ser capaz de autodirigirse, autoevaluarse, automonitorearse y tener habilidades de autoaprendizaje que le permitan aprender para la vida, saber resolver problemas, ser empático, flexible, creativo y responsable.

## COMPETENCIAS DE LA UNIDAD IV

- ✓ Aplica procedimientos matemáticos para obtener las funciones trigonométricas de ángulos cualesquiera para la vida.

- ✓ Explica cómo se resuelven situaciones de la vida cotidiana utilizando funciones trigonométricas.

- ✓ Relaciona la trigonometría en la solución de situaciones problemáticas en diversos contextos.

- ✓ Utiliza las funciones trigonométricas en la solución de situaciones problemáticas que involucren áreas y volúmenes en situaciones de la vida diaria.

# ESQUEMA DE CONTENIDO DE LA UNIDAD IV

4.1 Historia de la trigonometría
4.2 Utilidad de la trigonometría en la vida diaria

4.3 Definición trigonométrica

4.4 Pitágoras

4.5 Teorema de Pitágoras

4.6 Funciones trigonométricas

4.6.1 Seno

4.6.2 Cosene

4.6.3 Tangente

4.7 Aplicaciones matemáticas de Pitágoras

4.8 Aplicaciones de Pitágoras para la vida

4.9 Aplicaciones matemáticas con funciones trigonométricas

4.10 Aplicaciones con funciones trigonométricas para la vida.

-Resumen de la Unidad

-Ejercicios de Autoevaluación de la Unidad IV

-Actividades de la Unidad IV

-Bibliografía

**Unidad IV**
**Trigonometría para la vida**

## 4.1 Historia de la trigonometría

La historia de la trigonometría y de las funciones trigonométricas podría extenderse por más de 4000 años. Los babilonios determinaron aproximaciones de medidas de ángulos o de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos. Varias tablas grabadas sobre arcilla lo testimonian. Por ejemplo, una tablilla babilonia escrita en cuneiforme, denominada Plimpton 322 (en torno al 1900 a. C.) muestra quince ternas pitagóricas y una columna de números que puede ser interpretada como una tabla de funciones trigonométricas (ver fig.); sin embargo, existen varios debates sobre si, en realidad, se trata de una tabla trigonométrica.

Fig. Plimpton 322.

La unidad común de medida angular, el grado, se cree que se originó con los babilonios. En general se supone que la división de un círculo en 360 partes se basaba en la cercanía de este número a la duración del año, los 365 días.

Hiparco es uno de los grandes astrónomos griegos, la trigonometría tiene aparentemente sus inicios con sus trabajos.

Ciertamente los babilonios, egipcios y los primeros griegos sabían mucha astronomía antes de Hiparco, ellos también determinaron la posición de muchas estrellas en la esfera celeste antes que él, pero Hiparco es a quien se le atribuye la primera tabla de cuerdas.

Debe recordarse que en los días de Hiparco no existía tal cosa como las “razones trigonométricas”. Los griegos y, después de ellos, los hindúes y los árabes utilizaron "líneas" trigonométricas. Al principio, éstas tomaron la forma de cuerdas en un círculo y se hizo obligatorio hasta Claudio Ptolomeo asociar valores numéricos (o aproximaciones) con las cuerdas. [Ver sección 1.2] Es probable que la medida de 360 grados procediera de la astronomía, donde el zodíaco había sido dividido en doce "signos" o 36 "decanos". Un ciclo de 360 días podía fácilmente hacerse coincidir con el sistema de los signos zodiacales y decanos al subdividir cada signo en treinta partes y cada decano en diez partes. Nuestro sistema común de medición de ángulos puede provenir de esta correspondencia. Además, dado que el sistema babilónico de posición para fracciones fue obviamente superior a las fracciones de unidad egipcias y a las fracciones comunes griegas, era natural para Claudio Ptolomeo subdividir sus grados en sesenta partes (minutae primae), cada una de estas últimas en sesenta partes (minutae secundae) y así sucesivamente. Los traductores han sostenido que las frases latinas usadas en esta conexión han dado origen a nuestras palabras "minuto" y "segundo". Fue sin duda el sistema sexagesimal el que llevó a Ptolomeo a subdividir el diámetro de su círculo trigonométrico en 120 partes, cada una de ellas a su vez subdividida en sesenta minutos y cada minuto en sesenta segundos.

Los egipcios dividieron a los 360 grados de la eclíptica en 36 secciones de 10 grados cada uno. (Ver fig. 1.2) Esta división era 2300 años a. C. cada sección de diez grados (llamado decano de la palabra griega diez) contenía una constelación de estrellas, alineadas a lo largo de la eclíptica. Dado que la Tierra realiza una rotación completa en 24 horas, las estrellas en un nuevo decanato se levantarán sobre el horizonte más o menos cada 40 minutos. El sistema de decanos se utilizó para determinar las horas de la noche y las estaciones.

En la siguiente figura (1.2) las divisiones en la parte superior de la tabla representan decanatos. La tabla se lee de derecha a izquierda y las imágenes representan Marte (el barco y el toro), Orión con las tres estrellas como el Sol y la Luna, Sirius, Júpiter, Saturno, Mercurio y Venus. La sección inferior contiene imágenes de dioses de las estrellas o los demonios. Ellos representan a algunos de los días más importantes del año. El cuadro es en gran parte simbólico y funcional, pero no contiene imágenes de algunos grupos importantes de las estrellas.

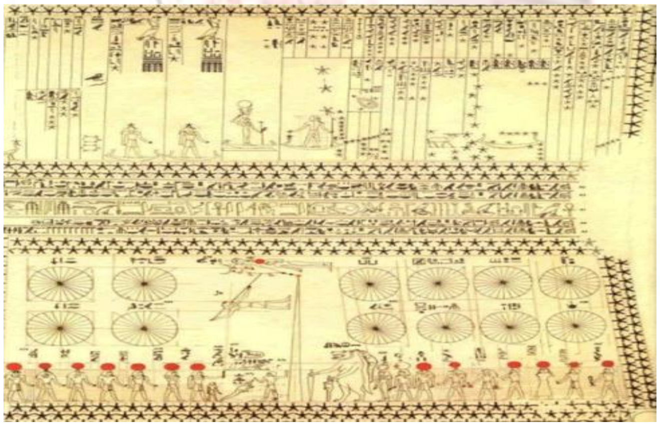


Fig. 1.2.

## 4.2 Utilidad de la trigonometría en la vida diaria

Muchos creen que las matemáticas son única y exclusivamente sumar, restar, multiplicar y dividir. Pero no es así, las matemáticas son utilizadas también en la vida cotidiana, ya sea para subir escaleras, cortar una manzana, e incluso utilizar tu teléfono celular.

Por ahora, se le explicará cómo se utiliza la trigonometría en la vida cotidiana; pero antes, vamos a ver un pequeño concepto sobre qué es la trigonometría.

La trigonometría es una rama de la matemática, cuyo significado etimológico es "la medición de los triángulos".

En términos generales, la trigonometría es el estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante. Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. La trigonometría se aplica a otras ramas de la geometría, como es el caso del estudio de las esferas en la geometría del espacio.

Posee numerosas aplicaciones: las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas de navegación por satélites.

La trigonometría ha aportado mucho en nuestra sociedad como por ejemplo la construcción de casas o edificaciones las diferentes medidas que se deben hacer. La trigonometría es de mucha utilidad en la ingeniería civil, para el cálculo preciso de distancias, ángulos de inclinación o de peralte en una carretera. Esto sería una aplicación en el desarrollo tecnológico. Una aplicación o un aporte de la trigonometría en el desarrollo científico serían en la elaboración de métodos numéricos por parte de matemáticos para realizar una ecuación diferencial o resolver una integral que no se pueda trabajar con los métodos convencionales. Otro aporte en el plano científico podría ser en la biogenética o en la biología para evaluar funciones que dependan de ciertos parámetros trigonométricos.

Para terminar, la trigonometría es una de las muchas ramas de la matemática en la cual no solo se utiliza para la construcción de edificios, como mucha gente en el mundo piensa, sino también para la medición de distancias entre algunos puntos geográficos y en sistemas de navegación por satélites, también para hallar ángulos de inclinación o de peralte en una carretera; la trigonometría tiene muchas aplicaciones y puedes resolver problemas de la vida diaria y como ya saben también se utiliza mucho en la ingeniería; ve a tu alrededor y veras siempre una figura geométrica, un ángulo, un triángulo, sistema de fuerzas, entre otros. Y en general la trigonometría es quizá la parte de mayor uso en la vida diaria y en algún momento de tu vida vas a poder ver esta materia en tu vida cotidiana ya sea directa o indirectamente.

## 4.3 Definición de trigonometría

Es una rama de la matemática, cuyo significado etimológico es 'la medición de los triángulos'. Estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de triángulos, de las propiedades y aplicaciones de las funciones trigonométricas de ángulos.

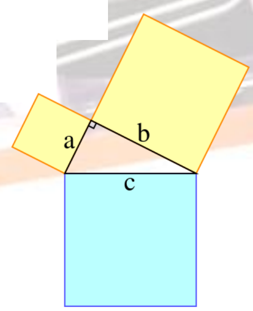
## 4.4 Pitágoras

Fue un filósofo y matemático griego considerado el primer matemático puro. Contribuyó de manera significativa en el avance de la matemática helénica, la geometría, la aritmética, derivada particularmente de las relaciones numéricas, y aplicadas por ejemplo a la teoría de pesos y medidas, a la teoría de la música o a la astronomía.

## 4.5 Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Si en un triángulo rectángulo hay catetos de longitud ay b, y la medida de la hipotenusa es c, entonces se cumple la siguiente relación:




$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$; también podemos decir que: $\boldsymbol{c = \sqrt{a^2 - b^2}}$

De esta se deducen tres corolarios de verificación algebraica y aplicación práctica:

c = $\sqrt{\boldsymbol{a^2 + b^2}}$

a = $\sqrt{\boldsymbol{c^2 - b^2}}$

b = $\sqrt{\boldsymbol{c^2 - a^2}}$

**Documentación:**

**a** = cateto
**b** = cateto
**c** = hipotenusa

## 4.6 Funciones trigonométrica

En matemáticas, las funciones trigonométricas son las funciones establecidas con el fin de extender la definición de las razones trigonométricas a todos los números reales y complejos.

### 4.6.1 Seno

El **seno** (sin ó sen) es el cociente entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

**Seno** $\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$

### 4.6.2 Coseno

El **coseno** (cos) es el cociente entre el cateto adjunto al ángulo y la hipotenusa.

**Coseno** $\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$

### 4.6.3 Tangente

La tangente (tg ó tan) es el cociente entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa.

**Tangente** $\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$

### 4.7 Aplicaciones matemáticas de Pitágoras

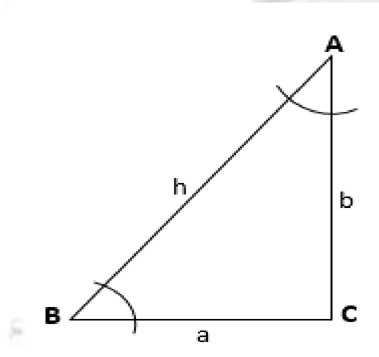
**a) En el siguiente triángulo rectángulo nos piden buscar la hipotenusa, sabiendo que el lado a mide 3cm y el lado b mide 4cm.**

**Datos:**

h=?

a = 3cm

b = 4cm




Como nos pide buscar la hipotenusa la fórmula a utilizar es la siguiente:

**c =** $\sqrt{\boldsymbol{a^2} + \boldsymbol{b^2}}$

- Sustituir valores:

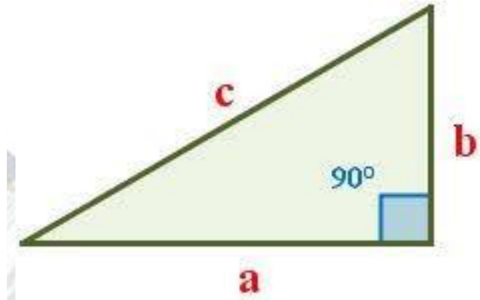
c = $\sqrt{(3cm)^2 + (4cm)^2}$

c = $\sqrt{9cm^2 + 16cm^2}$

c = $\cancel{\sqrt{}}25cm^{\cancel{2}}$

c = 5cm

**b) Después de saber que la hipotenusa mide 9mts y el lado b mide 6mts. Determine cuantos metros mide el lado a.**




**Datos:**

c = 9mts

b = 6mts

a=?

Como nos pide buscar el lado a, la fórmula a utilizar es la siguiente:

**a =** $\sqrt{\boldsymbol{c^2 - b^2}}$

- Sustituir valores:

a = $\sqrt{(9mts)^2 - (6mts)^2}$

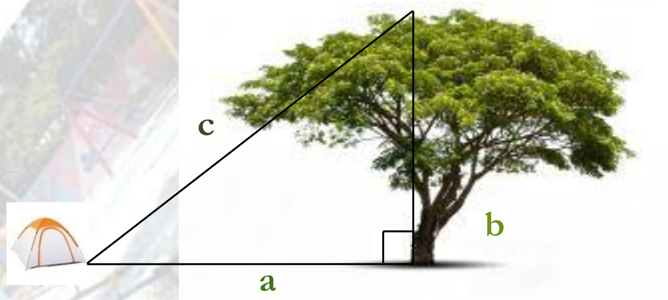
a = $\sqrt{81mts^2 - 36mts^2}$

a = $\cancel{\sqrt{}}45mts^{\cancel{2}}$

a = 6.71mts

**Repuesta:** para buscar los lados en los triángulos rectángulos, siempre la hipotenusa al cuadrado es restada con el lado al cuadrado.

**c) Si se toma como punto de referencia la casa de campaña, sabiendo que desde ese punto el lado c, mide 11 metros y el lado a, 8.5 metros. ¿Cuál será la altura que tiene el árbol?**




**Datos:**

c= 11m

a = 8.5m

b=?

Como nos pide buscar el lado b, la fórmula a utilizar es la siguiente:

$\mathbf{b} = \sqrt{\boldsymbol{c^2 - a^2}}$

- Sustituir valores:

$b = \sqrt{(11m)^2 - (8.5m)^2}$

$b = \sqrt{121m^2 - 72.25m^2}$

$b = \sqrt{48.75m^2}$

$b = \cancel{\sqrt{48.75m^{\cancel{2}}}}$

b = 6.98m

**Repuesta:** se pudo determinar que la altura del árbol es de 6.98m

## 4.8 Aplicaciones de Pitágoras para la vida

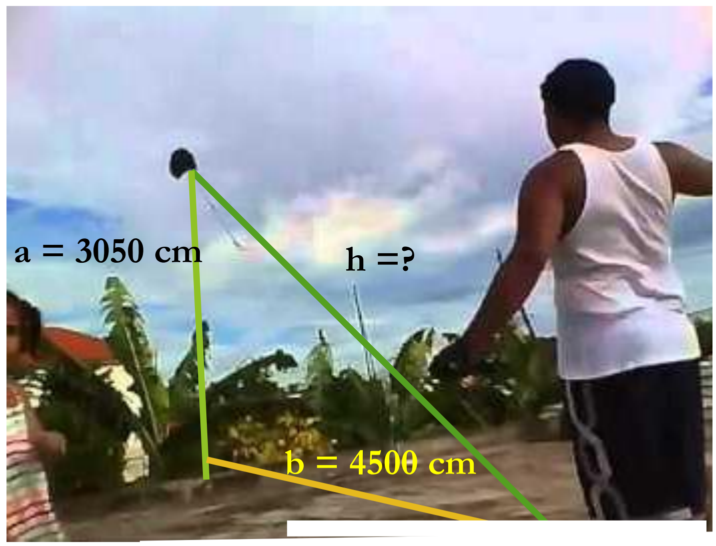
**a) Se necesita determinar la cantidad de hilo en centímetros que se debe utilizar para volar una chichigua, si esta tiene una altura de 3,050 cm y una distancia horizontal de 4,500 cm.**

**Datos:**

c =?

a = 3,050 cm

b = 4,500 cm




Como pide buscar hipotenusa la fórmula a utilizar es la siguiente:

$$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2}$$

- Sustituir valores:

$c^2 = (3{,}050\text{ cm})^2 + (4{,}500\text{ cm})^2$

$c^2 = 9{,}302,\ 500\text{ cm2} + 20{,}250,\ 000\text{ cm}^2$

$c^2 = 29{,}552,\ 500\text{ cm}^2$

$c = \sqrt{29{,}552{,}500cm^2}$

**c= 5,436.22 cm**

**La cantidad de hilo requerida para el vuelo de la chichigua es de 5,436.22 centímetros.**

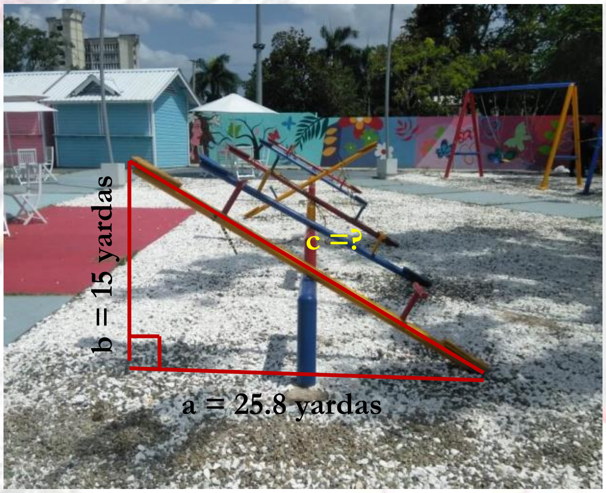
**b) La arquitecta Esmeralda, necesita determinar la medida en yardas del tubo pintado de amarillo, porque tiene una contrata en dos parque en la ciudad de Santiago. Las medidas que ella pudo recolectar son: lado b, 15 yardas, lado a, 25.8 yardas. Con estas medidas ella determinará cuánto mide el tubo.**

**Datos:**

b = 15 yardas

a = 25.8 yardas

c =?




Como pide buscar la hipotenusa la fórmula que se debe emplear es:

$$\boldsymbol{c = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

- Sustituir valores:

$$c = \sqrt{(25.8yd)^2 + (15yd)^2}$$

$$c = \sqrt{665.64yd^2 + 225yd^2}$$

$$c = \sqrt{890.64yd^2}$$

$$c = 29.84yd$$

**El largo del tubo que la arquitecta necesita es de 29.84 yardas.**

**c) La maestra de matemática del Liceo Prof. Enrique Pimentel, le pidió a los/as estudiantes de 4B, que en sus hogares le tomaran las medidas en pulgadas a una de sus ventanas y que la misma sean las siguientes: la altura y la diagonal o hipotenusa y que buscaran su base. El grupo 2 obtuvo las siguientes medidas: la altura fue de 46.5 pulgadas y la diagonal o hipotenusa midió 77.10 pulgadas.**


**Datos:**

a = 46.5 pulgadas

b =?

c = 77.10 pulgadas

La fórmula a utilizar es:

$\mathbf{b^2 = c^2 - a^2}$

- Sustituir valores:

$b^2 = (77.10\text{pulg.})^2 - (46.5\text{pulg.})^2$

$b^2 = 5944.41 \text{ pulg}^2 - 2162.25 \text{ pulg}^2$

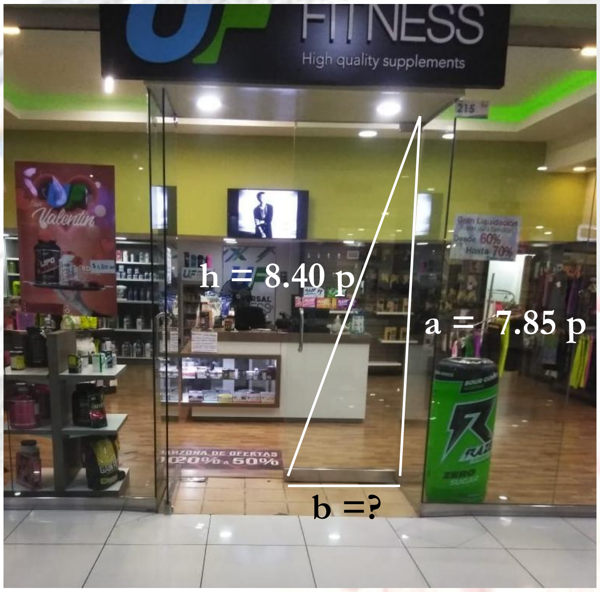
$b^2 = 3782.16 \text{ pulg}^2$

$b = \sqrt{3782.16\, pulg^2}$

**b =61.5 pulg.**

**La base de la ventana mide 61.5 pulgadas.**

**d) La profesora Doraliz B. del Instituto Tecnológico México, salió con los estudiantes del 4F de Informática, hacia la Plaza Internacional. Ella de manera astuta le pidió al encargado de la tienda que le permitiera tomar las medidas a la puerta que está cerrada, ya que esta le había impartido la clase de Pitágoras y quería llevar esto a la vida real, el encargado no dudó en la petición de la docente. Las medidas que los jóvenes tomaron fueron las siguientes: altura 7.85 pie y la diagonal fue de 8.40 pie. Ellos distribuidos en grupo se dispersaron por los pasillos, y al momento le entregaron los resultados.**




**Datos:**

a = 7.85 pie

h = 8.40 pie

b =?

La fórmula a utilizar es la siguiente:

$$\boldsymbol{b = \sqrt{h^2 - a^2}}$$

- Sustituir valores

$$\mathrm{b} = \sqrt{(8.40\text{pie})^2 - (7.85\text{pie})^2}$$

$$\mathrm{b} = \sqrt{70.56\text{pie}^2 - 61.62\text{pie}^2}$$

$$\mathrm{b} = \sqrt{8.94\text{pie}^2}$$

$$\mathrm{b} = 3 \text{ pie}$$

**La profesora les informó a todos los grupos, que aquellos que le dio de 2.9 a 3 pie realizaron un excelente trabajo, eso es propio del redondeo.**

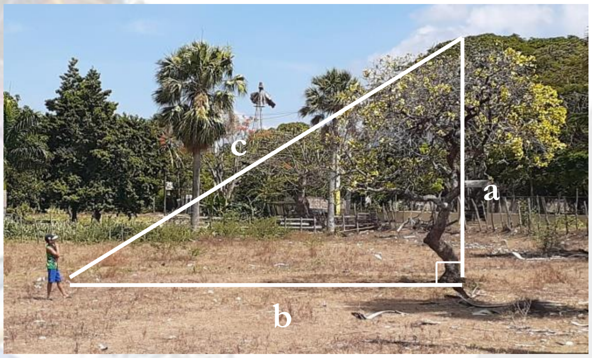
**e) El propietario de este terrero necesita saber cuál es la altura que tiene el árbol que el niño está viendo, y para esto el dueño sabe que partiendo de donde está el infante la distancia es de 5.15 metros, la diagonal que se marca es de 6.12 metros. Con estos datos él determinará la altura del árbol.**

**Datos:**

a = 5.15m

c = 6.12m

b =?




Como pide buscar el lado b, la fórmula para trabajar es la siguiente:

**b =** $\boldsymbol{\sqrt{c^2 - a^2}}$

- Sustituir valores:

b = $\sqrt{(6.12m)^2 - (5.15m)^2}$

b = $\sqrt{37.45m^2 - 26.52m^2}$

b = $\cancel{\sqrt{10.93m^{2}}}$

b = $\sqrt{10.93m^2}$

b = 3.31m

**El árbol tiene una altura de 3.31 metros.**

**f) Se necesita saber cuál es la altura de la señal de transito que se presenta a continuación, sabiendo que la sombra que en este se presenta tiene 37 pulgadas de longitud y la medida de la diagonal es de 108.97 pulgadas. Determine la altura.**

**Datos:**

b = 37 pulg.

h = 108.97 pulg.

a =?


Como pide buscar el lado b, la fórmula a utilizar es la siguiente:

$$\mathbf{a} = \sqrt{\mathbf{c}^2 - \mathbf{b}^2}$$

- Sustituir valores:

$$a = \sqrt{(108.97\text{pulg.})^2 - (37\text{pulg.})^2}$$

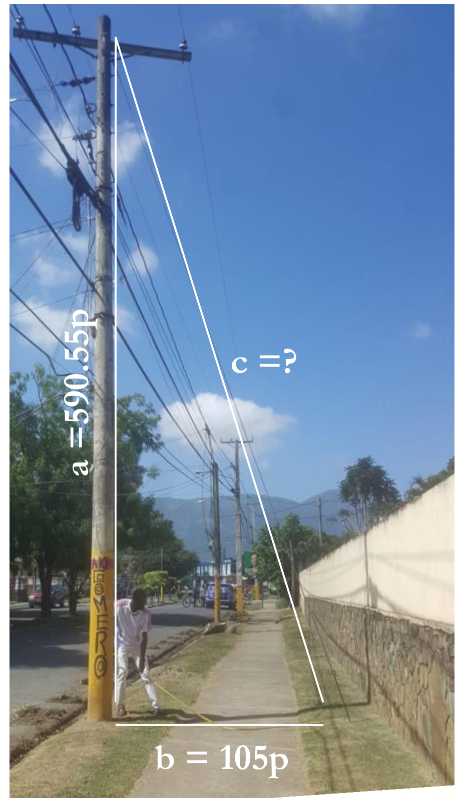
$$a = \sqrt{11874.46\text{pulg.}^2 - 1369^2}$$

$$a = \cancel{\sqrt{\phantom{x}}}\,10505.46\text{pulg.}^{\cancel{2}}$$

a = 102.50 pulg.

**La altura de la señal de transito es 102.50 pulgadas.**

**g) Después de saber que en el triángulo rectángulo que se presentan a continuación, su base es de 105 pulgadas y la altura es de 590.55 pulgadas. Determine cuántas pulgadas mide la hipotenusa.**




**Datos:**
$b = 105$
$a = 590.55$
$c = ?$

**Fórmula:**
$c^2 = a^2 + b^2$

**Solución:**
$c^2 = (590.55pulg.)^2 + (105pulg.)^2$
$c^2 = 348749.3pulg^2 + 11025pulg^2$
$c^2 = 359774.3pulg^2$

En el próximo caso se sustituye el cuadrado de la hipotenusa (c) para obtener la raíz de 359774.3pulgadas$^2$, de la siguiente manera:

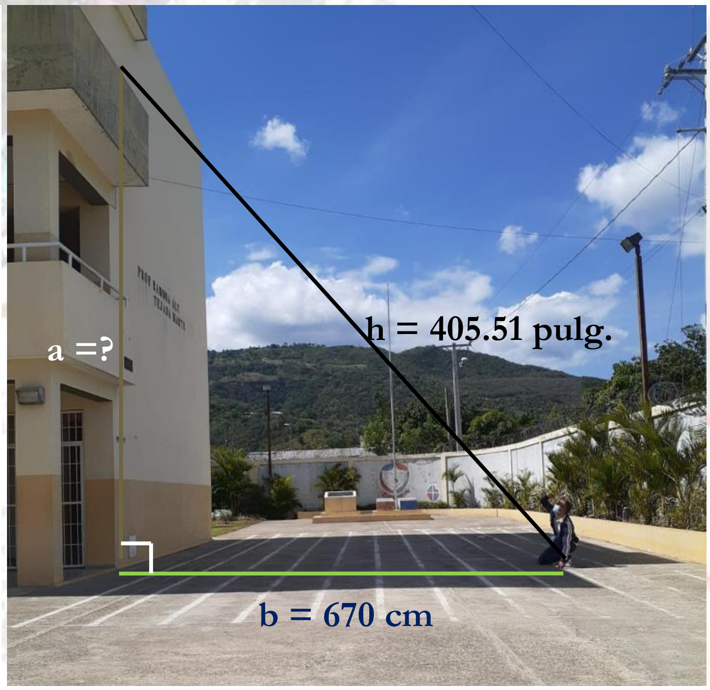
$c^2 = 359774.3pulg^2$
$c = \cancel{\sqrt{}}\,359774.3pulg.^{\cancel{2}}$
$c = 599.81pulg.$

**La hipotenusa tiene una longitud de 599.81 pulgadas.**

**h) La docente Jennifer C. del Liceo Vespertino La Esperanza, les informó a los estudiantes de 1roD, que debían que realizar una práctica basada en la vida real, donde estos debían utilizar la sombra de un edificio para saber su altura con el sistema de medidas de metros, por esta vez solo trabajaran el equipo 2 y 3. El equipo 2 tomó la muestra de la diagonal del triángulo rectángulo marcado y esta fue de 1030 pulgadas y el equipo 3, la base y esta marcó 670 centímetros.**

**Datos:**

a =?
h = 405.51pulg. = 10.30m
b = 670cm. = 6.70m




**Paso 1. Convertir**

1.1 Convertir de pulg. a metros

1m 39.37 pulgadas
x 405.51 pulgadas

$$x = \frac{1m \; x \; 405.51 \; \cancel{pulgadas}}{39.37 \; \cancel{pulgadas}}$$

$$x = \frac{405.51m}{39.37}$$

x = 10.30m

1.2 convertir de cm a metros

1m 100cm
x 670cm

$$x = \frac{1m \; x \; 670\cancel{cm}}{100\cancel{cm}}$$

$$x = \frac{670m}{100}$$

x = 6.70m

**Paso 2. Se opera con Pitágoras**
**Se hace uso de la fórmula:**

$$a^2 = h^2 - b^2$$

**Solución:**

$a^2 = h^2 - b^2$
$a^2 = (10.30m)^2 - (6.70m)^2$
$a^2 = 106.09m^2 - 44.89m^2$
$a^2 = 61.2m^2$
$a = \sqrt{61.2m^2}$
$a = 7.82m$

**La altura del edificio es de 7.82m**

**i) El maestro Noé L. le asigno a los estudiantes de 1[ro] D, del liceo donde este imparte docencia, que le busquen la altura de un edificio cualquiera, pero que deben utilizar la sombra del mismo, ya que se desea demostrar lo mencionado por Pitágoras, cuando tenemos un triángulo rectángulo. Los jóvenes visualizaron este edificio y lo consideraron oportuno para demostrar lo expuesto por menciona científico. Las medidas obtenidas por estos son las siguientes: hipotenusa es de 32.08 metros y la base del mismo es de 4.42 metros.**

**Datos:**

a =?

h= 32.08 metros

b = 4.42 metros

**Fórmula:**

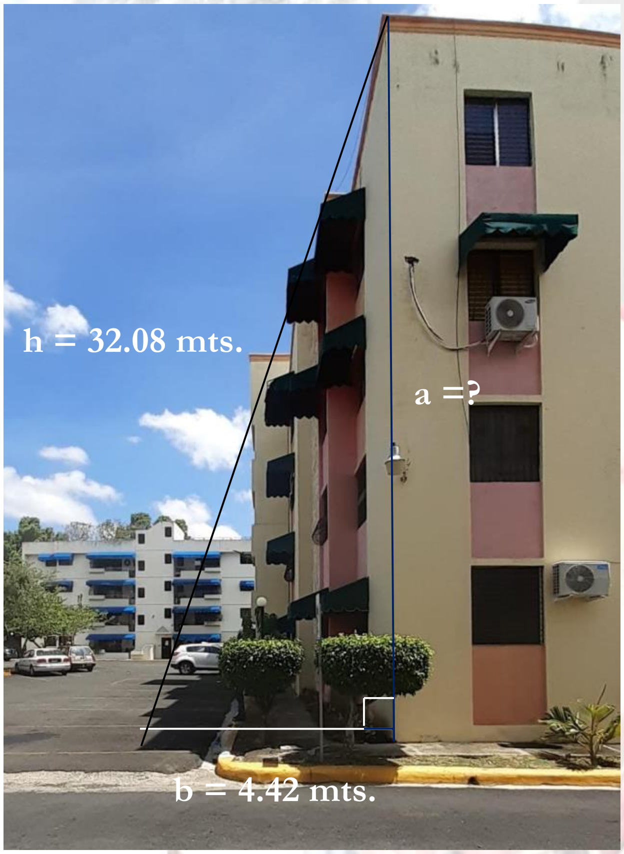
a = $\sqrt{h^2 - b^2}$

a = $\sqrt{(32.08mts)^2 - (4.42mts)^2}$

a = $\sqrt{1092.13mts^2 - 19.54mts^2}$

a = $\sqrt{1072.59mts^2}$

**a = 32.75mts**




**La altura del edificio es de 32.75 metros.**

4.9 Aplicaciones matemáticas con funciones trigonométricas

**a) El siguiente triángulo rectángulo tiene los siguientes datos y se busca determinar el ángulo marcado con las primeras tres funciones trigonométricas, sabiendo que con cualquiera que se busque el ángulo debe de dar lo mismo.**

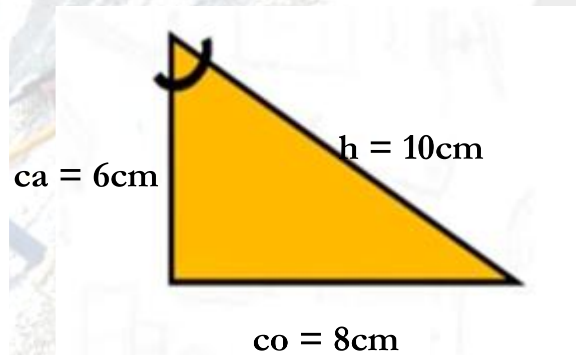
**Búsqueda de medida del ángulo.**

**Paso 1.**

$$\text{sen}\sphericalangle = \frac{co}{hip} = \frac{8cm}{10cm} = 0.8cm = 53.13°$$

$$\cos\sphericalangle = \frac{ca}{hip} = \frac{6cm}{10cm} = 0.6cm = 53.13°$$

$$\tan\sphericalangle = \frac{co}{ca} = \frac{8cm}{6cm} = 1.33cm = 53.13°$$




Cuando se obtiene el resultado de la división de la función trigonométrica, que en este caso son: Sen=0.8cm, Cos=0.6cm y Tan=1.33cm, se debe oprimir en la calculadora la tecla SHIFT, seguido de la función en la cual este trabajando, y por último marcar el resultado de la división, el resultado obtenido son los grados que se desea obtener.

**Repuesta: En este caso en todos los lados tenemos valores.**

**Paso 2.**

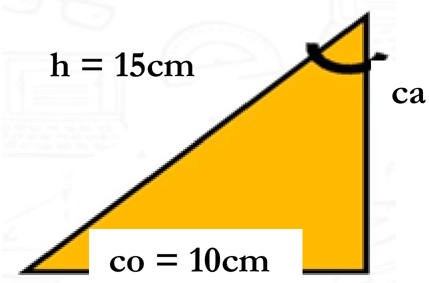
**En los triángulos rectángulo que le presento a continuación, podrán notar que sus medidas solo están en dos lados.**

**1) En este caso se busca con el ángulo marcado la medida de dicho ángulo.**

$\textbf{sen}\sphericalangle = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{hip}}$

sen$\sphericalangle = \frac{10cm}{15cm} = 0.67cm$

sen$^{-1}$ 0.67cm = 42.06°

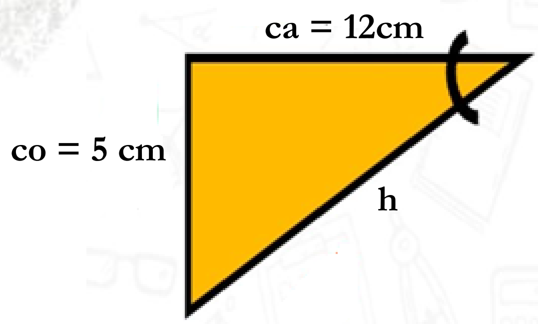



**2) En este caso se quiere comprobar el ángulo marcado la medida de dicho ángulo.**

$\textbf{tan}\ \sphericalangle = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{ca}}$

tan $\sphericalangle = \frac{5cm}{12cm}$ = 0.42cm

tan$^{-1}$ 0.42cm = 22.78°

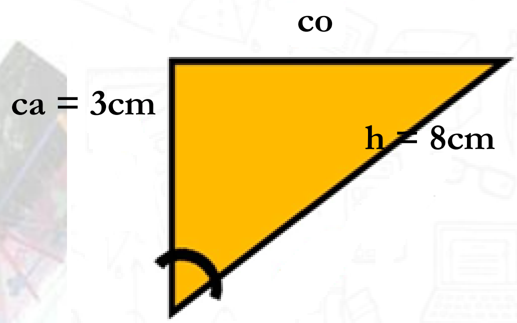


**3) En este caso se determina el ángulo marcado la medida de dicho ángulo.**

$\mathbf{cos}\sphericalangle = \frac{\boldsymbol{ca}}{\boldsymbol{hip}}$

$\cos\sphericalangle = \frac{3cm}{8cm} = 0.375\text{cm}$

$\cos^{-1} 0.375\text{cm} = 67.98°$




**Búsqueda de lados.**

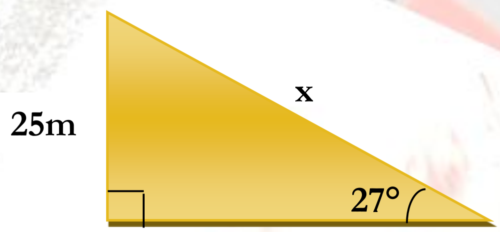
**a)** $\boxed{\mathbf{sen}\ \theta = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{hip}}}$ $\mathbf{cos}\ \theta = \frac{\boldsymbol{ca}}{\boldsymbol{hip}}$ $\mathbf{tan}\ \theta = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{ca}}$

**Datos:**

$\theta = 27°$

co= 25m

h= x




$\mathbf{sen}\ \theta = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{hip}}$

$\text{sen } 27° = \frac{25m}{x}$

$x * \text{sen } 27° = 25\text{m}$

$x = \frac{25m}{sen27°}$

$x = 55.07\text{m}$

**Repuesta: Se realiza una operación normal y a la vez se colocan los datos directamente en la calculadora. Ejemplo: 25m /sen27°= 55.07m**

b) **sen** $\theta\,\frac{co}{hip}$ **cos** $\theta\,\frac{ca}{hip}$ $\boxed{\textbf{tan}\ \theta = \frac{co}{ca}}$

**Datos:**
θ = 70°
co = 15m
ca = x

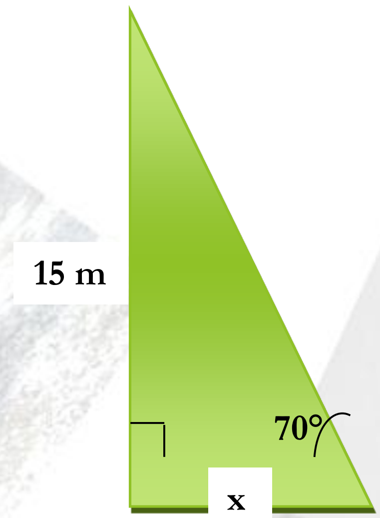
**tan** $\theta = \frac{co}{ca}$

tan 70° = $\frac{15m}{x}$

x * tan 70° = 15m

x = $\frac{15m}{tan\ 70°}$

x = 5.46m




c) **sen** $\theta\,\frac{co}{hip}$ $\boxed{\textbf{cos}\ \theta\,\frac{ca}{hip}}$ **tan** $\theta = \frac{co}{ca}$

**Datos:**
θ = 25°
ca = 13.2cm
h = y

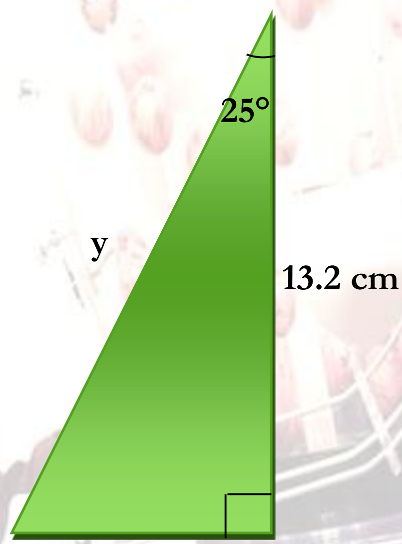
**cos** $\theta\,\frac{ca}{hip}$

cos 25° = $\frac{13.2cm}{y}$

y * cos 25° = 13.2cm

y = $\frac{13.2cm}{cos\ 25°}$

y = 14.56cm



**4.10 Aplicaciones con funciones trigonométricas para la vida**
**Búsqueda de medida del ángulo.**

**Paso 1. Con medidas en sus tres lados.**

**Después de saber que la altura del aro es de 100 pulgadas, la base indicada por la goma es de 71 pulgadas y la hipotenusa es de 122.64 pulgadas. Determine la medida del ángulo marcado con las tres funciones trigonométricas principales.**

sen∢$= \frac{co}{hip} = \frac{71\,pulg.}{122.64\,pulg.} = \ 0.58\,p$

$\text{sen}^{-1}$ 0.58 pulg = 35.37°

cos∢$= \frac{ca}{hip} = \frac{100pulg.}{122.64\,pulg.} = 0.82p$

$\cos^{-1}$ 0.82 pulg = 35.37°

tan∢$= \frac{co}{ca} = \frac{71\,pulg.}{100\,pulg.} = 0.71$

$\tan^{-1}$ 0.71pulg = 35.37°


**Como se puede destacar con las tres funciones mostradas, el ángulo fue el mismo.**

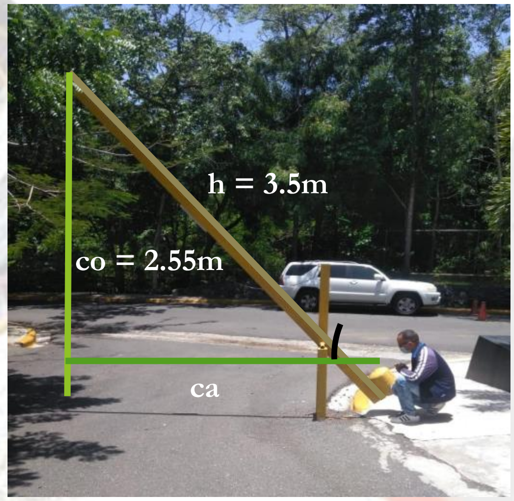
**Paso 2.**

**a) En el triángulo rectángulo que se presenta a continuación, se puede notar que sus medidas son las siguientes: 3.5m en su hipotenusa, 2.55m en su cateto opuesto. Determina el ángulo que se presenta en la figura.**

**sen**$\measuredangle = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{hip}}$

sen$\measuredangle = \frac{2.55m}{3.5m} = 0.73m$

sen$^{-1}$ 0.79m = 46.87°




**El ángulo tiene una amplitud de 46.87°**

**b) Se sabe que esta nevera tiene una altura de 170 pulgadas y la sombra que esta presenta es de 50 pulgadas. Determina la medida del ángulo señalado.**

**tan** $\measuredangle = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{ca}}$

tan $\measuredangle = \frac{50\ pulg.}{170\ pulg.}$ = 0.29 pulg.

tan$^{-1}$ 0.29 pulg. = 16.17°


**La medida del ángulo señalado es de 46.87°**

**c) En esta imagen se visualiza el triángulo rectángulo que está marcado con el color de azul, este representa las siguientes medidas: la hipotenusa tiene 224.69cm y el cateto adyacente 63.5cm. Se desea saber cuántos grados tiene el ángulo marcado.**

$\cos \sphericalangle = \frac{ca}{hip}$

$\cos \sphericalangle = \frac{63.5\ cm}{224.69\ cm} = 0.28\ cm$

$\cos^{-1} 0.28 = 73.74°$


**El ángulo marcado tiene 73.74°**

**d) Se necesita saber cuál es la diferencia en grados del segundo y tercer nivel del elevador que está en Colinas Mall, si la altura del primer nivel al segundo es de 7.8 metros y desde el primer nivel hasta el tercero es de 11.87 metros, tomando como punto de referencia la persona que está tomando la medida de la diagonal del triángulo rectángulo que es de 10.11 metros hasta el segundo nivel y 13.5 metros hasta el tercer nivel.**

**Paso 1**

$$\textbf{sen} \measuredangle = \frac{co}{hip}$$

$$\text{sen} \measuredangle = \frac{7.8m}{10.11m}$$

$\text{sen}^{-1}\ 0.77\text{m} = 50.35°$


**Paso 2**

$$\textbf{sen} \measuredangle = \frac{co}{hip}$$

$$\text{sen} \measuredangle = \frac{11.8m}{13.5m}$$

$\text{sen}^{-1}\ 0.87\text{m} = 60.46°$

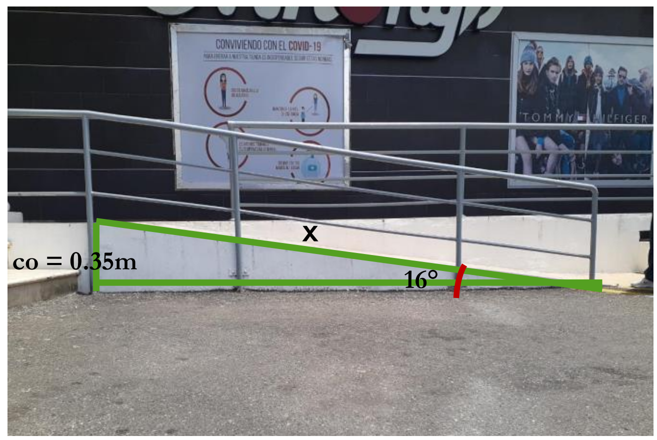

La diferencia es:
60.46° - 50.35° = 10.11°

**Como queda demostrado, la diferencia de grados del segundo y tercer nivel es de 10.11°.**

**Búsqueda de las medidas de lados.**

**a) En la rampa para personas discapacitadas podemos notar que ésta contiene los siguientes datos: 16 grados de amplitud, una altura de 0.35 metros. Determine la distancia para poder subir dicha rampa.**

$\boxed{\textbf{sen}\ \theta = \frac{co}{hip}}$ $\quad$ $\textbf{cos}\ \theta = \frac{ca}{hip}$ $\quad$ $\textbf{tan}\ \theta = \frac{co}{ca}$




**Datos:**
$\theta = 16°$
co= 0.35m
h= x

Se utiliza la fórmula marcada.

$$\textbf{sen}\theta = \frac{co}{hip}$$

$$\text{sen } 16° = \frac{0.35m}{x}$$

$$x * \text{sen } 16° = 0.35m$$

$$x = \frac{0.35m}{sen16°}$$

$$x = 1.27m$$

**La distancia para subir la rampa es 1.27m.**

**b) Al ingeniero Pérez propietario de la contrata "El Despertar", la Empresa de Distribución Eléctrica del Norte (EDENORTE) en Santiago, abrió con él una licitación, para estos saber cuánto cobraría por poner alambres sujetadores a 25 postes del tendido eléctrico, esta cuenta solamente con las siguientes medidas: altura 15 metros y un ángulo de inclinación de 70.88°, más un excedente de 1.80 metros para cada extremo para el amarre del cable.**

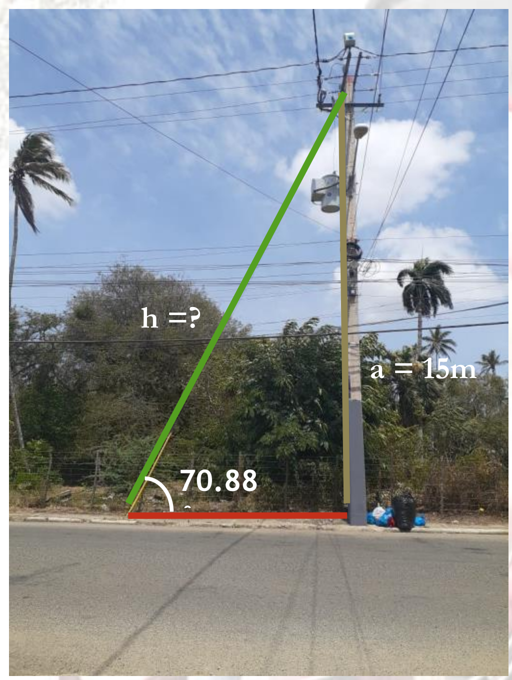
$\boxed{\textbf{sen } \theta = \frac{co}{hip}}$ $\quad$ $\textbf{cos } \theta = \frac{ca}{hip}$ $\quad$ $\textbf{tan } \theta = \frac{co}{ca}$

**Datos:**

altura: 15m

θ =70.88°

Excedente = 1.80m




Se utiliza la fórmula marcada.

$\textbf{sen } \theta = \frac{co}{hip}$

sen 70.88° $= \frac{15m}{x}$

x * sen 70.88° = 15m

x $= \frac{15m}{sen 70.88°}$

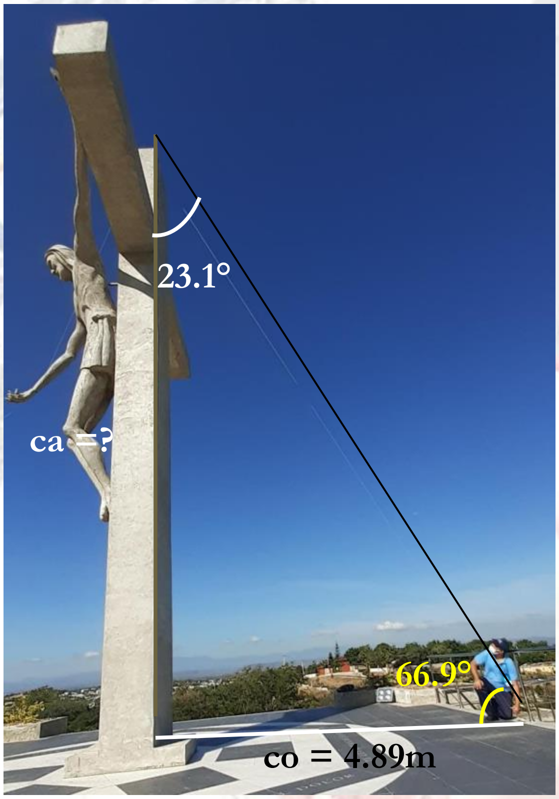
x = 15.88m

Se procede a sumar el excedente con el resultado y nos dará:

15.88m + 1.80m = 17.68m

**El total necesario en cada poste de los tendidos eléctricos es: 17.67m**

**c) La maestra Pamela V. del Politécnico Prof. Ramona Alt. Tejada Marte, les asignó el siguiente trabajo a los estudiantes de 5B, con la siguiente nota: necesito que utilicen la siguiente fórmula: tan θ = co/ca. Deben dirigirse al jardín botánico de Santiago, Prof. Eugenio de Jesús Marcano, específicamente al monumento "Cristo vive" para que de este me traigan la medida de su altura máxima, o sea de la cruz. Los/as jóvenes recolectaron las siguientes medidas: la base es de 4.89 metros y el ángulo marca es de 66.9°.**




**Datos:**
co = 4.89m
θ = 66.9°
ca =?

Como se debe buscar la medida de la altura con la tangente, sabiendo que todo triángulo mide 180° en su interior, y que en un triángulo rectángulo hay 90° donde se unen ambos catetos. En este caso primero se debe de buscar el ángulo para trabajar con la tangente y procederemos de la siguiente manera.

90° - 66.9°= 23.1°

$$\tan \theta = \frac{co}{ca}$$

$$\tan 23.1° = \frac{4.89m}{x}$$

$$x \cdot \tan 23.1° = 4.89m$$

$$x = \frac{4.89m}{\tan 23.1°}$$

$$x = 11.46m$$

**La altura máxima del monumento es de 11.46 metros.**

**d) En el triángulo rectángulo marcado por las sombras de la pared y la nevera, se puede notar que con relación al ángulo que mide 40°, su cateto opuesto tiene una longitud 55 pulgadas. Determina cuál es la medida del cateto adyacente.**

$\textbf{sen}\ \theta = \frac{co}{hip}$ $\quad$ $\textbf{cos}\ \theta = \frac{ca}{hip}$ $\quad$ $\boxed{\textbf{tan}\ \theta = \frac{co}{ca}}$

**Datos:**
θ = 40°
co = 55pulg.
ca = x

Se utiliza la fórmula marcada.

$\textbf{tan}\ \theta = \frac{co}{ca}$

$\tan 40° = \frac{55pulg}{x}$

x * tan 40° = 55pulg

$x = \frac{55pulg}{\tan 40°}$

x = 65.55pulg.


**El cateto adyacente tiene una longitud de 65.55 pulgadas.**

**e) El maestro López desea saber qué distancia debe recorrer para tomar la gorra del árbol, sabiendo que la prenda está a 178 cm de altura y que desde el punto que él está, forma un ángulo 42 grados. Determinar la distancia para tomar la gorra.**

**sen** $\theta = \frac{co}{hip}$ **cos** $\theta = \frac{ca}{hip}$ $\boxed{\textbf{tan } \theta = \frac{co}{ca}}$

**Datos:**

$\theta = 42°$

co = 178cm

ca = x

Se utiliza la fórmula marcada.

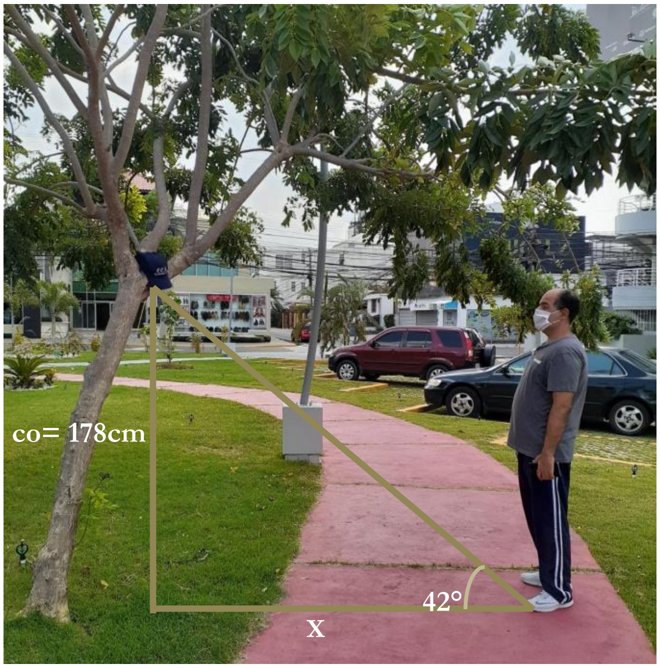
**tan** $\theta = \frac{co}{ca}$

$\tan 42° = \frac{178cm}{x}$

x * tan 42° = 178cm

$x = \frac{178cm}{\tan 42°}$

x = 197.69cm




**Para tomar la gorra el maestro tiene que recorrer una distancia de 197.69cm.**

**f) La maestra Esmeralda transitaba por unas de las calles del Ensanche Gregorio Luperón (Camboya) en la ciudad de Santiago, y vio al técnico de la compañía de Telecable Áster, aparentemente arreglando una avería, cuando en esos momentos se detuvo y le tomó una foto, después le pidió al trabajador que si no era mucha molestia tomar algunas medidas para ser llevada al politécnico donde la misma es docente, el técnico con mucha amabilidad le ayudó a tomar las medidas que esta requería, y estas fueron: altura hasta donde está la escalera apoyada, 228 pulgadas y el ángulo marcado con 70°. Determinar cuál es la medida de la escalera al pie del poste del tendido eléctrico.**

$\textbf{sen}\ \theta = \frac{co}{hip}$ $\textbf{cos}\ \theta = \frac{ca}{hip}$ $\boxed{\textbf{tan}\ \theta = \frac{co}{ca}}$

**Datos:**

co = 228pulg.

θ = 70°

ca = y

Se utiliza la fórmula marcada.

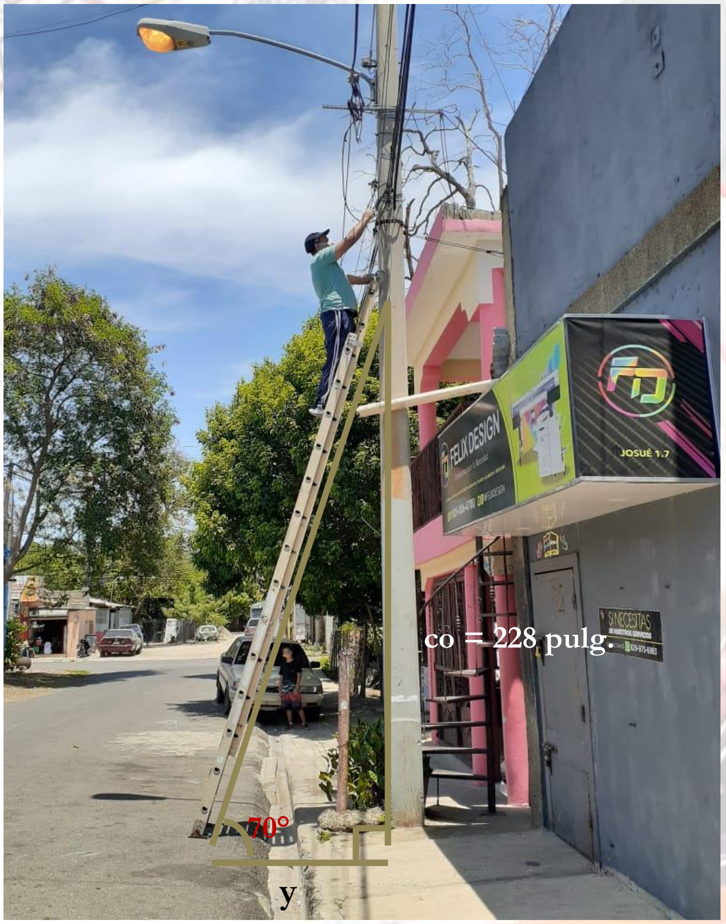
$$\textbf{tan}\ \theta = \frac{\textbf{co}}{\textbf{ca}}$$

$$\tan \theta = \frac{228\text{pulg.}}{y}$$

y . tan 70°= 228pulg.

$$y = \frac{228\text{pulg.}}{\tan 70°}$$

y = 83pulg.




**Se puede notar que la escalera tiene una distancia al pie del poste del tendido eléctrico de 83 pulgadas.**

**g) La profesora Concepción tomó un transportador, midió el ángulo marcado, resultando que este mide 28 grados, luego con una cinta métrica el cateto adyacente le arrojó una medida de 109.45 pulgadas. Ella desea saber con estas dos medidas cual será el largo de cada hoja de zinc, ya que éstas tienen el mismo largo.**

**sen** $\theta = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{hip}}$ $\boxed{\textbf{cos}\ \theta = \frac{\boldsymbol{ca}}{\boldsymbol{hip}}}$ **tan** $\theta = \frac{\boldsymbol{co}}{\boldsymbol{ca}}$

**Datos:**
θ = 28°
ca = 109.45 pulg
h = y

Se utiliza la fórmula marcada.

**cos** $\theta = \frac{\boldsymbol{ca}}{\boldsymbol{hip}}$

cos 28° $= \frac{109.45\ pulg}{y}$

y * cos 28° = 109.45 pulg.

y $= \frac{109.45\ pulg.}{cos\ 28°}$

y = 123.96pulg.


**Con los datos obtenidos por la profesora, pudo determinar que cada hoja de zinc tiene una longitud de 123.96 pulgadas.**

**h) El maestro Frankelis del Liceo Ulises Francisco Espaillat les asignó a los estudiantes de 5$^{to}$B que le busquen la altura al siguiente edificio con funciones trigonométricas. Los jóvenes utilizando las herramientas necesarias para tomar las medidas obtuvieron las siguientes: con relación al ángulo marcado que es de 38 grados y su cateto opuesto es 8.50 metros.**

$\textbf{sen } \theta = \frac{co}{hip}$ $\textbf{cos } \theta = \frac{ca}{hip}$ $\boxed{\textbf{tan } \theta = \frac{co}{ca}}$

**Datos:**

ca =?

$\theta = 38°$

co = 8.50m

Se utiliza la fórmula marcada.

$\textbf{tan } \theta = \frac{co}{ca}$

$\tan 38° = \frac{8.50m}{x}$

$x * \tan 38° = 8.50m$

$x = \frac{8.50m}{\tan 38°}$

$x = 10.88m$


**La altura registrada es de 10.88 metros.**

**i) La maestra Lily que imparte la asignatura de matemática en 5[to]A del Liceo Cesar Augusto Viloria, les manifestó a todos/as sus estudiantes de mencionado grado y sección que debían realizar una práctica de lo aprendido en esa semana, pero que estos debían llevarlo a la vida real, o sea que debían tomar medidas reales de un edificio. Utilizando las funciones trigonométricas, determinarían la altura de un edificio cualquiera. Los jóvenes obtuvieron las siguientes medidas: El ángulo marcado de blanco tiene una amplitud de 78.5° y el cateto opuesto mide 4.45 metros.**

$\textbf{sen}\ \theta = \frac{co}{hip}$ $\textbf{cos}\ \theta = \frac{ca}{hip}$ $\boxed{\textbf{tan}\ \theta = \frac{co}{ca}}$

**Datos:**

ca =?

θ = 8.3°

co = 4.45mts

**-** Para trabajar con la fórmula marcada y teniendo la medida de dicho ángulo, sabiendo que con ese ángulo no se puede trabajar la tangente, simplemente se resta 90° con 81.7° y el resultado obtenido será el ángulo con el cual se viene trabajando, este está resaltado de color amarillo.

90° - 81.7°=8.3°

Se opera con la fórmula marcada.

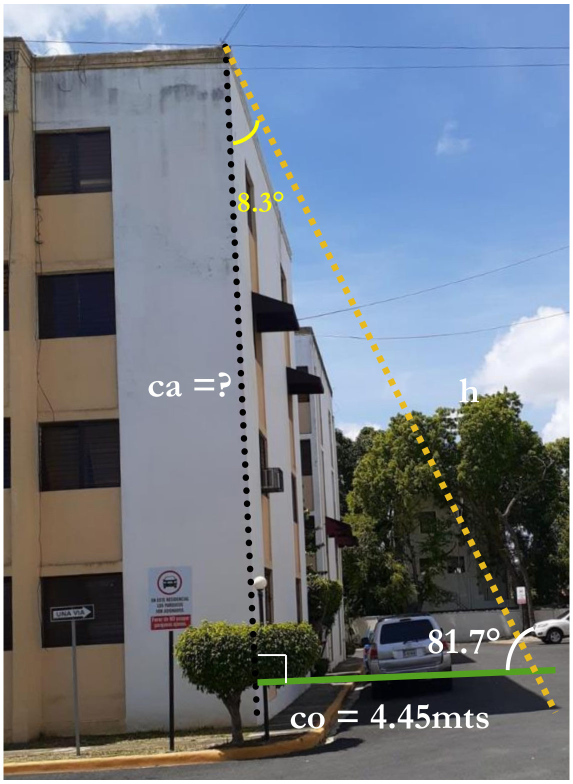
$\textbf{tan}\ \boldsymbol{\theta} = \frac{co}{ca}$

$\tan 8.3° = \frac{4.45m}{x}$

x . tan 8.3° = 4.45m

$x = \frac{4.45m}{\tan 8.3°}$

x = 30.5.m




**La altura del edificio es de 30.5 metros.**

## RESUMEN DE LA UNIDAD IV

Trigonometría contextualizada: La historia de la trigonometría y de las funciones trigonométricas podría extenderse por más de 4000 años. Los babilonios determinar aproximaciones de medidas de ángulos o de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos. Varias tablas grabadas sobre arcilla lo testimonian. Por ejemplo, una tablilla babilonia escrita en cuneiforme, denominada Plimpton 322 (en torno al 1900 a.

Utilidad de la trigonometría en la vida diaria: Muchos de nosotros creemos que las matemáticas son única y exclusivamente sumar, restar, multiplicar y dividir. Pero no es así, las matemáticas son utilizadas también en la vida cotidiana, ya sea para subir escaleras, cortar una manzana, e incluso utilizar tu teléfono celular.

El Teorema de Pitágoras: es un teorema que nos permite relacionar los tres lados de un triángulo rectángulo, por lo que es de enorme utilidad cuando conocemos dos de ellos y queremos saber el valor del tercero.

También nos sirve para comprobar, conocidos los tres lados de un triángulo, si un triángulo es rectángulo, ya que si lo es sus lados deben cumplirlo.

El triángulo rectángulo es un polígono de tres lados que tiene uno de sus ángulos recto (90º).

Los elementos de un triángulo rectángulo son: los dos lados contiguos al ángulo recto, a y b (cada uno de ellos es un cateto), y el lado mayor c, opuesto al ángulo recto, que es la hipotenusa.

## EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD IV

Lea atentamente y responda los siguientes ítems:

1- De las propiedades del triángulo rectángulo expuestas a continuación, ¿cuál es incorrecta?

a) La hipotenusa es mayor que cualquiera de los catetos.

b) Tiene tres ángulos agudos.

c) El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos.

d) Para calcular su área, un cateto cualquiera se puede considerar como base y el otro cateto como altura.

2- ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de lados 54 cm y 72 cm?

a) 75 cm.

b) 90 m.

c) 87 cm.

d) 90 cm.

3- Un cateto de un triángulo rectángulo mide 15 cm y su hipotenusa 17 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto?

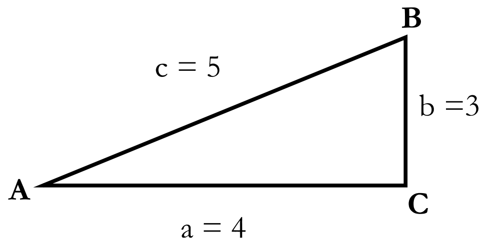
a) 12 cm.

b) 10 cm.

c) 8 cm.

d) 7 cm.

Observa el triángulo rectángulo **ABC** y, luego, responde las preguntas desde 4 hasta 6.




4- ¿Cuánto vale el seno del ángulo **A**?

a) sen A=3/5

b) sen A=5/4

c) sen A=4/5

d) sen A=3/4

5- ¿Cuál es la tangente del ángulo **A**?

a) tan A=5/3

b) tan A=5/4

c) tan A=4/3

d) tan A=3/4

6- ¿Cuál es el coseno del ángulo **B**?

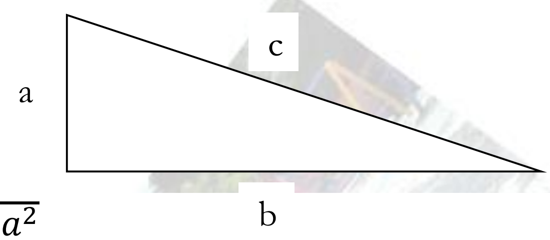
a) cos A=5/3

b) cos A=3/5

c) cos A=4/3

d) cos A=3/4

7- Si se desea buscar la base en el siguiente triángulo rectángulo, ¿cuál sería la fórmula a utilizar?




a) b = $\sqrt{c^2 - a^2}$

b) c = $\sqrt{a^2 + \ b^2}$

c) a = $\sqrt{c^2 - b^2}$

d) b = $\sqrt{a^2 - c^2}$

8- Se desea saber cuál de las funciones trigonométricas se cumple en el ángulo beta del triángulo rectángulo ABC, Si nos pide buscar el cateto opuesto y su hipotenusa.


a) sen β $= \frac{co}{hip}$

b) b = $\sqrt{c^2 - a^2}$

c) tan β = $\frac{co}{ca}$

d) cos β = $\frac{ca}{hip}$

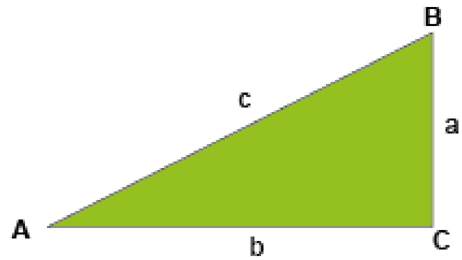
9- Del triángulo rectángulo del punto 8, ¿cuál sería la medida del ángulo beta si su cateto opuesto es de 75k y el cateto adyacente de 30k?

a) 67.20°
b) 68.20°
c) 69.20°
d) 70.20°

**ACTIVIDADES DE LA UNIDAD IV**

**Lea atentamente y responda los siguientes ítems:**

Resuelve los problemas del 1 al 5 usando como base el triángulo **ABC**.




1)- Se conocen las longitudes los dos catetos de un triángulo rectángulo: 33 m y 21 m. ¿Cuál es la medida de su hipotenusa?

a) 13.75 m.

b) 19.18 m.

c) 29.25 m.

d) 39.12 m.

2)- Se conocen los dos catetos de un triángulo rectángulo: **a** = 21 m y **b** = 33 m. ¿Cuál es la medida de su ángulo **B**?

a) B = 60° 22’.

b) B = 57° 32’.

c) B = 53° 52’.

d) B = 51° 18’.

3)- Se conocen un cateto y uno de los ángulos de un triángulo rectángulo: **b** = 5.2 m y **B** = 37º. ¿Cuál es la medida del otro cateto?

a) a = 4.9 m.

b) a = 5.9 m.

c) a = 6.9 m.

d) a = 7.9 m.

4)- Se conocen la hipotenusa y uno de los ángulos de un triángulo rectángulo: **c** = 7 m y **A** = 52º. ¿Cuál es la medida del cateto opuesto al ángulo **A**?

a) a = 5.52 m.

b) a = 6.73 m.

c) a = 7.41 m.

d) a = 7.98 m.

5)- Se conocen los catetos **a** y **b** de un triángulo rectángulo: 15 m y 18 m. ¿Cuánto miden los ángulos **A** y **B**?

a) A = 41º; B = 49 º.

b) A = 39º 48'; B = 50º 12'.

c) A = 45º 40'; B = 54º 20'.

d) A = 28º 15'; B = 61º 45'.

6)- La profesora Olkania le pidió a los jóvenes del 5A, que le digan cuánto mide el ángulo beta si el alfa es de 63.19°.

a) 24.81°
b) 25.82°
c) 26.81°
d) 27.82°

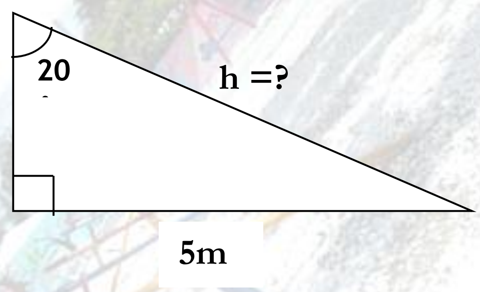
7)- La maestra Delka tiene en su aula una escoba y desea saber cuánto mide el palo, con ayuda de los estudiantes y una cinta métrica consigue las siguientes medidas, la base mide 20.32cm y la diagonal 104.99cm, ¿cuál es el largo del palo?

a) 103.00cm
b) 104.50cm
c) 106.00cm
d) 107.50cm

8)- El grupo 1 y 3 del curso de la maestra Solanyi G. tiene una pequeña disputa con una operación que la misma le asignó, donde la operación a realizar era la siguiente, en un triángulo rectángulo el cateto adyacente tiene 100 pulgadas y en su hipotenusa 120 pulgadas. Determine cuánto mide el ángulo alfa.

a) 33.59°pulg.
b) 35.41°pulg.
c) 36.52°pulg.
d) 38.69°pulg.

9)- En el colegio donde está laborando la Lic. Griselyn, los estudiantes del Nivel Secundario se le acercaron para que ella le sacara de una duda, ya que estos no podían resolver una operación asignado por su profesor, esta consistía en lo siguiente, se quiere determinar cuántos metros mide la hipotenusa marcada en la figura si su cateto opuesto mide 5m.




a) 17.62m

b) 16.62m

c) 15.62m

d) 14.62m

# BIBLIOGRAFÍA


Alex. (30 de Septiembre de 2016). *Matemática profe Alex*. Recuperado el 6 de Junio de 2020, de Matemática profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k&t=2s

Alex. (21 de Febrero de 2018). *Matemáticas profe Alex*. Recuperado el 2020 de Junio de 2020, de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg&t=212s

Antolín, R. M. (2012). Histotia de la trigonometría y sus enseñanza . En R. M. Antolín, *Historia de la trigonometría y sus enseñanaza* (págs. 11-12). México. Obtenido de https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/RosalbaMontalvoAntolin.pdf

Colón, J. (10 de Agosto de 2018). *CANAL LUVICON*. Recuperado el 05 de Junio de 2020, de CANAL LUVICON: https://www.youtube.com/watch?v=swMkyzvn-Bw

Estrada, J. A. (13 de Agosto de 2010). *math2me*. Recuperado el 5 de Junio de 05, de math2me: https://www.youtube.com/watch?v=uMPx37LRI2E

Rios, J. (2012 de Febrero de 2012). *JULIOPROFE.NET*. Recuperado el 6 de Junio de 2020, de JULIOPROFE.NET: JULIOPROFE.NET

*WIKIPEDIA*. (18 de Marzo de 2020). Recuperado el 2020 de Junio de 2020, de WIKIPEDIA: https://es.wikipedia.org/wiki/Pit%C3%A1goras

## RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

**Respuestas de autoevaluación de la unidad I**

1. V
2. V
3. V
4. V
5. V
6. V
7. F
8. V
9. F
10. V
11. F
12. V
13. V
14. V
15. V
16. F
17. V
18. V
19. F
20. V

**Respuestas de autoevaluación de la unidad II**

**Punto I**

1. **F**
2. **V**
3. **V**
4. **V**
5. **F**
6. **F**
7. **V**
8. **V**
9. **V**
10. **V**

**Punto II**

1. **Sistema de ecuaciones**
2. **Cramer**
3. **Álgebra**
4. **Álgebra elemental**
5. **Permutación**

**Punto III**

A. **6, 227, 020, 800**

B. **120**

C. **3, 628, 800**

**Punto IV**

A. 30, 240

B. 504

C. 840

D. 1, 680

**Punto V**

A. 7, 776

B. 1. 6, 561 2. 262, 144

**Punto VI**

A. 126

B. 70

C. 252

D. 70

**Punto VII**

1. Peloteros: 26, Fanático: 24
2. Tuercas: 10 pesos, Tubos: 150 pesos
3. Refresco: 55 pesos, Funda de pan: 50 pesos
4. Galón de pintura: 750 pesos, Funda de cemento: 325 pesos
5. Pollitas: 7, Pollitos: 8
6. Adultos: 30, Niños: 20
7. Vehículos: 4, Motores: 8
8. Lámparas: 35 pesos, Cuadros: 20 pesos

**Respuestas de autoevaluación de la unidad III**

**Punto I**

1. **V**
2. **V**
3. **V**
4. **F**
5. **V**

**Punto II**

1. **Cilindro**
2. **Base**
3. **Rectángulo**
4. **Generatriz**
5. **Radio -Basal**
6. **Acutángulo**
7. **Altura**
8. **Obtusángulo**

**Punto III**

1. **A**
2. **C**
3. **B**

## Respuesta de autoevaluación de la unidad IV

1. **B**
2. **D**
3. **C**
4. **A**
5. **D**
6. **B**
7. **A**
8. **A**
9. **B**

## BIBLIOGRAFÍA GENERAL


Alex, P. (16 de 05 de 2018). *Método de igualación*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg

Alex, P. (10 de 05 de 2018). *Método de Reducción*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: profe Alex

Alex, P. (24 de 05 de 2018). *Método de Sustitución*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

FactorialHr. (27 de 05 de 2020). *La función Factorial*. Obtenido de FactorialHr: https://factorialhr.es/numero-funcion-factorial

*Google*. (Mayo de 25 de 2020). Obtenido de Monografias.com: https://www.monografias.com/trabajos58/historia-numeros-naturales/historia-numeros-naturales2.shtml

*Google*. (28 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikiversidad: https://es.wikiversity.org/wiki/N%C3%BAmeros_naturales/La_suma

*Google*. (27 de Mayo de 2020). Obtenido de Superprof: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/naturales/resta-de-numeros-naturales.html

*Google*. (15 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: http://edublogmate1.blogspot.com/2015/09/numeros-racionales-en-la-vida-cotidiana.html

*Google*. (2020 de Julio de 2020). Obtenido de Definiciones: https://definicion.de/numeros-reales/

*Google*. (28 de Julio de 2020). Obtenido de Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real#Dos_clasificaciones

*Google*. (28 de Julio de 2020). Obtenido de Definiciones ABC: https://www.definicionabc.com/general/numeros-reales.php

*Googlo*. (s.f.). Obtenido de Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_entero

Matematoca, Fisica y mucho más. (12 de 09 de 2014). *Álgebra*. Obtenido de Matematoca, Fisica y mucho más: https://matemovil.com/curso-de-algebra/

MatesFacil. (15 de 06 de 2020). *Métodos para Sistemas de Ecuaciones*. Obtenido de MatesFacil: https://www.matesfacil.com/ESO/Ecuaciones/resueltos-sistemas-ecuaciones.html#:~:text=Un%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales,tienen%20m%C3%A1s%20de%20una%20inc%C3%B3gnita.&text=Es%20un%20sistema%20de%20dos,todas%20las%20ecuaciones%20del%20sistema.

Permutaciones y Combinaciones. (28 de 05 de 2020). *Permutaciones y Combinaciones*. Obtenido de http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L2_T3_text_final_es.html

Problemas y Ecuaciones. (10 de 06 de 2020). *Regla de Cramer*. Obtenido de Problemas y Ecuaciones: https://www.problemasyecuaciones.com/matrices/ejemplos-regla-Cramer-sistemas-ecuaciones-lineales-problemas-resueltos-2x2-3x3.html

Significados. (2013-2020). *Significado de Álgebra*. Obtenido de Significados: https://www.significados.com/algebra/

Venemedia Comunicaciones C.A. (2011-2019). *ConceptoDefinición*. Obtenido de Algebra: https://conceptodefinicion.de/algebra/

Yosoytuprofe. (03 de 06 de 2016). *Sistema de ecuaciones | Teoría y ejercicios*. Obtenido de Yo soy tu profe 20 minutos: https://yosoytuprofe.20minutos.es/2016/06/03/sistema-de-ecuaciones/

Alex, P. (16 de 05 de 2018). *Método de igualación*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg

Alex, P. (10 de 05 de 2018). *Método de Reducción*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=0ilTVp5uRz8&t=46s

Alex, P. (24 de 05 de 2018). *Método de Sustitución*. Obtenido de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

FactorialHr. (27 de 05 de 2020). *La función Factorial*. Obtenido de FactorialHr: https://factorialhr.es/numero-funcion-factorial

Matematoca, Fisica y mucho más. (12 de 09 de 2014). *Álgebra*. Obtenido de Matematoca, Fisica y mucho más: https://matemovil.com/curso-de-algebra/

MatesFacil. (15 de 06 de 2020). *Métodos para Sistemas de Ecuaciones*. Obtenido de MatesFacil: https://www.matesfacil.com/ESO/Ecuaciones/resueltos-sistemas-ecuaciones.html#:~:text=Un%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales,tienen%20m%C3%A1s%20de%20una%20inc%C3%B3gnita.&text=Es%20un%20sistema%20de%20dos,todas%20las%20ecuaciones%20del%20sistema.

Permutaciones y Combinaciones. (28 de 05 de 2020). *Permutaciones y Combinaciones*. Obtenido de http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U12_L2_T3_text_final_es.html

Problemas y Ecuaciones. (10 de 06 de 2020). *Regla de Cramer*. Obtenido de Problemas y Ecuaciones: https://www.problemasyecuaciones.com/matrices/ejemplos-regla-Cramer-sistemas-ecuaciones-lineales-problemas-resueltos-2x2-3x3.html

Significados. (2013-2020). *Significado de Álgebra*. Obtenido de Significados: https://www.significados.com/algebra/

Venemedia Comunicaciones C.A. (2011-2019). *ConceptoDefinición*. Obtenido de Algebra: https://conceptodefinicion.de/algebra/

Yosoytuprofe. (03 de 06 de 2016). *Sistema de ecuaciones | Teoría y ejercicios*. Obtenido de Yo soy tu profe 20 minutos: https://yosoytuprofe.20minutos.es/2016/06/03/sistema-de-ecuaciones/

*Google*. (05 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: https://www.monografias.com/docs/La-Geometria-En-La-Vida-Diaria-PKYB5K5YBY

*Google*. (05 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: -https://prezi.com/n-ibpxhgcwyd/la-geometria-en-nuestra-vida-cotidiana/

*Google*. (24 de Mayo de 2020). Obtenido de Wikipedia: http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/almacen/Presentacion-Feria/MatematicasAstronomicas/triangulos.htm

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/perimetro-rectangulo/

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.matematicas18.com/es/tutoriales/geometria/figuras-geometricas/cuadrilatero/rectangulo/

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/rectangulo/

*Google*. (06 de Junio de 2020). Obtenido de https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/area-y-volumen-del-cilindro.html

*Google*. (25 de Junio de 2020). Obtenido de https://deconceptos.com/matematica/perimetro

*Google*. (26 de Junio de 2020). Obtenido de http://laescuelaencasa.com/matematicas-2/geometria-basica/clase-6-area-las-figuras-planas/

Alex. (30 de Septiembre de 2016). *Matemática profe Alex*. Recuperado el 6 de Junio de 2020, de Matemática profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=CJ8bpjhwA2k&t=2s

Alex. (21 de Febrero de 2018). *Matemáticas profe Alex*. Recuperado el 2020 de Junio de 2020, de Matemáticas profe Alex: https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg&t=212s

Antolín, R. M. (2012). Histotia de la trigonometría y sus enseñanza . En R. M. Antolín, *Historia de la trigonometría y sus enseñanaza* (págs. 11-12). México. Obtenido de https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/RosalbaMontalvoAntolin.pdf

Colón, J. (10 de Agosto de 2018). *CANAL LUVICON*. Recuperado el 05 de Junio de 2020, de CANAL LUVICON: https://www.youtube.com/watch?v=swMkyzvn-Bw

Estrada, J. A. (13 de Agosto de 2010). *math2me*. Recuperado el 5 de Junio de 05, de math2me: https://www.youtube.com/watch?v=uMPx37LRI2E

Rios, J. (2012 de Febrero de 2012). *JULIOPROFE.NET*. Recuperado el 6 de Junio de 2020, de JULIOPROFE.NET: JULIOPROFE.NET

*WIKIPEDIA*. (18 de Marzo de 2020). Recuperado el 2020 de Junio de 2020, de WIKIPEDIA: https://es.wikipedia.org/wiki/Pit%C3%A1goras

**Primera Edición.**

**Santiago de los Caballeros, República Dominicana**

**Año 2020.**