

MANUAL

DIDÁCTICO

PARA LA SALIDA OPTATIVA DE
MATEMÁTICA & TECNOLOGÍA

TECNOL

ESTAD.

CALC. D.

MAT. FIN

TRIG.



NIVEL SECUNDARIO



DEPARTAMENTO
DE CURSO FINAL
DE GRADO

**MANUAL DIDÁCTICO PARA LA SALIDA OPTATIVA DE MATEMÁTICA
Y TECNOLOGÍA EN EL NIVEL SECUNDARIO**

2020

Santiago de los Caballeros, República Dominicana

**DIPLOMADO ORIENTADO AL PROCESO DIDÁCTICO PARA LA SALIDA OPTATIVA
DE MATEMÁTICA Y TECNOLOGÍA EN EL NIVEL SECUNDARIO**

Presentado por:

Anasamel Mercedes Hidalgo

Alba Miriam Colón Victoriano

Alba Iris Leclert De Jesús

Álvaro Luciano Espinal Núñez

Álvaro Muñoz Taveras

Betania Altagracia De La Paz Almánzar

Dismaylin Abreu Delgado

Daniel Antonio Belliard Valerio

Francis Lagares Abreu

Ismael Bautista Martínez

Juan Carlos Serrata

Jesús Franelly Nova Vásquez

Juan Carlos Monegro Paula

José Eulises Molina Núñez

Jorge Luis Polanco Rosario

Luis Carlos Coronado Bernabel

Lewis Manuel Castaño Burgos

María Alexandra Tíneo Reyes

Patricia Andreina García Burgos

Reicy Jofmarie Paulino Domínguez

Radhamés Vilorio Jiménez

Saira Bello Beato

Maestro acompañante:

MA. Nelson Gómez López

Director

MA. Pedro Emilio Ventura

2020

Santiago de los Caballeros, República Dominicana

Dedicatoria

Para todos los maestros que conforman el Sistema Educativo Dominicano que, con su esfuerzo y dedicación, hacen posible la formación de mejores ciudadanos.

A nuestras familias por su apoyo de manera incondicional durante todo este proceso, soportando nuestra ausencia.

Agradecimiento

Al facilitador Nelson Gómez López, por ser un guía y orientador durante todo el proceso que, por su esfuerzo y dedicación, se logró entregar un producto de calidad que sirva de soporte a los procesos pedagógicos, en el Sistema Educativo Dominicano.

A la UAPA, por permitirnos formar parte de esta prestigiosa institución educativa, la cual se convirtió en nuestro segundo hogar, donde forjamos nuestro futuro.

INDICE

Prólogo	1
Presentación	3
Introducción	5
PROCESO DIDACTICO PARA EL USO DE HERRAMIENTAS TIC EN LAS MATEMATICAS	7
Orientaciones de la Unidad I	8
Competencias de la Unidad I	9
Unidad I	16
Proceso didáctico para el uso de herramientas TIC en las matemáticas	16
1.1 QANDA	16
1.1.1 Uso y aplicación de QANDA.....	16
1.1.1.1 Uso y aplicación por medio de una foto.....	19
1.1.1.3 Uso y aplicación por medio de la calculadora	22
1.2 Photomath	24
1.2.1 Uso de Photomath.....	25
1.2.2 Resolución de problemas con photomath	31
1.3.1 Symbolab.....	35
1.3.2 Resolución de problemas con Symbolab.....	40
1.3.3 Funciones de Symbolab.....	43
1.4 Cymath.....	44
1.4.1 Compañía.....	44
1.4.2 Productos.....	44
1.4.3 Uso de Cymath.....	45
1.4.4 Resolución de problema con Cymath.....	52
1.5. GeoGebra.....	54
1.5.1 Aplicaciones de GeoGebra.....	54
1.5.2 Instalación de GeoGebra	54
1.5.3 Resolución de problemas con GeoGebra	55
1.5.4 Uso de GeoGebra	56
1.5.5 Creación de tablas en GeoGebra.....	60
1.5.6 Creación de un objeto en la vista gráfica.....	62
1.6 Microsoft Math Solver	62
1.6.1 Aplicación de Microsoft Math Solver.....	62
1.6.2 Resolución de problemas con Microsoft Math Solver.....	64

1.7.1 MatLab.....	66
1.7.2 Uso de Matlab	67
1.7.3 Resolución de problemas con Matlab	68
1.8 Calculadora HiPER.....	69
1.8.1 Uso de calculadora HiPER	69
1.8.2 Resolución de problemas con calculadora HiPER	71
1.8.3 Funciones de calculadora HiPER	72
1.9 WolframAlpha viewer.....	73
1.9.1 Uso de WolframAlpha viewer	73
1.9.2 Resolución de problemas con WolframAlpha Viewer	76
1.9.3 Funciones de WolframAlpha.....	81
1.10 Mathway.....	83
1.10.1 Funciones de Mathway	84
1.10.2 Uso y aplicación de Mathway.....	85
1.11 MathCafe	90
1.11.1 Uso de MathCafe	91
1.11.2 Aplicación de MathCafe	92
1.12 Math Tricks	102
1.12.1.3 Uso de Math Tricks “dos jugadores”.....	110
1.12.1.4 Uso de Math Tricks Entrenamiento.....	111
1.12.1.5 Uso de Math Tricks de memoria	114
1.12.1.6 Uso de Math Tricks Configuración.....	116
1.13 Brainly	117
1.13.1 Uso y aplicación de Brainly.....	118
1.13.2 Resolución de problemas con Brainly	125
1.14 Open Omnia	129
1.14.1 Funciones de Open Omnia.....	131
1.15 Meritnation	149
1.15.1 Uso de Meritnation.....	149
1.15.2 Resolución de problemas con Meritnation.....	159
1.15.3 Funciones de Meritnation.....	160
1.16 Concepto de hoja de cálculo.....	161
1.16.1 Tipos de hoja de cálculos	162
1.16.2 Definición de Excel.....	162

1.13.2.1	Uso de Excel	163
1.16.2.2	Pantalla inicial de Excel.....	163
1.16.2.3	Introducir datos	164
1.16.2.4	Tipos de datos.....	165
1.16.2.5	Resolución de problemas con Excel	166
1.16.3	Zoho Sheet	167
1.16.3.1	Aplicación Zoho sheet.....	168
1.16.3.2	Exportar una hoja de cálculo de Zoho sheet.....	169
1.16.3.3	Creación de una tabla en Zoho sheet.....	170
1.16.3.4	Resolución de problemas con Zoho sheet.....	171
1.16.4	SPSS.....	172
1.16.4.1	Uso de SPSS	173
1.16.4.2	Editor de datos y variables.....	179
1.16.4.3	Editor de Sintaxis	193
1.16.4.4	Resolución de problemas con SPSS	199
1.16.4.5	Funciones de SPSS	215
1.16.5	Calc.....	216
1.16.5.1	Uso de Calc	217
1.16.6	Numbers	239
1.16.6.1	Uso de numbers	241
1.16.6.2	Resolución de problema con numbers.....	254
	Resumen de la unidad I.....	260
	Ejercicio de autoevaluación de la Unidad I.....	262
	Actividades de la Unidad I	267
	PROCESO DIDÁCTICO DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA Y SU TECNOLOGÍA	265
	Competencias de la Unidad II	267
	Unidad II	272
	PROCESO DIDÁCTICO DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA Y SUTECNOLOGÍA.....	272
2.1	Razones y proporciones.....	272
2.1.1	Historia de razones y proporciones	272
2.1.2.	Concepto de razón	273
2.1.2.1.	Formato digital con la hoja de Cálculo Excel	276
	Formato digital con la hoja de Cálculo Excel	280
2.1.2.2.	Razón aritmética	284

2.1.2.2.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel	284
2.1.3 Concepto de proporciones.....	287
2.3.2 Por ciento de un número.....	292
2.1.3 Conversiones de fracciones y decimales en porcientos.....	297
2.1.5.2 Concepto de conversiones de decimales en porcientos	300
2.1.5.2.1 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel.....	301
2.1.5 Por ciento de dos números.....	304
2.1.6.1. Formato digital con la hoja de cálculo Excel.....	305
2.1.7 Progresión Aritmética.....	307
2.1.8. Progresión Geométrica	312
2.2. La Depreciación.....	316
2.2.1.1. Formato digital en la hoja de Cálculo Excel	320
2.2.2. Método de unidades producidas	325
2.2.1.5. Método de los porcientos variables.....	354
2.3. Descuento comercial.....	363
2.3.2. Descuento sucesivo o en serie	369
2.3.3. Descuento por pronto pago	377
2.4. Margen de utilidad	382
2.4.2. Margen de utilidad bruta en porcentaje.....	390
2.4.3. Fijación del precio de venta de un producto.....	393
2.5. Interés Simple	397
2.5.2. Capital o principal del interés simple.....	403
2.5.4. Tiempo del interés simple.....	410
2.5.4. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel.....	411
2.5.5. Monto del interés simple.....	414
2.5.8. Aplicación del interés simple	430
2.6. Interés Compuesto	431
2.6.1. Monto del interés compuesto.....	432
2.6.2. Valor actual o presente del interés compuesto	437
2.6.3. Tasa efectiva del interés compuesto.....	443
2.6.4. Anualidades.....	449
2.6.4.1. Anualidades vencidas	449
2.6.5. Aplicaciones del interés compuestos.....	475
Resumen de la unidad II	476

Ejercicios de autoevaluación de la unidad II	478
Actividades de la unidad II.....	484
PROCESO DIDÁCTICO DE LA ESTADÍSTICA Y SU TECNOLOGÍA.....	492
Orientaciones de Unidad III	493
Competencias de Unidad III.....	494
Unidad III.....	500
Proceso didáctico de la Estadística y su tecnología	500
3.1 Historia de la Estadística	500
3.1.1 Concepto e importancia de estadística.....	494
3.1Clasificación de la estadística	494
3.2Población y muestra	495
3.4 Variables y clasificación	496
3.4.1 Variables cualitativas	496
3.4.2 Variables cuantitativas.....	496
3.4.2.1 Cuantitativas discretas.....	496
3.4.2.2 Cuantitativas continuas	496
3.5 Medidas de posición.....	497
3.5.1 Medidas de posición central o medidas de tendencia central	497
3.5.1.2 Mediana	500
3.5.1.4Número de clase	505
3.5.1.5 Rango.....	506
3.5.1.5Valor del intervalo (i)	508
3.6Distribución de frecuencias cualitativas	509
3.6.1.1 Ordena los datos haciendo uso de Excel:.....	510
3.6.2 Frecuencia acumulada (fi)	512
3.6.3 Frecuencia relativa (fr)	514
3.6.4 Frecuencia relativa porcentual.....	515
3.7 Distribución de frecuencia cuantitativa	516
3.7.1.Puntos medios o marcas de clases (xi).....	516
3.8 Gráficas.....	519
3.8.1 Inserta gráfico de línea haciendo uso de Excel:	520
3.8.2Inserta gráfico de circular haciendo uso de Excel:	521
3.8.3 Inserta el diagrama de pareto haciendo uso de Excel:	521
3.8.4 Inserta un diagrama de caja haciendo uso de Excel:.....	522

3.8.5 Inserta histograma haciendo uso de Excel:.....	524
3.8.6 Inserta un polígono de frecuencia haciendo uso de Excel:	524
3.8.7 Elabora un histograma, diagramas de cajas y diagramas de barras haciendo uso de GeoGebra:....	526
3.9 Interpretación de gráficos estadísticos	528
3.10 Medidas de tendencia central para datos no agrupados	529
3.11 Medidas de tendencia central para datos agrupados.....	541
3.11.1 Calcula la media o media aritmética \bar{x} para datos agrupados.....	544
3.11.1.1 Calcula la media para datos agrupados haciendo uso de Excel:.....	545
3.11.2 Mediana (Me) para datos agrupados	546
3.11.3 Cálculo de la moda (Mo) en una tabla de frecuencia de datos agrupados en clases.....	549
3.12 Medidas de posición no centrales o cuartiles	552
3.12.1 Cuartiles	553
3.12.2 Deciles.....	562
3.12.3 Percentiles.....	566
3.14 Medidas de posición no centrales en una tabla de datos no agrupados	569
3.14 Medidas de dispersión.....	579
3.14.1 Dispersión o variabilidad	579
3.15 Probabilidades.....	594
3.15.1 Probabilidades y muestreo.....	¡Error! Marcador no definido.
Documentación	602
El error máximo admisible (e)	602
Coefficiente de confianza de la estimación (Z)	603
Varianza de la población (p.q)	603
3.15.5 Probabilidad normal.	611
3.15.6 Probabilidad compuesta	617
3.15.7 Distribución binomial.....	627
3.15.8.1 CALCULA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL HACIENDO USO DE EXCEL	¡Error! Marcador no definido.
3.15.9 Campana de Gauss.....	630
3.15.10 Distribución de Poisson.....	638
3.15.10.3 Distribución de Poisson haciendo uso de Excel	645
PROCESOS DIDÁCTICOS DE LA TRIGONOMETRÍA Y SU TECNOLOGÍA.....	683
Unidad IV	692
4.1 Cuerpo	692
4.1.1 Cuerpo redondo.....	692

4.1.2 La circunferencia	692
4.1.3 Elementos de la circunferencia.....	692
4.3.2 Determinación de la longitud de una circunferencia.....	694
4.1.4 Calcula el diámetro de una circunferencia en Excel	696
4.1.5 Área del círculo.....	696
4.1.6 Área del círculo en Excel.....	697
4.1.7 El cilindro	698
4.1.8 Área de un cilindro.....	699
4.1.9 Área de un cilindro en Excel.....	700
4.1.10 Volumen de un cilindro.....	701
4.1.11 Volumen del cilindro en Excel.....	702
4.1.12 La esfera	703
4.1.13 Área de una esfera	703
4.1.14 Área de la esfera en Excel	704
4.1.15 Volumen de una esfera.....	705
4.1.16 Volumen de una esfera en Excel	706
4.1.17 Cono	707
4.2 Función	712
4.3 Coordenadas	724
4.3.1 Coordenadas polares.....	724
4.3.2 Propiedades de las coordenadas polares.....	725
4.3.3 Elementos que representan las coordenadas polares.....	725
4.3.4 Curvas polares.....	726
4.3.5 Gráfica en coordenadas polares utilizando Geogebra en el punto $(2, 60^\circ)$	729
4.3.6 Gráfica en coordenadas polares utilizando Geogebra en el punto $(2, 120^\circ)$	731
4.3.7 Gráfica en coordenadas polares utilizando geogebra el punto.....	733
4.4 Sistema	735
4.5 Ecuaciones polares.....	745
4.5.1 Simetría de una gráfica polar	745
4.5.2 Simetría con respecto al eje polar	746
4.5.3 Simetría con respecto al polo	746
4.5.4 Gráfica de ecuaciones polares.....	747
4.5.4.1 Gráfica de una ecuación polar.....	747
4.5.4.2 Tipos de gráficas de ecuaciones polares.....	748

4.5.5 Tipos de gráficas caracoles	754
4.5.6 Ecuación de la gráfica de curvas rosas.....	756
4.5.7 Ecuaciones polares de las circunferencias.....	765
4.5.8 Herramienta Desmos	775
4.5.9 Gráficas de ecuaciones polares utilizando desmos	776
4.5.10 Configuración de Geogebra para que se active el papel polar	777
4.5.11 Gráfica de ecuaciones polares utilizando Geogebra	778
4.6 Ecuaciones en coordenadas polares de las circunferencias, de las cónicas y las espirales.....	779
4.6.1 Ecuación polar de la circunferencia	780
4.6.2 Configuración de la herramienta Desmos para que se active el papel polar.....	782
4.6.3 Gráfica de la circunferencia en Desmos.....	783
4.6.4 La cónica	784
4.6.5 Ecuación general de una cónica en coordenadas polares	784
4.6.6 Las cónicas se clasifican según el valor de su excentricidad.....	785
4.6.6.1 Cuando la cónica es un Elipse	785
4.6.6.2 Cuando la cónica es una Hipérbola.....	786
4.6.6.3 Cuando la cónica es una parábola	787
4.6.7 Espiral.....	788
4.7 Raíces de ecuaciones.....	790
4.7.3 Raíces de ecuaciones cuadráticas.....	792
4.7.3.1 Tipos de ecuaciones cuadráticas	792
4.7.3.2 Ecuaciones de segundo grado completas.....	792
4.7.3.3 Ecuaciones de segundo grado incompletas.....	792
4.7.4 Paso para que se trabaje con la fórmula general.	793
4.7.5 Raíces de ecuaciones cuadráticas mediante factorización (x^2+bx+c).....	794
4.7.6 Solución de ecuaciones cuadráticas utilizando el método de Po-Shen Loh.....	795
4.7.7 Raíces de ecuaciones con exponentes mayores a 2.....	796
4.7.7.1 Raíces de una ecuación cubica o de exponente 3.....	796
4.7.8 Teorema de los ceros racionales.....	799
4.7.9 Raíces de una ecuación utilizando GeoGebra	800
4.8 Sistema de ecuaciones lineales	801
4.8.1 Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales.....	801
4.8.1.1 Compatible determinado	801
4.8.1.2 Compatible indeterminado.....	803

4.8.1.3 Incompatible	804
4.8.2 Métodos para que se obtenga la solución en un sistema de ecuación.....	806
4.8.3 Solución de sistemas de ecuaciones por matrices	818
4.8.4 Sistema de ecuaciones de orden 3x3	820
4.8.5 Solución a un sistema de ecuaciones 2x2 en Excel.....	825
4.8.6 Solución a un sistema de ecuaciones 3x3 en Excel.....	828
Resumen de la unidad IV.....	834
Ejercicios de autoevaluación de la unidad IV	836
Actividades de la unida IV.....	842
PROCESO DIDÁCTICO DEL CÁLCULO DIFERENCIAL Y SU TECNOLOGÍA.....	851
Orientaciones para el Estudio de la Unidad V.....	852
Competencias de la Unidad V.....	853
Unidad V.....	856
5.1 Concepto de límite.....	856
5.1.2 Concepto de función matemática.....	856
5.1.3 Uso de la tecnología a los límites.....	856
5.1.4 Pasos para resolver el problema utilizando symbola:.....	857
5.1.5 Pasos para resolver limites en symbolab:.....	858
5.1.6 Límite de una función en un punto.	861
5.2 Propiedades de los límites:	864
5.3 Indeterminación	867
5.4 Teoremas sobre límites	868
5.5 Procedimiento para calcular límites en puntos finitos.....	870
5.6.2 Límites laterales.....	875
5.6.2.1 Teoremas sobre límites laterales.....	876
5.6.3 Límites con factorización.....	877
5.6.4 Límites con racionalización.....	879
5.6.5 Límites infinitos y límites en el infinito	882
5.7 Derivada	888
5.8 Función derivada de $f(x)$ en un punto.....	892
5.9.1 Teoremas fundamentales sobre las derivadas.	894
5.9.2 Derivada de una adición.....	915
5.9.3 Derivada de una sustracción:	917
5.9.4 Derivada de un cociente:	923

5.9.5 Derivada de una función elevada a una potencia:	925
5.10 Derivadas sucesivas de una función $f(x)$	927
Resumen de la Unidad V	934
Ejercicios de auto evaluación de la Unidad V	936
Actividades de la unidad V	941
Bibliografía General	1007

Prólogo

Más allá de ser optativa, es una necesidad de vida

El sistema educativo dominicano, tratando de responder de la manera más inclusiva posible a las necesidades formativas de los estudiantes del Nivel Secundario, ha concebido la diversificación de la oferta formativa, a través de propuestas curriculares en las que los estudiantes del Nivel Secundario, específicamente en el Segundo Ciclo (4to, 5to y 6to grado) pueden optar por una de las modalidades que se ofrecen: Académica, Técnico-profesional y Artes.

Dentro de las opciones formativas de la modalidad académica se ha incluido la salida optativa Matemática y Tecnología, generando un espacio de especialización para aquellos estudiantes que además de su bachillerato regular, les gustaría afianzar sus competencias en estas áreas.

Es un reto para los docentes de matemática poder garantizar un proceso de enseñanza de las matemáticas con mucha atención en la inserción tecnológica para su aplicación de manera consiente y orientada a demostrar la verdadera utilidad de esta área curricular en los campos ocupaciones que los futuros egresados podrían complementar en su formación universitaria.

Con gran alegría y dedicación plena, los participantes de la licenciatura en Educación, mención Matemática-Física de la Universidad Abierta para Adultos, se han adentrado en elaborar un manual didáctico que sirva de guía y apoyo para la enseñanza y el aprendizaje de las asignaturas estipuladas en esa salida optativa de la modalidad académica.

Hablar de matemática y de tecnología es abordar soluciones a necesidades de nuestra vida cotidiana, laboral y emprendedora, es generar la oportunidad de mirar y actuar en favor de una educación cada vez más científica y pertinente. Por estas razones,

desde la Dirección del Departamento de Curso Final de Grado, saludamos esta iniciativa y felicitamos a los compromisarios de la misma: los participantes y su facilitador Nelson Gómez.

En la medida en que el docente incorpora la innovación tecnológica en su planificación y ejecución didáctica, se generan oportunidades certeras para el desarrollo de competencias fundamentales y específicas que contribuyen a legar el tipo de ciudadano que demanda la sociedad.

Pedro Emilio Ventura

Director del Curso Final de Grado

Presentación

En la educación secundaria de la modalidad académica, de la República Dominicana, existen distintas salidas optativas para el Segundo Ciclo, en todas ellas se enfocan acciones educativas encaminadas a fortalecer los estudios de la educación superior de la carrera que elegirán los estudiantes, permitiendo al profesorado adaptar el desarrollo de los contenidos a las necesidades y expectativas de los estudiantes que la cursen y un tratamiento más flexible de los contenidos, pudiendo poner el énfasis en aquellas facetas del aprendizaje más próximas a las necesidades de los estudiantes. Además de prepararlo para su inclusión en el mercado productivo y laboral.

Por un lado, las tecnologías han fomentado la comunicación entre los docentes y los estudiantes, otorgándoles infinitas posibilidades, impactando positivamente los procesos educativos, facilitándoles las actividades de los alumnos, logrando apoyar procesos de aprendizaje, siendo en la actualidad parte irremplazable y fundamental del quehacer pedagógico.

Por otro lado, en la salida en Matemática y Tecnología, se fortalecen las competencias fundamentales en su tercer nivel de dominio y las competencias específicas del área de matemática. Los conocimientos de matemáticas financieras y de estadística que se profundizan facilitan a los futuros egresados un mejor ejercicio de la ciudadanía. Asimismo, el Cálculo y la Probabilidad fortalecen la Competencia Científica. El hecho de que la tecnología aparezca integrada a los contenidos garantiza una buena manipulación y uso de software libres.

Para enlazar las matemáticas con las tecnologías, un grupo de participantes del Curso Final de Grado de la Universidad Abierta Para Adultos, crearon un texto denominado "Manual Didáctico para la Salida Optativa de Matemática y su Tecnología", el cual guía a los estudiantes y docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje,

interactuando en cada accionar con los procedimientos convencionales y tecnológicos.

En cuanto al grupo de participantes, debo establecer que es muy responsable, trabajador y dedicado, les exhorto a que sigan fortaleciendo el trabajo en equipo, ya que la disciplina de cada uno depende del accionar de todos, y a seguir afianzando la unidad como variedad y la variedad como unidad.

Les deseo que cosechen grandes éxitos en sus vidas como seres humanos y profesionales, apegados a la ética, la moral, la vocación y al servicio.

Nelson Gómez López

Maestro Acompañante del Curso Final de Grado

Introducción

Un manual es un libro o folleto en el cual se recogen los aspectos básicos, esenciales de una temática. Así, los manuales son de enorme relevancia a la hora de transmitir información que les permita a las personas desenvolverse en una situación determinada. En este sentido, se ha creado el manual didáctico para la salida optativa matemática y tecnología, de la educación secundaria, del Sistema Educativo Dominicano, con la finalidad de que el estudiante adquiera nuevas competencias en el uso de las herramientas tecnológicas, el cual tiene como propósito garantizar, ampliar y consolidar las capacidades de los usuarios en la construcción de conocimientos.

Con el desarrollo de este instrumento didáctico, los educandos afianzan sus habilidades, para participar en la sociedad del conocimiento con una conciencia cada vez más crítica y productiva. El uso de la tecnología permite acercar al estudiante a las realidades matemáticas, estructurando sus propios conocimientos, sacando conclusiones a partir de las explicaciones detalladas de este manual.

Cada unidad hace referencia a la forma convencional, procedimental y tecnológica con el objetivo de que el alumno, pueda desarrollar cada actividad de manera creativa y dinámica. La evolución tecnológica lleva a los estudiantes a tener dominio de herramientas, las cuales se utilizan en distintas áreas del saber.

La primera unidad se centra en la manipulación de software libre, programas y sitios web que funcionan a favor del estudio de la matemática, específicamente funcionando como recurso didáctico. Programas como calculadoras científicas y virtuales, solucionadores de problemas por medio de fotos, herramientas para graficar, hojas de cálculo, juegos matemáticos, entre otros; facilitan el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Por otra parte, en la segunda unidad se aborda la matemática financiera y su tecnología, en el desarrollo de la misma se ofrece de forma lógica, clara, sencilla y accesible, la metodología, las fórmulas, los conceptos y procedimientos, para comprender temas que permean la economía y el ámbito financiero. Además, se presentan de manera convencional y de forma tecnológica el uso de cada explicación que se les da a cada problema planteado.

En la tercera unidad, se trabaja con la estadística y su tecnología, presentando el proceso didáctico, mediante desglose de cada concepto, relacionado al análisis, resumen de la información, la infinitud de datos y la toma de decisiones, con su parte tecnológica explicada paso por paso, con el objetivo de que el lector pueda comprender de forma objetiva y autónoma cada idea expuesta.

Ahora bien, en la cuarta unidad se presentan distintos conceptos sobre la trigonometría y las diferentes tecnologías que se emplean para los procesos que intervienen en la misma, de esta manera se muestra una combinación entre las operaciones ejecutadas convencionalmente y tecnológicamente.

La última unidad está basada en el desarrollo del cálculo diferencial, como un recurso didáctico, diseñado con el propósito de presentar de forma precisa y clara la parte convencional de los temas tratados y la aplicación de la tecnología a cada uno, haciendo de ésta, una eficaz herramienta ante la necesidad de aprender, a través de los medios y recursos tecnológicos.

I

Proceso didáctico para el uso de herramientas TIC en las Matemáticas

AUTORES:

- Juan Carlos Serrata
- Francis Lagares Abréu
- Betania Altagracia De La Paz Almánzar
- Reicy Jofmarie Paulino Domínguez

Unidad I

Herramientas TIC en las matemáticas



Orientaciones de la unidad I

En esta unidad, se presentan una serie de programas, software libre, sitios web y blogs que brindan apoyo a maestros y estudiantes a la hora de aprender, aplicar y enseñar las matemáticas, especialmente al proceso didáctico para la salida optativa matemática y tecnología en el nivel secundario.

Dicha unidad contiene el uso, aplicaciones Y procesos para la resolución de operaciones, y problemas matemáticos mediante la implementación TIC:

Es conveniente aclarar que este software y programas no son compatibles en todos los sistemas operativos, al igual de que su idioma puede variar de acuerdo con el sistema operativo con el que trabaja.

Los programas disponibles solo en sistemas operativos móviles son: Qanda, Math tricks, Photomath y Calculadora Hiper, para obtener estos, solo se debe entrar a “Play Store” si es Android o a “App Store” si es iOS, colocar el nombre de la aplicación a obtener y dar clic en el botón de descargar. También se tratarán programas que no solo están disponibles para dispositivos móviles, sino que se puede tener acceso a estas aplicaciones en cualquier navegador. En este sentido, Open Omnia no está disponible para iOS, pero si en Android y navegadores; Mathway, Cymath, Brainly, Microsoft Math Solver, GeoGebra, Wolframalpha y Symbolab están disponibles en cualquier dispositivo móvil o navegador, para ingresar solo debe colocar el nombre del programa en la barra del buscador y dar clic en buscar e inmediatamente les dispone de la opción deseada.

Este contenido abarcara, además, un conjunto de hojas de cálculo A las cuales se puede tener acceso al descargarlas en un sistema operativo distinto al móvil sea: Windows, Ubuntu, Linux, Mac, entre otros. Estas permiten crear o resolver problemas matemáticos de manera global, las más utilizadas son: Numbers, Quattro pro, Excel, Zoho Sheet, SPSS y Calc. Los usuarios, también pueden acceder a las hojas de cálculo colocando en el navegador el nombre de la hoja deseada y junto a ella la palabra descargar y así tener acceso en el computador.

Competencias de la unidad I

- ✓ Desarrolla habilidades tecnológicas para tener un buen manejo de las herramientas tecnológicas básicas en el campo de las matemáticas.
- ✓ Practica ejercicios básicos y complejos con los programas y software libre para verificar el funcionamiento de esta.
- ✓ Resuelve ejercicios de diferentes temas matemáticos a través de software libre.
- ✓ Realiza comparaciones de ejercicios resueltos en las formas convencionales y tecnológicas para verificar la optimización de los resultados.

Esquema de la unidad I

1.1 QANDA

1.1.1 Uso y aplicación de QANDA

1.1.1.1 Uso y aplicación por medio de una foto

1.1.1.2 Uso y aplicación por medio de una pregunta a un maestro

1.1.1.3 Uso y aplicación por medio de la calculadora

1.2 Photomath

1.2.1 Uso de Photomath

1.2.2 Resolución de problemas con photomath

1.3. Symbolab

1.3.1 Uso de Symbolab

1.3.2 Resolución de problemas con Symbolab

1.3.3 Funciones de Symbolab

1.4 Cymath

1.4.1 Compañía

1.4.2 Productos

1.4.3 Uso de Cymath

1.4.4 Resolución de problema con Cymath

1.5. GeoGebra

1.5.1 Aplicaciones de GeoGebra

1.5.2 Instalación de GeoGebra

1.5.3 Resolución de problemas con GeoGebra

1.5.4 Uso de GeoGebra.

1.5.5 Creación de tablas en GeoGebra

1.5.6 Creación de un objeto en la vista gráfica

1.6 Microsoft Math Solver

- 1.6.1 Aplicación de Microsoft Math Solver
- 1.6.2 Resolución de problemas con Microsoft Math Solver
- 1.7 MatLab
 - 1.7.1 Aplicación de Matlab
 - 1.7.2 Uso de Matlab
 - 1.7.3 Resolución de problemas con Matlab
- 1.8 Calculadora HiPER
 - 1.8.1 Uso de calculadora HiPER
 - 1.8.2 Resolución de problemas con calculadora HiPER
 - 1.8.3 Funciones de calculadora HiPER
- 1.9 WolframAlpha viewer
 - 1.9.1 Uso de WolframAlpha viewer
 - 1.9.2 Resolución de problemas con WolframAlpha Viewer
 - 1.9.2.1 Resolución de problemas Online
 - 1.9.2.2 Resolución de problemas en dispositivos iOS
 - 1.9.3 Funciones de WolframAlpha
- 1.10 Mathway
 - 1.10.1 Funciones de Mathway
 - 1.10.2 Uso y aplicación de Mathway
 - 1.10.2.1 Uso y aplicación de Mathway por foto
 - 1.10.2.2 Uso y aplicación de Mathway por la calculadora
- 1.11 MathCafe
 - 1.11.1 Uso de MathCafe
 - 1.11.2 Aplicación de MathCafe
 - 1.11.2.1 Creación de hojas de trabajos personalizados
 - 1.11.2.2 Hojas de hechos básicos
 - 1.11.2.3 Hojas de problema de palabras

- 1.11.2.4 Hoja de Tabla de Multiplicación
- 1.11.2.5 Hoja de trabajo de Dinero
- 1.11.2.6 Hoja de trabajo “contar por número”
- 1.11.2.7 Hoja de trabajo para decir la hora
- 1.11.2.8 Hojas de trabajo por Grado
- 1.11.2.9 Hojas de trabajos de conversión
- 1.11.2.10 Trabajar con la tarjeta didáctica
- 1.12 Math Tricks
 - 1.12.1 Uso de Math Tricks
 - 1.12.1.1 Uso de Math Tricks primera apariencia
 - 1.12.1.2 Uso de Math Tricks Un jugador
 - 1.12.1.2.1 Uso de Math Tricks Un jugador Infinito
 - 1.12.1.2.2 Uso de Math Tricks Un jugador Reto de un Minuto
 - 1.12.1.2.3 Uso de Math Tricks Un jugador Tiempo
 - 1.12.1.2.4 Uso de Math Tricks Un jugador Sin temporizador
 - 1.12.1.3 Uso de Math Tricks “dos jugadores”
 - 1.12.1.4 Uso de Math Tricks Entrenamiento
 - 1.12.1.5 Uso de Math Tricks de memoria
 - 1.12.1.6 Uso de Math Tricks Configuración
- 1.13 Brainly
 - 1.13.1 Uso y aplicación de Brainly
 - 1.13.2 Resolución de problemas con Brainly
- 1.14 Open Omnia
 - 1.14.1 Funciones de Open Omnia
 - 1.14.2 Uso y aplicación de Open Omnia
 - 1.14.2.1 Problemas y ejercicios
 - 1.14.2.2 Calculadora científica

- 1.14.2.3 Calculadora gráfica
- 1.14.2.4 Secuencias y series
- 1.14.2.5 Calculadora de ecuaciones
- 1.14.2.6 Calculadora de álgebra
- 1.14.2.7 Fórmulas y notas
- 1.14.2.8 Calculadora de estadísticas
- 1.14.2.9 Coordinar geometría
- 1.14.2.10 Triángulo de ángulo recto
- 1.14.2.11 Calculadora de derivadas
- 1.14.3.12 Calculadora de integral
- 1.14.3.13 Calculadora de matrices

- 1.15 Meritnation
- 1.15.1 Uso de Meritnation
- 1.15.2 Resolución de problemas con Meritnation
- 1.15.3 Funciones de Meritnation
- 1.16 Concepto de hoja de cálculo
- 1.16.1 Tipos de hoja de cálculos
- 1.16.2 Definición de Excel
- 1.13.2.1 Uso de Excel
- 1.16.2.2 Pantalla inicial de Excel
- 1.16.2.3 Introducir datos
- 1.16.2.4 Tipos de datos
- 1.16.2.5 Resolución de problemas con Excel
- 1.16.3 Zoho Sheet
- 1.16.3.1 Aplicación Zoho sheet
- 1.16.3.2 Exportar una hoja de cálculo de Zoho sheet

- 1.16.3.3 Creación de una tabla en Zoho sheet
- 1.16.3.4 Resolución de problemas con Zoho sheet
- 1.16.4 SPSS
 - 1.16.4.1 Uso de SPSS
 - 1.16.4.2 Editor de datos y variables.
 - 1.16.4.3 Editor de Sintaxis
 - 1.16.4.4 Resolución de problemas con SPSS
 - 1.16.4.5 Funciones de SPSS
- 1.16.5 Calc
 - 1.16.5.1 Uso de Calc
 - 1.16.5.1.1 Instalación
 - 1.16.5.2 Solución de problemas con Calc
 - 1.16.5.3 Funciones de Calc
- 1.16.6 Numbers 239
 - 1.16.6.1 Uso de numbers
 - 1.16.6.1.1 Crear una hoja de cálculo en Numbers de Mac
 - 1.16.6.1.2 Dar formato a una hoja de cálculo en otro idioma en Mac
 - 1.16.6.1.3 Introducción de objetos en Mac
 - 1.16.6.1.4 Agregar una nueva tabla
 - 1.16.6.1.5 Crea una tabla a partir de celdas existente
 - 1.16.6.1.6 Eliminar una tabla
 - 1.16.6.1.7 Agregar datos a una tabla
 - 1.16.6.1.8 Crear una gráfica 2441.16.6.1.9 Organización con la hoja de cálculo
 - 1.16.6.1.10 Colabora en tiempo real
 - 1.16.6.2 Resolución de problema con numbers

1.16.6.2.1 Agregar fórmulas y funciones

Resumen de la unidad I

Ejercicio de autoevaluación de la Unidad I

Actividades de la Unidad I

Unidad I

Proceso didáctico para el uso de herramientas TIC en las matemáticas

1.1 QANDA



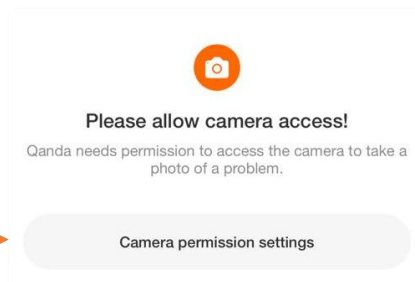
Programa disponible para sistemas operativos móviles. El usuario puede solucionar problemas matemáticos por medio de una foto o ingresando el problema directamente y de igual forma puede traducir del inglés al español. Este además permite realizar preguntas a maestros disponibles en la plataforma la cual se les dispone la solución en aproximadamente 10 minutos como también se puede realizar preguntas en donde busca similitudes con interrogaciones hechas por otros usuarios para facilitar la posible solución del problema o la respuesta a la pregunta. Este es útil para solucionar problemas de trigonometría, cálculo diferencial e integral, ecuaciones, sistema de ecuaciones, entre otros.

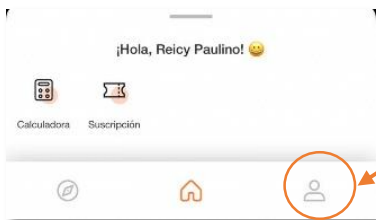
1.1.1 Uso y aplicación de QANDA

Al descargar el programa se le da clip abrir; el mismo le pide ingresar una cuenta de correo electrónico, Facebook o una cuenta de google, el grado en el que se encuentra y si desea comprar una membresía la cual al igual que gran mayoría de programas al pagar les proporciona un mejor servicio.

Ya dentro del programa este de manera automática inicia en inglés y aparte debes darle clip a la opción de que si desea que el programa tenga acceso a la cámara antes de cambiar el idioma.

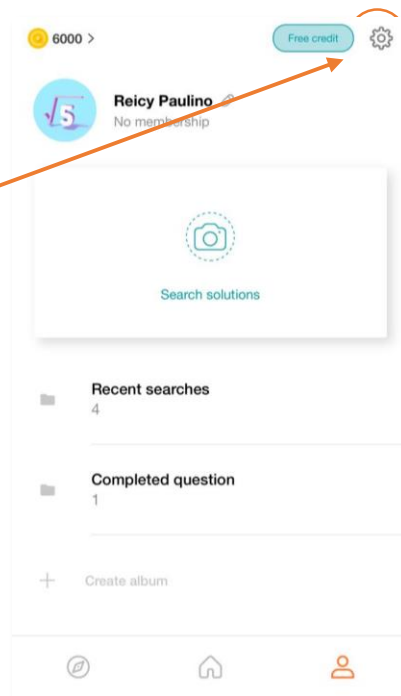
Para permitir que el programa tenga acceso a la cámara de clip al siguiente botón:



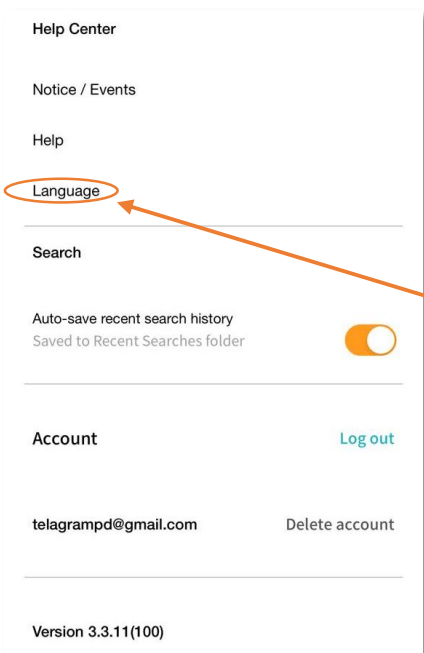


Para cambiar el idioma solo debe dar clic a la opción inferior derecha, es decir, a la que parece una persona.

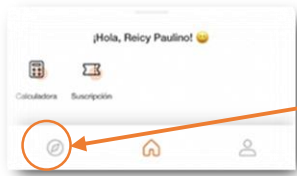
Al ingresarle a esta pantalla, de clic al botón de configuraciones que está en la parte superior a la derecha con una forma de “tuerca”.



Dentro de esta página encontrará una serie de informaciones con respecto al programa.

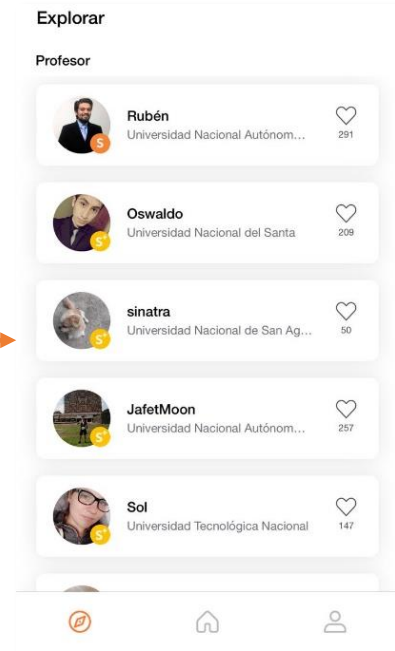


Ya dentro, de clic donde dice “Language” para que le muestre los idiomas en el que el programa está disponible. Solo debe seleccionar el de su gusto. En la parte inferior de cada idioma está escrito en su respectivo idioma.

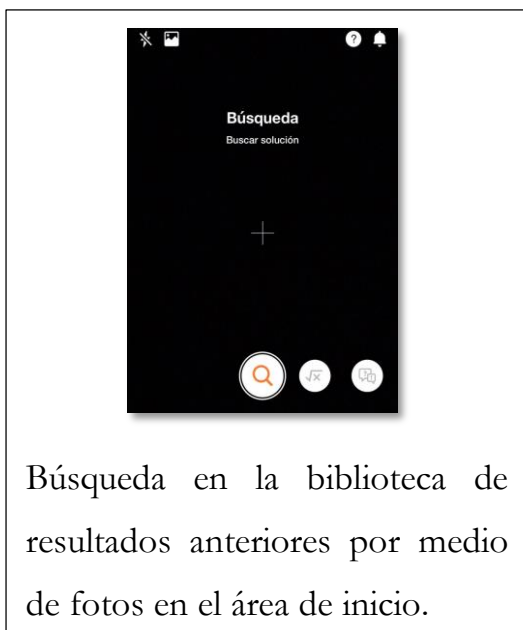


Por medio de esta opción podrás seleccionar un maestro de tu agrado y realizarle 1 pregunta de forma directa.

Cuando des clic en un maestro, este te muestra todo su proceso, es decir, te muestra las reseñas a su favor o su contra, cantidad de respuestas que ha dado, su rango y porcentaje de satisfacción, a parte de su información personal, la cantidad de personas que le han puesto como favorito y la opción de preguntar al maestro de manera directa.



Cuando completa su ingreso este inmediatamente lo coloca en el área de inicio el cual es: 🏠



Búsqueda en la biblioteca de resultados anteriores por medio de fotos en el área de inicio.

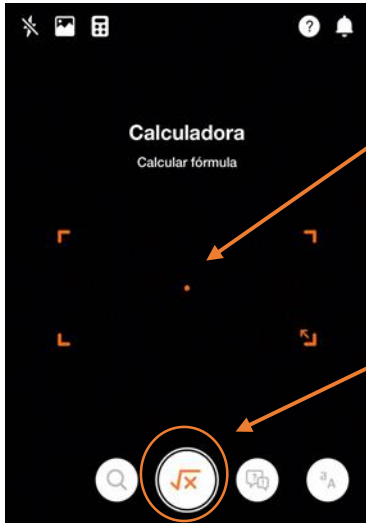


Traductor de palabras en inglés al español por medio de fotos en el área de inicio.

1.1.1.1 Uso y aplicación por medio de una foto

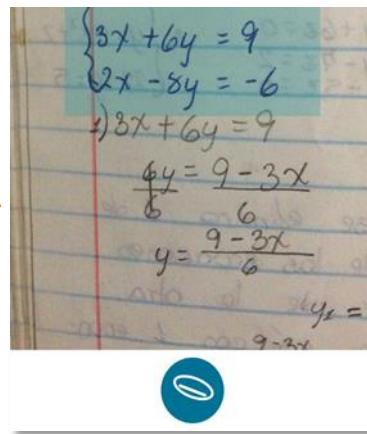
Al enfocar el problema en medio del rectángulo

Paso 1



Capture la imagen al dar clic:

Paso 2



Proceso de búsqueda

Paso 3



Quando el buscador identifica el problema este expone las fórmulas utilizadas para la solución del mismo y lo necesario para la resolución.

Ya que se obtiene la fórmula y el resultado al dar clic, en este botón se percibe el proceso de solución que se realizó.

Paso 4

Resultado de la búsqueda

Lista de fórmulas

$$\begin{cases} 3x + 6y = 9 \\ 2x - 8y = -6 \end{cases}$$

Resuelve el sistema de ecuaciones

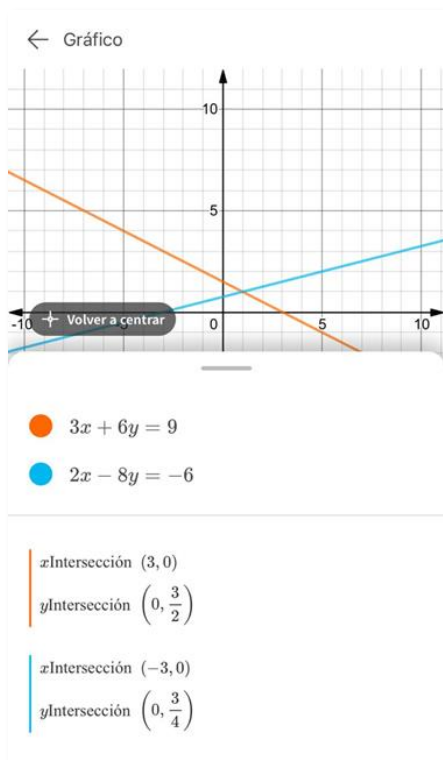
Solución

$$x = 1, y = 1$$

Ver el proceso de resolución →

Gráfico

Paso 5



Si el problema realizado se encuentra dentro del área de las matemáticas en donde se realizan gráficas este debajo de la solución te muestra la gráfica del problema.

1.1.1.2 Uso y aplicación por medio de una pregunta a un maestro

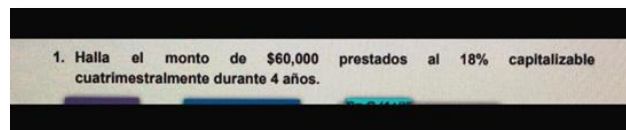
Paso 1



Se coloca el problema de una manera en la que se pueda identificar bien

Luego dar clic en el botón para fotografiar el problema

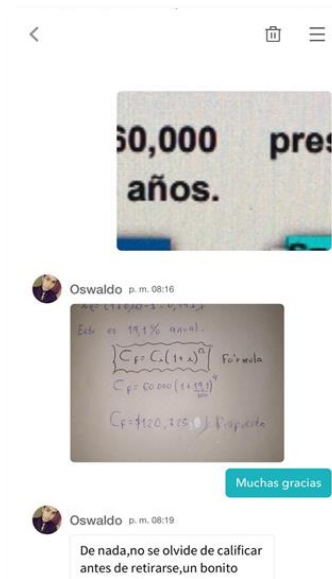
Paso 2



Ya captada la imagen, este automáticamente busca un maestro disponible en la plataforma para que dentro de 10 minutos aproximadamente el mismo te disponga la respuesta

Al obtener la respuesta se le puede realizar otra pregunta al maestro la cual la plataforma le permite sea gratis entrando 3 días seguidos, de lo contrario puede cerrar la pregunta y si gusta calificar la respuesta del maestro.

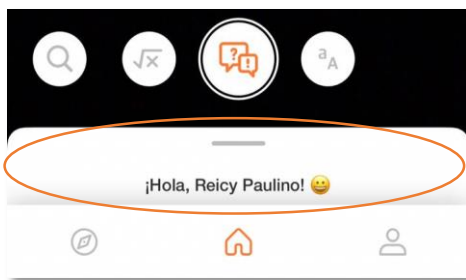
Paso 3



1.1.1.3 Uso y aplicación por medio de la calculadora

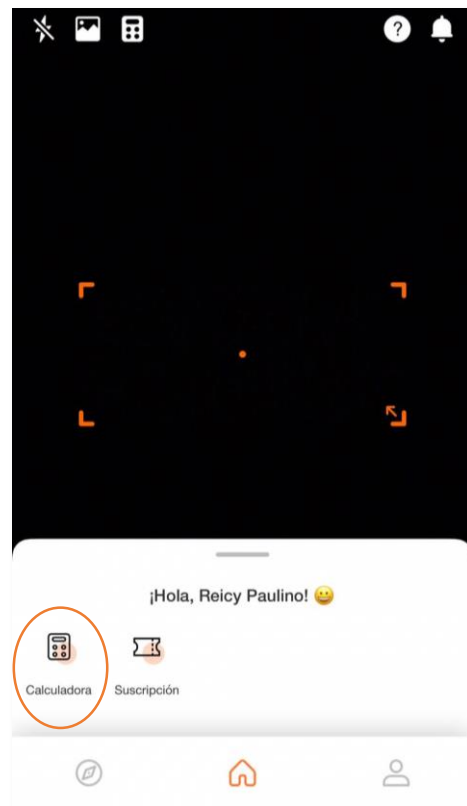
Este método es el más recomendado pues tipear (escribir) el problema puede darte un mejor resultado en la búsqueda ya que en ocasiones la caligrafía puede influir para que la aplicación no identifique la forma correcta del problema.

Paso 1



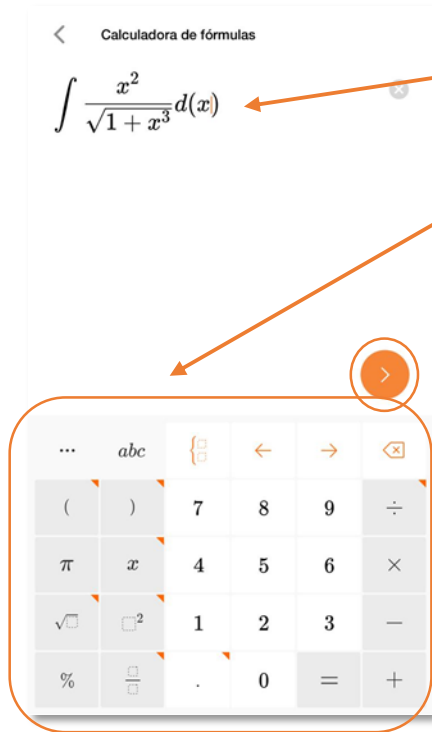
Despliegue esta ventana hacia arriba para que le muestre las opciones ocultas en la misma

Paso 2



Al mostrar estas opciones de clic en la calculadora e introduzca el problema a realizar.

Paso 3

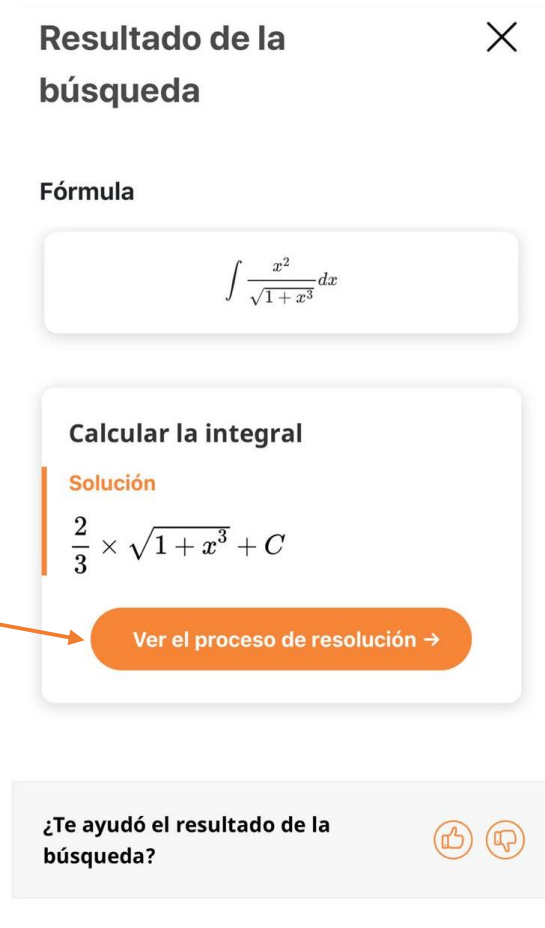


Introduzca el problema utilizando los símbolos y letras necesarios.

Para solucionar el problema de clic al botón.

Paso 4

Ya obtenido el resultado puede ver el proceso realizado para la solución del problema dando clic en el siguiente botón.



1.2 Photomath



Photomath es un programa móvil descrito como una calculadora por cámara, que utiliza la cámara del teléfono móvil para reconocer patrones matemáticos y mostrar la solución directamente en la pantalla. Es gratuita y está disponible para Google Android y iOS. Fue lanzada en 2014 por microblink, una empresa croata basada en Zagreb, con oficinas en Londres, especializada en software de reconocimiento de texto.

Desde 2016, aparte de textos impresos, también reconoce escritura manual, y muestra paso a paso el proceso de resolución de una ecuación.

Desde 2017, Photomath opera como una compañía independiente.

Fue incluida en el top 20 de las mejores apps para enseñanza y aprendizaje. Recibió tanto críticas como alabanzas por parte de los profesores.

Algunas de las ventajas de Photomath con respecto a otras aplicaciones similares es que nos permitirá ver un completo desglose de todos los pasos que se han seguido para llegar a la solución de una operación matemática. En lugar de mostrar simplemente el resultado, Photomath nos permitirá ver cada uno de los pasos que han seguido hasta llegar a él.


Sin embargo, como aspectos negativos, hay que decir que esta aplicación suele dar fallos en aquellas operaciones matemáticas que hayan sido escritas de forma manual.

1.2.1 Uso de Photomath

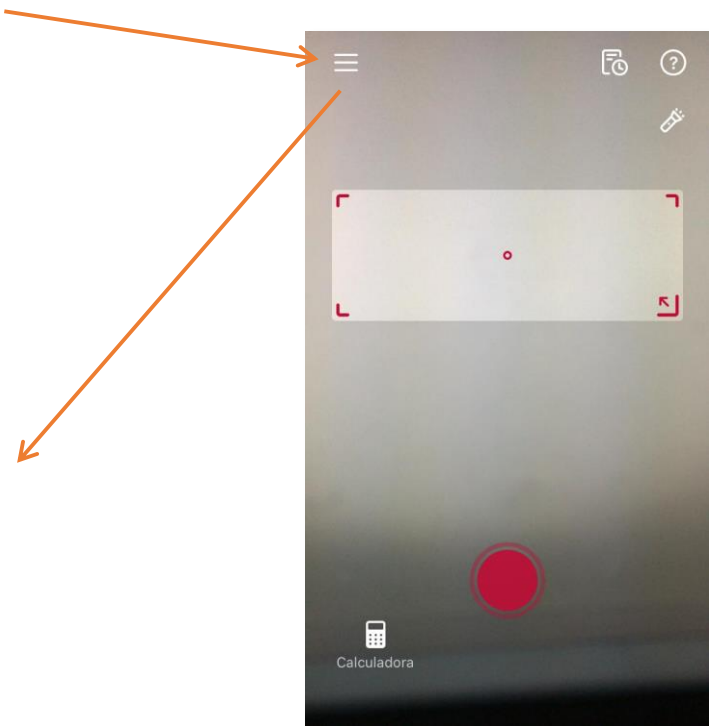
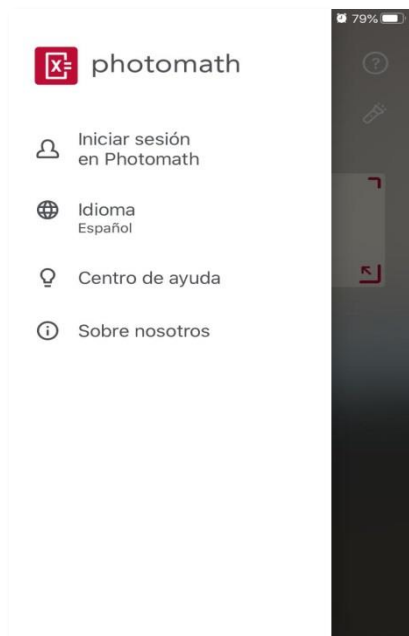
Photomath: es un programa móvil descrito como una calculadora por cámara, que utiliza la cámara del teléfono móvil para reconocer patrones matemáticos y mostrar la solución directamente en la pantalla. Los problemas se pueden escanear de un libro o escritos en un cuaderno y nos muestra la solución del ejercicio con su respectivo procedimiento.

Es muy fácil de usar y es gratuita, solo se requiere de una conexión a internet disponible para Android y iOS.

Paso1

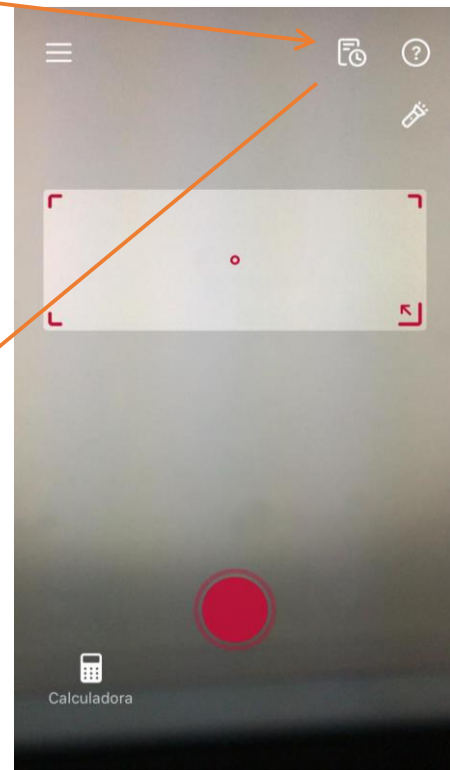
Aquí vemos la ventana de trabajo del programa, en la esquina superior izquierda muestra una pestaña con una rayita así: 

Al presionar aquí presenta la pantalla de registrarse y otras opciones



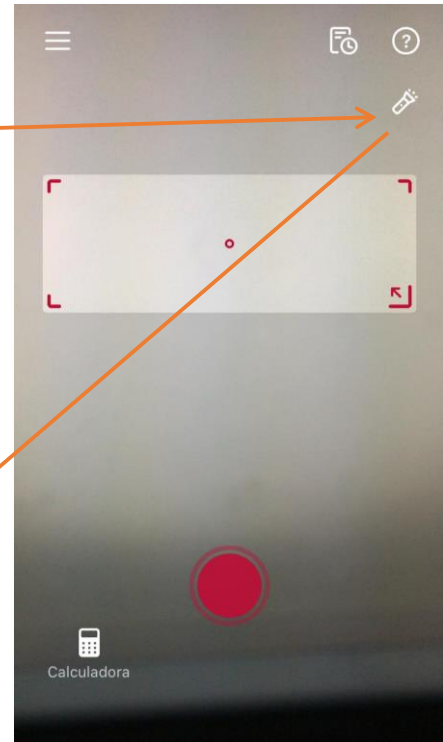
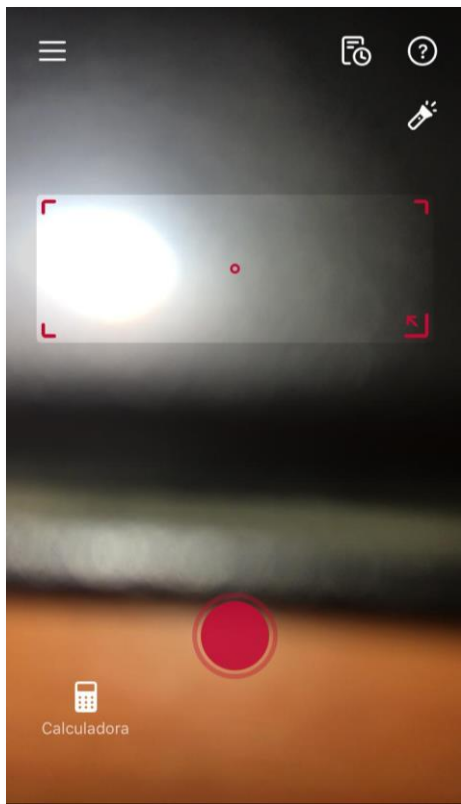
Paso2

Al presionar en esta opción, se despliega la pantalla del historial trabajado



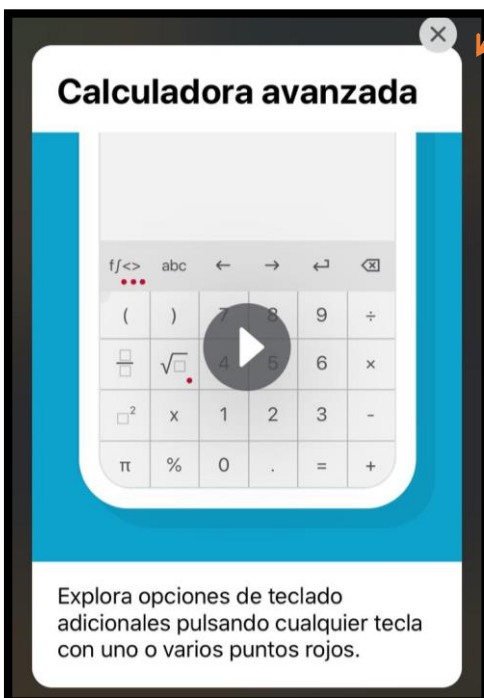
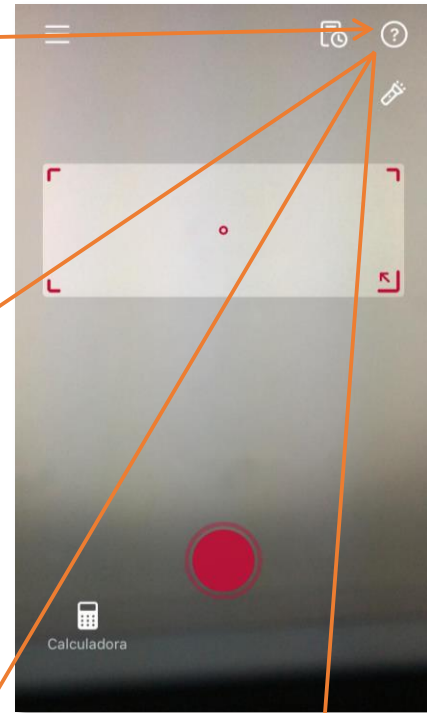
Paso3

Al dar clic en la opción de la linterna, esta enciende la parte del flash del dispositivo para aclarar la imagen y que el problema pueda visualizarse mejor



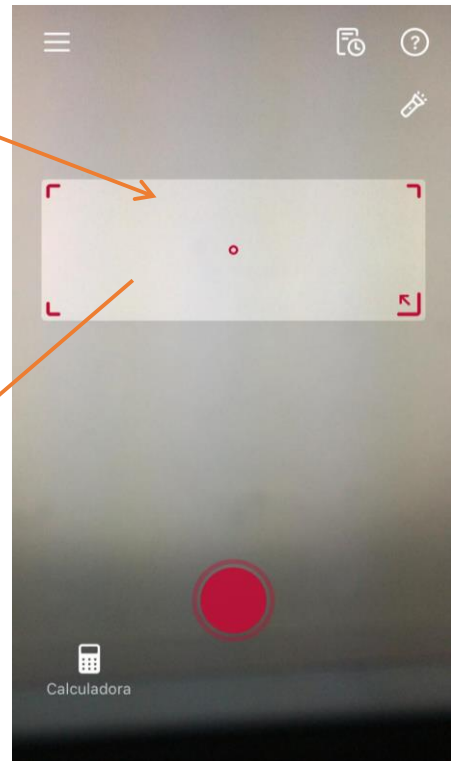
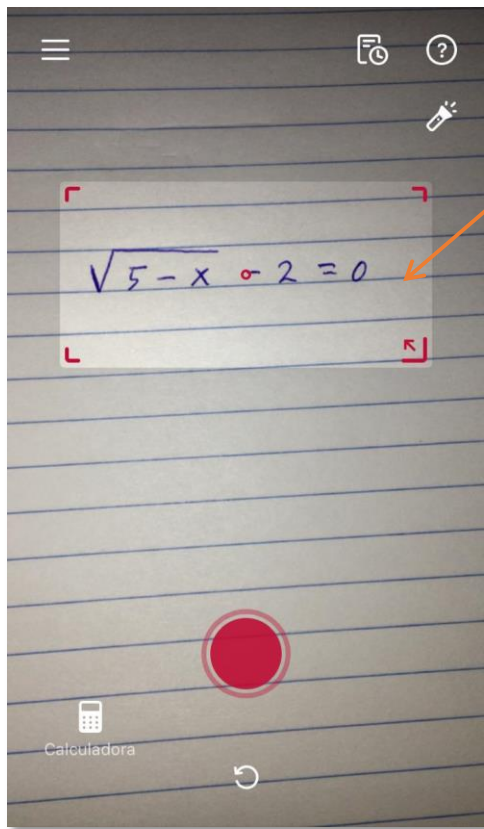
Pasó 4

En el momento de dar clic a la opción del signo de interrogación, nos despliega una pantalla en donde presenta la orientación de su uso.



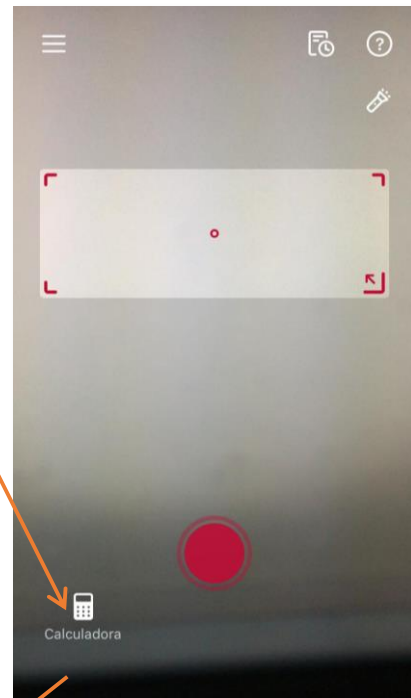
Pasó 5

Al usar esta opción se puede fotografiar la problemática y el programa nos expone la solución.



Paso 6

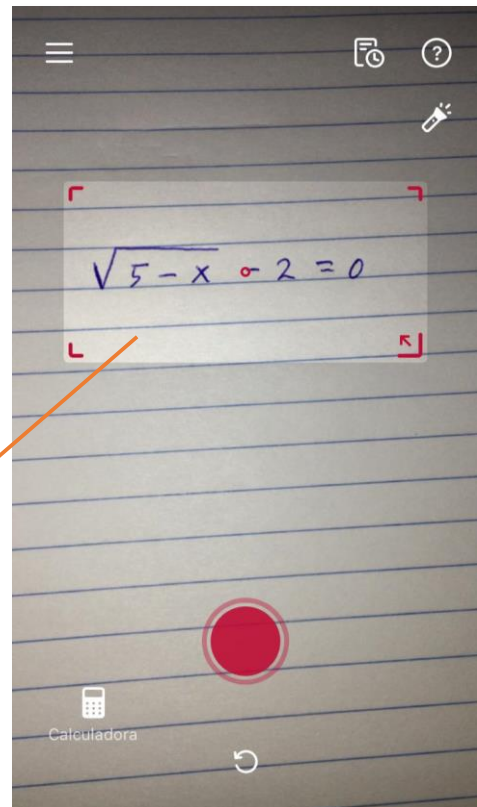
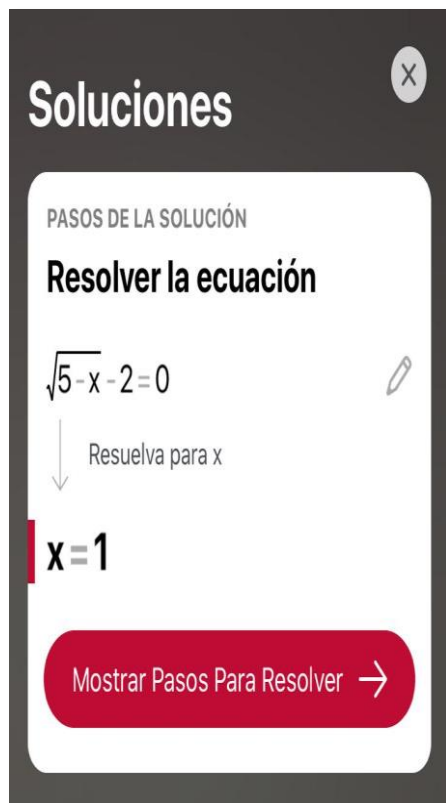
Al presionar la opción de la calculadora en la parte inferior de la pantalla principal, se despliega la parte manual en donde se puede ingresar el problema en letras y números.



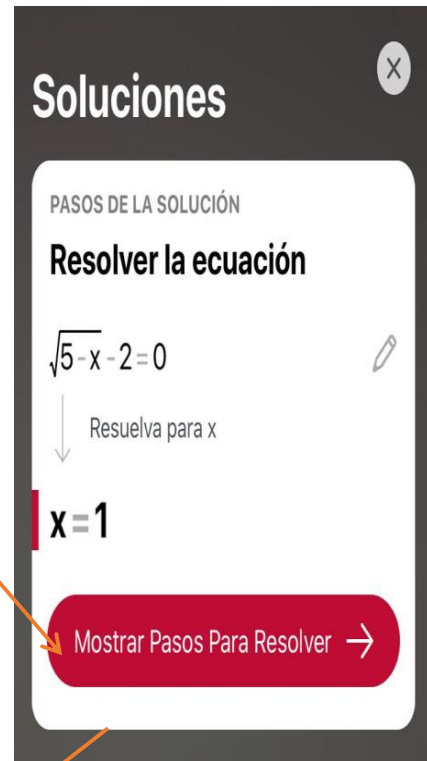
1.2.2 Resolución de problemas con photomath

Capte el problema en foto, este debe ser legible.

Al programa escanear el problema e identificar el mismo, automáticamente este expone el resultado de la problemática.



El programa tiene la opción de mostrar los pasos dados por el mismo para llegar al resultado, solo debe dar clic en la barra que dice: “Mostrar pasos para resolver” y este le expone los pasos dados para la resolución



Ahora, si ver los pasos no le es suficiente, este le brinda la opción de explicar paso por paso el procedimiento, solo debe dar clic en el botón “Explicar los pasos”.

Pasos De La Solución

$\sqrt{5-x} - 2 = 0$

Mueva la constante al lado derecho y cambie su signo

$\sqrt{5-x} = 2$

$\sqrt{5-x} = 2$

Eleve al cuadrado ambos lados de la ecuación

$5-x = 4$

$5-x = 4$

Mueva la constante al lado derecho y cambie su signo

$-x = 4-5$

$-x = 4-5$

Calcular la diferencia

$-x = -1$

Solo presionar la tecla siguiente y cambiara de pantallita



$-x = -1$

Cambie los signos en ambos miembros de la ecuación

$x = 1$

Pasos De La Solución

$\sqrt{5-x} - 2 = 0$
Mueva la constante hacia la derecha

$\sqrt{5-x} = 2$
Simplifique la ecuación

$5-x = 4$
Mueva la constante hacia la derecha

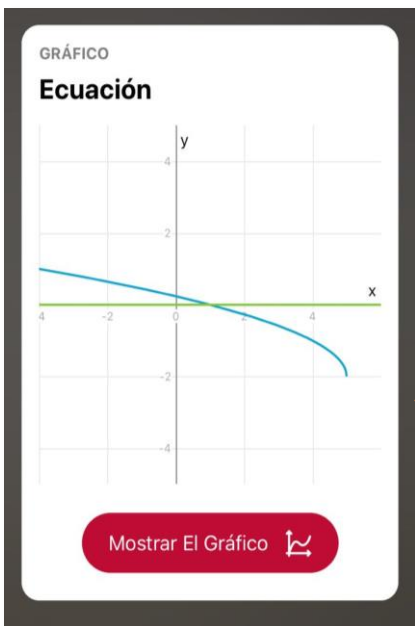
$-x = 4-5$
Calcule

$-x = -1$
Cambie los signos

$x = 1$
Completado

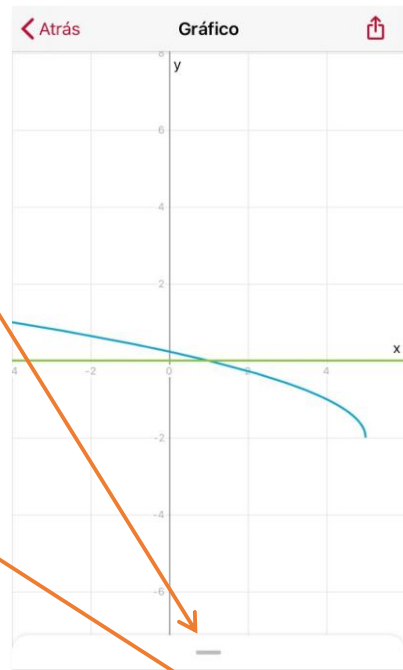
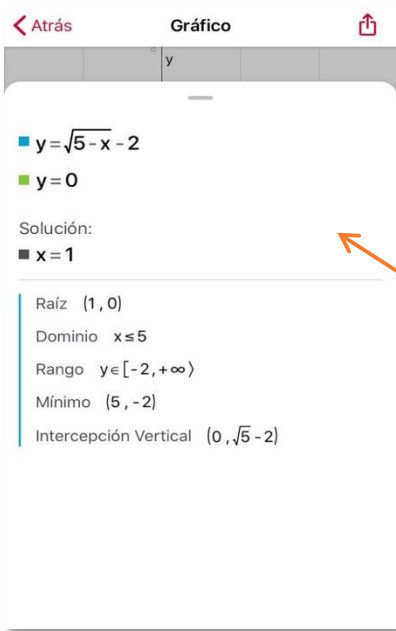
Explicar los pasos →

La aplicación también permite ver la gráfica de la ecuación solo deslizando el dedo hacia abajo:



Al presionar en este botón se despliega esta gráfica

Al presionar en este botón se despliega esta gráfica



1.3 Symbolab



Symbolab es un motor de respuesta desarrollado por EqsQuest Ltd. Es un servicio en línea que calcula paso a paso soluciones a problemas matemáticos en una variedad de materias.

Con este programa se podrá resolver todo tipo de problema matemático.

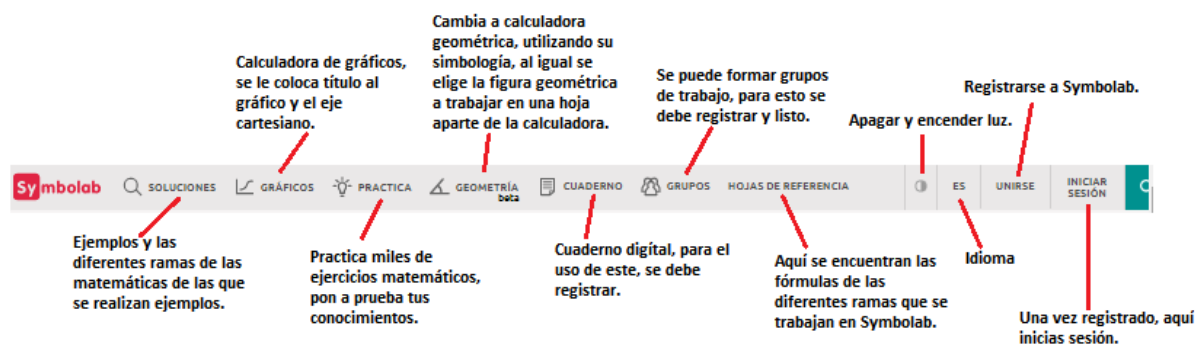
Hay varias categorías de la cual la calculadora puede resolver problemas: álgebra, análisis matemático, geometría, estadística, cálculo, probabilidad...

Dispone de varios ejemplos ya resueltos, para que veas ejemplos de su potencia en la resolución de ejercicios y tiene un editor de ecuaciones que nos permite escribir cualquier símbolo matemático de manera sencilla.

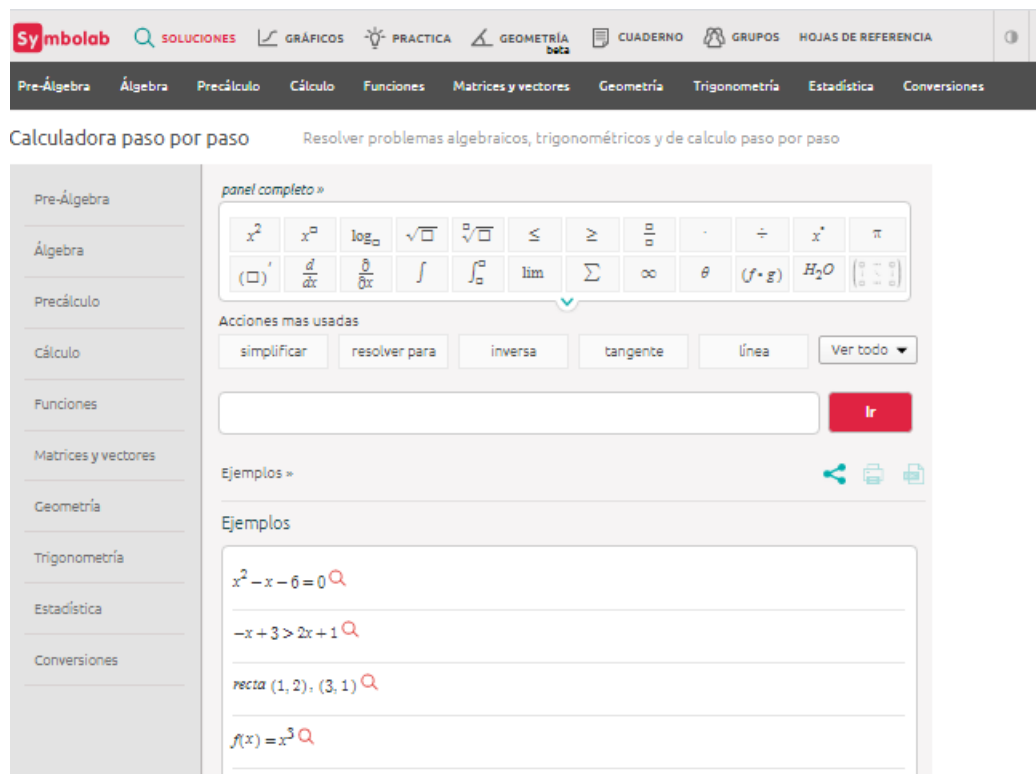
Además, una de las funciones más famosas, es que podemos hacer una fotografía a un libro de matemáticas con un ejercicio y Symbolab automáticamente reconocerá los caracteres y será capaz de resolver el ejercicio.

Sirve por tanto como tutor matemático y como editor de ecuaciones todo enfocado a la resolución de ejercicios y problemas.

1.3.1 Uso de Symbolab



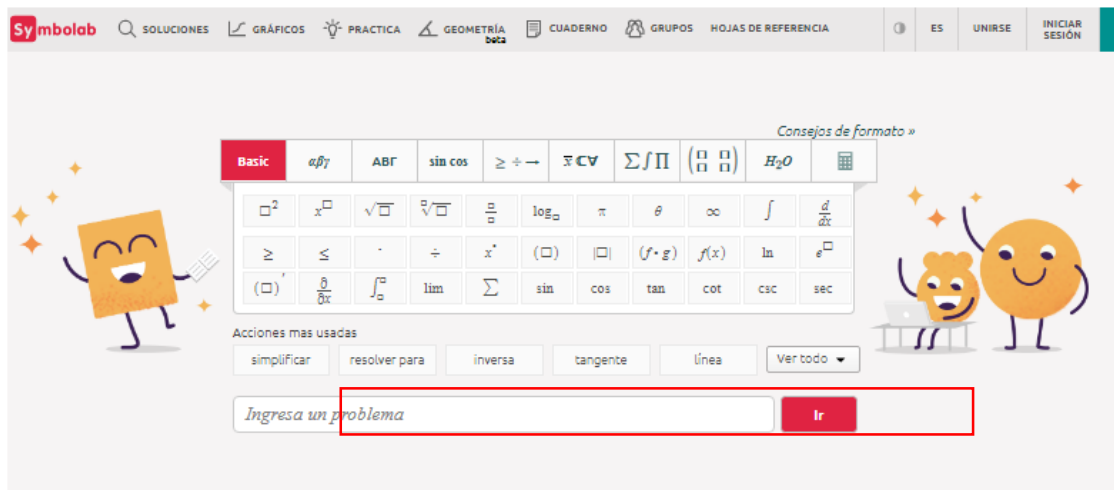
A partir de los ejemplos, se puede comenzar a utilizar este software libre, si no está seguro de cómo ingresar un problema en Symbolab, eche un vistazo a los ejemplos en cada calculadora. Los ejemplos le mostrarán diferentes problemas y cómo escribirlos, utilizando la sintaxis adecuada.



Una segunda opción de cómo utilizar Symbolab es buscando un tema, para encontrar una calculadora o un tema para practicar, use el icono de búsqueda en la esquina superior derecha.

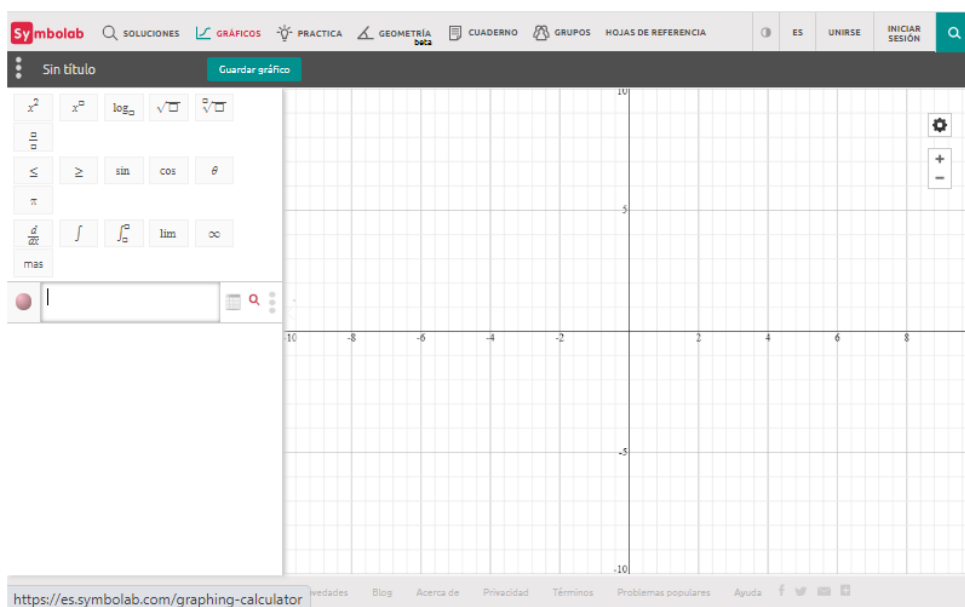


La tercera opción de cómo utilizarla, es mediante el panel científico, el cual le permite ingresar fácilmente su problema en Symbolab, para obtener su solución paso a paso y al utilizar el teclado que aparece arriba del panel, es más sencillo escribir el problema.

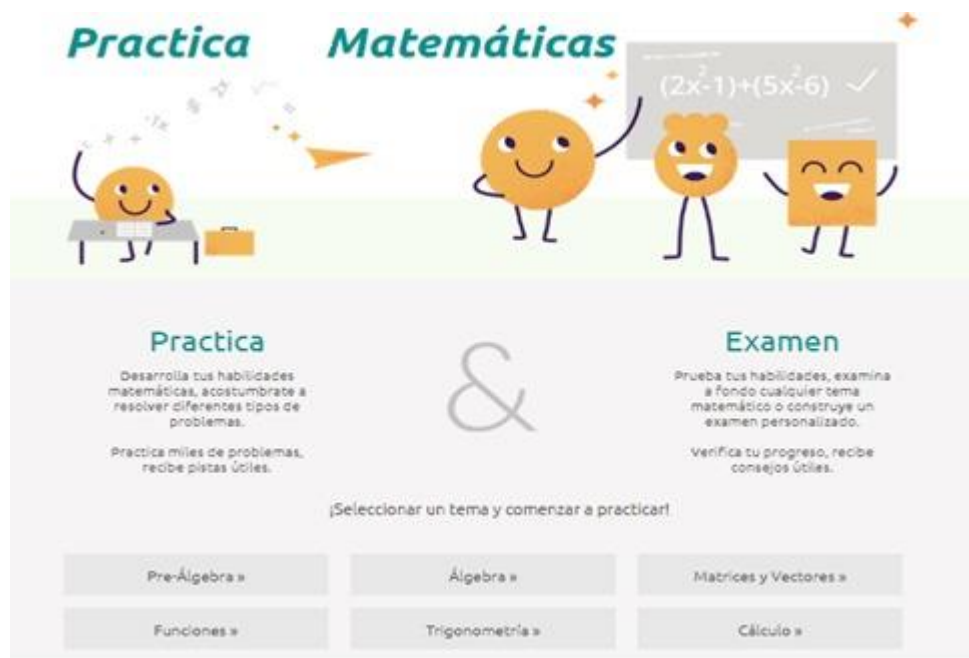


En la Barra Menú presenta:

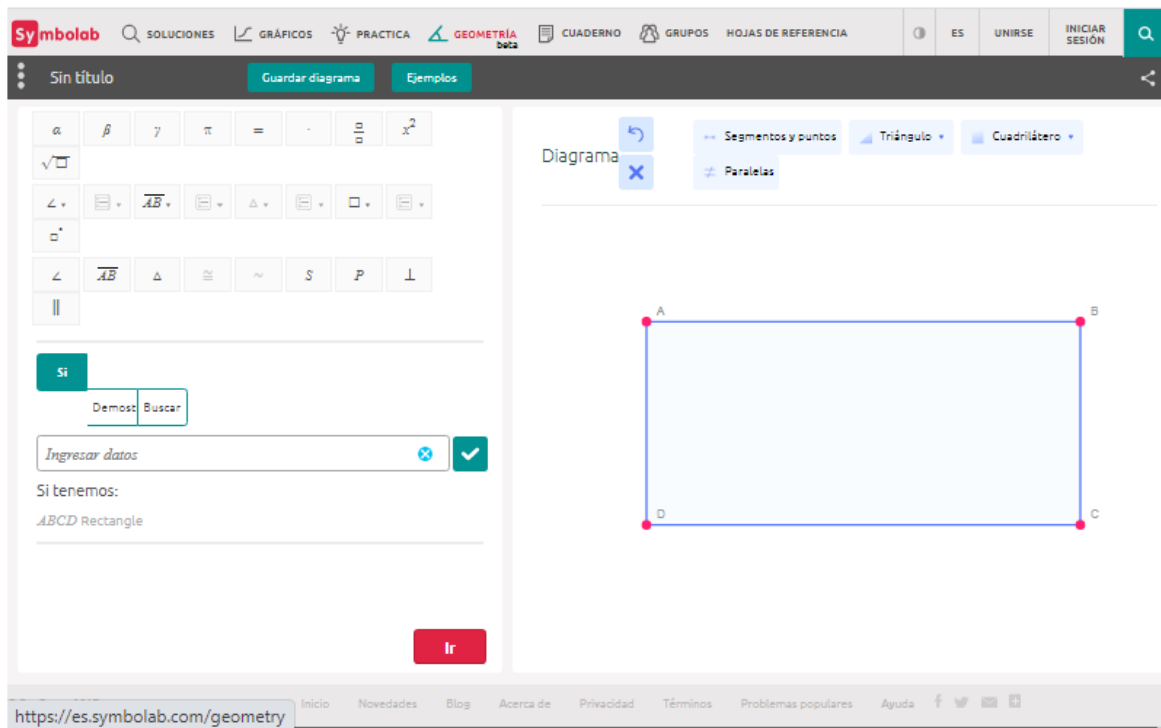
Gráficos, es la parte donde se crean gráficas en el plano cartesiano, solo se escriben los datos en la barra de solución y automáticamente aparece la representación del gráfico de acuerdo a los datos escritos.



Práctica, es la parte de Symbolab donde, se practica de los diferentes temas, se observa la ventana animada donde se selecciona el tema del cual se trabajará, aquí se aprende y se pone a pruebas el conocimiento obtenido.



Geometría, es la ventana donde se crean diagramas y figuras geométricas, ya seleccionada la figura en la parte derecha, se escriben los datos en la barra de ingresar datos y se da clic en (ir), observa que la calculadora automáticamente cambia su simbología centrado a geometría, por lo que es más rápido y fácil escribir el problema deseado. En la misma ventana se observa en la parte superior cerca de la barra de menú, se escribe el título de la gráfica o diagrama, y se guarda lo que se ha trazado, al igual que puede buscar ejemplos para iniciar a crear. En la soluciones geométricas se da paso a paso en la parte demostrar que está arriba de la barra de ingresar datos.



Las dos herramientas siguientes son Cuaderno y Grupos, ambos poseen la información encriptada, es decir, se debe registrar para su uso, dentro de las formas de registros, existe la versión pagada, y la versión gratuita que está disponible para uso educativo, solo se debe colocar el correo o una cuenta de Facebook.

Mi libreta

¿Necesitas una libreta digital?

¿Necesitas una libreta digital para llevar un registro de tus problemas matemáticos y notas para ayudarte a estudiar? Prueba la libreta de Symbolab. Puedes guardar cualquier problema junto con su gráfica, añadir etiquetas y filtros, añadir notas y compartir con tus amigos.

[REGISTRARSE AHORA](#)

Classroom

Looking to collaborate?

Create a virtual classroom and enjoy all the benefits of Symbolab — plus, share problems and graphs with your class, generate assessments, get immediate feedback, analytics and insights.

[UNIRSE AHORA](#)

La última herramienta es Hoja de Referencia, esta es una parte importante de Symbolab, aquí se observan las fórmulas que encabezan la solución de los problemas

en el software libre, por lo que se puede estudiar o buscar fórmulas de las diferentes ramas a la cual este software da solución.

Formulario para Álgebra

Reglas de número

$$a \cdot 0 = 0 \qquad 1 \cdot a = a$$

Reglas de expansión

$$-(a \pm b) = -a \mp b \qquad a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b + c)(d + e) = abd + abe + acd + ace \qquad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$-(-a) = a$$

Reglas de fracciones

$$\frac{0}{a} = 0, a \neq 0 \qquad \frac{a}{1} = a$$

1.3.2 Resolución de problemas con Symbolab


Al conocer el uso de Symbolab, en “Soluciones” se selecciona “estadística” y en la barra se escriben los datos, para encontrar la media aritmética, mediana y la moda, aparte de otros datos que el problema brinda.

Una vez escrito el problema, dar clic en IR y abajo dará la solución.

Calculadora para estadística Encuentra la media, mediana, desviación, estándar, varianza y rangos de un conjunto de


Una vez dado el resultado, se observa que el primer dato encontrado es la media aritmética, dar clic al rectángulo “Mostrar pasos” y aquí presenta una pequeña definición y la formulación para encontrar la media aritmética.

El segundo resultado encontrado es la Mediana, donde arriba facilita el resultado, y al mostrar los pasos, da una definición y organiza los datos.

Mostrar pasos 

Mediana de 3, 5, 6, 5, 8, 9, 4, 10, 6, 2: 5.5


Pasos

Mediana Ocultar definición 

La mediana es el valor central que separa la mitad superior de un conjunto de datos de la mitad inferior. Si el número de datos es impar, la mediana es el elemento central del conjunto ordenado de datos. Si el número de datos es par, entonces la mediana será la media aritmética de los dos elementos centrales del conjunto ordenado.


Ordenar los elementos en orden ascendente

2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 8, 9, 10

Encontrar la mediana del conjunto ascendente de datos: 5.5 Mostrar pasos 


5.5

En los resultados también facilita el elemento más pequeño, y al mostrar los pasos indica cómo organizar los datos y como se encuentra este elemento.

Mostrar pasos 

Elemento mas pequeño de 3, 5, 6, 5, 8, 9, 4, 10, 6, 2: 2

Pasos

Elemento mas pequeño de un conjunto Ocultar definición 

El elemento mas pequeño de un conjunto es el elemento mínimo de tal conjunto. Para encontrar este elemento, lo mas sencillo es ordenar el conjunto.


Ordenar los elementos en orden ascendente

2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 8, 9, 10

Escoger el elemento mas pequeño del conjunto de datos ascendente


2

El elemento más grande, es uno de los resultados que otorga y se muestra así.

Mostrar pasos 

Elemento mas grande de 3, 5, 6, 5, 8, 9, 4, 10, 6, 2: 10

Pasos

Elemento mas grande de un conjunto Ocultar definición 

El elemento mas grande de un conjunto es el elemento máximo de tal conjunto. Para encontrar este elemento, lo mas sencillo es ordenar el conjunto.


Ordenar los elementos en orden ascendente

2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 8, 9, 10

Escoger el elemento mas grande del conjunto de datos ascendente


10

Y el resultado final es la Moda, en este caso, el problema no tiene moda, y al mostrar los pasos este explica la razón por la cual no hay moda.

Mostrar pasos 

Moda de 3, 5, 6, 5, 8, 9, 4, 10, 6, 2: Ninguno

Pasos

Moda Ocultar definición 

La moda es el termino que aparece la mayor cantidad de veces dentro de un conjunto de datos. Si hay mas de un termino que aparece la mayor cantidad de veces, entonces no hay moda.

Contar el número de ocasiones que aparece cada elemento en la lista

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 & 9 & 4 & 10 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

No hay un único elemento mas común, por lo tanto no hay moda

Ninguno

1.3.3 Funciones de Symbolab

Dentro de las funciones que otorga este software libre, aparecen varias categorías: álgebra, análisis matemático, geometría, estadística, cálculo, probabilidad, ecuaciones, integrales, límites, derivadas, funciones y gráficas, trigonometría, series, ecuaciones diferenciales ordinarias, matrices y vectores.

Dispone de varios ejemplos ya resueltos para que veas ejemplos de su potencia en la resolución de ejercicios y tienen un editor de ecuaciones que nos permite escribir cualquier símbolo matemático de manera sencilla.

Además, una de las funciones más famosas es que podemos hacer una fotografía a un libro de matemáticas con un ejercicio y Symbolab automáticamente reconocerá los caracteres y será capaz de resolver el ejercicio.

Sirve por tanto como tutor matemático y como editor de ecuaciones todo enfocado a la resolución de ejercicios y problemas.

1.4 Cymath



1.4.1 Compañía

Fundada en el 2013, Cymath LLC es una compañía privada con sede en Nueva York. Nos sentimos orgullosos de ayudar a millones de estudiantes alrededor del mundo con sus problemas matemáticos 24/7. Creemos en la educación abierta, y que cada estudiante merece ayuda matemática que sea tanto confiable como accesible.

1.4.2 Productos

Es un solucionador matemático, potenciado por una combinación de inteligencia artificial y heurística, por lo cual resuelve problemas, paso por paso, como lo haría un profesor. Cymath.com se sitúa frecuentemente como el resultado #1 en Google para búsquedas de solucionadores matemáticos, y la aplicación de Cymath es una de las apps de educación más populares en la App Store de iOS y la Google Play.

En el 2016 lanzamos nuestro primer producto premium, Cymath Plus, el cual da un paso más allá en la ayuda para tareas matemáticas proporcionando una experiencia libre de anuncios junto a explicaciones y pasos adicionales.

1.4.3 Uso de Cymath

Cymath, este programa tiene como finalidad facilitar el manejo de las matemáticas, el uso que se le da es con fines educativo, por lo tanto, los procesos que se realizan con cymath, son muy amplio, la aplicación en el momento que se descarga ya sea la versión estándar o la premium, se coloca un ícono en la pantalla.

Selecciona el ícono de cymath y disfruta de unas gamas completas de opciones donde se resolverán los problemas matemáticos paso a paso.

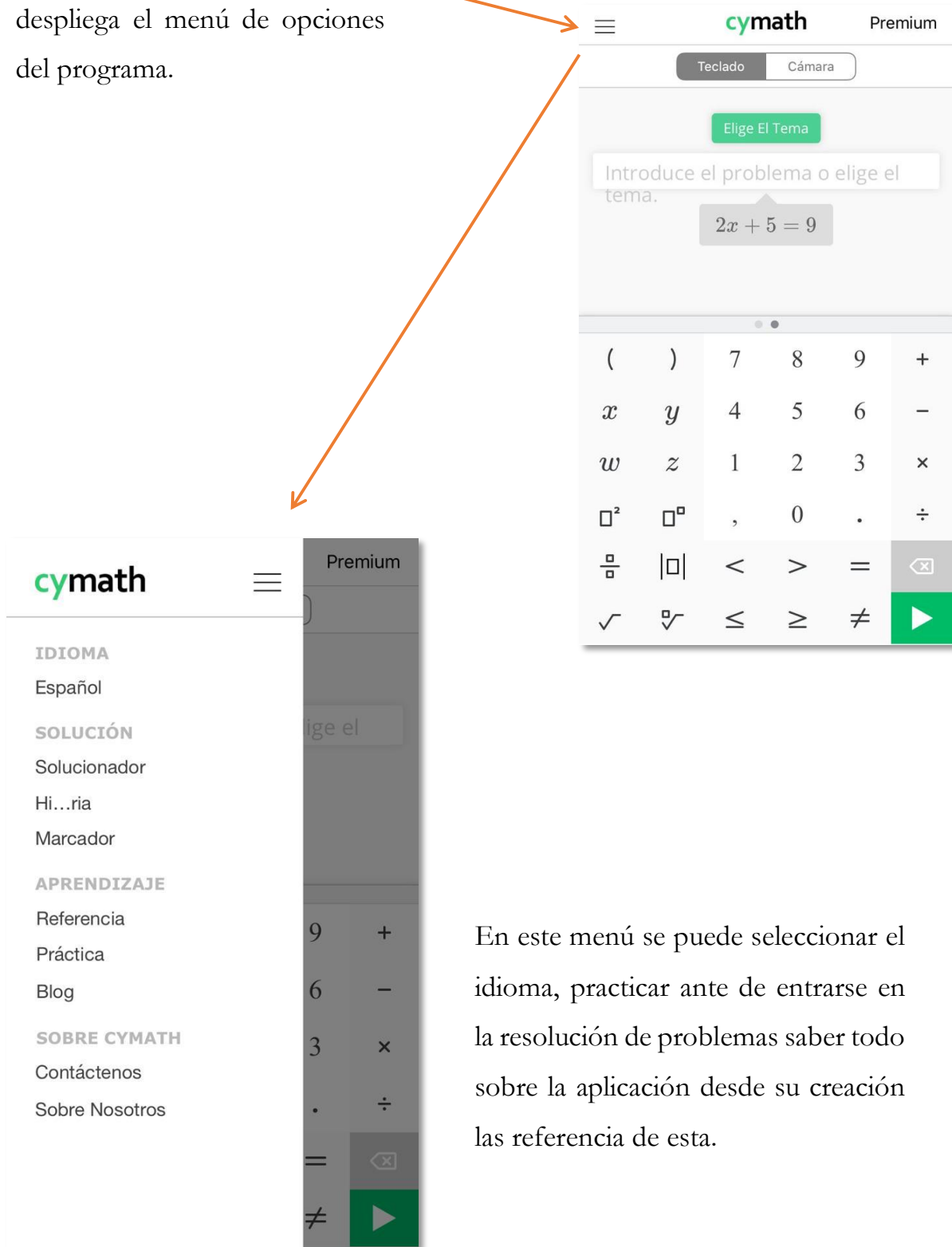
Paso 1

Abrir la aplicación se despliega una pantalla de este tipo.



Pasó 2

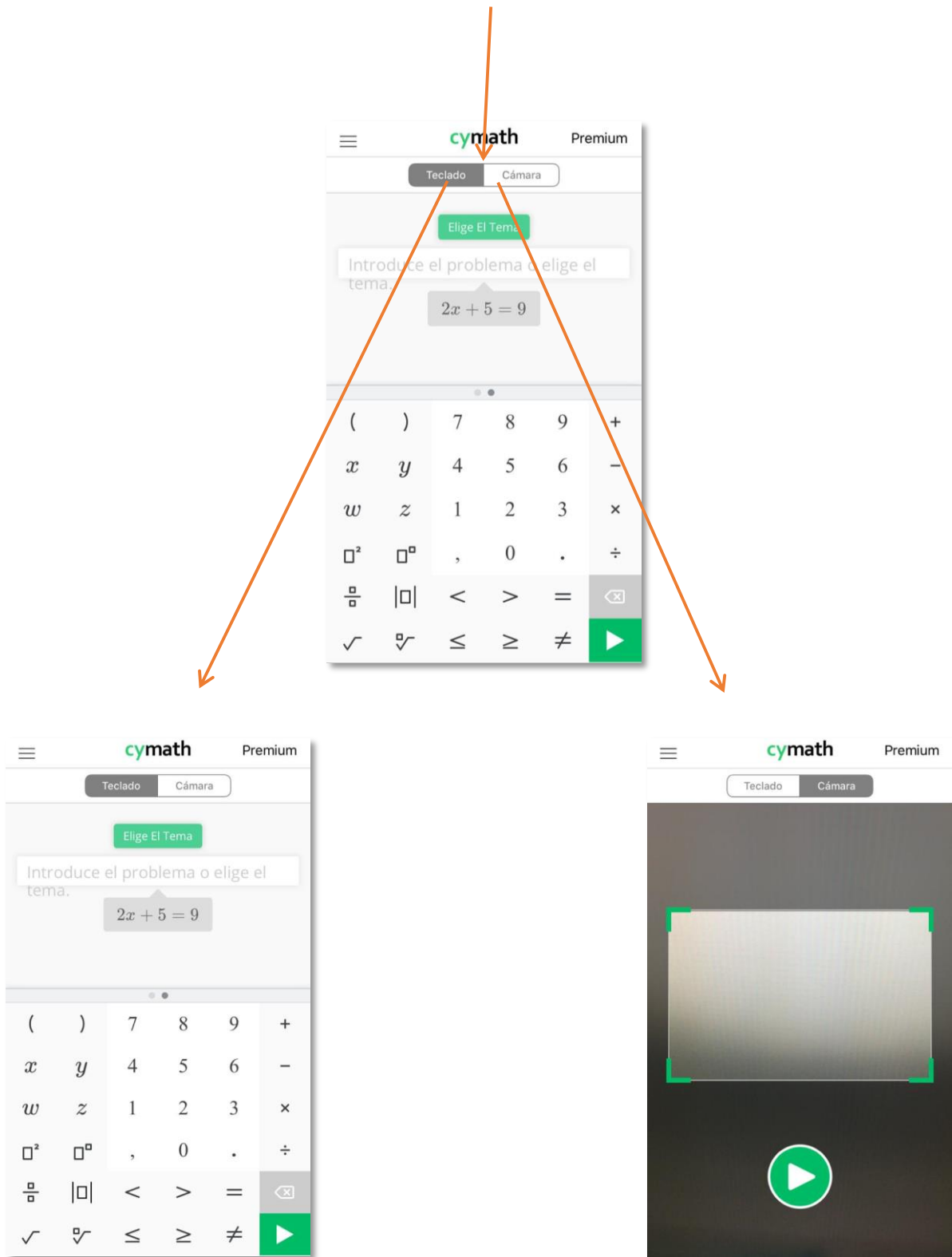
Al dar clic en esta opción se despliega el menú de opciones del programa.



En este menú se puede seleccionar el idioma, practicar ante de entrarse en la resolución de problemas saber todo sobre la aplicación desde su creación las referencia de esta.

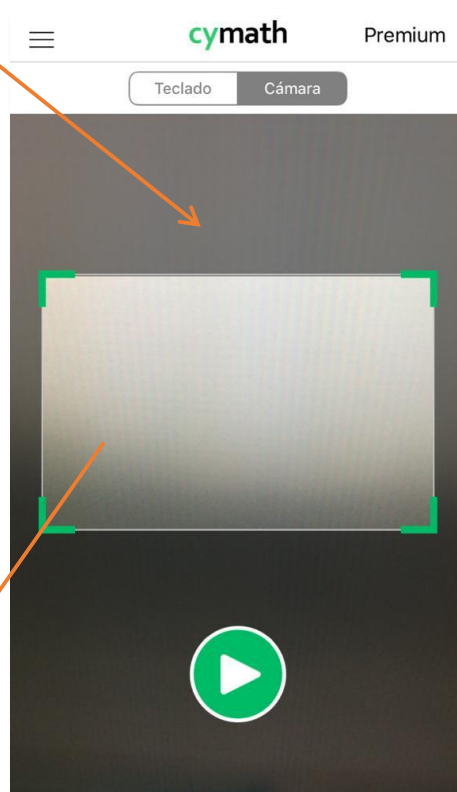
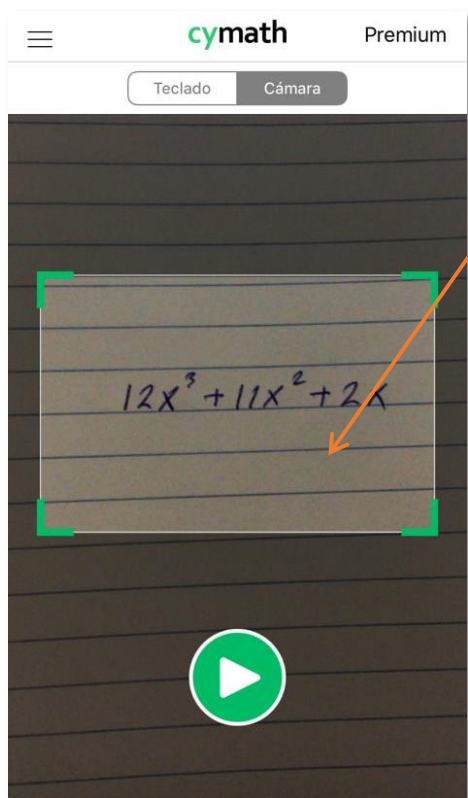
Paso 3

Este menú te permite seleccionar entre el teclado y cámara de acuerdo a tu gusto para la introducción de la problemática a tratar.



Paso 4

Si se elige la opción de la cámara, el ejercicio se puede resolver a través de un escáner que realiza la cámara.



Paso 5

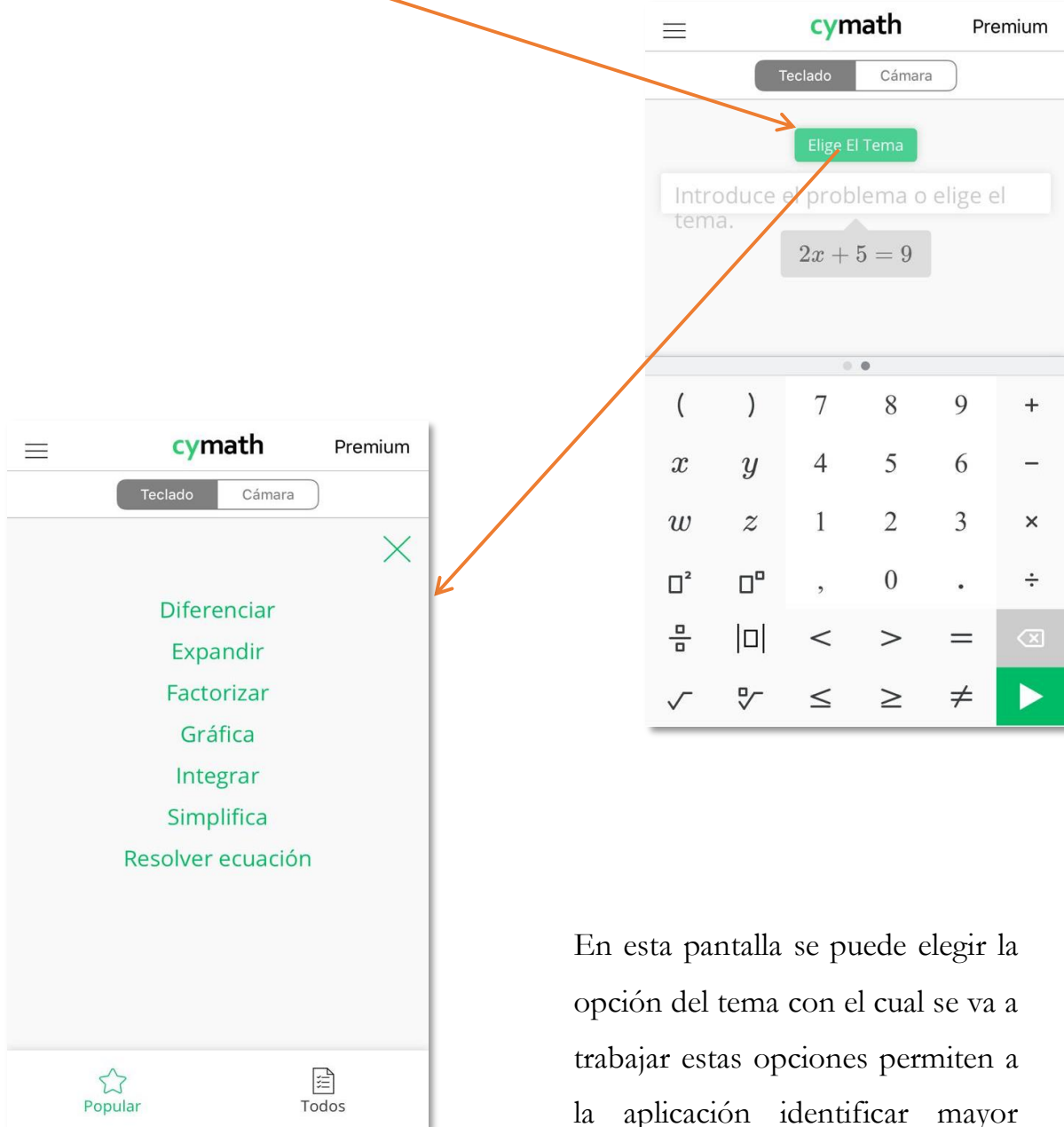
Si elige la opción del teclado, tipee (escriba) la información; la cual verá de la siguiente forma:



Al no usar la cámara, se digita el ejercicio donde el programa nos dará una respuesta, en el teclado tenemos toda las opciones y signos para crear la ecuación.

Paso 6

Al presionar esta opción se muestra la siguiente pestaña



En esta pantalla se puede elegir la opción del tema con el cual se va a trabajar estas opciones permiten a la aplicación identificar mayor precisión los resultados

Paso 7

Como gran mayoría de programas, al presionar en el siguiente botón les proporciona la opción de crear una membresía pagada la cual les otorga una serie de beneficios.



← Volver Cymath Acceder

Obtén ayuda extra sin publicidad con
Cymath Plus
\$5/mes. Cancela en cualquier momento.
Únete Ahora

APRENDE MÁS ▾

"Como tener un tutor de matemáticas, 24/7."



≡ cymath Premium

Teclado Cámara

Elige El Tema

Introduce el problema o elige el tema.
 $2x + 5 = 9$

()	7	8	9	+
x	y	4	5	6	-
w	z	1	2	3	×
\square^2	\square^\square	,	0	.	÷
$\frac{\square}{\square}$	$ \square $	<	>	=	✕
✓	✓	≤	≥	≠	▶

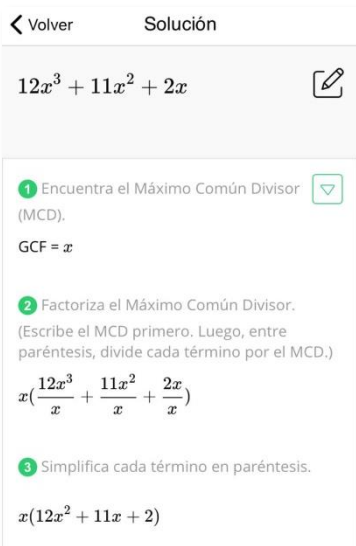
Dentro de esta opción que te permite registrar puedes adquirir una asistencia con profesores en línea, además de poder comprar el producto Premium de la app.

1.4.4 Resolución de problema con Cymath

Ejemplo 1:

Para resolver un problema se realizará de las dos maneras con el escáner de la cámara y digitándolo con el teclado.

Si desea la opción de la cámara, coloque el problema que le quede de la siguiente forma, para obtener los resultados deseados.

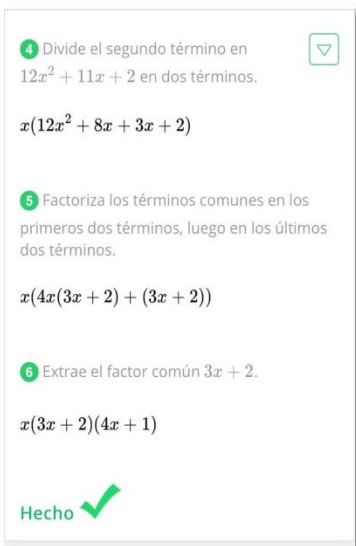
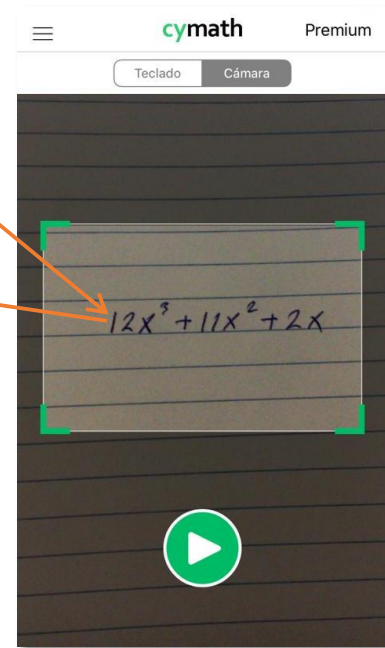


< Volver Solución

$12x^3 + 11x^2 + 2x$

- 1 Encuentra el Máximo Común Divisor (MCD).
GCF = x
- 2 Factoriza el Máximo Común Divisor. (Escribe el MCD primero. Luego, entre paréntesis, divide cada término por el MCD.)
 $x\left(\frac{12x^3}{x} + \frac{11x^2}{x} + \frac{2x}{x}\right)$
- 3 Simplifica cada término en paréntesis.
 $x(12x^2 + 11x + 2)$

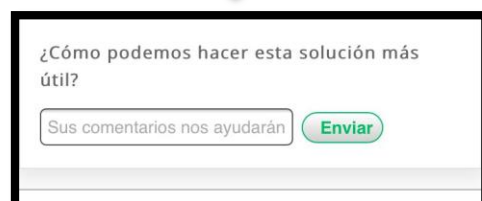
Al escanear, se presenta la solución paso a paso y con breves explicaciones de los procesos realizado, el ejercicio es una factorización.



- 4 Divide el segundo término en $12x^2 + 11x + 2$ en dos términos.
 $x(12x^2 + 8x + 3x + 2)$
- 5 Factoriza los términos comunes en los primeros dos términos, luego en los últimos dos términos.
 $x(4x(3x + 2) + (3x + 2))$
- 6 Extrae el factor común $3x + 2$.
 $x(3x + 2)(4x + 1)$

Hecho ✓

En esta opción podemos agregar un comentario como podemos resolverlo de otra manera y así aportar otras ideas



¿Cómo podemos hacer esta solución más útil?

Sus comentarios nos ayudarán

Ejemplo 2:

Si tipeas (escribes) los problemas utilizando el teclado se visualiza de esta manera:

Solo se tipea y luego se presiona la tecla que parece un triángulo blanco pequeño; la que esta sombreada de verde y esta arrojará el resultado



< Volver Solución

$12x^3 + 11x^2 + 2x$

1 Encuentra el Máximo Común Divisor (MCD).
GCF = x

2 Factoriza el Máximo Común Divisor.
(Escribe el MCD primero. Luego, entre paréntesis, divide cada término por el MCD.)
 $x\left(\frac{12x^3}{x} + \frac{11x^2}{x} + \frac{2x}{x}\right)$

3 Simplifica cada término en paréntesis.
 $x(12x^2 + 11x + 2)$

4 Divide el segundo término en $12x^2 + 11x + 2$ en dos términos.
 $x(12x^2 + 8x + 3x + 2)$

5 Factoriza los términos comunes en los primeros dos términos, luego en los últimos dos términos.
 $x(4x(3x + 2) + (3x + 2))$

6 Extrae el factor común $3x + 2$.
 $x(3x + 2)(4x + 1)$

Hecho ✓

En esta opción podemos agregar un comentario como podemos resolverlo de otra manera y así aportar otras ideas

¿Cómo podemos hacer esta solución más útil?

Sus comentarios nos ayudarán

1.5. GeoGebra



GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

1.5.1 Aplicaciones de GeoGebra

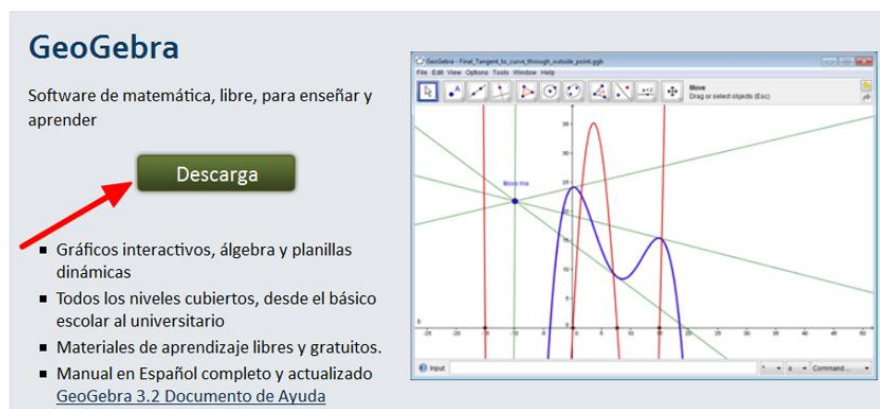
Sirve para crear representaciones gráficas relacionada con las matemáticas. Está dividida en varias secciones, que incluyen álgebra, geometría, gráficos 3D, probabilidad y una parte de reprogramación que permite tratar con ecuaciones y hojas de cálculo.

1.5.2 Instalación de GeoGebra

Para descargar el programa e instalarlo en nuestro ordenador vamos a ir a la página oficial de GEOGEBRA y elegiremos el idioma que nos interese:

www.geogebra.org

Una vez en la página, elegiremos la opción de "DESCARGA"



Una vez elegida esta opción tenemos varias opciones:

- a) Opción WEBSTAR, con esta opción se realiza la descarga, y aparece un icono en nuestro ordenador, pero de tal manera que cada vez que nos conectemos a internet el programa se actualiza automáticamente.

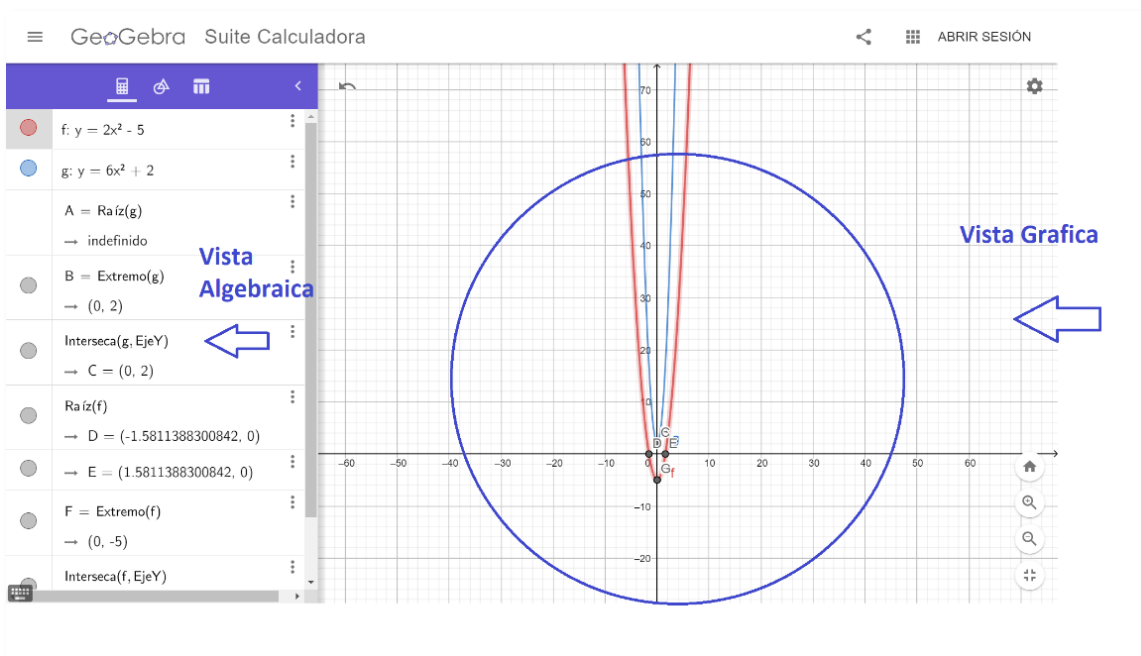
Opción APPLET START, iniciaremos el programa online sin necesidad de instalar nada en nuestro ordenador. Es la opción que nos encontramos en la pestaña superior de este sitio web "SOFTWARE MATEMATIKOA"

Opción OFFLINE, ideal para aquellas personas que no posean internet en casa, se guardará el archivo en un pendrive y posteriormente se instalará en el ordenador, al no existir conexión a internet el programa no se actualizará.

VERSIÓN PORTABLE, se guardará en una unidad USB y se ejecutará sin necesidad de instalarlo en el equipo.

Una vez instalado el programa en nuestro ordenador podemos empezar a familiarizarnos con el programa.

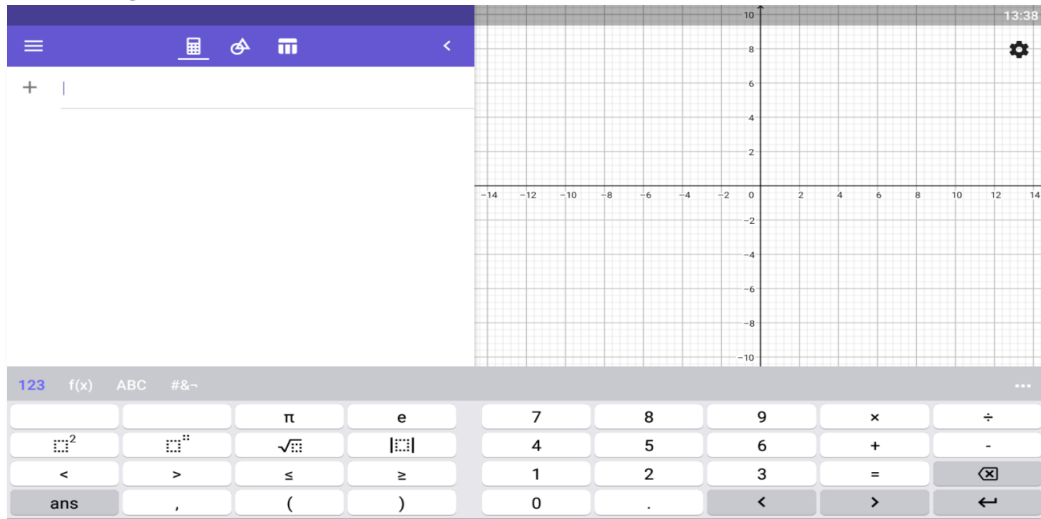
1.5.3 Resolución de problemas con GeoGebra



1.5.4 Uso de GeoGebra

Con GeoGebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, etc., mediante el empleo directo de herramientas operadas con el ratón o la anotación de comandos en la Barra de Entrada, con el teclado o seleccionándolos del listado disponible


Vista algebraica



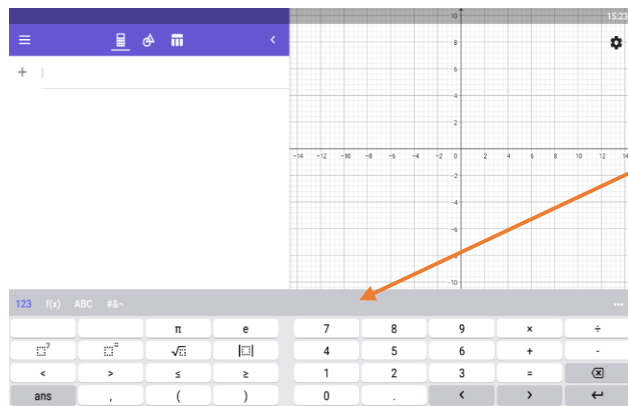
Las representaciones algebraicas de todos los objetos creados se listan en la vista algebraica de su creación.

El editor de ecuaciones proporcionado facilita la entrada de expresiones matemáticas complejas sin perder el rastro de lo que está digitando.

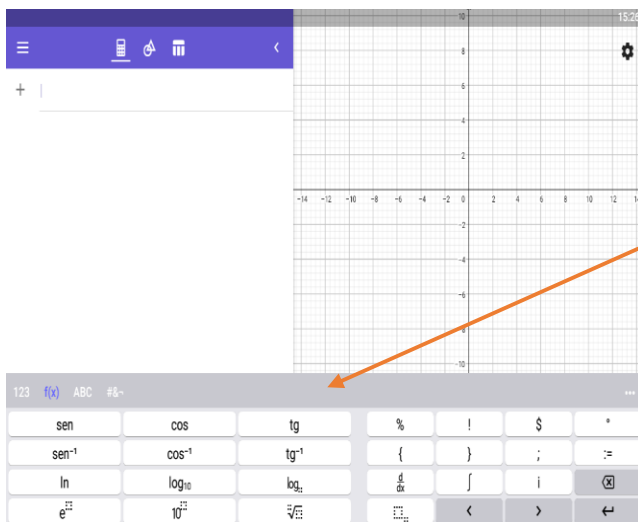
En toda la aplicación encontraras ayuda para utilizar comandos. Para tener un panorama de todos los comandos de la aplicación, selecciona el botón ayuda.

Selecciona el botón  en la esquina superior derecha del teclado virtual, puede empezar a redactar un comando. Luego de ingresar las tres primeras letras, la aplicación sugerirá los comandos disponibles incluyendo su sintaxis.

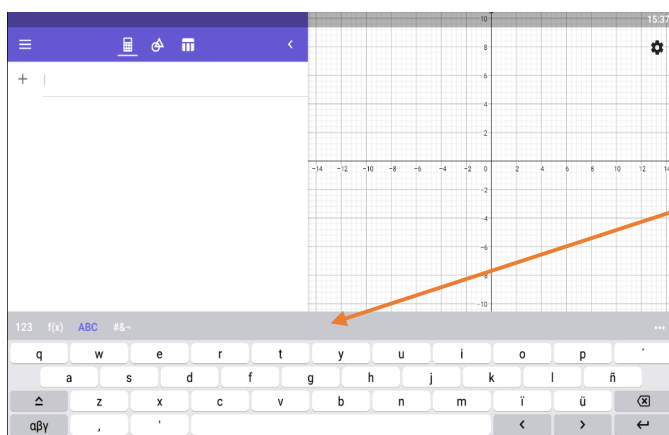
Para ingresar expresión algebraica puede utilizar el teclado virtual el cual contiene cuatro distintos paneles.



Panel numérico



Operadores Matemático



Letra del alfabeto latino



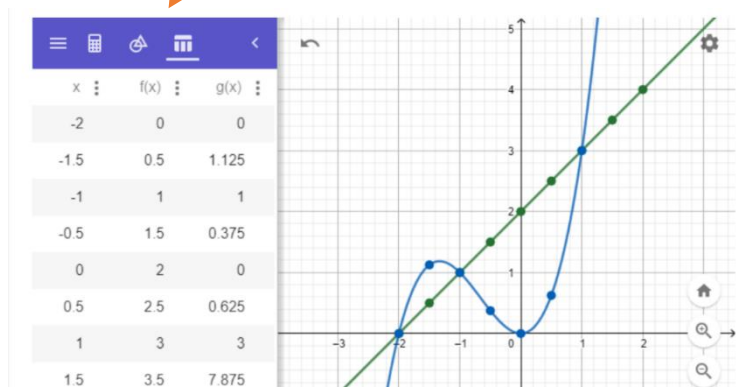
Para crear el punto de intersección entre dos objetos

Para encontrar los extremos locales de una función se selecciona esta herramienta. Para los polinomios se encuentran todos los extremos, pero para otras funciones solo los extremos derecho e izquierdo.

Para encontrar la raíz de una función se selecciona esta herramienta. Para polinomio, se encuentran todas las raíces, para otras funciones solamente aquella entre los extremos derecho e izquierdo.

Para crear un deslizador para un número o ángulos selecciona esta herramienta y haz clic en cualquier lugar libre de la vista gráfica.

Vista Tabla



Con la vista tabla se puede:


- ✓ Generar una tabla de valores para un rango específico.
- ✓ Mostrar /ocultar el punto generado en la vista gráfica.
- ✓ Editar las funciones.
- ✓ Editar el rango de valores.

1.5.5 Creación de tablas en GeoGebra

Paso 1

Tipée (Escriba) $x+2$ en el campo de entrada y presiona Enter. La función será etiquetada automáticamente con $f(x)$ y mostrada en la vista gráfica.

Paso 2

Abre el menú contextual presionando el icono  que se muestra a la derecha de la fila que contiene a $f(x)$.

Paso 3

Selecciona tabla de valores.

Paso 4

Un cuadro de dialogo se abrirá y allí podrá definir el valor inicial de x , valor final de x y el incremento. Presiona ok para confirmar tu configuración.

Paso 5

La vista tabla abre automáticamente, por lo que podrá visualizar los valores de forma inmediata.

Paso 6

Regresa a la vista algebraica, digita $X^3 + 2X^2$ en el campo de entrada y presiona Enter. La función será etiquetada automáticamente como $g(x)$ y mostrada en la vista algebraica.

Paso 7

Abre el menú contextual presionando el icono  que se encuentra a la derecha de la fila que contiene $g(x)$.

Paso 8

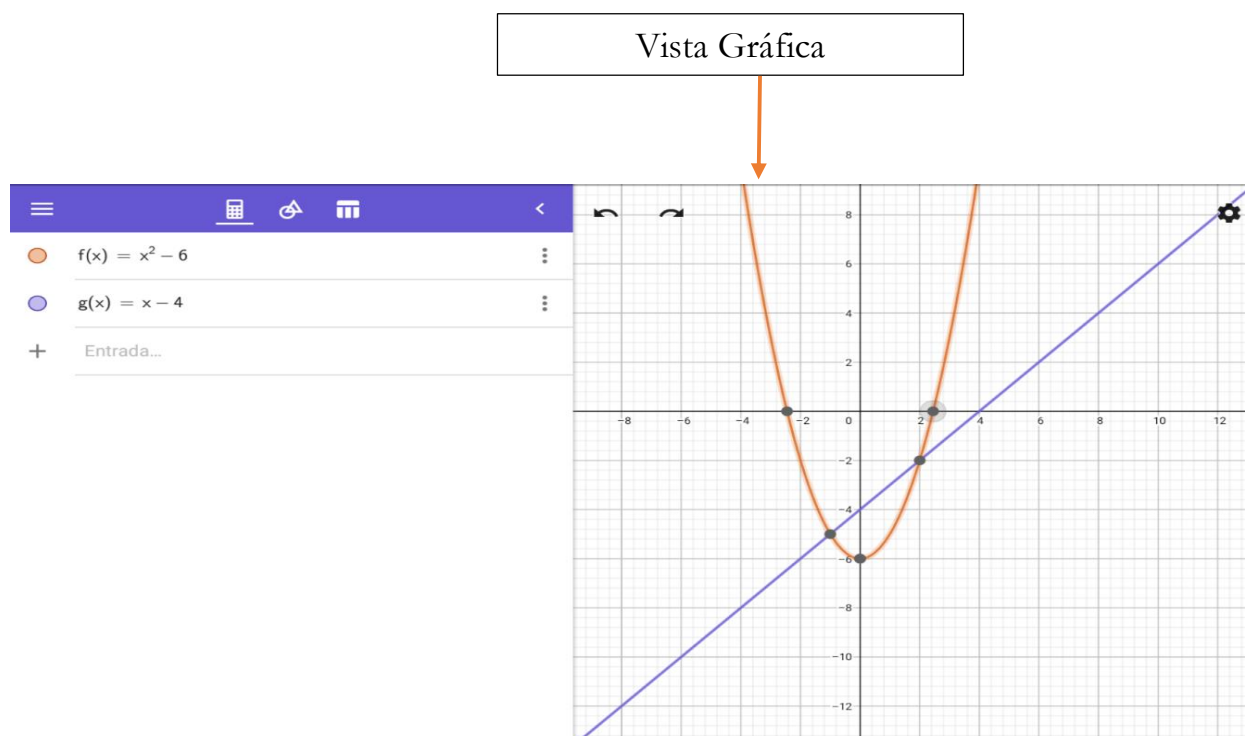
Selecciona tabla de valores.

Paso 9

Esta vez, un cuadro de dialogo para definir los valores inicial y final no se mostrarán, porque ya lo estableciste en el paso 4. Puede cambiar esto valores más adelante.

Paso 10

La vista tabla se abrirá automáticamente, por lo que se visualizarán los valores en forma inmediata.



1.5.6 Creación de un objeto en la vista gráfica

La representación gráfica de todos los objetos creados se muestra en la vista gráfica. Pero también se utiliza la herramienta proporcionada en la lista de herramienta para crear nuevo objeto en la vista gráfica.

Paso 1

Seleccionar el botón de la vista de herramienta para abrirla.

Paso 2

Seleccione la herramienta que desea utilizar.

Paso3

Lee la vista de herramienta para averiguar cómo se utiliza la herramienta seleccionada.

Paso 4

Aplica la herramienta seleccionada a objetos existente o en una región vacía de la vista gráfica.

1.6 Microsoft Math Solver

Microsoft Math Solver es una aplicación para resolver sistema de ecuaciones matemática mejor de todo es que no hace falta ni que tipees (escribas) el problema en la aplicación ya que es capaz de escanear ecuaciones escritas a mano y obtener el resultado para ti. También puedes dibujarlo sobre la pantalla si lo prefieres.

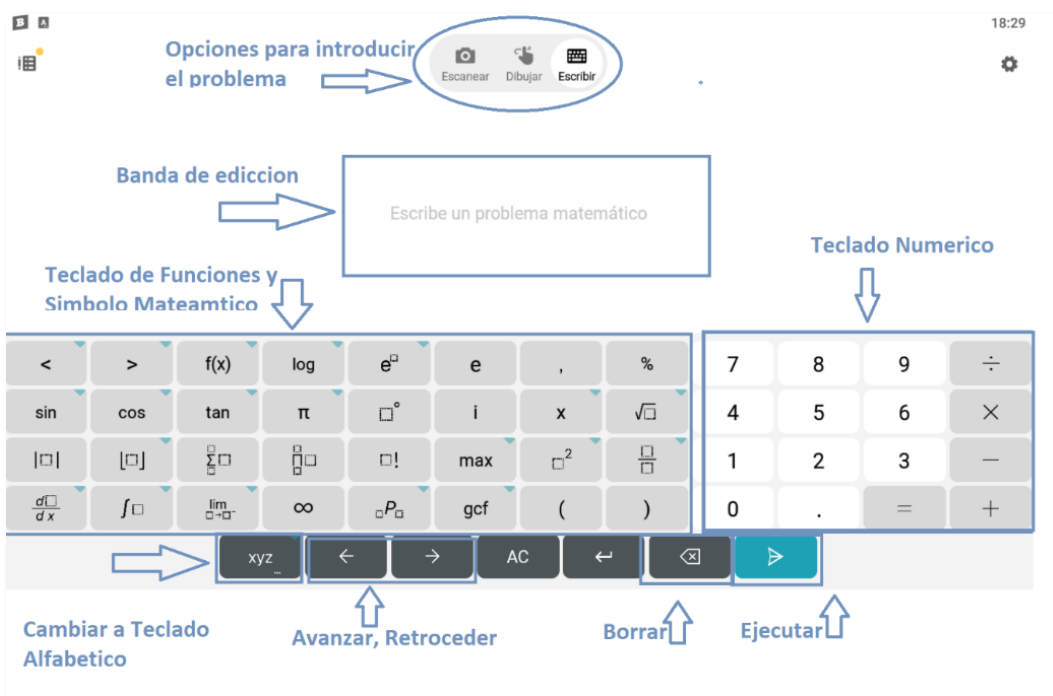
1.6.1 Aplicación de Microsoft Math Solver

Esta aplicación nos permitirá resolver operaciones matemáticas de muchas formas distintas.

Por otro lado, también puedes tipear (escribir) las operaciones directamente en la aplicación. Pero no solo tipearlas (escribirlas) con el teclado virtual, si no tipearlas (escribirlas) a mano. La aplicación detecta lo que has escrito y lo transcribe a la digital, donde resuelve la operación al igual que si lo hubieses escaneado. Y te saldrá con las mismas opciones de ver los pasos uno a uno o la gráfica.

“Pantalla inicial”

A la iniciar Microsoft Math Solver, aparece una pantalla inicial como esta donde se introduce el problema.



1.6.2 Resolución de problemas con Microsoft Math Solver

$x^2 + 6 = 7x$ Problemas a Resolver

RESOLVER PARA X

$x = 1$
 $x = 6$ Resultados

Diferentes Metodos de Resolucion

- ✓ Pasos Para Usar Factorizar
- Pasos Para Usar Factorizar Agrupando
- Pasos Con La Fórmula Cuadrática
- Pasos Para Completar El Cuadrado

pasos para resolver el problema

Obtener la solución paso a paso →

Resolución del Problemas
paso a paso.

RESOLVER PARA X

Pasos para usar factorizar

$x^2 + 6 = 7x$

$x^2 + 6 - 7x = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

$a + b = -7$
 $ab = 6$

$-1, -6$
 $-2, -3$

$-1 - 6 = -7$
 $-2 - 3 = -5$

$a = -6$
 $b = -1$

$(x - 6)(x - 1)$

$x = 6$
 $x = 1$

Cuando se selecciona aquí indica el paso que está resolviendo

$$x^2 + 6 - 7x = 0$$

Cambia el polinomio para ponerlo en una forma estándar. Ordena los términos de mayor a menor según la potencia.

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$a + b = -7$$

$$ab = 6$$

Dado que ab es positivo, a y b tienen el mismo signo. Dado que $a + b$ es negativo, a y b son negativos. Mostrar todos los pares de números enteros que den como producto 6.

$$-1, -6$$

$$-2, -3$$

$$a = -6$$

$$b = -1$$

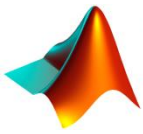
$$(x - 6)(x - 1)$$

Para buscar soluciones de ecuaciones, resuelva $x - 6 = 0$ y $x - 1 = 0$.

$$x = 6$$

$$x = 1$$

1.7 MatLab



Es un programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices, y por tanto se puede trabajar también con números escalares (tanto reales como complejos), con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas.

Matlab es un lenguaje de alto rendimiento para cálculos técnicos, es al mismo tiempo un entorno y un lenguaje de programación. Uno de sus puntos fuertes es que permite construir nuestras propias herramientas reutilizables. Podemos crear fácilmente nuestras propias funciones y programas especiales (conocidos como M-archivos) en código Matlab, los podemos agrupar en Toolbox (también llamadas librerías): colección especializada de M-archivos para trabajar en clases particulares de problemas.

Matlab, a parte del cálculo matricial y álgebra lineal, también puede manejar polinomios, funciones, ecuaciones diferenciales ordinarias, gráficos...

1.7.1 Aplicación de Matlab

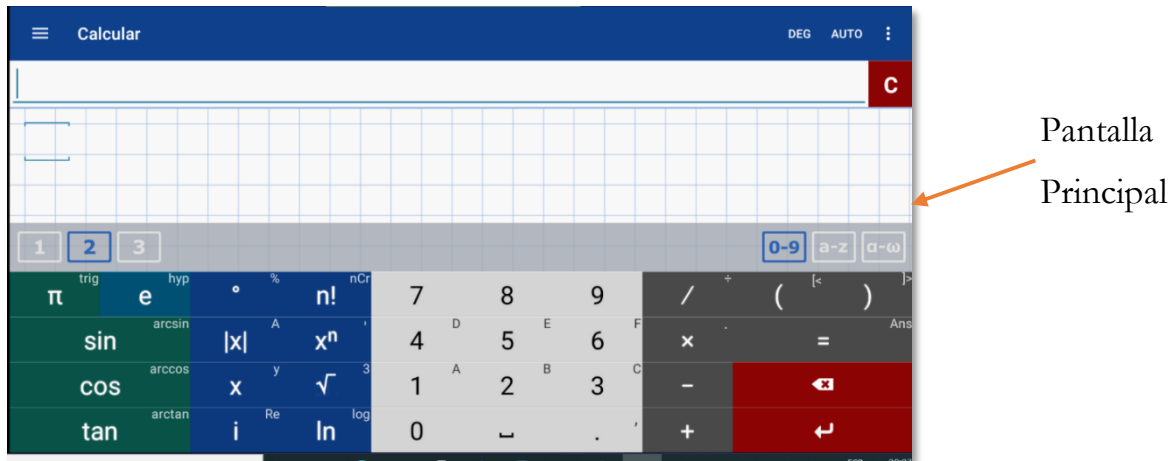
Matlab es una calculadora con varias funciones disponibles, la misma cuenta con cuatro modos los cuales son: Calc, Graph, table y library.

El modo Calc, usa la aplicación como una calculadora científica para manejar fracciones, álgebra y matrices.

El modo gráfico, le permite trazar gráficos en plano de coordenadas cartesianas y polares. Se puede trazar gráficos para ver los valores de la función y la pendiente en cada punto.

En el modo Library, permite guardar una constante, una expresión o una función que luego se puede cargar en el espacio de trabajo o usar en los cálculos.

1.7.2 Uso de Matlab



En el modo gráfico.

- Introduce una función de x para mostrar.
- Utilice Enter para añadir más funciones. Una función por línea.
- Pulse y arrastre el gráfico para ver más.
- Pulse sobre el gráfico para ver los controles de zoom.
- Pulse y arrastre el eje y para mostrar la línea de rastreo. Pulse el eje y para ocultarlo.
- Pulse la línea de rastreo para cambiar entre valores de la función y pendientes.
- Utilice las leyendas de casillas de verificación para mostrar las raíces de las funciones y puntos críticos.

En modo tabla.

- La tabla comparte expresiones con el gráfico.
- Utilice Enter para añadir más funciones. Una función por línea.
- Pulse y arrastre para ver más.
- Pulse y arrastre para mostrar los controles de zoom. Cambian el paso para x .
- Pulse y arrastre las líneas verticales para cambiar la precisión de resultado y el ancho de la columna.

1.7.3 Resolución de problemas con Matlab

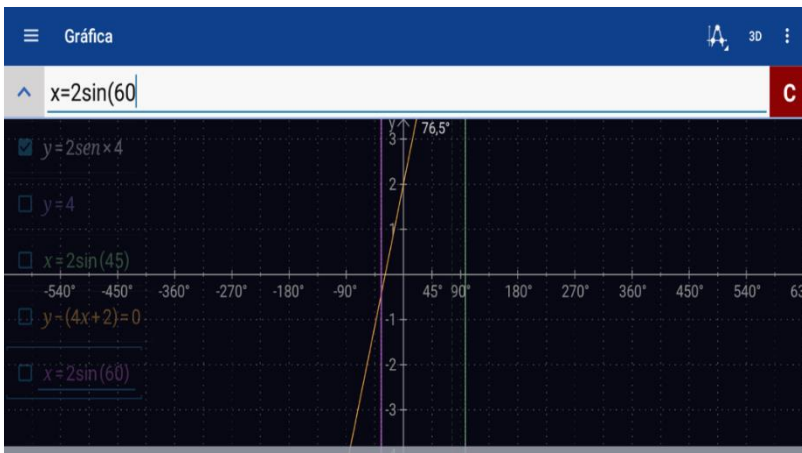
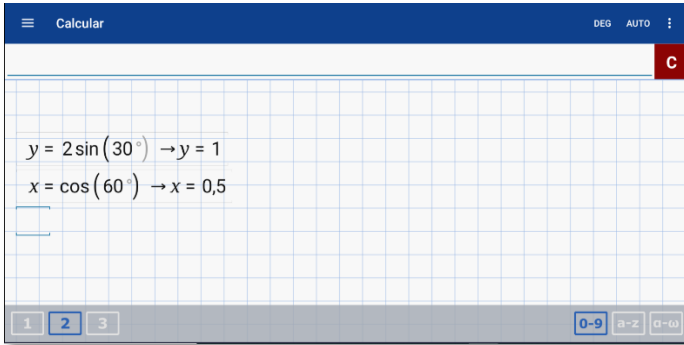


Gráfico de la función en 2D

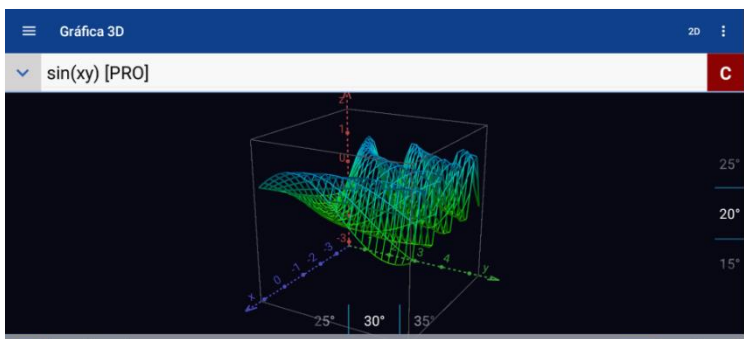



Gráfico del problema en 3D



1.8 Calculadora HiPER



La Calculadora Científica HiPER es una herramienta muy popular, clasificada 4.8 estrellas en Google Play Store . Actualmente la aplicación es gratuita y está al uso de todo público con dispositivo móvil o tableta. La calculadora tiene hasta 100 dígitos de significando y 9 dígitos de exponente en la HiPER Calc Pro. Detecta

decimales repetidos, y los números también se pueden introducir como fracciones o convertirlos a ellas, es prácticamente una calculadora científica de mano, pero con más utilidades.


La calculadora HiPER tiene un modo de expresión donde se pueden tipear (escribir) expresiones de una manera natural y ver lo que se está calculando. El resultado se muestra como un número, expresión simplificada, etc.

1.8.1 Uso de calculadora HiPER


Al descargar la aplicación en su dispositivo Android o tableta, nos presenta una breve introducción de cómo utilizar y qué podemos hacer en ella, luego damos a “Entendido” para pasar a la pantalla principal, como se muestra:







Ahora observando la imagen identificaremos teclas importantes en HiPER.

SHIFT  tiene el objetivo de ampliar la capacidad funcional de la misma. Esto quiere decir que te permitirá

acceder a muchas opciones y funciones que sin ella no sería posible.

MENU  esta tecla nos lleva al menú, ahí se observa un cuadro blanco con las siguientes opciones: Modo, que es donde se selecciona el modo clásico, de expresiones o RPN, se cambia dominio y rango de cálculos. Diseño, cambia diseño de calculadora bolsillo a calculadora expandida. Tema, se elige y cambia temas de alta calidad. Ajustes, cambia precisión del cálculo, separadores y más configuraciones. Portapapeles, para copiar en varios formatos y pegarlos. Ayuda, muestra cómo trabajar en HiPER. Nosotros, proporciona información de la calculadora.

Tiene las teclas de borrado dígito por dígito  y borrado completo .

Cuando se realiza fracciones y el resultado no es como lo necesitas, seleccionas el formato del resultado y cambia a, decimal, expresión, número mixto, grados, minutos y segundos, o coordenadas polares presionamos  o .

Otras teclas y su uso:



HiPER
Calculadora científica

Alta precisión
Hasta 100 dígitos de significativo y 9 dígitos de exponente

Vista de expresiones
Ingresar y mostrar expresiones tal como aparecen en un libro de texto.

Notación numérica
Rotación fija, científica o de ingeniería, incluidas las unidades SI.

Números sexagesimales
Ingrese y muestre grados, minutos y segundos.

Fracciones
Ingrese y muestre fracciones y números mixtos.

Variables
Utilice variables predefinidas, cree las suyas propias y almacene expresiones de uso frecuente.

Temas HQ
Elija entre varios temas de alta calidad.

Gráficos, detalles de cálculo:
Mostrar gráficos y otros detalles como factorización prima, círculo unitario, todas las raíces complejas, etc.

Resultado:
Mostrar como expresión (versión pro), número, decimal, periódico, fracción, número sexagesimal.

Constantes
Más de 120 constantes físicas y matemáticas.

Conversión de unidades
Conversión entre 200 unidades.

Derivadas e integrales
Funciones derivadas y calcular integrales definidas e indefinidas.

Operaciones de memoria
Almacenar y recuperar números de la memoria principal y extendida.

Cálculo de base-N
Convertir números entre bases. Realizar operaciones lógicas y bit a bit.

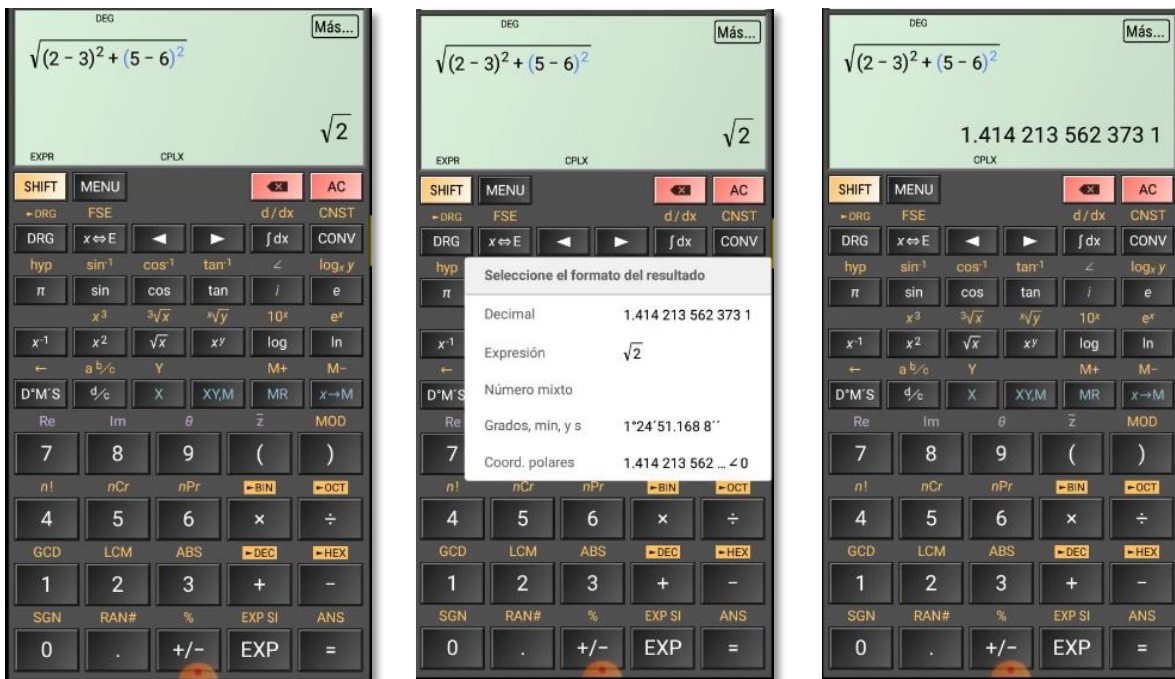
Historial de resultados y expresiones
Historial de búsqueda y copia de resultados para mostrar.

1.8.2 Resolución de problemas con calculadora HiPER

Para resolver problemas con HiPER es necesario manejar el uso de las teclas.

Un ejemplo de Geometría Analítica podemos colocar la radical $\sqrt{\quad}$, colocar los puntos $(2-3)^2 + (5-6)^2$, y como resultado de la distancia de los dos puntos nos dará $\sqrt{2}$, si se desea cambiar el resultado damos a **FSE** o **x \leftrightarrow E** y seleccionamos el resultado decimal y nos da 1.414 213 562 373 1.

Veamos ambos resultados:



1.8.3 Funciones de calculadora HiPER

La calculadora tiene otras muchas funciones:

- Operaciones aritméticas básicas, incluidos porcentaje, módulo y negación
- Fracciones mixtas e impropias
- Números periódicos y su conversión a fracciones
- Número ilimitado de llaves
- Prioridad del operador
- Operaciones repetidas
- Variables y cálculo simbólico
- Derivadas e integrales
- Gráficas de funciones y áreas integrales
- Detalles de cálculo - información extendida sobre un cálculo como raíces complejas, circunferencia geométrica, etc.
- Números complejos
- Conversión coordenadas cartesianas/polares
- Operación numérica avanzada como números aleatorios, combinaciones, permutas, máximo común divisor, etc.
- Función goniométrica e hiperbólica
- Potencias, raíces, logaritmos, etc.
- Conversión de grados, minutos y segundos
- Formato de visualización fijo, científico y de ingeniería
- Visualización de exponente como prefijo de unidades SI
- Operaciones de memoria con 10 memorias ampliadas
- Operaciones de portapapeles con varios formatos del mismo
- Historial de resultados
- Sistemas numerales binario, octal y hexadecimal
- Operaciones lógicas
- Desplazamientos y rotaciones a nivel de bits
- Retroalimentación táctil
- Más de 90 constantes físicas
- Conversión entre 200 unidades
- Notación polaca inversa (RPN)

NOTA

Cada una de las funciones está definida en la parte MENU pulsando la palabra Help o Ayuda.

1.9 WolframAlpha viewer



Es un buscador de respuestas desarrollado por la compañía Wolfram Research. Es un servicio en línea que responde a las preguntas directamente, mediante el procesamiento de la respuesta extraída de una base de datos estructurados, en lugar de proporcionar una lista de los documentos o páginas web que podrían contener la respuesta, tal y como lo hace Google.

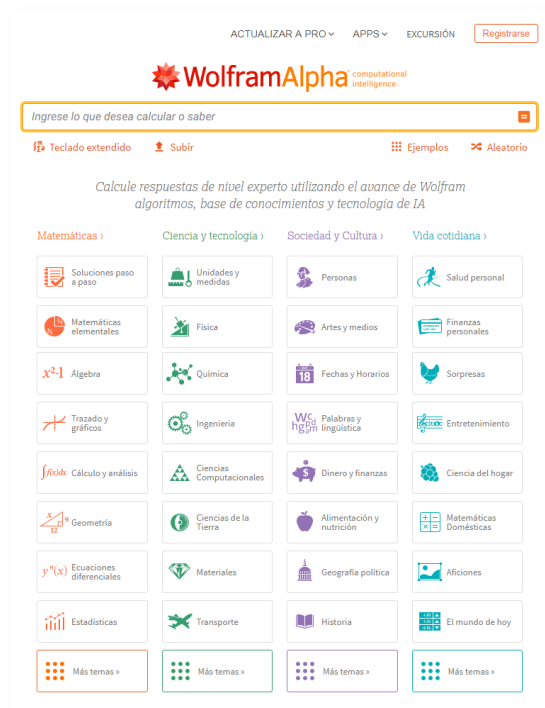
Este software libre, proporciona algunas consultas de ejemplos. Es muy similar a Google, solo que esta aplicación nos da respuestas a lo que preguntamos o cualquier problema sin mostrar diversidades de páginas o informaciones que puedan resultar confusas. Esta aplicación o software libre, solo puede ser descargado de dispositivos iOS y utilizado mediante el buscador de google.

Dentro de las aplicaciones de este software libre, los alumnos y docentes pueden utilizarla para diferentes áreas del saber en el ámbito educativo, tanto para las matemáticas que es donde se hará énfasis, ciencias y tecnología, sociedad y cultura, y vida cotidiana. Debido a que este software libre es capaz de buscar información confiable de su base de datos, sirve para dar respuestas a problemas y ámbitos del día a día, por lo que es muy amplio en el sentido de aplicarla.

1.9.1 Uso de WolframAlpha viewer

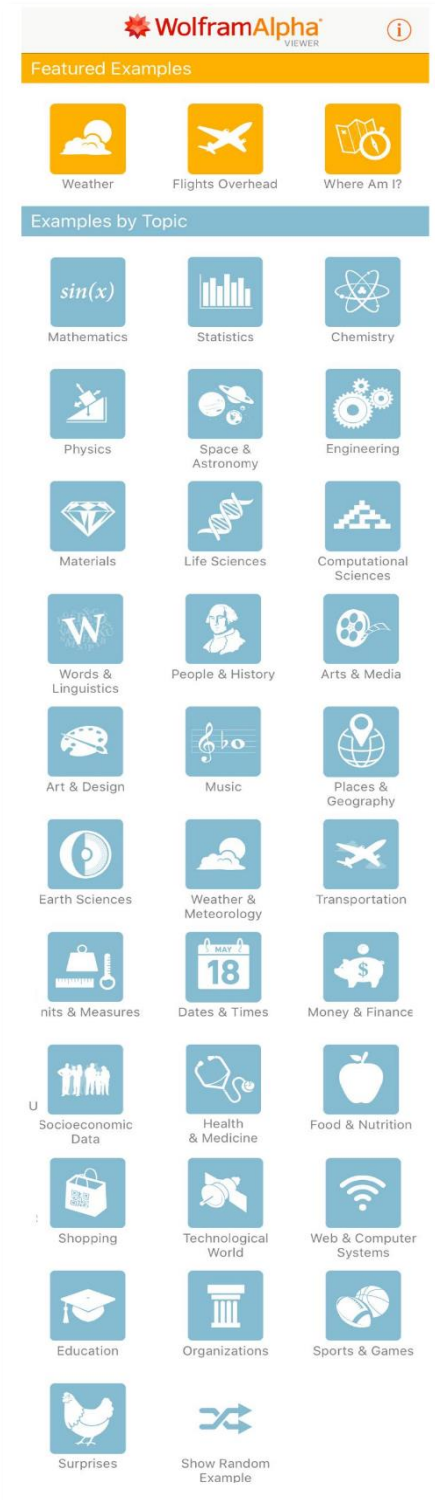
Para acceder a WolframAlpha, se puede ir directamente a Google y escribir el

nombre  y listo, nos aparece esta ventana.




Esta parte del software libre, conduce a las especificaciones de asignación o área del saber de la cual se va a buscar información. Cada columna tiene un color específico, y sus contenidos van de acorde al color de su área. Estas ventanas, llevan a las diferentes opciones del área, que por motivo de espacio están agrupadas en estos cuadros, y si la asignatura o área que buscas no está afuera, solo dar clic y se extiende para ver más.

Para el uso de este software libre, no es necesario suscribirse o registrarse, debido a que este software está designado directamente para educación, existe una Versión Pro, en la cual se puede subir imágenes y buscar información de ella, o en los dispositivos móviles, la Versión Pro se puede utilizar la barra de búsqueda y por consiguiente el uso de imágenes. Se recomienda el uso de ambas para mejor respuestas y mejor provecho de la aplicación, debido a que por el buscador de Google nos da opciones que en el dispositivo pertenecen a la Versión Pro, y desde el dispositivo móvil se resuelve dudas que Online no aplica para versión Viewer que no es la estándar reconocida como Pro.



También se obtiene desde dispositivos iOS, ya que esta aplicación no está disponible para Android.

Al descargar la aplicación por App Store , damos clic en abrir y nos muestra su ventana principal, donde observamos cada función de esta aplicación.

Es importante saber, se debe tocar cualquier resultado de WolframAlpha dentro de la interfaz de Siri, y esta aplicación lanzará una vista detallada del resultado. Con la aplicación de visor gratuita también se puede navegar por una lista de entradas de ejemplo y tocar dentro de su salida para obtener un nivel adicional de detalle.

El asistente Siri de Apple es la única forma de ingresar consultas con la aplicación WolframAlpha Viewer. Sin embargo, la aplicación estándar WolframAlpha, con una membresía anual, le permitirá escribir directamente cualquier cosa o problema matemático que desee calcular o conocer, y le permitirá acceder a la gama completa de la creciente base de conocimientos del motor computacional WolframAlpha.

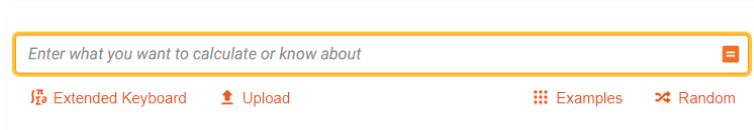
En dispositivos móviles, no se tiene la misma oportunidad de resolver problemas mediante la barra para escribir, o subiéndolo por archivo, sino, que en el dispositivo

esta aplicación funciona como un blog que da respuesta al tema que deseas, como nos centralizamos en las matemáticas, se obtiene información en base a: Matemática elemental, cálculo, estadística, geometría, álgebra, ecuaciones diferenciales y más.

1.9.2 Resolución de problemas con WolframAlpha Viewer

1.9.2.1 Resolución de problemas Online

En la versión Online por Google Chrome se observa la barra principal que se muestra así:



Aquí es donde se va a escribir la pregunta, problema o tema del cual se quiere resolver. Cabe destacar, que muchas veces este software suele dar inconvenientes a la hora de resolver un problema, pero arroja respuestas a las preguntas y soluciones paso a paso para resolver problemas matemáticos.

Para resolver esta ecuación $2x+4y=8$ se procede a:

- Primero se escribe la ecuación, o simplemente se sube el problema en la barra de solución.
- Luego se da clic al signo de igual, que se encuentra a la derecha de donde se escribe el problema y esperamos unos segundos.
- Pasado unos segundos aparece el problema y se observa así.

WolframAlpha computational intelligence.

$2x + 4y = 8$

Teclado extendido Subir Ejemplos Aleatorio

Entrada:
 $2x + 4y = 8$

Figura geométrica: [Propiedades](#)

line

Trama implícita:

Formas alternativas:

$y = 2 - \frac{x}{2}$

$2(x + 2y) = 8$

$2x + 4y - 8 = 0$

Solución real:

$y = 2 - \frac{x}{2}$

Solución: [Solución paso-a-paso](#)

$y = 2 - \frac{x}{2}$

Solución entera:

$x = 2n, y = 2 - n, n \in \mathbb{Z}$

\mathbb{Z} is the set of integers

Solución para la variable y: [Solución paso-a-paso](#)

$y = \frac{4 - x}{2}$

Descargar pagina POTENCIADO POR EL LENGUAJE WOLFRAM

Se observa la gráfica y solución al problema que en este caso fue la ecuación $2x+4y=8$. En esa misma pagina, se puede descargar la solución del problema y pegarlo en Word, solo con dar click en la parte de abajo a la izquierda, donde dice “Descargar página”.

Ahora, en la parte donde dice, “Solución paso a paso” solo se puede recibir una parte de la solución, debido a que esta opción es parte de la versión Pro de WolframAlpha Viewer. Por lo tanto, mostrará una ventada así:

PASO 1

Solve for y:
 $4y + 2x = 8$

Hint: Isolate terms with y to the left hand side.

Subtract $2x$ from both sides:
 $4y = 8 - 2x$

Hint: Solve for y.

Para desbloquear la solución completa ...

Hazte Pro ahora

Esta ventana indica, que no va a mostrar más de esta parte, debido a que es pagada la solución en la versión Pro o estándar de WolframAlpha.

1.9.2.2 Resolución de problemas en dispositivos iOS

Luego de descargar la aplicación en App Store de iOS, buscamos el icono de la aplicación.

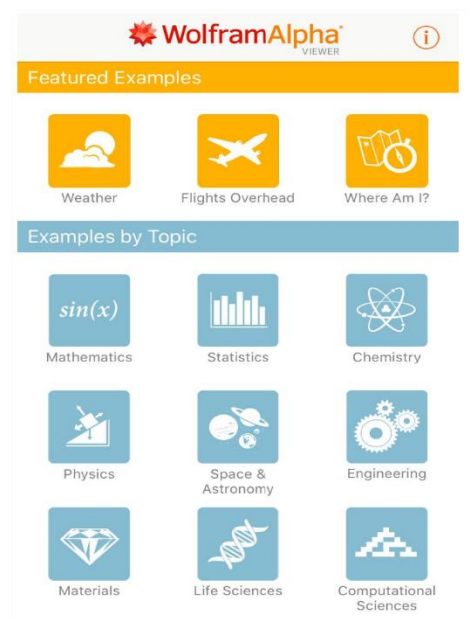


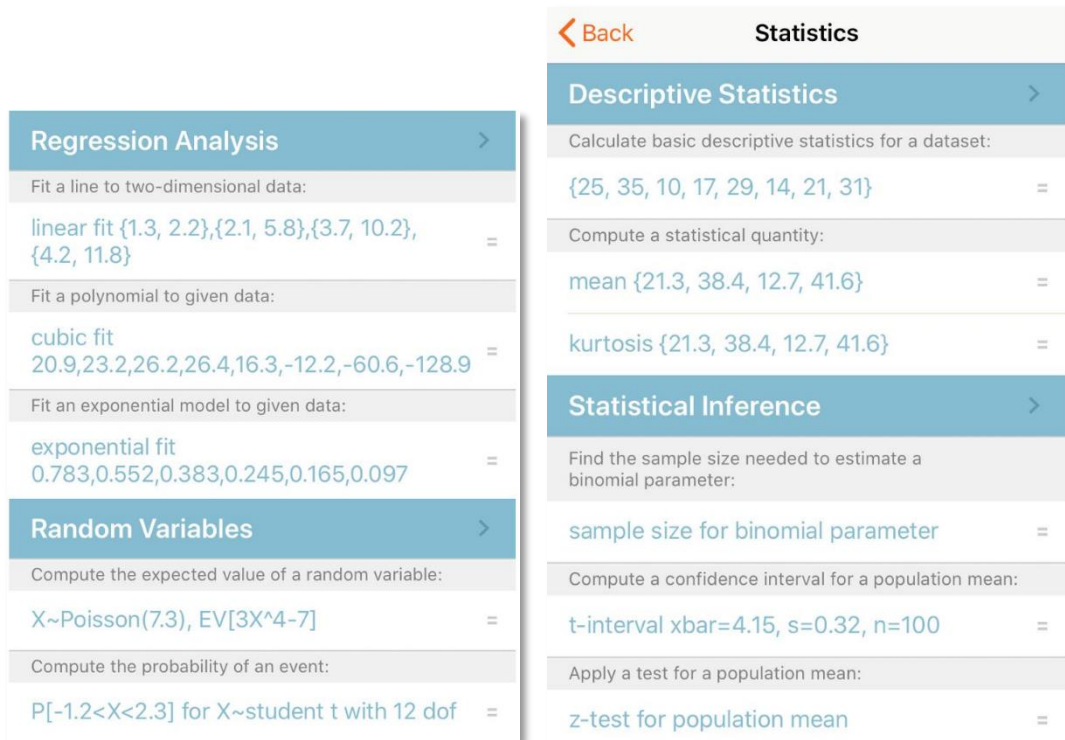
Al observar este icono damos clic y directamente entramos a la página principal de la aplicación, en la cual se verán todos los ejemplos, y tópicos que esta tiene como forma de blog educativo.

En esta aplicación, se da clic en el tópico que se desee la información, en este caso se va a entrar en “STATISTICS” que en español es estadística.

Al ver WolframAlpha, percibimos que la aplicación es en inglés, por lo que para entender los ejemplos se debe utilizar un traductor.

En la parte estadística se puede ver ejemplos sobre, estadística descriptiva, inferencia estadística, análisis de regresión, variables aleatorias, cada una con 3 o 2 ejemplos, los cuales no se pueden modificar.





Como esta aplicación tiene sus ejemplos ya creados, se tiene la oportunidad de verificar con uno de ellos e ir viendo el resultado y guiarse de los pasos que se da para llegar a la solución. Al dar un toque al signo de igual (=) en cada ejemplo, se verá la solución del problema que está en base.

Para este ejemplo, se dará click en:

Cuando se amplía la parte inferencia estadística dando a (>) se observan más ejemplos de intervalos y de hipótesis.

Al dar al signo de Igual (=) presentará el resultado de uno de los ejemplos en base WolframAlpha. En el ejemplo solo sale la parte principal, para ver la solución paso a paso, se le da clic a step by step solution.

Input interpretation

sample size for estimating a binomial parameter

Equation

$$n = \left(\frac{\text{erf}^{-1}(c)}{\sqrt{2} M} \right)^2$$

n	sample size
M	margin of error
c	confidence level

Input values

margin of error	0.1
confidence level	0.95

Result

sample size	96.04
-------------	-------

Step-by-step solution

Results

known variables		
M	margin of error	0.1
c	confidence level	0.95

The relevant equation that relates sample size (n), margin of error (M), and confidence level (c) is:

$$n = \left(\frac{\text{erf}^{-1}(c)}{\sqrt{2} M} \right)^2$$

Substitute known variables into the equation:

known variables		
M	margin of error	0.1
c	confidence level	0.95

$$n = \left(\frac{\text{erf}^{-1}(0.95)}{\sqrt{2} \times 0.1} \right)^2$$

Statistical Inference

Find the sample size needed to estimate a binomial parameter:

sample size for binomial parameter =

En las imágenes se observa que el problema tiene un margen de error de 0.1, y un nivel de confianza de 0.95. A partir de estos valores, se coloca la fórmula y se procede a sustituir los

datos que ya muestra en ecuación inicial, y se obtiene el tamaño de la muestra que es 96.04 que es lo que en este caso se busca.

Evaluate $\left(\frac{\text{erf}^{-1}(0.95)}{\sqrt{2} \times 0.1} \right)^2$:

Answer:

$n = 96.04$

Hide steps

1.9.3 Funciones de WolframAlpha



Las funciones de esta aplicación para el área de las matemáticas, se basan en forma de Blogs, se aplica para resolver problemas de Matemáticas Elementales, como aritmética, conversiones de fracciones y problemas matemáticos de palabras. También, puede realizar operaciones aritméticas en valores sub-especificados para determinar la paridad, el signo u otras cualidades de una expresión, sin conocer los valores exactos de la expresión.

El álgebra es una de las materias básicas de las matemáticas. El álgebra consiste en el estudio de variables dentro de sistemas numéricos, junto con operaciones que actúan sobre números y símbolos. WolframAlpha es un recurso tremendo para resolver ecuaciones; explorar polinomios; y estudio de campos, grupos, vectores y matrices.

Trazar y graficar son métodos para visualizar el comportamiento de funciones matemáticas. Se puede utilizar WolframAlpha, para generar gráficos de funciones, ecuaciones y desigualdades en una, dos y tres dimensiones. Obtenga una perspectiva adicional mediante el estudio de gráficos polares, gráficos paramétricos, gráficos de contorno, gráficos de región y muchos otros tipos de visualizaciones de las funciones y ecuaciones de su interés.

El cálculo, es la rama de las matemáticas que estudia la tasa de cambio de cantidades y la longitud, el área y el volumen de los objetos. Con la capacidad de responder preguntas de cálculo simple y multi-variable, WolframAlpha, es una gran

herramienta para calcular límites, derivadas e integrales y sus aplicaciones, incluidas líneas tangentes, extremos, longitud de arco y mucho más.

La geometría es el campo de las matemáticas que estudia las propiedades de las figuras y el espacio subyacente. WolframAlpha tiene la capacidad de analizar y calcular con figuras geométricas de diferentes dimensiones, incluidos polígonos y poliedros. También puede informarle sobre áreas más avanzadas como geometría analítica y topología.

Una ecuación diferencial es una ecuación que involucra una función y sus derivadas. Puede denominarse ecuación diferencial ordinaria (EDO) o ecuación diferencial parcial (PDE) según se trate de derivadas parciales o no. WolframAlpha puede resolver muchos problemas en esta importante rama de las matemáticas, incluida la resolución de EDO, encontrar una EDO que satisfaga una función y resolver una EDO utilizando una gran cantidad de métodos numéricos.

La estadística es la rama de las matemáticas involucrada en la recolección, análisis y exposición de datos. Dado un conjunto de datos, WolframAlpha es instantáneamente capaz de calcular todo tipo de propiedades estadísticas descriptivas e inferenciales y producir análisis de regresión y ajuste de ecuaciones. El amplio conocimiento computacional de WolframAlpha sobre métodos estadísticos le permite analizar, interpretar y visualizar sus datos de forma rápida y precisa.

1.10 Mathway



Programa que hace la función de un asistente matemático, por el cual puedes realizar operaciones y resolver distintos problemas matemáticos; gracias a este los estudiantes y maestros pueden recibir ayuda por medio de una foto o introduciendo en la barra de búsqueda del mismo programa el problema a resolver.

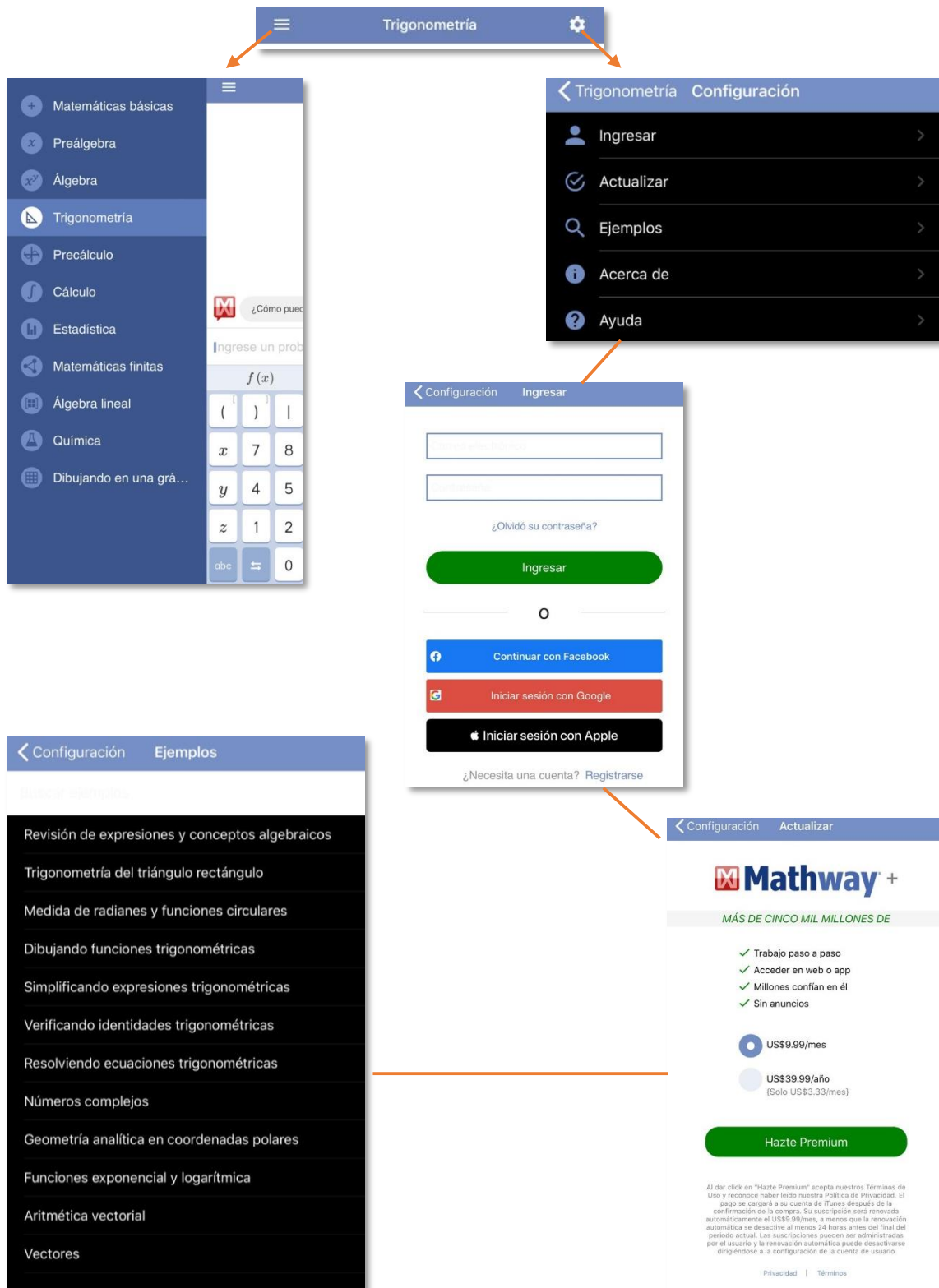
Este programa no tiene límites, ya que puedes utilizarlo en sistemas operativos móviles, es decir, Android y iOS; como tener acceso al mismo por medio de un navegador (Chrome, Firefox, Explorer, safari). Gracias a su disposición en el sentido de acceso este lo puedes utilizar sin la necesidad de una cuenta, no quiere decir que no puedes ingresar una cuenta, sino que puedes darle uso sin la necesidad de acceder a una cuenta.

Por su fácil acceso y manejo el mismo te dispone de una serie de pasos en los que te instruyen la manera en la que puedes darle uso a la misma. Al ingresar a la app sea en un dispositivo móvil o al software libre en un navegador, Mathway inicia en la misma barra del buscador de problemas, es decir, no necesitas ir a otra ventana para iniciar el proceso de resolución.

Cabe destacar que en dicha aplicación la resolución de problemas matemáticos sin la versión premium esta no muestra el procedimiento realizado, es decir, este programa tiene la factibilidad de que cualquiera lo utilice, pero la misma sin la versión premium no te muestra el paso a paso de la resolución del problema.

1.10.1 Funciones de Mathway

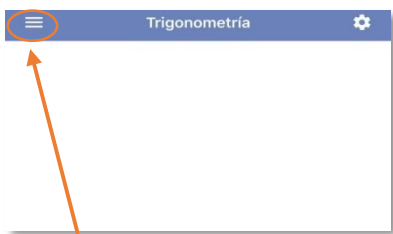
Mathway es un programa factible pues dentro de si todo lo que contiene es práctico y muy fácil de comprender. Este tiene el menú de búsqueda del tipo de problema que necesita y de igual forma también tiene la parte de la configuración.



1.10.2 Uso y aplicación de Mathway

Este programa es accesible hasta para las personas que no son muy habilidosas en tecnología ya que tienen un funcionamiento sencillo y práctico para facilitar la solución de problemas matemáticos.

El mismo tiene un menú en donde detalla distintas áreas del saber dentro de las matemáticas la cual los lleva a seleccionar el tipo de problema que desea solucionar.



Vista desde el dispositivo móvil.



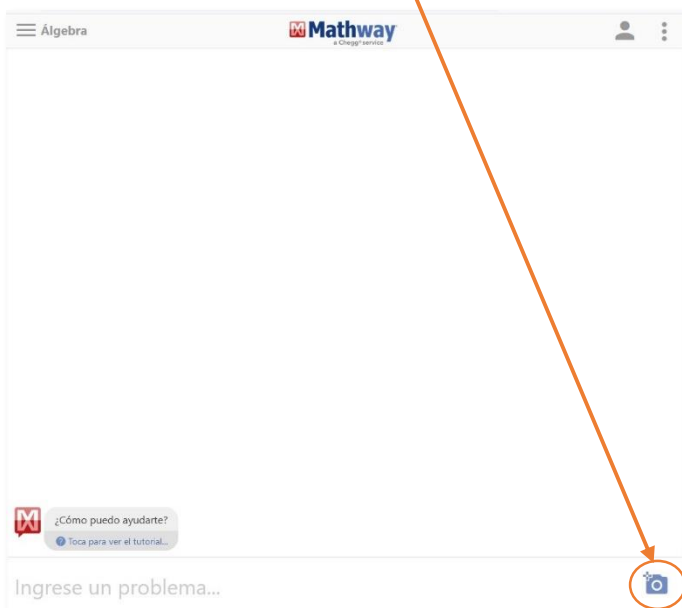
Vista desde el software libre.

1.10.2.1 Uso y aplicación de Mathway por foto

Esta opción está disponible para ambos sistemas, sea al móvil o el de PC.

Dar clic en el icono con forma de cámara que se encuentra en la parte superior derecha del teclado.

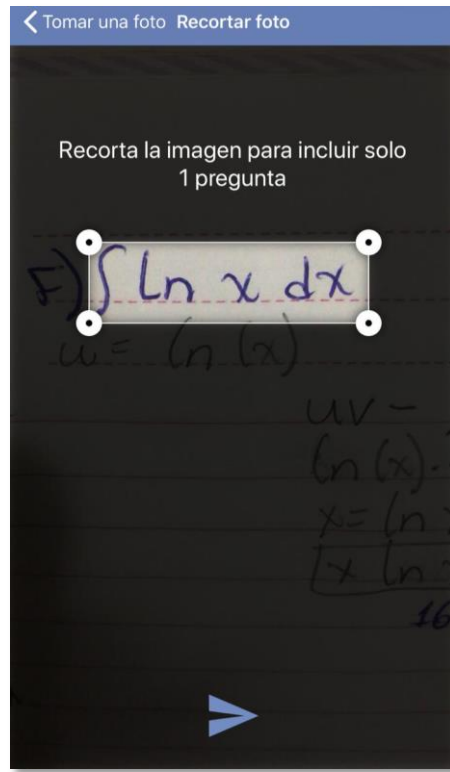
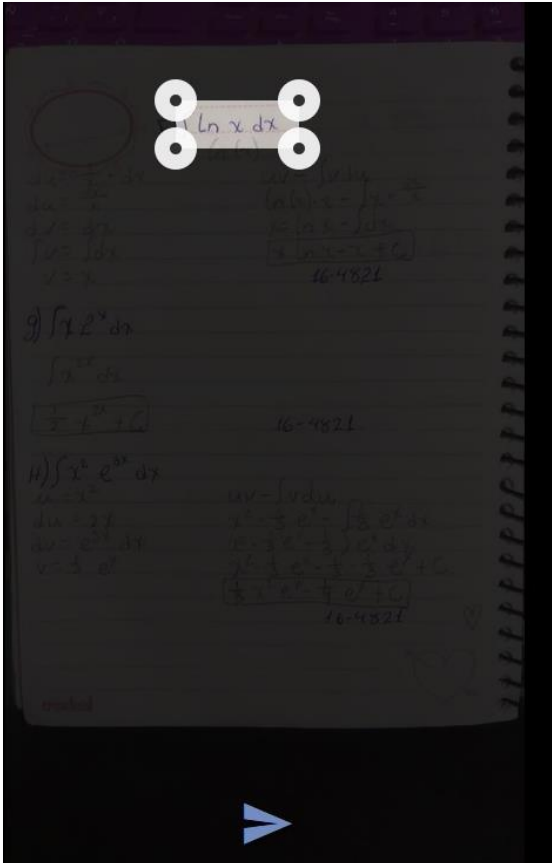
Software libre



Dispositivo móvil

Ya dentro de la cámara enfoque el problema y tome la fotografía; si la misma necesita ser cortada al momento de tomar la fotografía este le da la opción de cortarla al margen del problema como se observa en las siguientes imágenes:

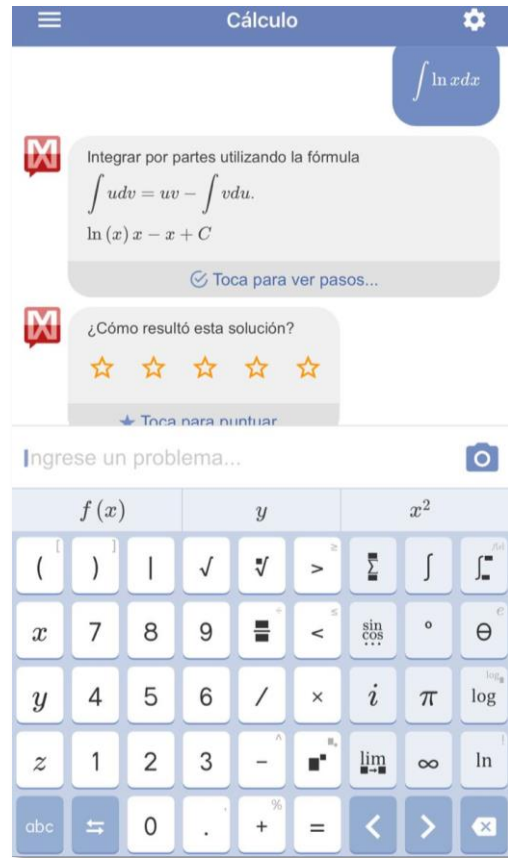
Software libre



Dispositivo móvil

Para ingresar la fotografía en el software libre debe tener de forma anticipada la foto en su computadora.

Ya identificado el problema por el programa este lo envía a la red para que el mismo exponga la solución de dicho problema, siempre y cuando pueda encontrarle la solución.



Dispositivo móvil

Software libre



1.10.2.2 Uso y aplicación de Mathway por la calculadora

Para dar uso de la calculadora debe colocar la misma dentro de la función deseada, es decir, en la barra del menú seleccionar la temática a trabajar para facilitar la búsqueda de solución del problema a realizar. Ya seleccionado el tema proceda a tipear (escribir) el problema a resolver y continúe con los pasos siguientes:

The image displays three screenshots of the Mathway mobile application interface, illustrating the process of solving a problem.

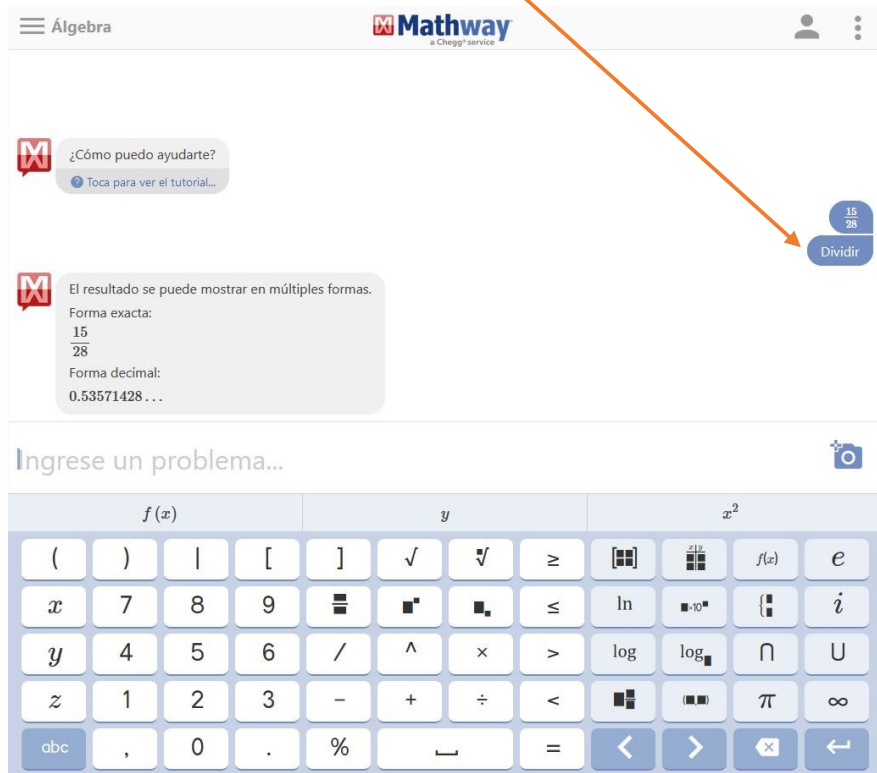
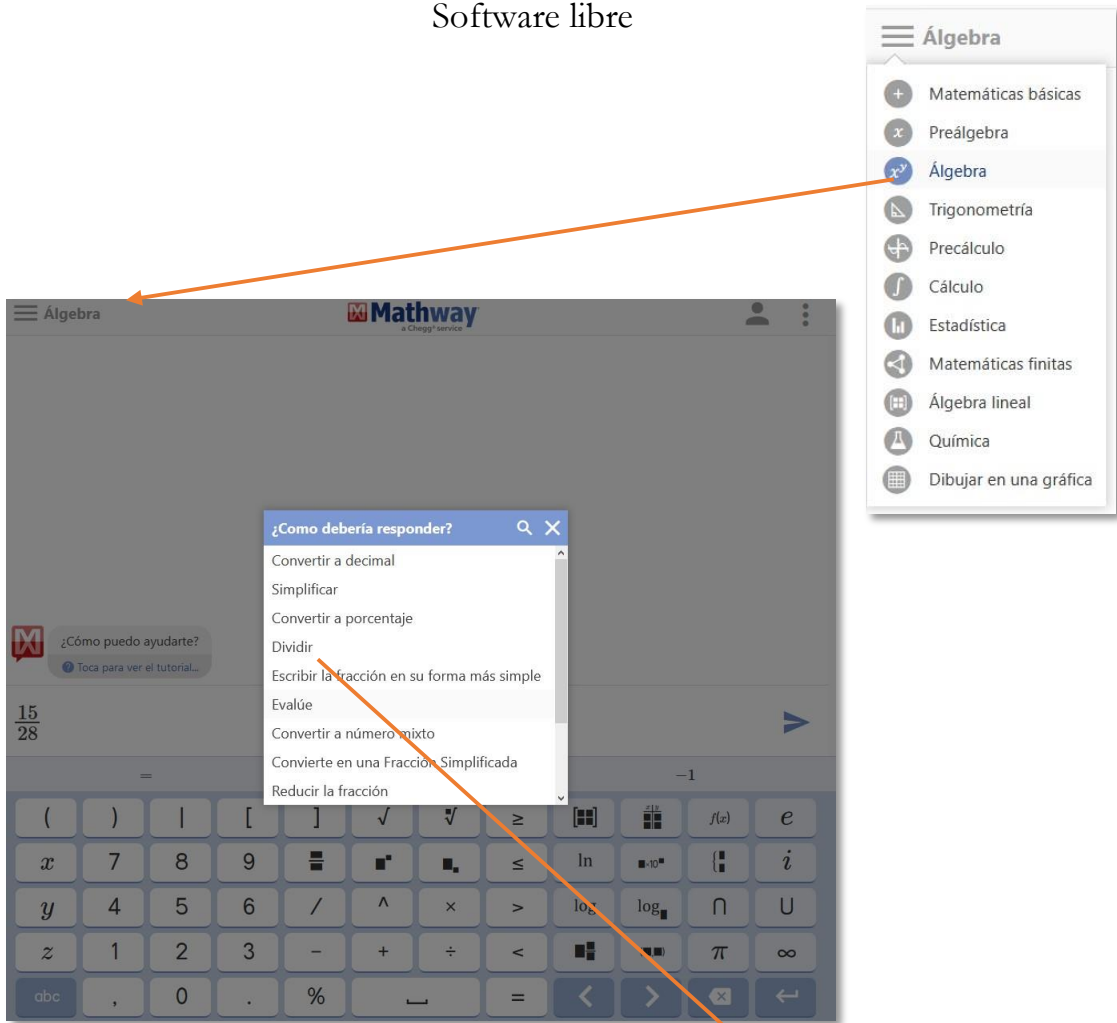
Top Left Screenshot: Shows the subject selection menu. The menu is titled "Álgebra" and lists various mathematical topics: Matemáticas básicas, Preálgebra, Álgebra, Trigonometría, Precálculo, Cálculo, Estadística, Matemáticas finitas, Álgebra lineal, Química, and Dibujar en una gráfica. An orange arrow points from the "Trigonometría" option to the top right screenshot.

Top Right Screenshot: Shows the mobile device interface with the subject "Trigonometría" selected. The input field contains the expression $(4, 4) \cdot (4, 4)$. Below the input field is a calculator keypad with various mathematical symbols and functions. An orange arrow points from the keypad to the bottom right screenshot.

Bottom Left Screenshot: Shows the mobile device interface with the subject "Trigonometría" selected. The input field contains the expression $(4, 4) \cdot (4, 4)$. Below the input field is a calculator keypad. An orange arrow points from the keypad to the bottom right screenshot.

Bottom Right Screenshot: Shows the "¿Cómo debería responder?" (How should I answer?) menu. The menu lists various options for solving the problem: Simplificar, Hallar el valor exacto, Gráfico, Hallar la pendiente, Hallar la distancia entre dos puntos, Convertir a decimal, Hallar la fórmula de la ecuación utilizando dos puntos, Escribir de la forma $y=mx+b$, and Hallar la pendiente y la intersección con el eje y.

Software libre



1.11 MathCafe



Math Fact Cafe ofrece a los padres y maestros los mejores generadores de hojas de trabajo de matemáticas gratuitas para K-5. Esto incluye hojas de trabajo de matemáticas, tarjetas didácticas, contar, tiempo, dinero, problemas de conversión y mucho más. Nuestro sitio permite a los visitantes acceder a cientos de hojas de trabajo de matemáticas pre generadas o usar generadores de hojas de trabajo increíbles para crear hojas de trabajo personalizadas para satisfacer las necesidades específicas de un niño.

Todos los materiales, incluidas las hojas de trabajo, tarjetas didácticas, imágenes gráficas y HTML generado en el sitio web de Math Fact café están protegidos por derechos de autor. No se pueden agregar a ningún otro servidor sin el permiso por escrito de Math Fact café o sus compañías subsidiarias. Las hojas de trabajo no se pueden redistribuir ni almacenar en otros servidores en HTML, PDF u otros medios electrónicos.

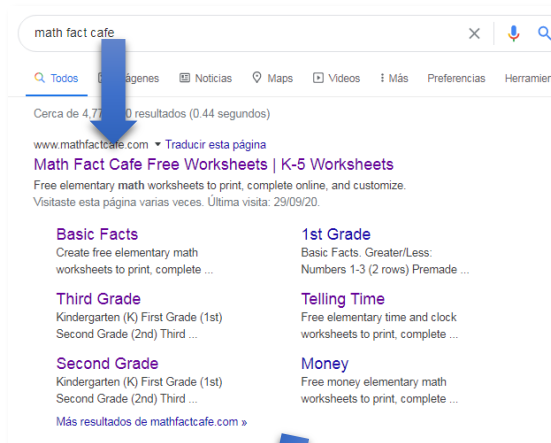
Los materiales del sitio web de Math Fact Cafe pueden aparecer con la descripción adecuada en otros sitios web. Los enlaces para ver y descargar materiales deben llevar al usuario directamente al sitio web de Math Fact cafe.

Los usuarios pueden imprimir, copiar o distribuir digitalmente hojas de trabajo libremente para uso personal o educativo. El uso de los materiales de Math Fact cafe con fines comerciales (es decir, generación de ingresos) está estrictamente prohibido. El logotipo de Math Fact cafe (ver más abajo) y / o la declaración de derechos de autor de Math Fact café deben seguir apareciendo en la parte superior de las hojas de trabajo. No se permiten modificaciones al logo o cualquier texto original que describa Math Fact cafe.

El contenido creado y / o mostrado por Math Fact cafe no se puede copiar. Estos incluyen, pero no se limitan a, imágenes como problemas de hojas de trabajo, relojes, monedas y dinero, instrumentos de medición y contenido de trivia.

1.11.1 Uso de MathCafe

Para hacer uso de MathCafe, se coloca en el navegador el nombre de la página y luego se selecciona la página referente a la misma. Esta está compuesta por tres campos crear hojas de trabajos personalizados, hojas de trabajos por grado y hojas de trabajos de conversión, se usa seleccionando una de la casilla y la misma te mostrará su barra de opciones.

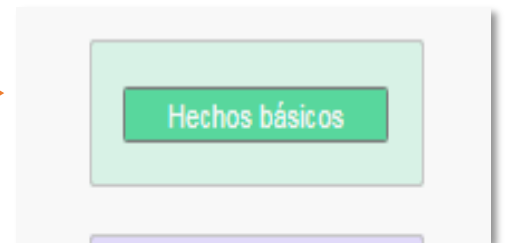


1.11.2 Aplicación de MathCafe

1.11.2.1 Creación de hojas de trabajos personalizados

En esta opción se personaliza la hoja de trabajo para tener una hoja más característica, ya que en las demás opciones muestra una hoja estándar en esta se puede elegir el tipo de problemas con el que se desea trabajar ya sea adición, sustracción, división y multiplicación, también se puede trabajar tabla con operaciones combinadas, es decir en una misma tabla se plasman adición, sustracción, multiplicación y división, también se elige el tamaño de la imagen de los problemas por si el estudiante tiene dificultad visual, el rango el número de filas y la cantidad de problemas por fila entre otras opciones.

Para modificar la hoja de cálculo se, selecciona la opción Hechos básicos, donde se podrá trabajar con el sistema generar y modificarla como se desea.



En esta opción se cambia y se elige el problema con el que se desea trabajar:

En esta opción se cambia el tamaño de la apariencia de los números del problema

En esta opción se trabaja el número de fila y la cantidad de problema por fila

Esta opción modifica el rango mínimo y el máximo de la cantidad numérica

Luego de modificar la hoja se presiona la opción generar

La interfaz de usuario muestra un menú de "Tipo de problema" con opciones como "Añadir", "Sustraer", "Multiplicar", etc. Hay campos para "Descripción" (Math Worksheet) y "Tamaño del texto" (Pequeña). Se ven controles para "Rangos de números" (Mínimo o rango: 1, Máximo o rango: 50) y "Diseño de filas" (Número de filas: 5, Problemas por fila: 5). Un botón "¡Generar!" está visible en la parte inferior.

1.11.2.2 Hojas de hechos básicos



Luego de realizar las modificaciones y presionar se despliega la pantalla siguiente:

Name: _____	Math Worksheet					Math Fact Cafe © Math Fact Cafe
Date: _____	1) $\begin{array}{r} 20 \\ + 46 \\ \hline \end{array}$	2) $\begin{array}{r} 8 \\ + 50 \\ \hline \end{array}$	3) $\begin{array}{r} 43 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$	4) $\begin{array}{r} 42 \\ + 38 \\ \hline \end{array}$	5) $\begin{array}{r} 8 \\ + 46 \\ \hline \end{array}$	
Score: _____	6) $\begin{array}{r} 49 \\ + 18 \\ \hline \end{array}$	7) $\begin{array}{r} 40 \\ + 44 \\ \hline \end{array}$	8) $\begin{array}{r} 6 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$	9) $\begin{array}{r} 12 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$	10) $\begin{array}{r} 5 \\ + 10 \\ \hline \end{array}$	
	11) $\begin{array}{r} 46 \\ + 19 \\ \hline \end{array}$	12) $\begin{array}{r} 16 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$	13) $\begin{array}{r} 6 \\ + 17 \\ \hline \end{array}$	14) $\begin{array}{r} 1 \\ + 32 \\ \hline \end{array}$	15) $\begin{array}{r} 27 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$	
	16) $\begin{array}{r} 39 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$	17) $\begin{array}{r} 36 \\ + 33 \\ \hline \end{array}$	18) $\begin{array}{r} 27 \\ + 31 \\ \hline \end{array}$	19) $\begin{array}{r} 49 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$	20) $\begin{array}{r} 6 \\ + 47 \\ \hline \end{array}$	
	21) $\begin{array}{r} 38 \\ + 39 \\ \hline \end{array}$	22) $\begin{array}{r} 22 \\ + 46 \\ \hline \end{array}$	23) $\begin{array}{r} 36 \\ + 42 \\ \hline \end{array}$	24) $\begin{array}{r} 10 \\ + 43 \\ \hline \end{array}$	25) $\begin{array}{r} 14 \\ + 39 \\ \hline \end{array}$	

En esta parte se coloca los datos del participante esta hoja serviría como un examen previo para los estudiante y padres que deseen ver el avance de sus hijos.

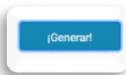
Se puede enviar a través de las diferentes redes y correo. También imprimir para usarse de manera física.

1.11.2.3 Hojas de problema de palabras

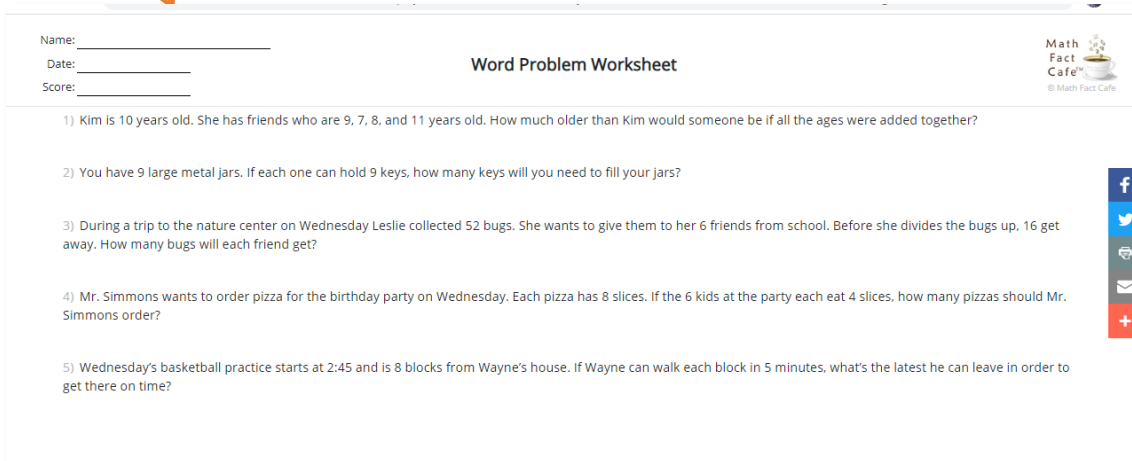
En la opción de problema de palabra, al seleccionarla se despliega una pantalla de modificación



Después de modificar la hoja para trabajar con mayor comodidad se presiona la opción:



En esta pantalla se puede modificar la cantidad de problemas a utilizar, la dificultad de tamaño del texto entre otras opciones

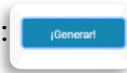


1.11.2.4 Hoja de Tabla de Multiplicación

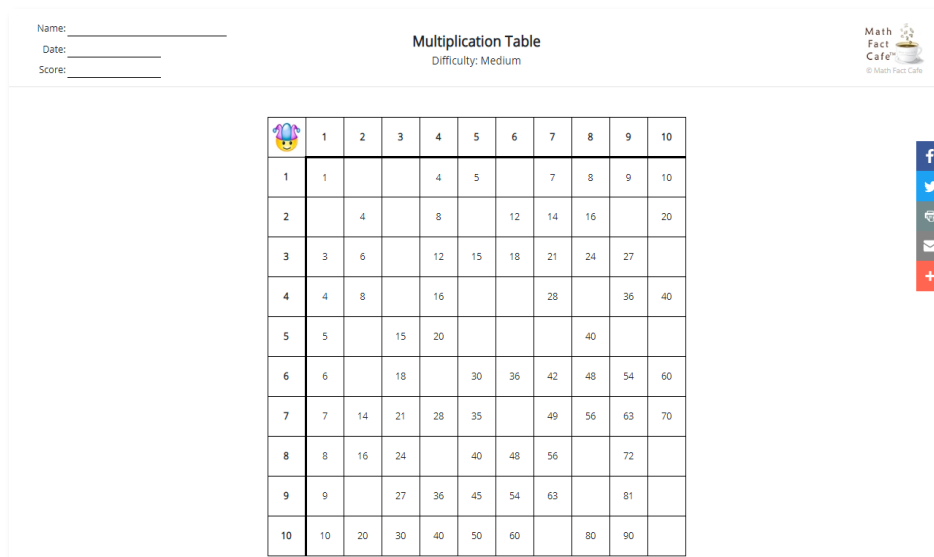
La tabla de multiplicación desplegar la pantalla de modificación con la siguiente apariencia.



Después de modificar la hoja para trabajar con mayor comodidad se presiona la opción:



En esta pantalla se puede modificar el conjunto de número, la dificultad y otras opciones.



1.11.2.5 Hoja de trabajo de Dinero

Al seleccionar la hoja de Dinero se desplegar una pantalla de modificaciones con esta apariencia

Hojas de trabajo de dinero

Tipo de problema

- Encuentra el valor total
- Encuentra la moneda perdida
- Opción múltiple
- Cuenta las monedas

Opciones

- Nombre / fecha / puntuación
- Problemas numéricos 1 ...
- Monedas naturales
- Ordenar monedas

Monedas

- Centavo
- Níquel
- Moneda de diez centavos
- Trimestre
- Medio dólar

Dificultad

- Fácil
- Medio
- Difícil
- Guau

Tipo

- Problemas
- Respuestas

¡Generar! Remodelación Restablecer formulario

Write Your Way To The Top

Math Fact Cafe: Unase hoy por \$ 2.99 (elimine los anuncios)

Crear hojas de trabajo personalizadas

- Hechos básicos
- Tablas de multiplicar
- Contar por número
- Problemas de palabras
- Dinero**
- Decir la hora

Hojas de trabajo por grado

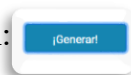
- Jardín de infancia
- 1er grado
- Segundo grado
- Tercer grado
- Cuarto grado
- Quinto grado

Hojas de trabajo de conversión

- Distancia / Longitud
- Temperatura
- Hora
- Volumen / líquido
- Peso / masa

Publicaciones recientes de Homeroom

Después de modificar la hoja para trabajar con mayor comodidad se presiona la opción:



En esta pantalla se puede modificar tipos de problema, moneda dificultad entre otras opciones

Name: _____
Date: _____
Score: _____

Find Total Value

Count the value of all coins. Write the value of each coin and the total amount.

1) Total _____

2) Total _____

3) Total _____

4) Total _____

5) Total _____

6) Total _____

7) Total _____

8) Total _____

9) Total _____

10) Total _____

1.11.2.6 Hoja de trabajo “contar por número”

Al seleccionar la hoja de contar por número se despliega una pantalla de modificaciones con esta apariencia

Contando hojas de trabajo

Free Grammar Checker

Eliminate grammar errors instantly and enhance your writing with Grammarly

Grammarly DOWNLOAD

Descripción: Counting Worksheet

Recuento de problemas: 5

Contar por: 2

Contar desde: 2

Contar hasta: 20

Imágenes: Insecto

Opciones: Confirmar respuestas, Permitir recuentos parciales

¡Generar! Remodelación Restablecer formulario

Write Your Way To The Top

Math Fact Cafe: Únase hoy por \$ 2.99 (elimine los anuncios)

Crear hojas de trabajo personalizadas

Hechos básicos, Tablas de multiplicar, Contar por número, Problemas de palabras, Dinero, Decir la hora

Hojas de trabajo por grado

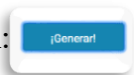
Kindergarten, 1er grado, Segundo grado, Tercer grado, Cuarto grado, Quinto grado

Hojas de trabajo de conversión

Distancia / Longitud, Temperatura, Hora, Volumen / líquido, Peso / masa

Publicaciones recientes de Homeroom

Después de modificar la hoja para trabajar con mayor comodidad se presiona la opción:



En esta pantalla se puede modificar recuento de problema, contar por, contar desde y las imágenes de insecto entre otras opciones

Counting Worksheet

Math Fact Cafe

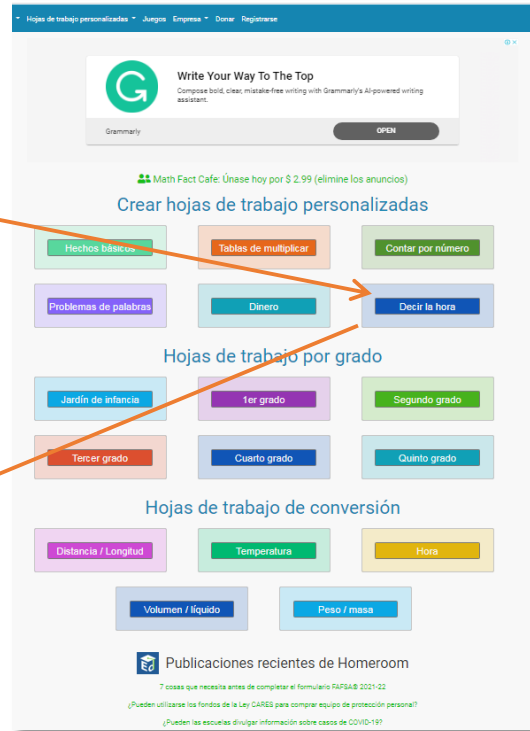
Problem 1 of 5

Counting by 2, which picture shows 14 fireflies?

10 fireflies, 8 fireflies, 14 fireflies

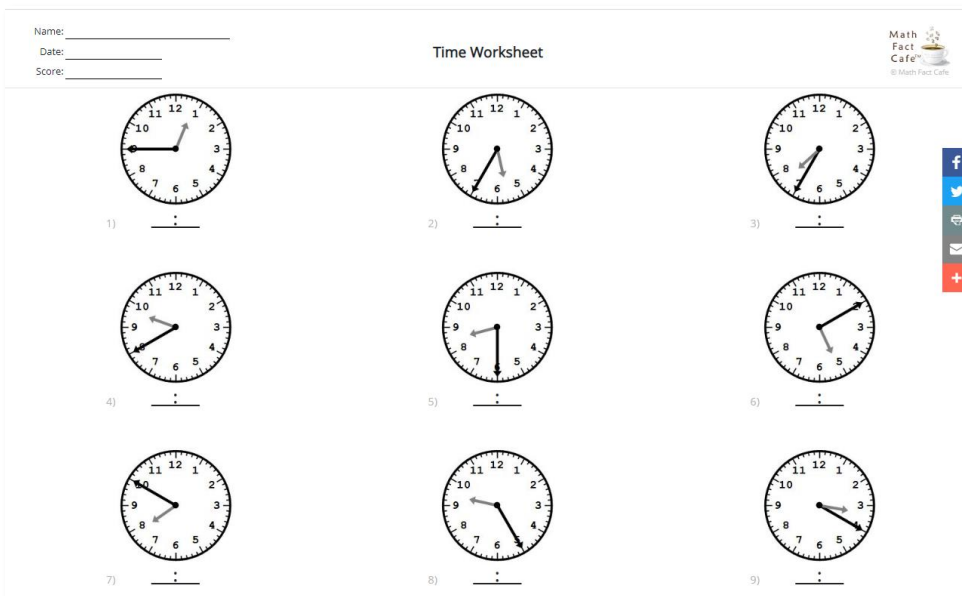
1.11.2.7 Hoja de trabajo para decir la hora

Al seleccionar la hoja de Decir la hora se despliega una pantalla de modificaciones con esta apariencia



Después de modificar la hoja para trabajar con mayor comodidad se presiona la opción:

En esta pantalla se pueden modificar el tipo de problema, incremento de tiempo, tamaño del reloj, tipos de problemas, entre otras opciones



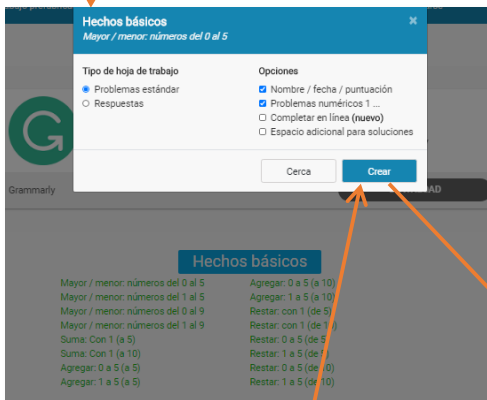
1.11.2.8 Hojas de trabajo por Grado

En trabajo de hojas por grado al elegir cualquiera de lo grado se desplegar una pantalla con esta apariencia.

Luego de elegir uno del problema trabajar, selecciona la opción que esta de color verde y en minúscula



En esta pantalla de creación de Hojas por grado, la dificultad de los problemas va aumentando a través de que elige un nivel mayor en este caso tenemos la muestra de jardín infantil, la misma no tiene la opción de tabla de multiplicación, la cual está en los demás grados.

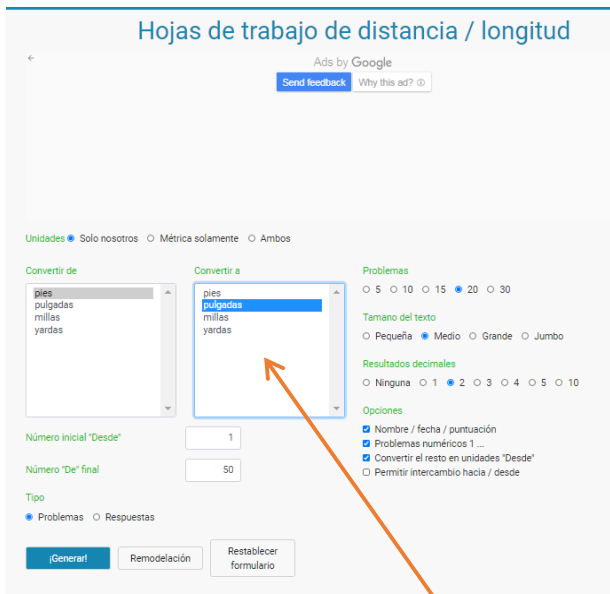


Luego de modificar y elegir el problema solo, se selecciona la opción "Crear" y se despliega la hoja con las características deseada para que los chicos trabajen

Notas en las hojas por grado solo va cambiando el nivel de dificultad.

1.11.2.9 Hojas de trabajos de conversión

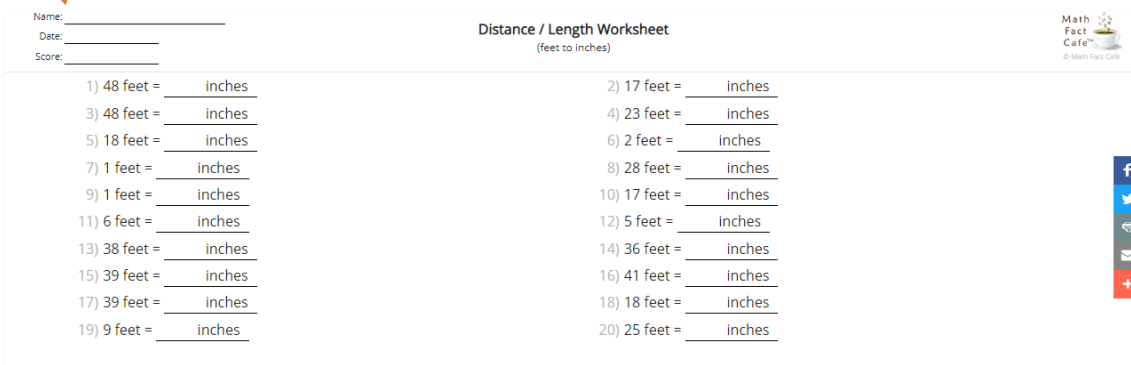
En el trabajo de hoja por conversión se despliega una pantalla con esta apariencia.



Se debe de elegir en todas las hojas de conversión las unidades de medida que deseamos convertir.

(Convertir de) (Convertir a).

En esta pantalla se puede modificar las unidades, la opción de convertir, el tipo de problema, tamaño del texto, los resultados número inicia, número final, entre otras opciones.



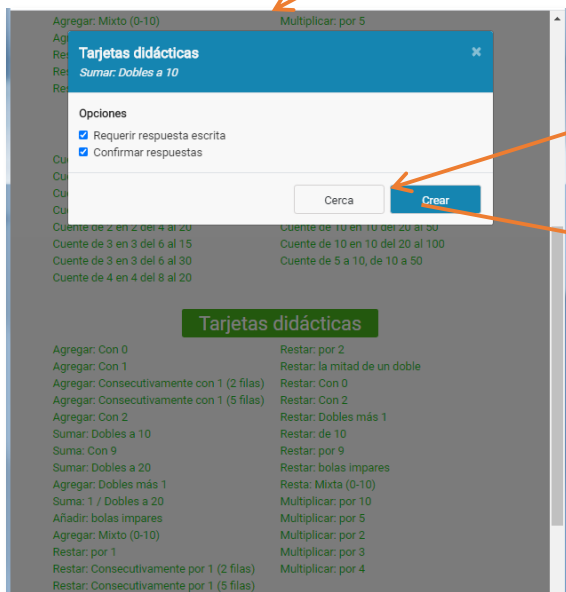
Nota: las hojas de conversiones solo cambian las unidades de medidas.

1.11.2.10 Trabajar con la tarjeta didáctica

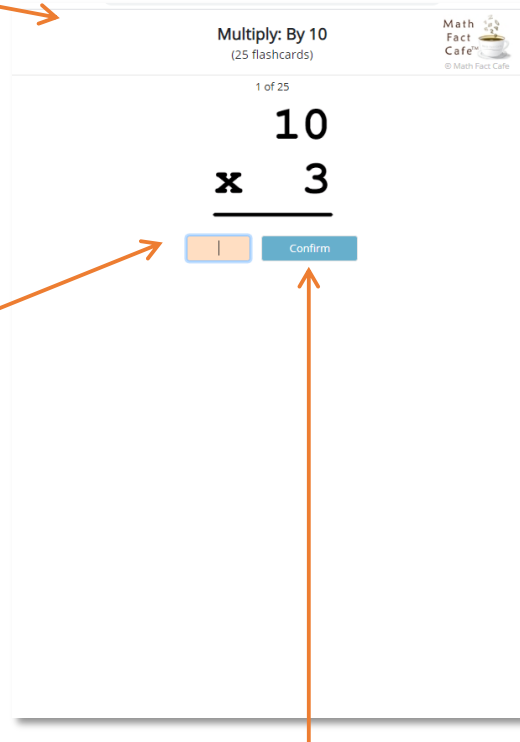
Al seleccionar la tarjeta didáctica se despliega esta pantalla



Luego de que se despliega esta pantalla solo debe seleccionar la opción crear y se despliega la hoja de trabajo en línea



En este cuadro se coloca el resultado, el cual se haya obtenido a través de practicar en el cuaderno



En esta opción se confirma si la respuesta que dio en el cuaderno es la misma que se confirma en la hoja en línea

1.12 Math Tricks

Los trucos de matemáticas mentales son una colección de técnicas, algunas basadas en la manipulación algebraica y otras en la visualización, que ayudan en grandes cálculos aritméticos. Son útiles para aumentar la velocidad a la que se pueden realizar estos cálculos, pero también sirven como un mecanismo de verificación útil para ayudar a reducir los errores computacionales (ya que es menos probable que los resultados obtenidos mediante múltiples métodos sean erróneos).

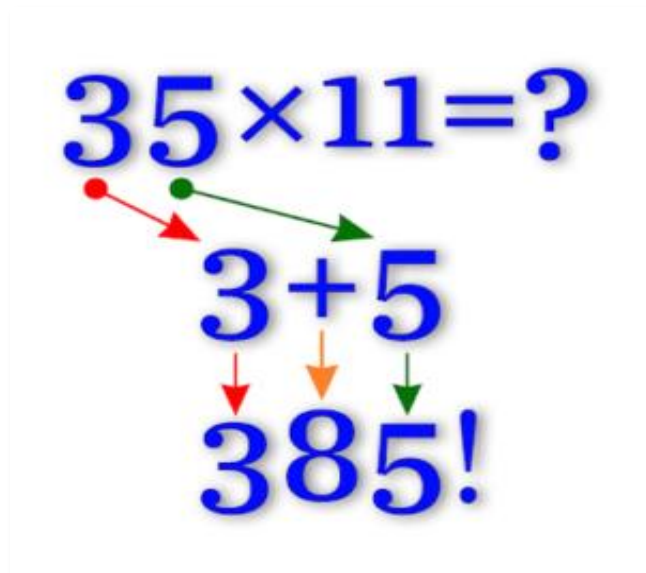
Nos ofrece excelentes herramientas para realizar operaciones matemáticas básicas mentalmente, tales como:

1. Adición
2. Sustracción
3. Tabla de multiplicación
4. División
5. Multiplicar números de dos dígitos por 11
6. Elevar al cuadrado los números terminados en 5
7. Multiplicar por 5, 9 y 4
8. Dividir por 5
9. Sustracción (1000-x)
10. Multiplicación compleja
11. Potencia de dos
12. Añadir números, redondeo
13. Sustracción números, redondeo
14. Multiplique los números entre 11 y 19
15. Elevar al cuadrado los números entre 11 y 99
16. Multiplicar números de dos dígitos que tengan el mismo dígito en la decena y cuyas unidades sumen hasta 10
17. Elevar al cuadrado los números entre 50 y 59
18. Elevar al cuadrado los números entre 40 y 49
19. Multiplicar números de dos dígitos terminados en 1
20. Porcentaje
21. Elevar al cuadrado los números entre 100 y 109.

1.12.1 Uso de Math Tricks

Para ser uso del programa **Trucos matemáticos**, se descarga la APP en Play Store la cual es compatible para todo tipo de móvil iPhone y Android, luego de descárgala la misma se instala sola, si se desea la versión full hay que comprarla, también se puede trabajar con este programa en línea donde se presentan más campos y se puede trabajar por grado.

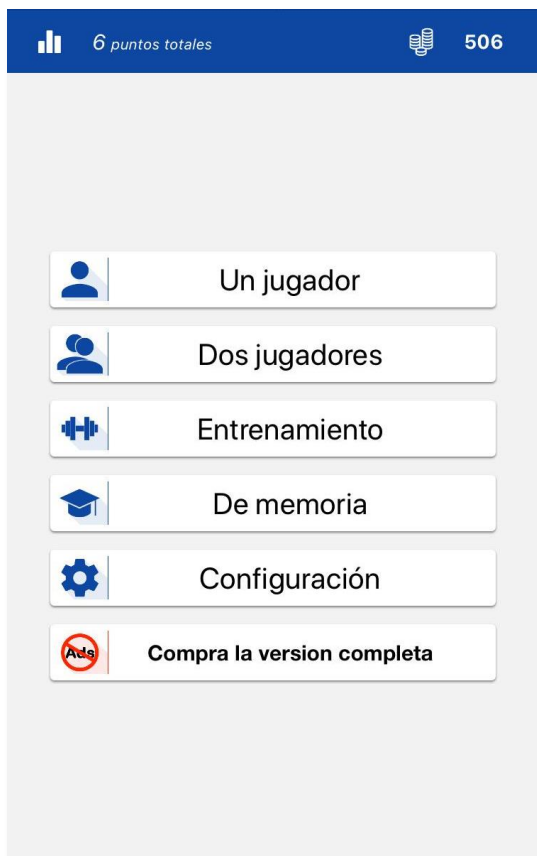
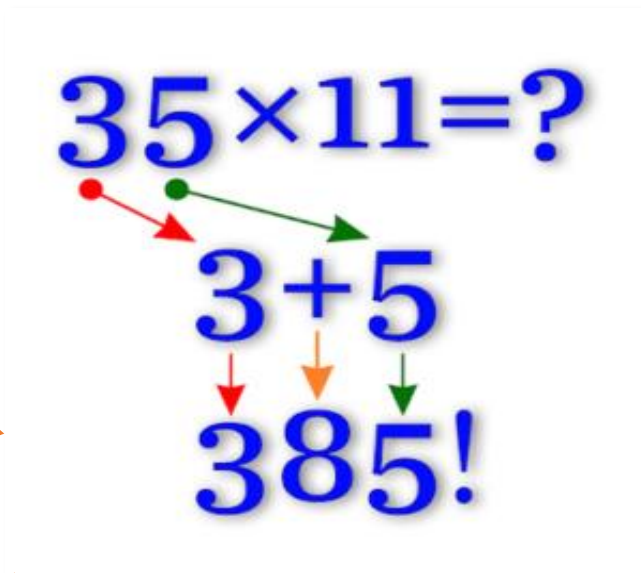
La aplicación cuando se descarga y se instala en el móvil tiene esta apariencia:



A continuación, la diferente pantalla de esta APP y para qué sirven cada una:

1.12.1.1 Uso de Math Tricks primera apariencia

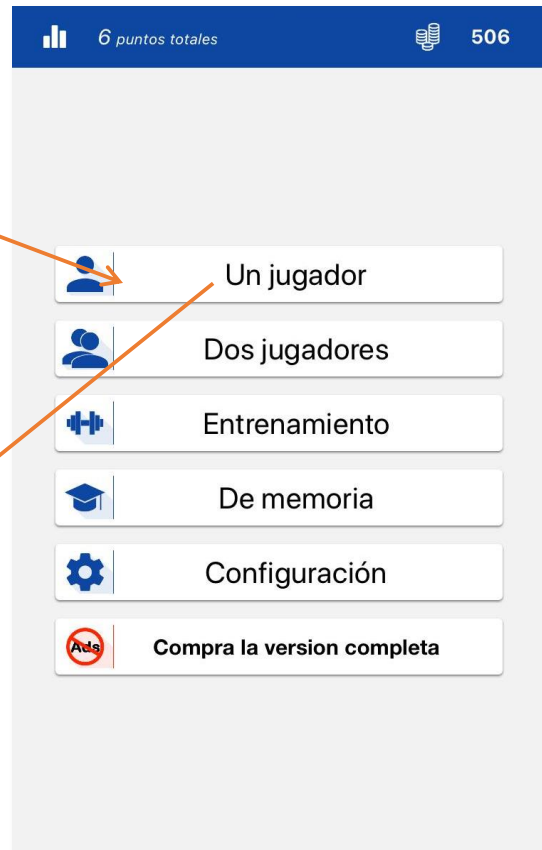
Al presionar el ícono de la aplicación se despliega una pantalla de esta apariencia en la cual se pueden observar las diferentes opciones.



En esta pantalla se puede visualizar la opción de: **Un jugador, Dos jugadores, Entrenamiento, De memoria** y la **configuración de los usuarios** se puede observar la opción de comprar la versión completa, se puede visualizar los puntos acumulados y el dinero de compra de vida.

1.12.1.2 Uso de Math Tricks Un jugador

Al presionar la opción de **Un jugador** se despliega una pantalla con esta apariencia, la cual da a la vista diferentes opciones para trabajar.

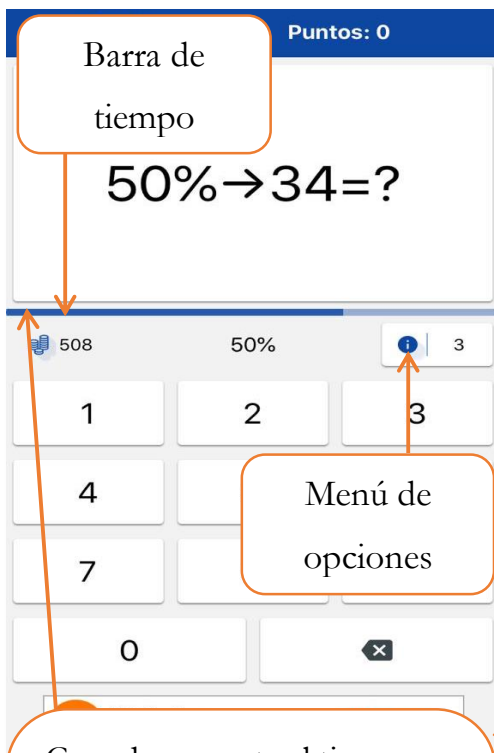
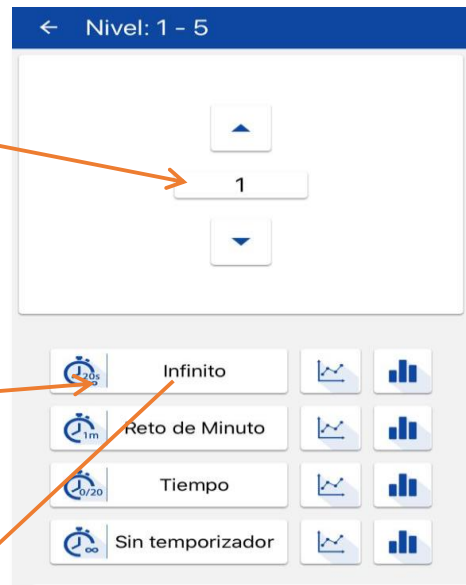


En esta pantalla el usuario puede modificar el nivel con el que desea trabajar, el tiempo ya sea infinito, Reto del minuto, Tiempo y sin temporizador. Para trabajar con las gráficas debe comprar la versión full.

1.12.1.2.1 Uso de Math Tricks Un jugador Infinito

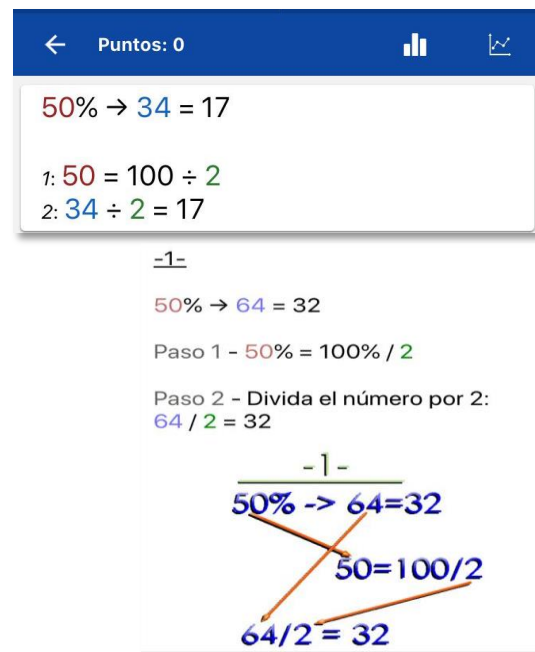
El nivel de dificultad con el que se va a trabajar se selecciona en esta opción.

Se selecciona la opción Infinito, la cual despliega una pantalla con el problema que se va a trabajar.



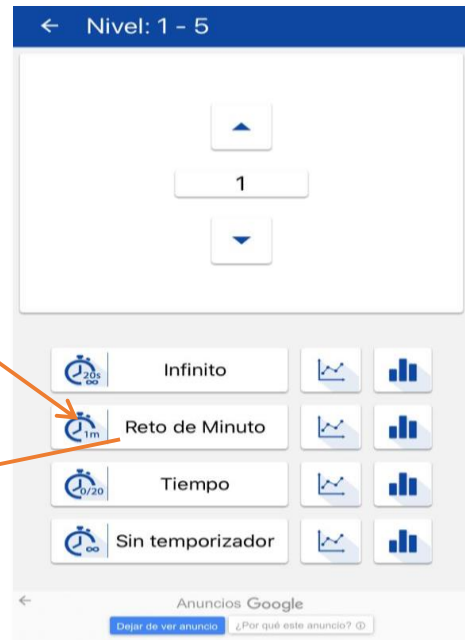
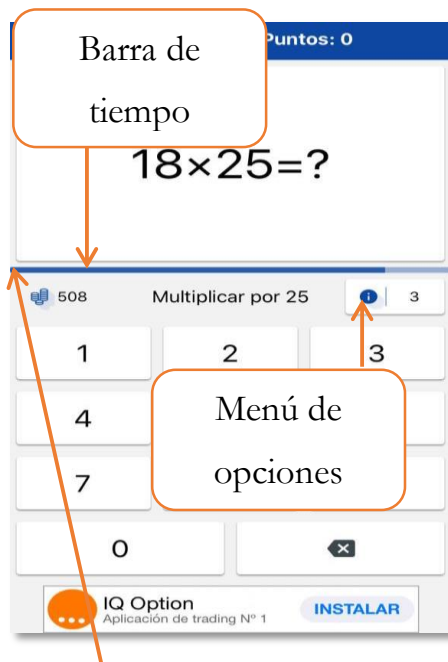
Luego se muestra un aleatorio que el sistema elige para trabajarlo, ahí se encuentran las opciones del teclado para constatar y la barra de tiempo que tiene el usuario para contestar, también tiene un menú de opciones de posibles soluciones antes de que se termine el tiempo.

Cuando se agota el tiempo se despliega el resultado de la operación, conjunto con otras opciones y ejemplos, mostrando esta apariencia.



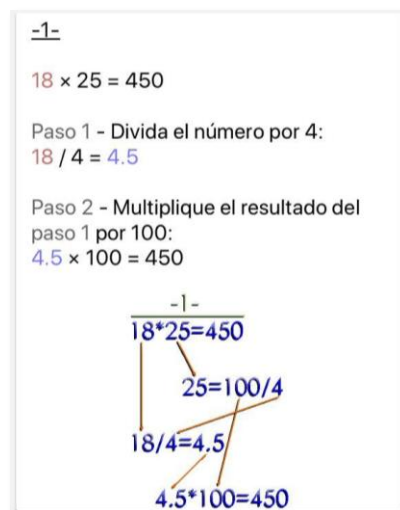
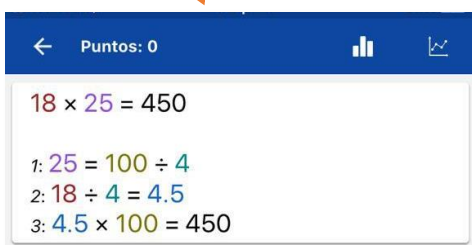
1.12.1.2.2 Uso de Math Tricks Un jugador Reto de un Minuto

En la opción reto de un minuto se despliega una pantalla un problema matemático aleatorio, con la siguiente característica.



Luego se muestra un aleatorio que el sistema elige para trabajarlos, ahí se encuentran las opciones del teclado para responder y la barra de tiempo que tiene el usuario para contestar, también tiene un menú de opciones de posibles soluciones antes de que se termine el tiempo.

Cuando se agota el tiempo se despliega el resultado de la operación, conjunto con otras opciones y ejemplos, mostrando esta apariencia.

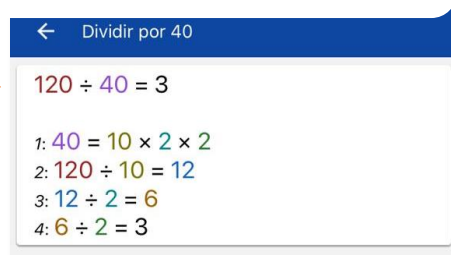


1.12.1.2.3 Uso de Math Tricks Un jugador Tiempo

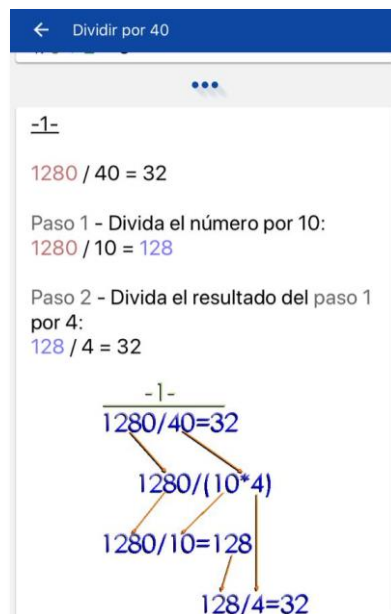
Al seleccionar la opción Tiempo, se despliega una pantalla con un problema aleatorio donde se mide el tiempo que se dure al resolverlo.



Tiempo que llevas en la resolución de los problemas

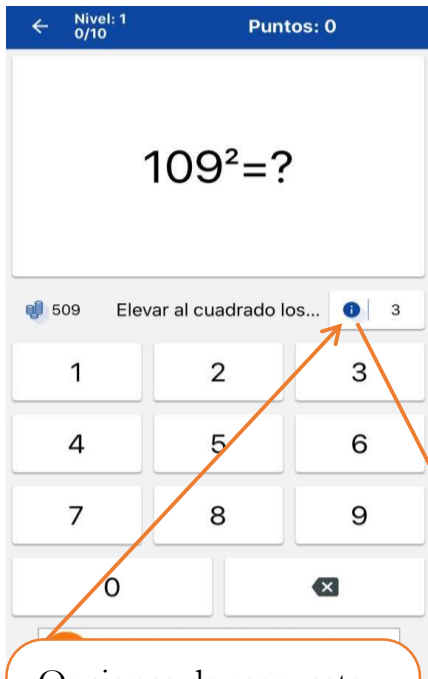
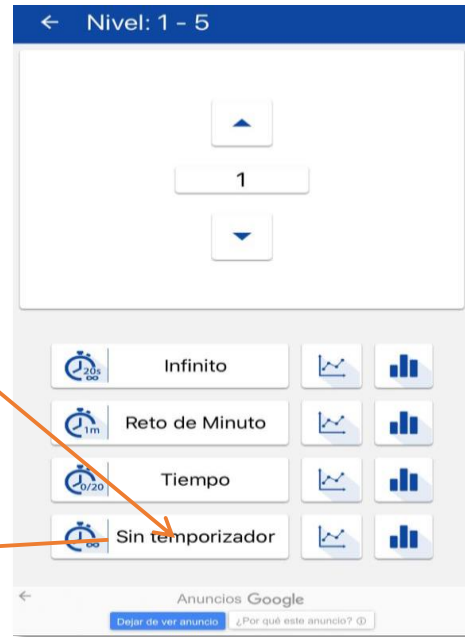


Opciones de respuesta y ejemplo de algunos ejercicios.



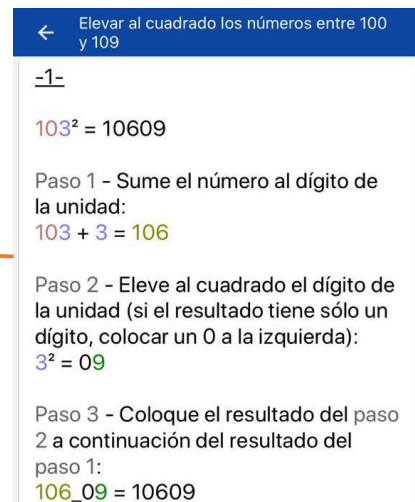
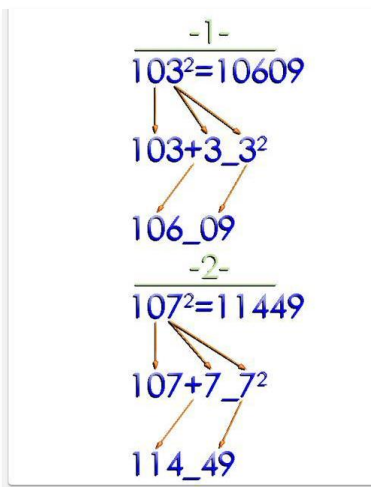
1.12.1.2.4 Uso de Math Tricks Un jugador Sin temporizador

Al seleccionar la opción Sin Temporizador, se despliega una pantalla con un problema aleatorio donde se mide el tiempo que se dure al resolverlo.



Luego se muestra un aleatorio que el sistema elige para trabajarlo, ahí se encuentran las opciones del teclado para contestar, también tiene un menú de opciones de posibles soluciones.

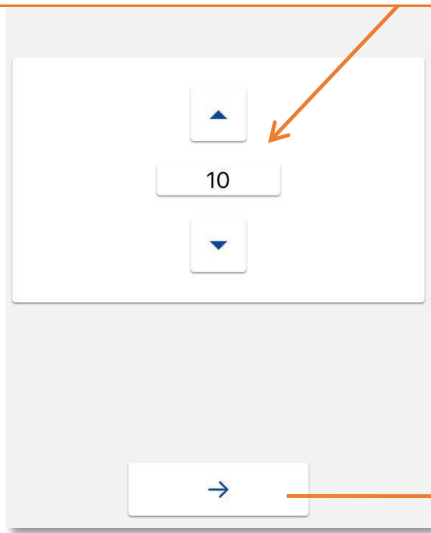
Opciones de respuesta y ejemplos de algunos ejercicios



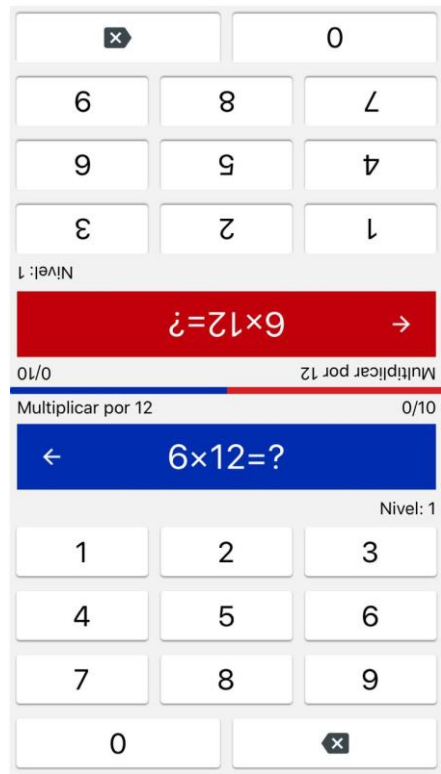
1.12.1.3 Uso de Math Tricks “dos jugadores”

En juegos matemáticos al seleccionar la opción de “Dos jugadores” se despliega una pantalla con la apariencia siguiente.

En esta opción se cambia el nivel de dificultad



Al presionar esta opción se despliegan dos teclados para que los jugadores puedan competir.



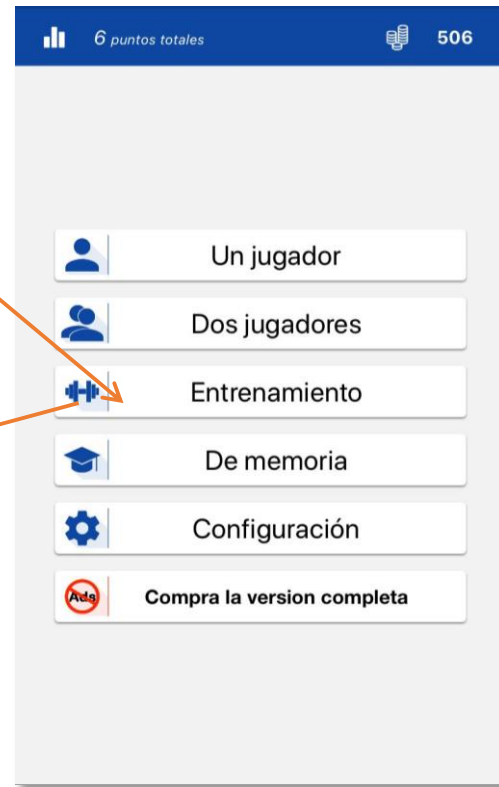
Acá se despliegan los teclados para que los participantes puedan competir en el cual se despliega un problema aleatorio para que ambos lo trabajen, el que lo trabaje más rápido, el color que le corresponda se hará más grande y ganará.

1.12.1.4 Uso de Math Tricks Entrenamiento

En juegos matemáticos, al seleccionar la opción de Entrenamiento se despliega una pantalla con la apariencia siguiente.

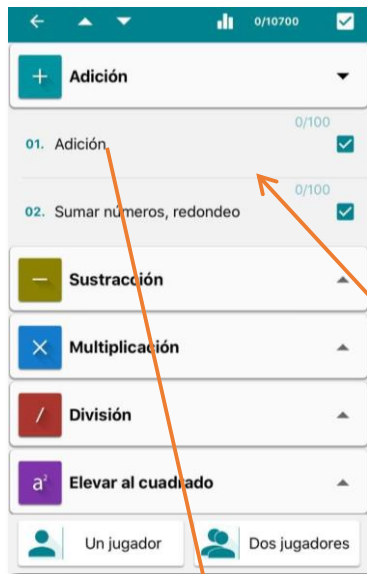


En esta opción, se puede elegir si el usuario desea practicar con un jugador o dos jugadores.

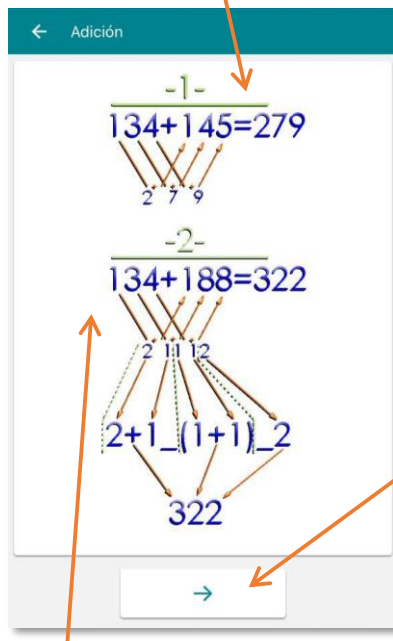


En esta pantalla, se puede visualizar las opciones con la que el usuario puede practicar entre las que están: adición, sustracción, multiplicación, división, elevar al cuadrado, potenciación, radicación y porcentaje.

En la pantalla de entrenamiento, se presenta a continuación cuando se elige una opción para practicar cual sería el resultado.



En esta pantalla, se puede elegir la opción de adición y suma número, redondeo.



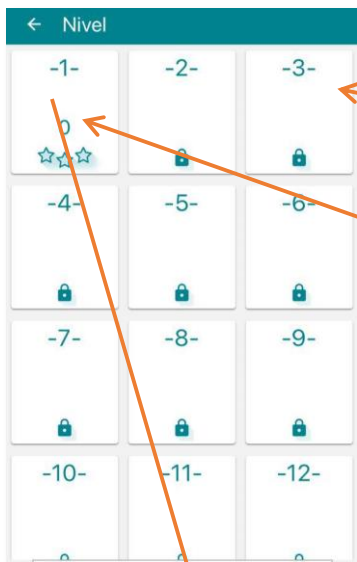
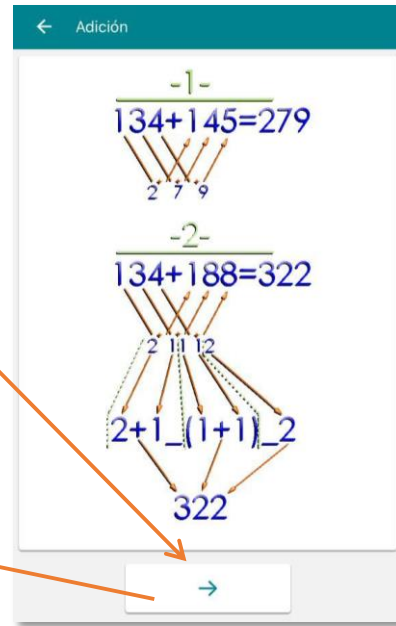
Si se presiona esta opción, se despliega la pantalla que dirige, hacia el nivel con el que se desea trabajar.

Esta pantalla da una ilustración del truco matemático y un breve ejemplo.

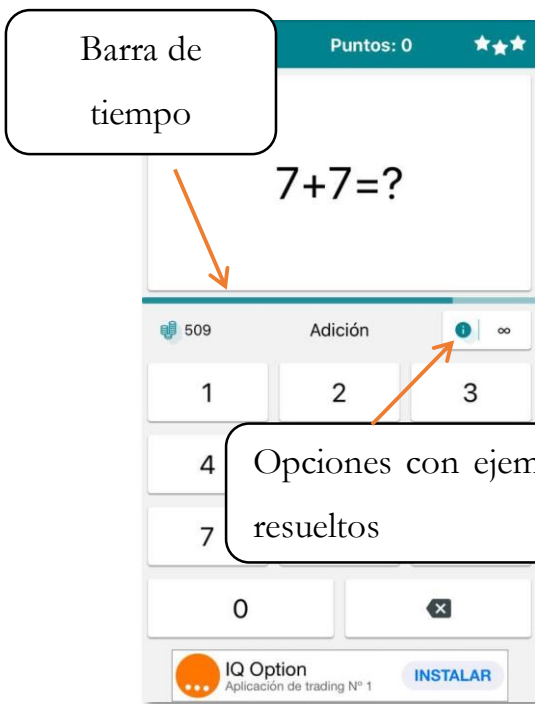
Continuación



Al seleccionar esta opción, se despliega la pantalla de niveles.



Se selecciona el nivel con el que se desea trabajar.



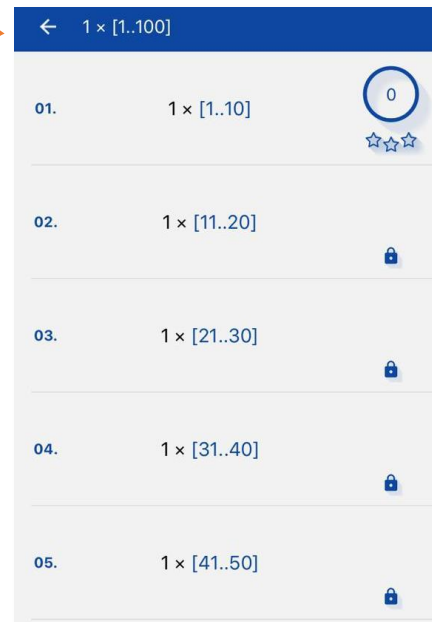
En esta pantalla, se despliega un problema aleatorio el cual tiene, diversas opciones entre las cuales el teclado, la barra de tiempo y los ejemplos resueltos.

1.12.1.5 Uso de Math Tricks de memoria

En juegos matemáticos al seleccionar la opción: “De memoria” se despliega una pantalla con la apariencia siguiente:

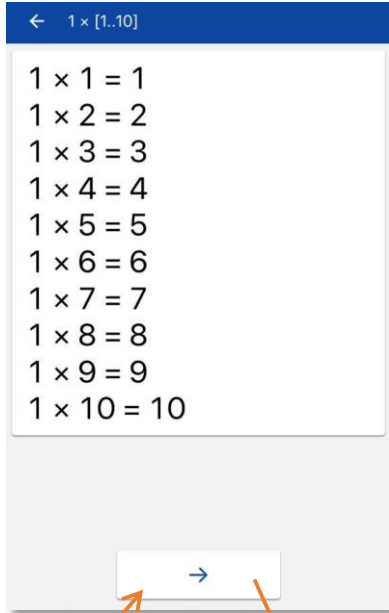


En esta pantalla, se despliega la tabla de multiplicación desde el 1 hasta el 100 se puede elegir cualquier número para trabajar la tabla de multiplicación.



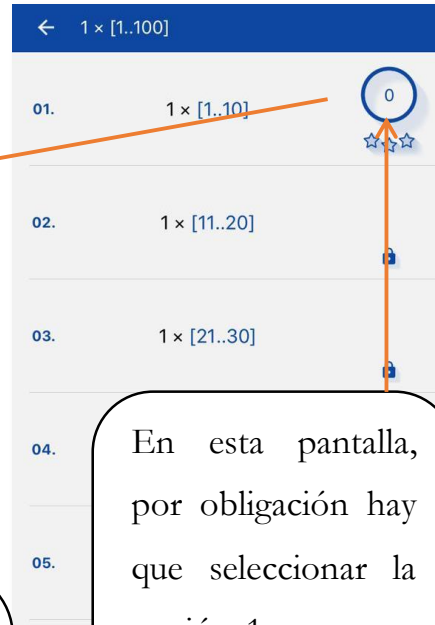
Continuación



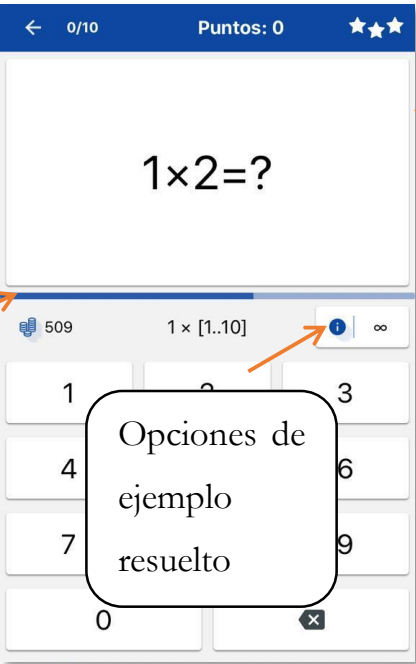


Luego de evaluar la tabla de multiplicación, se selecciona esta opción para practicar con la tabla de ese número.

En esta pantalla, se despliega una tabla de multiplicación del número que se seleccionó desde el uno hasta el 10.



En esta pantalla, por obligación hay que seleccionar la opción 1 ya que es la única que está desbloqueada.



Barra de tiempo

Opciones de ejemplo resuelto

En esta pantalla, se despliega la parte práctica de la tabla de multiplicación la cual consta de: una barra de tiempo, teclado y las opciones de ejemplos resuelto.

1.12.1.6 Uso de Math Tricks Configuración

En juegos matemáticos al seleccionar la opción de: “Configuración” se despliega una pantalla con la apariencia siguiente:



En esta pantalla, se despliegan las opciones de configurar el sonido de la aplicación; configurar si se desea que vibre a la hora de ejecutar una acción, en la opción estilo se cambia la apariencia de la aplicación y luego puede modificar el teclado para dar la forma que guste.

1.13 Brainly



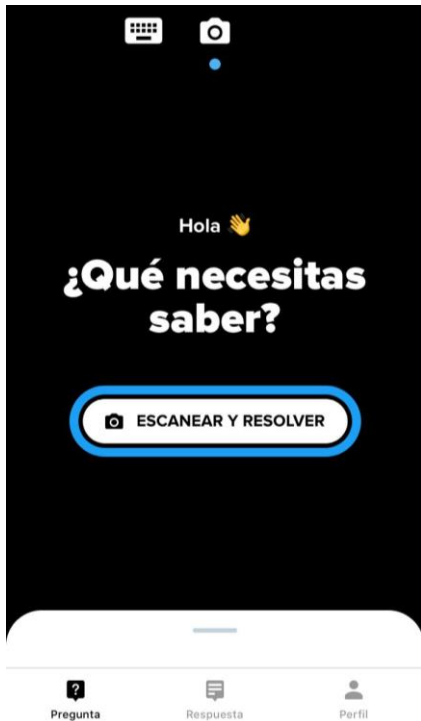
Brainly es una comunidad creada para compartir conocimientos, donde 200 millones de estudiantes colaboran codo con codo para resolver los deberes escolares más difíciles. Tiene como una de sus frases: *“Nadie lo sabe todo, pero todos saben algo. Con Brainly, los estudiantes combinan sus fortalezas y talentos para abordar problemas juntos”*, la misma motiva a compartir y recibir de forma asertiva el conocimiento de otros como también aportar comentarios y/o conocimiento a los demás. Esta plataforma facilita todo para que tanto maestros, estudiantes y padres puedan tener acceso y fácil manejo de la misma.

En su sitio web, Brainly además de aportar a conocimientos ofrece una serie de trabajos activos en diferentes localidades a nivel mundial, es decir, con Brainly se puede conseguir trabajo en un área de desempeño del interesado. Los lugares activos son: Cracovia, Barcelona y New York, mientras que si está interesado en un trabajo; al contactar con los superiores de dicho sitio web este realiza gestiones para permitir que el interesado empiece a laborar.

El sistema operativo móvil tiene este programa disponible en su gran variedad, es decir, iOS y Android (los cuales son los más conocidos) tienen la facilidad de instalar la versión de programa en su sistema y facilitar el acceso, pues, tan solo debe dar clic al icono del programa en su dispositivo inteligente.

Dicho programa tiene como fundamento el hacer y responder preguntas de cualquier tema de interés, este soluciona problemas matemáticos siempre y cuando el mismo; si es por medio de una foto esté legible y sumamente claro; y por el teclado sea bien explícito.

1.13.1 Uso y aplicación de Brainly



Esta es la ventana principal del software libre Brainly.

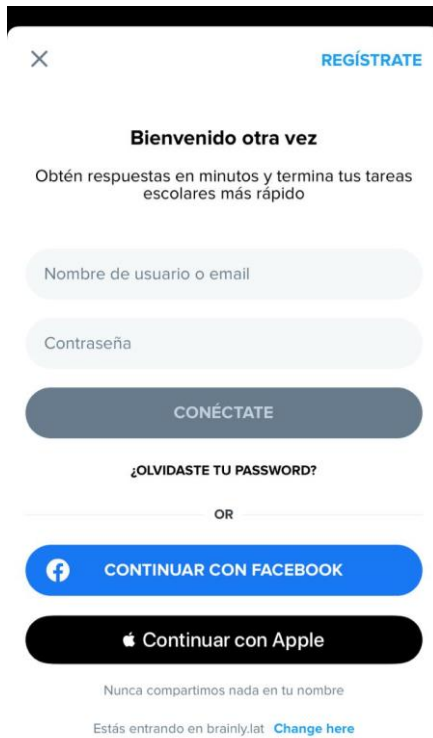
A primera vista se observa la Barra de Solución, que está situada arriba, con dos opciones: Cámara y teclado, para resolver, escanear y hacer preguntas.

Ahora un breve paseo por la barra de solución para conocer más Brainly.



Esta es la opción de teclado, escribir manualmente, preguntas o dudas, y un usuario activo podrá dar respuesta en breves minutos.





Esta es la parte de utilizar la cámara, primero se debe Registrar en Brainly, para esto, se puede utilizar la cuenta de Facebook o una cuenta Gmail, o si se utiliza desde un dispositivo Apple, solo colocar la clave y listo.

Una vez que seleccione su cuenta, completar los datos.

Los datos para completar el registro deben ser llenados en su totalidad para el uso de la cámara.

En esta parte se pide el nombre que será como se escribirá en el perfil personal de Brainly.



←

Cuéntanos algo sobre ti

Necesitamos esta información para asegurarnos de que Brainly sigue siendo un lugar seguro.

República Dominicana

Edad

CONTINUAR

Entre los datos, se debe colocar el país de residencia, y la edad del nuevo usuario, esto sirve para identificarte, para conocer más de ti y seguir teniendo la seguridad como usuario, de recibir y dar informaciones verdaderas.

Para finalizar con los datos de registro, se debe colocar si es una cuenta para estudiantes o padre o tutor.

Por último, se debe aceptar las condiciones de uso dando clic en el círculo azul.

←

Para terminar, dinos qué eres

No te preocupes, éste es un lugar seguro.

Soy estudiante ✓

Soy padre/madre

Estoy de acuerdo con las [Condiciones de Utilización](#) y la [Política de Privacidad](#).

REGÍSTRATE



Esta es la cámara, una vez llenado los datos de registro, se puede comenzar a utilizar.

La cámara, se puede utilizar para escanear problemas o tirar fotos a preguntas desde un libro para buscar una respuesta.

Pasando de la barra de solución, abajo se tiene la barra de opciones, esta posee preguntas, respuestas y perfil.

Cuando se da clic en Pregunta, aparece esta ventana, donde se puede hacer preguntas con una imagen y se puede encontrar una serie de preguntas de usuarios que ya poseen o no respuestas. Aquí se puede comentar para responder a las preguntas y se ganan puntos.





MATEMÁTICAS

cual es la raiz cuadrada de menos seis al cuadrado mas diez al cuadrado $\sqrt{6^2 + 10^2}$

ZAHIRARIVERO07

BIOLOGÍA

Las características de un organismo unicelular, como las bacterias son las mismas que la de un organismo pluricelular, como las del ahuehuate o el jaguar?????? Ayúdenme plis por que puedo reprobar

AYUDAPORGIS080703

MATEMÁTICAS

REGALÓ PUNTOOOOOOSSSS

FELIPELOPEZMAN

MATEMÁTICAS

porfa avudemen con funciones reales

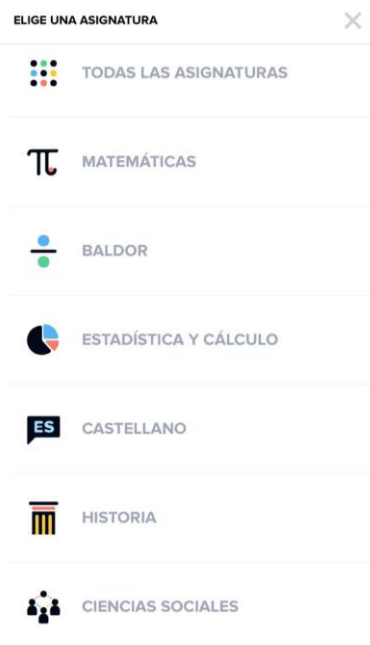


Esta es la opción de Respuestas, aquí puedes ver respuestas de cualquier tema, incluso puedes ver problemas resueltos por usuarios, y lo han publicado para servir de ayuda a otros.

Esta parte es muy útil, arriba se tiene una barra de selección, obtiene Asignatura y Nivel, aquí se puede buscar una asignatura en especial y un nivel especial, para la búsqueda de respuestas que pueden ser útil.

Cabe decir, que usuarios regalan puntos escribiendo preguntas fáciles, para que cualquier usuario responda y gane puntos.

Estas son las asignaturas que posee Brainly, de las cuales se puede obtener información, solo dar clip en la preferida o en la que se busca información.



En este caso, se da clic en matemáticas, y como se observa se pueden encontrar problemas con respuestas, una serie de preguntas y demás.

MATEMÁTICAS SECUNDARIA

ALISONVALERIA48

MATEMÁTICAS

a. 3 es a 8

b. 6 a 0,4

c. 2 es a 7,6

d. 9 es a 0,26

porfavor

TIRAMISUDOWN666

MATEMÁTICAS

Alice tiene veinticuatro caramelos y quiere repartir los caramelos entre sus diez amigos.

-Cuántos caramelos recibirá cada amigo.

-Cuántos dulces quedan sin distribuir.

Pregunta Respuesta Perfil

MATEMÁTICAS NIVEL

MATEMÁTICAS

Construyan en una hoja dos cuadrados tomando como base las medidas de los lados menores del siguiente triángulo.

Después tracen una diagonal en cada cuadrado que construyeron, recorten las figuras resultantes y con éstas intenten cubrir el cuadrado trazado en el lado mayor.

Preguntas

¿Con las figuras recortadas lograron cubrir toda la superficie del cuadrado mayor?

¿Por qué crees que sucede esto?

¿Qué clase de triángulo es el que está sombreado?

CAM490

Pregunta Respuesta Perfil

Al seleccionar el nivel, se complementa la búsqueda y deja de generalizar las preguntas y respuestas. Así es más preciso y se puede encontrar una respuesta a lo que se busca de manera más fácil.



Finalmente, en la barra de opciones, se selecciona “Perfil” y se puede colocar fotos, en ajustes se puede adecuar el perfil al gusto del usuario. Aquí se observa la barra de puntos que se han adquirido, las preguntas que se han creado y las gracias a las respuestas de las preguntas. Tiene la opción de activar las notificaciones para que avise cuando alguien responde una pregunta. También se envían mensajes a usuarios.

En Brainly los estudiantes obtienen ayuda donde la necesitan, es decir: los estudiantes publican sus preguntas acerca de una tarea y obtienen en minutos una respuesta clara y detallada por otro alumno o por un usuario que tenga más conocimiento.

En Brainly, la gamificación incentiva a los estudiantes a ayudarse, ya que los estudiantes obtienen puntos por contestar preguntas los cuales pueden ser usados para obtener ayuda.

Los moderadores se aseguran de que los estudiantes obtengan respuestas de calidad, así pueden sentirse seguros de que están obteniendo respuestas correctas y de calidad.

Este Software se aplica en diversas áreas del saber ejemplo:

Matemáticas, Baldor, Estadística y Cálculo, Castellano, Historia, Ciencias Sociales, Geografía, Derecho, Contabilidad, Administración, Exámenes Nacionales, inglés, Física, Química, Salud, Biología, Informática, Tecnología y Electrónica, Religión, Filosofía, Psicología, Educación Física, Artes, Música, francés, Catalá, gallego, euskera, alemán, latín y griego, análisis de la materia y energía, Tratamiento de datos y azar.

En los niveles de Primaria, Secundaria, Bachillerato y Universitario.

1.13.2 Resolución de problemas con Brainly

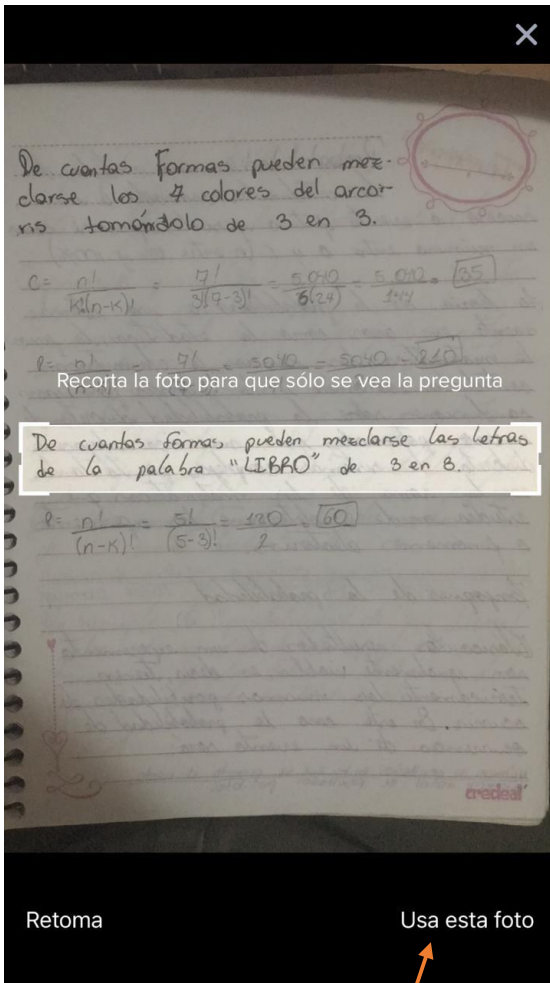
Antes que nada, cabe destacar que el programa de Brainly tiene como fuerte dar respuestas a preguntas de distintas áreas del saber, es por esto que la misma solo buscar soluciones a problemáticas que se detallan de forma escrita y el programa realiza una búsqueda global dentro de las respuestas dadas anteriormente para poder darte la respuesta o solución a tu problema de la manera más cercana o precisa.

Para solucionar un problema en Brainly en la parte del escaneo debe antes que nada crear una cuenta para poder ingresar directamente a su plataforma, ya realizado el proceso de registro, la pantalla principal es la mostrada a continuación:



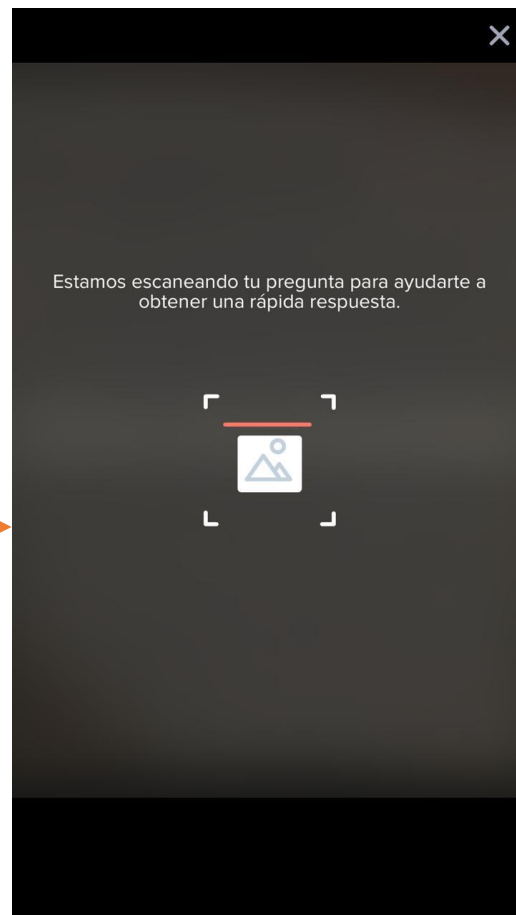
Esta pantalla es la principal, esta entra directamente en la opción de pregunta y específicamente en la cámara con la que podrás escanear el problema o preguntar a realizar.

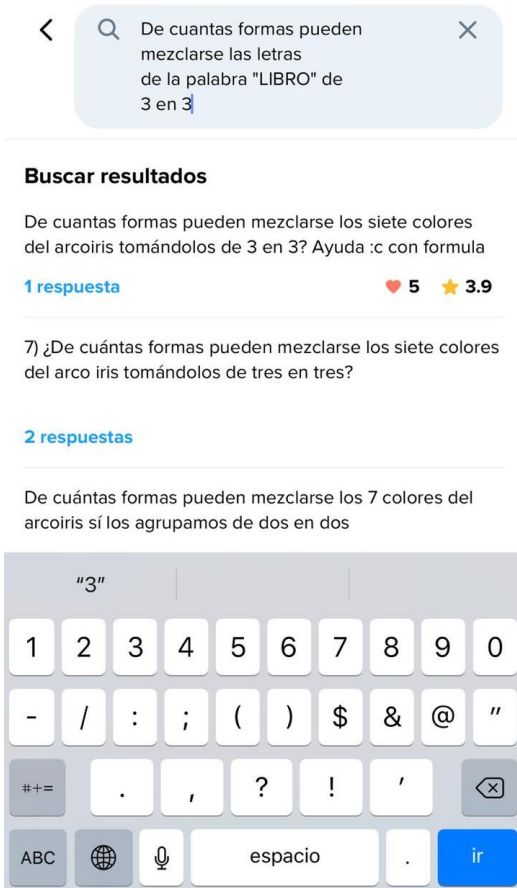
Ya dentro de esta pantalla de clic a la opción de escanear y resolver para proceder con el proceso de solución.



De manera inmediata le permite que la cámara procesa a tomar la foto y escanear el problema, ya dentro del escáner este identifica la problemática y procede a plasmar la pregunta.

Cuando le da clic en la opción de “usar esta foto”; si es la de nuestro interés y la misma es legible y se entiende con claridad los trazos, se procede con la búsqueda mostrando la siguiente pantalla:

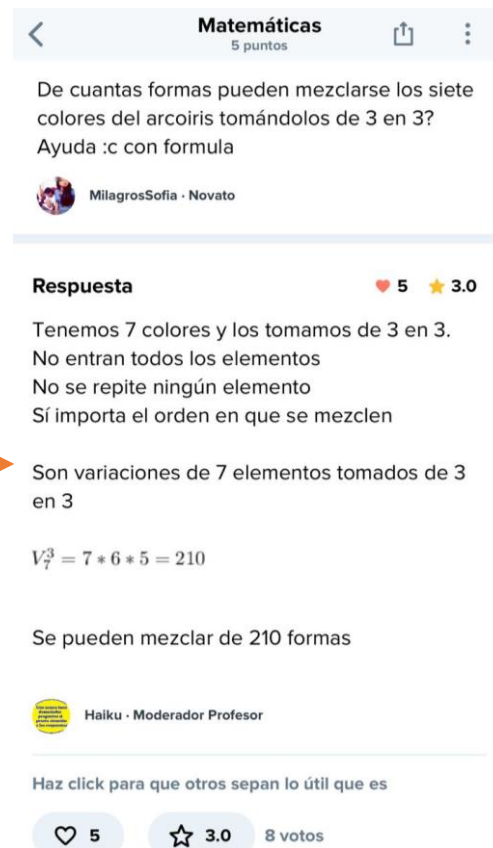




Cuando el programa identifica la pregunta este la digita y muestra la respuesta con similitudes o más cercanas a su solución.

Ya con todo este procedimiento realizado, queda a su decisión tomar la respuesta más factible para la solución de su problema.

Cuando de clic a la respuesta que más le agrada le despliega la siguiente ventana con la respuesta de forma más detallada.






Buscar resultados

Conversion entre unidades de medidas de angulos !

1 respuesta ♥ 2 ★ 4.7

formulas de conversion de unidades de medida

1 respuesta ♥ 1 ★ 5.0

conversiones de unidades de medida fisica

1 respuesta

unidades de medida y conversiones trigonometria , ..

1 respuesta

un cuento alusivo a sistema de unidades, unidades de medida y conversion de unidades

1 respuesta ★ 2.3

Haz una pregunta

¿No es lo que estás buscando? 

 Pregunta
  Respuesta
  Perfil

Dando uso del teclado, tipee (escriba) el problema o concepto deseado para la solución y proceda a dar clic en la parte donde dice ir en el mismo teclado.


Matemáticas
14 puntos



angulos !

 Caradeculebra9645 · Novato

Respuesta ♥ 2 ★ 4.0

Plantea siempre una regla de tres simple usando las unidades apropiadas

SISTEMA ANGULAR

RADIAL	SEXAGESIMAL	CENTESIMAL
2π		
360°		100°
		$1^\circ = 60'$
	100 min	$1 g =$
		$1' = 60''$
	$= 60 \text{ seg}$	1 min

 JPancho · Genio

 Pregunta
  Respuesta
  Perfil

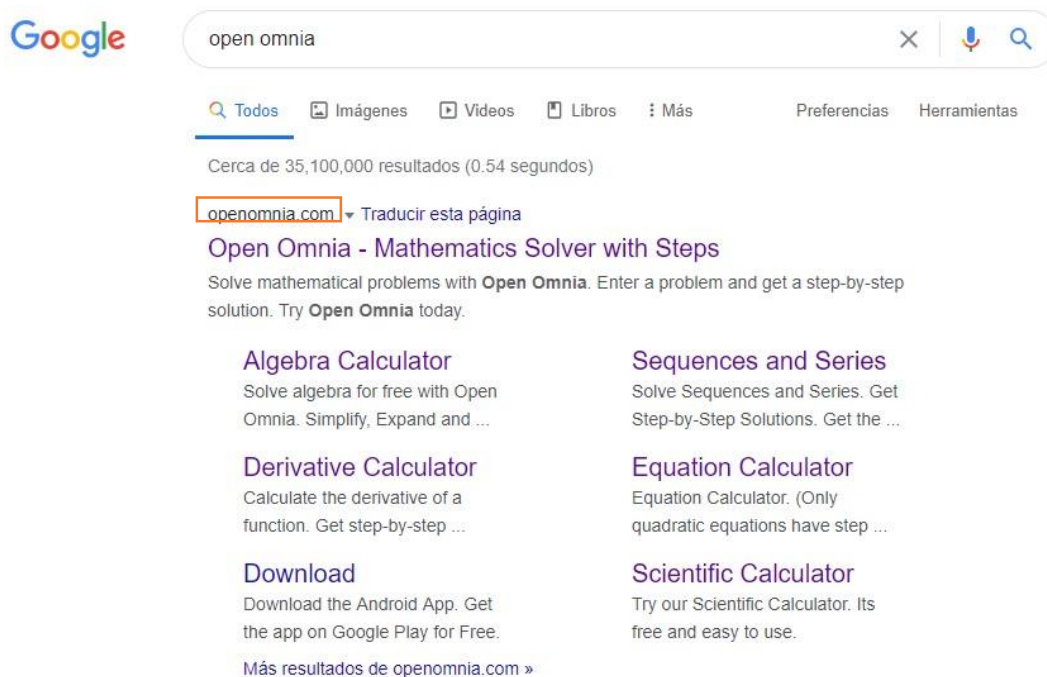
1.14 Open Omnia

Es una calculadora disponible para Android y navegadores web, preferiblemente Google Chrome, ya que dicho software libre está en su idioma original el cual es el inglés. El mismo guarda dentro de sí un conjunto de funciones que aportan al usuario una serie de reglas, fórmulas, soluciones, ejemplos y otras cosas más.

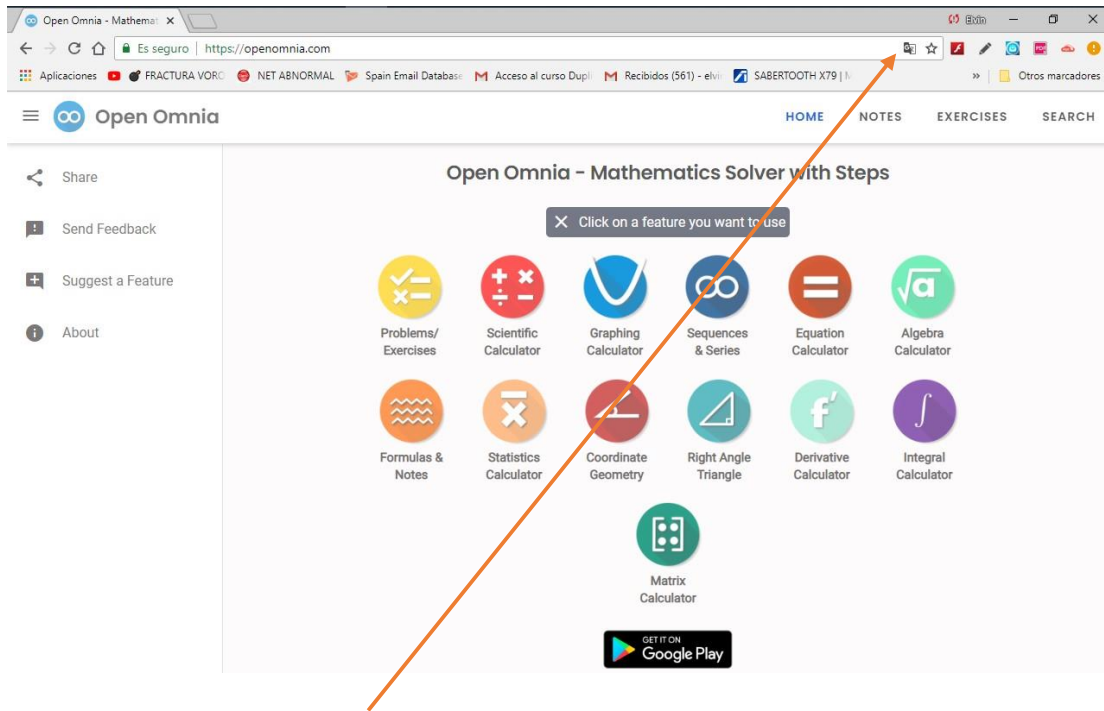
Gracias a su gran variedad en funciones, este software libre le dispone la solución, fórmulas o ejemplos a problemas de: trigonometría, álgebra, geometría, cálculo, matemática básica, entre otros más. Además de brindar soluciones si el problema tiene de alguna manera relación con gráficas este puede ofrecerle las gráficas a su problemática.


Para ingresar al software libre solo debe colocar en la barra del buscador (en el navegador de Chrome preferiblemente, ya que dicho software libre está en inglés y ese navegador traduce la página de manera automática o te pide permiso para hacerlo) el nombre, tal cual se presenta en la imagen siguiente:

Cuando el buscador presente esta pantalla, de clic en la opción que en este caso es la primera, pero que tenga en la parte señalada esa dirección.



Ya dentro del sitio web les aparecerá la siguiente página:



Al dar clic en esta opción  el navegador le solicita el permiso para traducir la página del inglés que es su idioma original al de su preferencia que en este caso es en español.

El mismo presenta la siguiente ventana:



1.14.1 Funciones de Open Omnia

Open Omnia en su software libre contiene un menú disponible en la parte izquierda del sitio web; este tiene la siguiente forma:

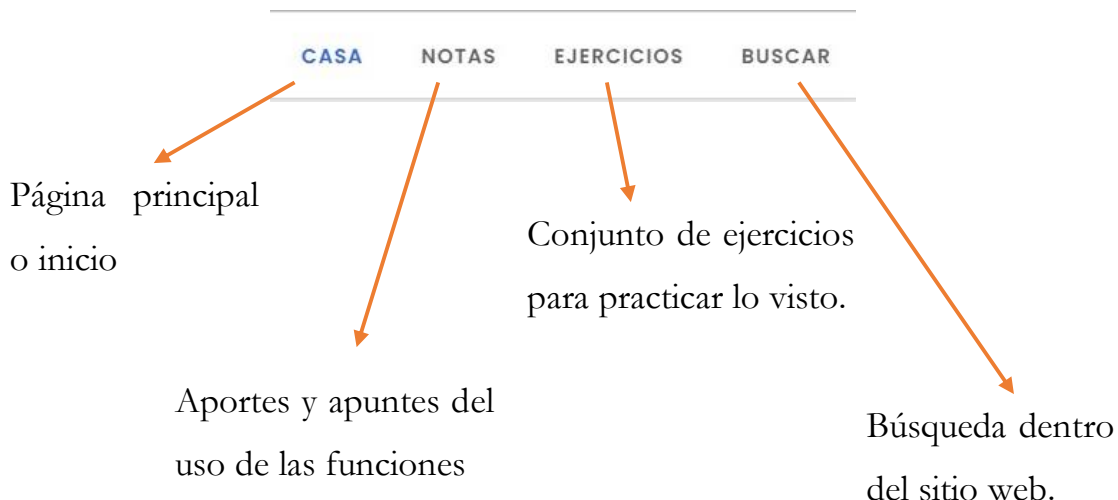


Al dar clic en la opción de “compartir” se presenta una pantalla que contiene una serie de redes sociales. En la opción de “enviar comentarios”, tal cual como dice el mismo por esta se puede comentar directamente con respecto a la página, sea dejando aportes, correcciones y/o comentarios de satisfacción con el servicio que brinda dicho software.

En “sugerir una característica” el software libre nos permite realizar un comentario constructivo, es decir, aportar a la misma alguna idea de mejora con respecto a su servicio o su rendimiento en el momento de su uso.

Por último, tenemos la opción de “acerca de” la cual nos transporta a una sección dentro de la misma página web que detalla de forma muy explícita todo en cuanto a la página, sus fundadores, entre otras cosas más.

A parte del menú presentado anteriormente; Open Omnia tiene la barra principal que tiene la siguiente forma y opciones:



En la opción de HOME que traducido dice CASA muestra las siguientes funciones. Por medio de ellas es que podrá solucionar problemas matemáticos, realizar ejercicios para practicar o poner a pruebas a otros, fórmulas y ejemplos de distintos problemas, entre otras funciones más.



Nota

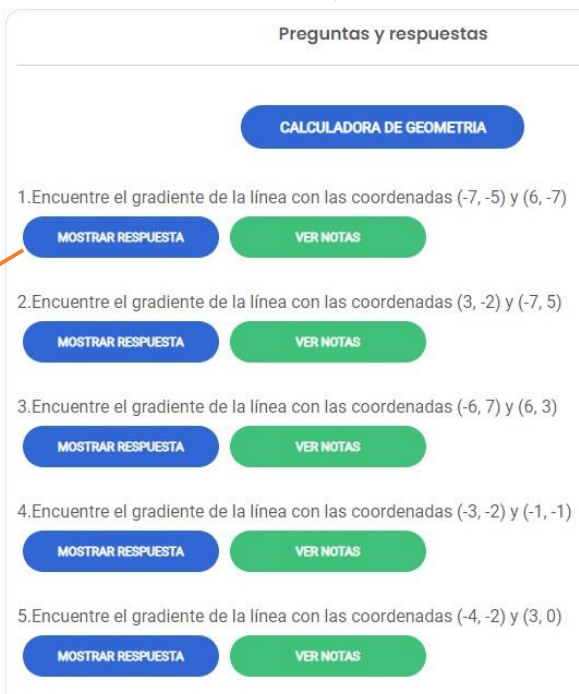
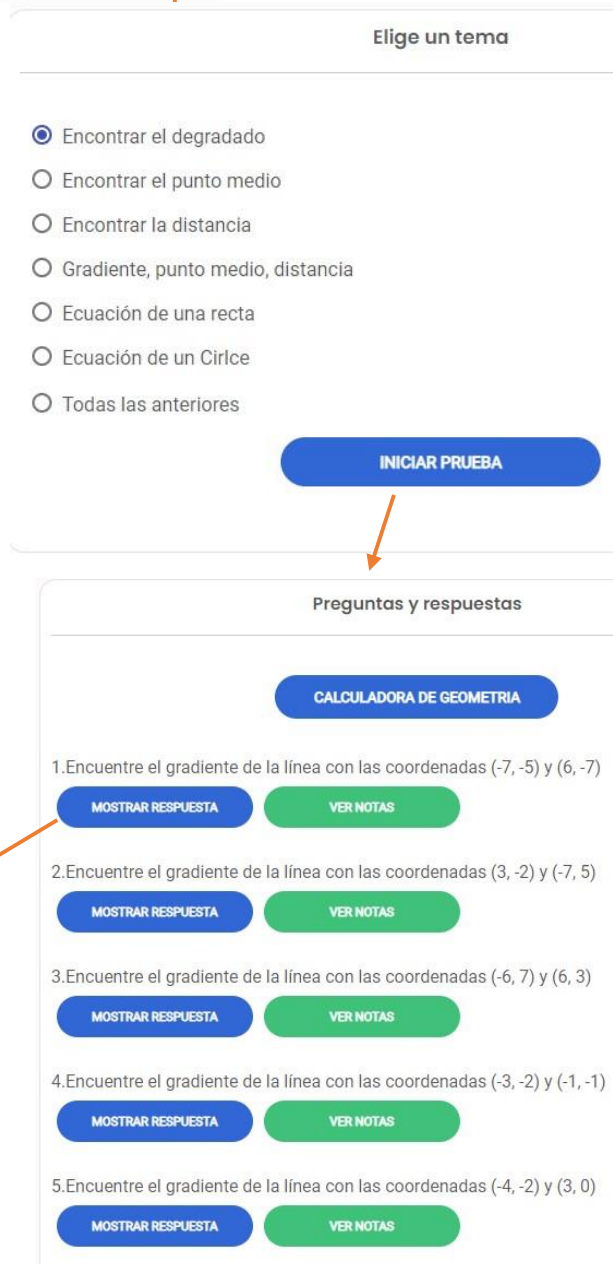
Dentro de cada función también aparece una serie de opciones.

1.14.2 Uso y aplicación de Open Omnia

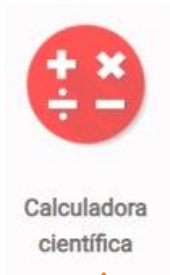
1.14.2.1 Problemas y ejercicios



En el momento de dar clic a la opción deseada le trasporta a una ventana en donde presenta un conjunto de temáticas centradas en la función seleccionada siempre y cuando dentro del tema haya subtemas en donde luego de elegir lo deseado debe dar clic en “iniciar prueba”.



1.14.2.2 Calculadora científica



Calculadora científica

CLARO		=		DEL	
◀	▶	▲	▼	trigono	Arizon
pecado	porque	broncears	Iniciar sesión_□	Iniciar ses	en
π	mi	yo	ANS		
$\sqrt{\square}$	$\sqrt[n]{\square}$	\square^\square	\square^2	□	$\frac{\square}{\square}$
7	8	9	()	!
4	5	6	.	X	÷
1	2	3	0	+	-

Grados Radianes

AYUDA

Use el teclado proporcionado para ingresar cálculos. Haga clic en "=" para procesar el cálculo.

Aquí hay algunos ejemplos de lo que puede ingresar.

$8^2 - 1$

pecado(85) - 1

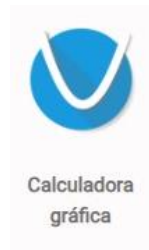
$\frac{1}{9} + 3$

$10^2 - 9^4$

Así es como usas los botones

RESOLVER	Procesa los cálculos ingresados.
CLARO	Elimina todo el texto del campo de texto.
DEL	Elimina el último elemento antes del cursor.
Arizona	Muestra el alfabeto.
trigonometría	Muestra las funciones de trigonometría.
◀	Mueve el cursor hacia la izquierda.
▶	Mueve el cursor hacia la derecha.
▲	Mueve el cursor hacia arriba.
▼	Mueve el cursor hacia abajo.
\square^\square	Exponente.
\square^2	Cuadrado.
$\frac{\square}{\square}$	Fracción.
$\sqrt{\square}$	Raíz cuadrada.
$\sqrt[n]{\square}$	Enésima raíz.
(□)	Paréntesis.
Iniciar sesión	Base de registro 10.
en	Tronco natural (base e).
□	Valor absoluto.

1.14.2.3 Calculadora gráfica



Calculadora gráfica

Funciones gráficas, intersecciones, inversa

Entrar en la función. Usa **X** como tu variable.
Ver ejemplos

y =

CLARO		TRAMA		DEL	
◀	▶	▲	▼	trigon	
pecado	porque	broncears	Iniciar sesión_□	Iniciar ses	en
π	mi			;	X
√□	∛□	□□	□ ²	□	□□
7	8	9	()	!
4	5	6	.	X	÷
		3	0	+	-

CURVAS POLARES

CURVAS PARAMETRICAS

FÓRMULAS Y NOTAS

EJERCICIOS / PROBLEMAS

AYUDA

Utilice el teclado proporcionado para ingresar funciones. Usa **X** como tu variable.
Utilice el punto y coma (;) para trazar más de una función.
Haga clic en "PLOT" para procesar la función que ingresó.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de lo que puede ingresar.

Así es como usas los botones

TRAMA	Traza la función ingresada.
CLARO	Elimina todo el texto del campo de texto.
DEL	Elimina el último elemento antes del cursor.
trigonometría	Muestra las funciones de trigonometría.
◀	Mueve el cursor hacia la izquierda.
▶	Mueve el cursor hacia la derecha.
▲	Mueve el cursor hacia arriba.
▼	Mueve el cursor hacia abajo.
□□	Exponente.
□ ²	Cuadrado.
□ □	Fracción.
√□	Raíz cuadrada.
∛□	Enésima raíz.
(□)	Soportes.
Iniciar sesión	Base de registro 10.
en	Tronco natural (base e).
□	Valor absoluto.

1.14.2.4 Secuencias y series



Secuencias y series

Calculadora de secuencias y series

Término general, siguiente término, tipo de secuencia, serie

Ingrese sus valores de la secuencia. Utilice un espacio para separar los valores.

por ejemplo, 2 5 8 11

RESOLVER

LIMPIAR TODO

SERIE TAYLOR

NOTAS / FÓRMULAS

EJERCICIOS / PROBLEMAS

AYUDA

Complete el área de texto con valores. Utilice un espacio como separador para cada valor. A continuación se muestra un ejemplo.

3 9 27 81

The image shows a user interface for a sequence and series calculator. On the left is a menu icon with the text 'Secuencias y series'. An arrow points from this icon to the main calculator interface. The calculator interface has a title 'Calculadora de secuencias y series' and a subtitle 'Término general, siguiente término, tipo de secuencia, serie'. Below this is an instruction: 'Ingrese sus valores de la secuencia. Utilice un espacio para separar los valores.' A text input field contains the example 'por ejemplo, 2 5 8 11'. Below the input field are three buttons: 'RESOLVER' (blue), 'LIMPIAR TODO' (orange), and 'SERIE TAYLOR' (blue). Below these are three more buttons: 'NOTAS / FÓRMULAS' (blue) and 'EJERCICIOS / PROBLEMAS' (blue). A second arrow points from the 'AYUDA' section of the calculator interface to a separate 'AYUDA' (Help) window. The 'AYUDA' window has the title 'AYUDA' and the text: 'Complete el área de texto con valores. Utilice un espacio como separador para cada valor. A continuación se muestra un ejemplo.' Below this text is a screenshot of the calculator's input field showing the example values '3 9 27 81' and a blue button below it.

por ejemplo, 2 5 8 11

3 6 9 12 15

RESOLVER

LIMPIAR TODO

Tipo de secuencia

Secuencia aritmética

MOSTRAR PASOS

Siguiente término

18

MOSTRAR PASOS

Término general

$$T_{norte} = 3n$$

MOSTRAR PASOS

Serie

$$S_{norte} = \frac{n(3n + 3)}{2}$$

MOSTRAR PASOS

RESOLVER OTRO PROBLEMA

1.14.2.5 Calculadora de ecuaciones



Calculadora de ecuaciones

(Solo las ecuaciones cuadráticas tienen soluciones paso a paso)
Ingrese la ecuación. Usa **X** como tu variable.
[Ver ejemplos](#)

ej. g. $3x^2 + 2x - 3 = 2x$

CLARO		RESOLVER		DEL	
◀	▶	▲	▼	trigon	Arizon
pecado	porque	broncears	Iniciar sesión	Iniciar ses	en
π	mi			=	X
$\sqrt{\square}$	$\sqrt[n]{\square}$	\square^\square	\square^2	\square	$\frac{\square}{\square}$
7	8	9	()	!
4	5	6	.	X	÷
1	2	3	0	+	-

ECUACIONES EJERCICIOS / PROBLEMAS

AYUDA

Use el teclado proporcionado para ingresar ecuaciones. Usa **X** como tu variable. Haga clic en "RESOLVER" para resolver la ecuación que ingresó.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de lo que puede ingresar.

$X^2 - 1 = 0$

$\text{porque}(X) - 2 = 0$

$X^3 - 2X = 0$

Así es como usas los botones

RESOLVER	Resuelve la ecuación ingresada.
CLARO	Elimina todo el texto del campo de texto.
DEL	Elimina el último elemento antes del cursor.
Arizona	Muestra el alfabeto.
trigonometría	Muestra las funciones de trigonometría.
◀	Mueve el cursor hacia la izquierda.
▶	Mueve el cursor hacia la derecha.
▲	Mueve el cursor hacia arriba.
▼	Mueve el cursor hacia abajo.
\square^\square	Exponente.
\square^2	Cuadrado.
$\frac{\square}{\square}$	Fracción.
$\sqrt{\square}$	Raíz cuadrada.
$\sqrt[n]{\square}$	Enésima raíz.
()	Paréntesis.
Iniciar sesión	Base de registro 10.
en	Tronco natural (base e).
\square	Valor absoluto.

1.14.2.6 Calculadora de álgebra



Calculadora de álgebra con pasos

Simplificar, expandir, factorizar

Use el teclado a continuación para ingresar una expresión.
[Ver ejemplos](#)

$e.g. \sin^2 + 3a^2 + ab - \frac{1}{2}$

CLARO RESOLVER DEL

◀ ▶ ▲ ▼ trigon Arizona

pecado porque broncears Iniciar sesión Iniciar sesión en

π mi

$\sqrt{\square}$ $\sqrt[n]{\square}$ \square^\square \square^2 $|\square|$ \square

7 8 9 () !

4 5 6 . X ÷

1 2 3 0 + -

NOTAS DE ÁLGEBRA

EJERCICIOS / PROBLEMAS DE ÁLGEBRA

AYUDA

Use el teclado proporcionado para ingresar una expresión de álgebra.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de lo que puede ingresar. Haga clic en "RESOLVER" para procesar la expresión que ingresó.

$X^2 - un^2$

porque(X) - 2

$\pi - 3mi + 5$

Así es como usas los botones

- RESOLVER Procesa la expresión ingresada.
- CLARO Elimina todo el texto del campo de texto.
- DEL Elimina el último elemento antes del cursor.
- Arizona Muestra el alfabeto.
- trigonometría Muestra las funciones de trigonometría.
- ◀ Mueve el cursor hacia la izquierda.
- ▶ Mueve el cursor hacia la derecha.
- ▲ Mueve el cursor hacia arriba.
- ▼ Mueve el cursor hacia abajo.
- \square^\square Exponente.
- \square^2 Cuadrado.
- $\frac{\square}{\square}$ Fracción.
- $\sqrt{\square}$ Raíz cuadrada.
- $\sqrt[n]{\square}$ Enésima raíz.
- () Paréntesis.
- Iniciar sesión Base de registro 10.
- en Tronco natural (base e).
- $|\square|$ Valor absoluto.

1.14.2.7 Fórmulas y notas

Fórmulas y notas

Fórmulas y notas

Haga clic en una función que desee utilizar

 Geometría euclidiana	 Funciones de dibujo	 Resolver ecuaciones	 triangulos	 Coordinar geometría	 círculo Geometría
 Trigonometría	 Derivados	 Integración	 Secuencias y series	 Estadísticas	 Matrices
 Fracciones	 Exponentes	 Surds / Radicales	 Factorización	 Logaritmos	 Área y perímetro
 Área de Suraface, volumen					

1.14.2.8 Calculadora de estadísticas

Calculadora de estadísticas

Calculadora de estadísticas con pasos

Haga clic en una función que desee utilizar

1, 5, 9
Media, mediana, varianza, DE

x, y
Línea de mejor ajuste, gráfico de dispersión, r

nPr
Calculadora de permutaciones

nCr
Calculadora de combinaciones

Notas estadísticas

Pruebe usted mismo

Elige un tema

- Encontrar la media
- Encontrar la mediana
- Encontrar la varianza
- Encuentra la desviación estándar
- Media, mediana, varianza, desviación estándar, rango
- Línea de mejor ajuste y coeficiente de correlación (r)

INICIAR PRUEBA

Cuando seleccione el tema que desea estudiar debe dar clic a iniciar prueba y le mostrará lo que aparece en la siguiente imagen:

Preguntas y respuestas

CALCULADORA DE ESTADÍSTICAS

1. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 17, 17, 10, 14, 9, 10, 12, 3, 14, 19?

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

2. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 13, 9, 12, 14, 19, 3, 7, 17, 10, 14

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

3. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 11, 19, 13, 17, 17, 15, 18, 5, 8, 6?

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

4. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 12, 1, 19, 5, 20, 20, 8, 13, 3, 20

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

5. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 14, 9, 6, 2, 3, 7, 4, 8, 19, 4

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

6. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 16, 2, 6, 9, 4, 3, 9, 20, 9, 12

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

7. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 17, 6, 2, 1, 16, 11, 12, 11, 3, 9

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

8. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 18, 3, 1, 13, 8, 10, 15, 15, 9, 9

MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

9. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 14, 8, 20, 2, 9, 7, 12, 10, 2, 4?

MOSTRAR RESPUESTA

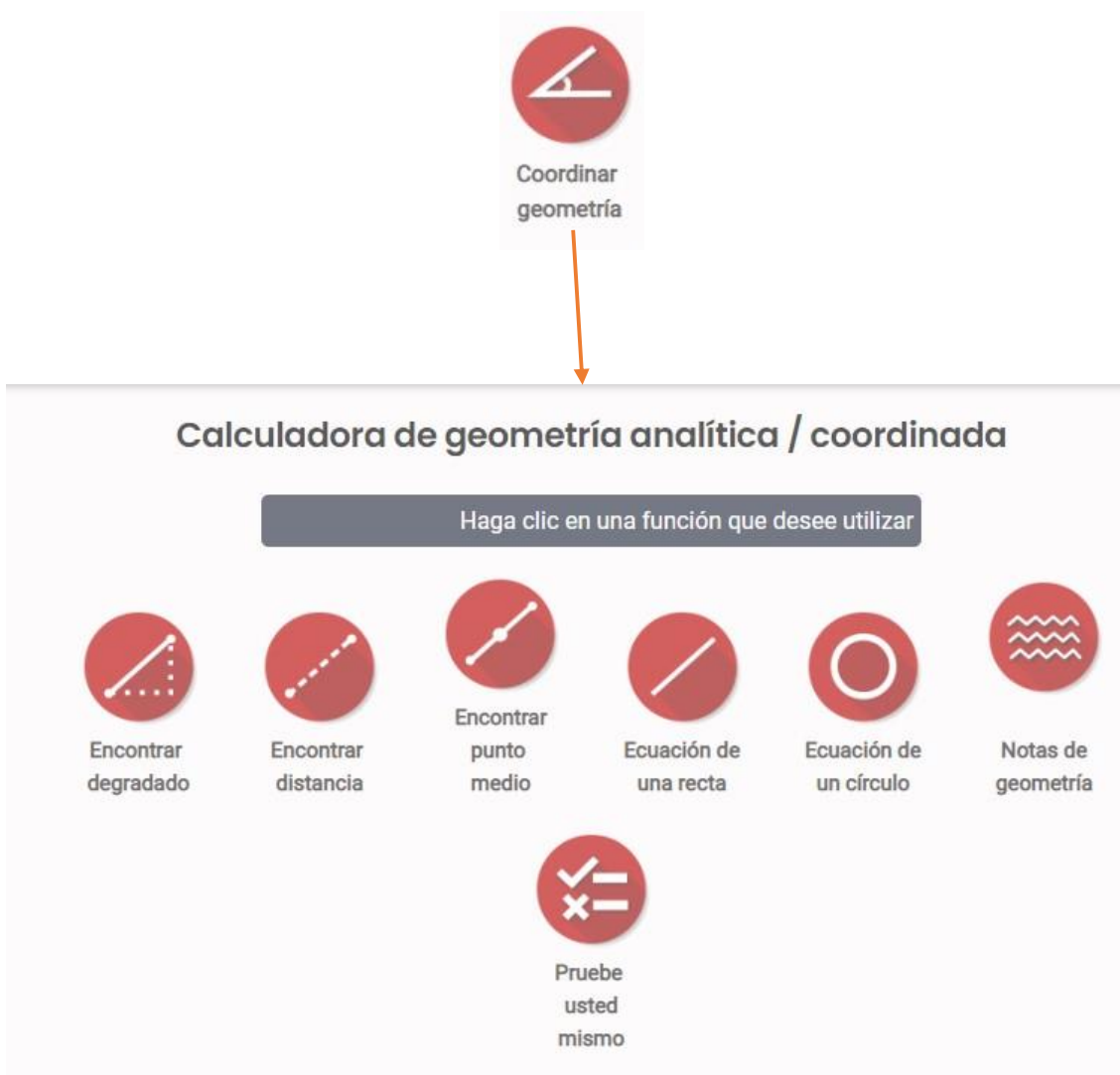
VER NOTAS

10. ¿Cuál es la media del conjunto de datos: 7, 14, 19, 19, 1, 5, 8, 15, 3, 4

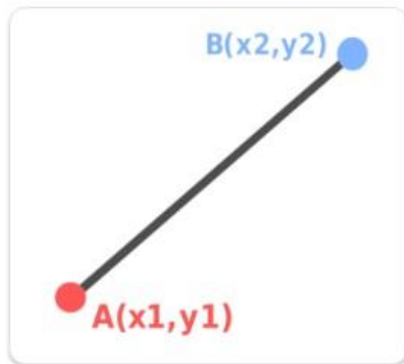
MOSTRAR RESPUESTA

VER NOTAS

1.14.2.9 Coordinar geometría



Por medio de estas opciones usted elige el tema de su preferencia y le da clic, el mismo le muestra la calculadora para resolver la problemática que desea solucionar siempre y cuando necesite una calculadora.



Opción de “ecuación de una recta”

x1 = 4

y1 = 5

x2 = 2

y2 = 3

RESOLVER

LIMPIAR TODO

Solución

Para obtener la ecuación de la línea, primero debemos calcular el gradiente.

- El gradiente es la inclinación o pendiente de una línea.
- Usamos "m" para denotar el gradiente.
- La pendiente, m, es igual a la subida dividida por la carrera.
- El aumento es el cambio de los valores de y y la carrera es el cambio de los valores de x.

$$m = \frac{\text{rise}}{\text{run}}$$

$$\blacktriangleright m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\blacktriangleright m = \frac{3 - 5}{2 - 4}$$

$$\blacktriangleright m = 1$$

Ahora necesitamos obtener la ecuación de una línea.

- La fórmula para obtener la ecuación de una línea es:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- Ya tenemos m. x1 e y1 son valores arbitrarios. Podemos usar el punto A o el punto B para x1 e y1.

En este caso usemos el punto A (4,5)

Entonces x1 = 4 y1 = 5 y m = 1.

$$\bullet y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\blacktriangleright y - 5 = 1(x - 4)$$

Agrega 5 en ambos lados.

$$\blacktriangleright y = 1x - 4 + 5$$

$$\blacktriangleright y = 1x + 1 \text{ es la ecuación de la recta.}$$

1.14.2.10 Triángulo de ángulo recto



Calculadora de triángulo rectángulo con pasos

Completa los valores del triángulo. No llene los campos de texto de los valores que desea resolver.
[Ver ejemplos](#)

lado a = ángulo A = °

lado b = ángulo θ = °

lado c =

RESOLVER

AYUDA

Ingrese los valores que tiene. No llene los campos de texto de los valores que desea resolver. A continuación se muestra un ejemplo. Conocemos el valor de "a" y " θ ". La aplicación resolverá los valores de los campos de texto en blanco.

side a = angle A =

side b = angle θ = °

side c =

1.14.2.11 Calculadora de derivadas



Calculadora de derivadas con pasos

Entrar en la función. Usa **x** como tu variable.
[Ver ejemplos](#)

f(x) =

CLARO		RESOLVER		DEL	
◀	▶	▲	▼	trigon	Arizon
pecado	porque	broncears	Iniciar sesión	Iniciar ses	en
π	mi				X
√□	∛√□	□□	□ ²	□	□/□
7	8	9	()	!
4	5	6	.	X	÷
1	2	3	0	+	-

NOTAS DE DIFERENCIACIÓN

DERIVADOS EJERCICIOS / PROBLEMAS

AYUDA

Utilice el teclado proporcionado para ingresar funciones. Usa **x** como tu variable. Haga clic en "RESOLVER" para procesar la función que ingresó.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de lo que puede ingresar.

$X^2 - 1$

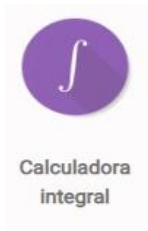
$\text{porque}(X) - 2$

$\frac{1}{X}$

Así es como usas los botones

- RESOLVER Procesa la función ingresada.
- CLARO Elimina todo el texto del campo de texto.
- DEL Elimina el último elemento antes del cursor.
- Arizona Muestra el alfabeto.
- trigonometría Muestra las funciones de trigonometría.
- ◀ Mueve el cursor hacia la izquierda.
- ▶ Mueve el cursor hacia la derecha.
- ▲ Mueve el cursor hacia arriba.
- ▼ Mueve el cursor hacia abajo.
- Exponente.
- ² Cuadrado.
- /□ Fracción.
- √□ Raíz cuadrada.
- ∛√□ Enésima raíz.
- (□) Paréntesis.
- Iniciar sesión Base de registro 10.
- en Tronco natural (base e).
- |□| Valor absoluto.

1.14.3.12 Calculadora de integral



Calculadora integral con pasos

Entrar en la función. Usa **x** como tu variable.
[Ver ejemplos](#)

\int dx

CLARO
RESOLVER
DEL

◀	▶	▲	▼	trigon	Arizon
pecado	porque	broncears	Iniciar sesión	Iniciar ses	en
π	mi				x
$\sqrt{\square}$	$\sqrt[n]{\square}$	\square^\square	\square^2	$ \square $	$\frac{\square}{\square}$
7	8	9	()	!
4	5	6	.	X	÷
1	2	3	0	+	-

NOTAS DE INTEGRACIÓN

AYUDA

Utilice el teclado proporcionado para ingresar funciones. Usa **x** como tu variable. Haga clic en "RESOLVER" para procesar la función que ingresó.

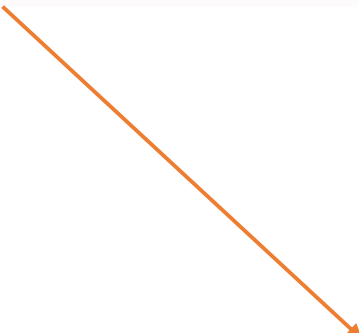
A continuación, se muestran algunos ejemplos de lo que puede ingresar.

$x^2 - 1$

porque(x) - 2

$\frac{1}{x}$

Así es como usas los botones



RESOLVER	Procesa la función ingresada.
CLARO	Elimina todo el texto del campo de texto.
DEL	Elimina el último elemento antes del cursor.
Arizona	Muestra el alfabeto.
trigonometría	Muestra las funciones de trigonometría.
◀	Mueve el cursor hacia la izquierda.
▶	Mueve el cursor hacia la derecha.
▲	Mueve el cursor hacia arriba.
▼	Mueve el cursor hacia abajo.
\square^\square	Exponente.
\square^2	Cuadrado.
$\frac{\square}{\square}$	Fracción.
$\sqrt{\square}$	Raíz cuadrada.
$\sqrt[n]{\square}$	Enésima raíz.
()	Paréntesis.
Iniciar sesión	Base de registro 10.
en	Tronco natural (base e).
$ \square $	Valor absoluto.

1.14.3.13 Calculadora de matrices



Calculadora de matrices



Calculadora matricial con pasos

Haga clic en una función que desee utilizar



Suma / Resta



Multiplicación



Multiplicación escalar



Calculadora de determinantes



Calculadora inversa



Calculadora de transposición



Calculadora de potencia



Notas de matrices



Pruebe usted mismo

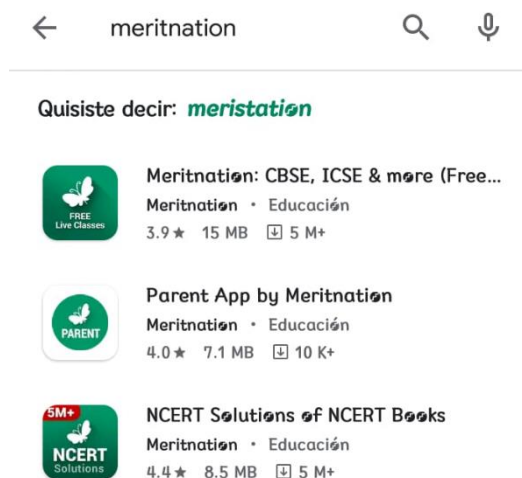
1.15 Meritnation




Homework Helper & Solver de Meritnation es una aplicación gratuita única en su tipo diseñada para ser su mejor compañero de estudio y guía de ayuda para el examen. La aplicación es una plataforma donde puede plantear todas sus dudas en matemáticas, ciencias, estudios sociales, inglés e hindi para las clases 1 a 12, y obtener soluciones rápidas de nuestros expertos en la materia en Meritnation u otros estudiantes de la misma clase. También, puede perfeccionar sus habilidades en cualquier tema respondiendo las preguntas publicadas por los estudiantes.

Completa tu tarea sin obstáculos con esta aplicación; simplemente escriba su pregunta en la aplicación y obtenga varias respuestas de mentores y estudiantes. Solo está disponible para dispositivos Android y el programa funciona en lenguaje inglés, por lo que es necesario el uso de traductor para obtener los resultados.

1.15.1 Uso de Meritnation



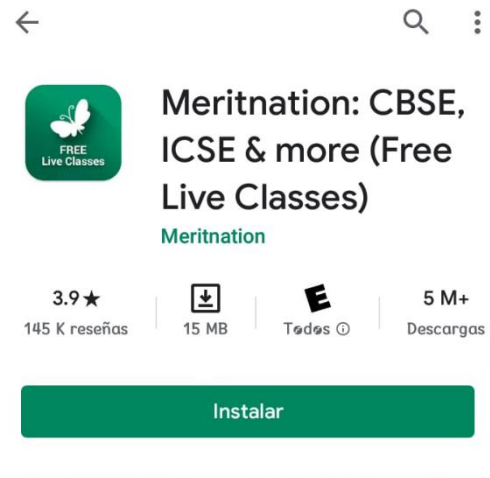
Primero se entra a Google Play Store  en la barra buscar se escribe Meritnation y aparecen varias opciones de Meritnation.

En este recuadro se selecciona la primera opción Meritnation: CBSE, ICSE & more.

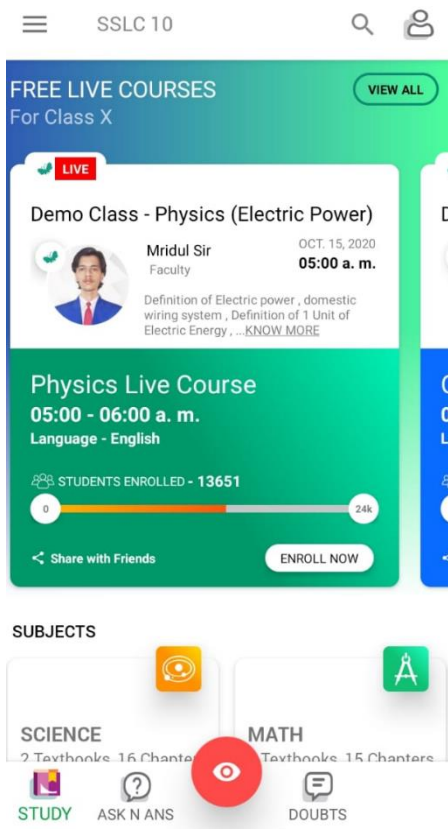
Las demás son diferentes recursos de aplicaciones que ha creado la compañía Meritnation para ampliar su gama educativa en

el mundo, Parent App de Meritnation, la segunda opción es para uso de padres.

En esta parte solo dar clic en “Instalar” para descargar y usar la app.

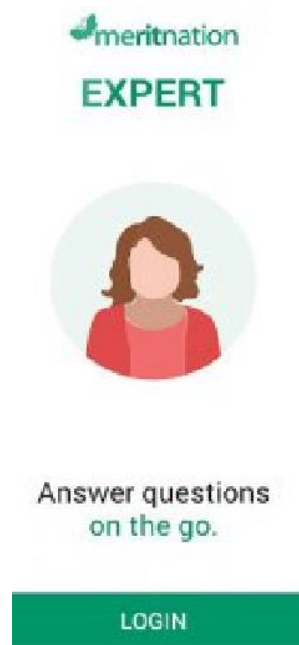


Una vez descargada se verá la opción de Desinstalar o Abrir, dar clic en Abrir y proceder a utilizarla.




Al abrir, sale esta ventana donde vas a crear un usuario para entrar.

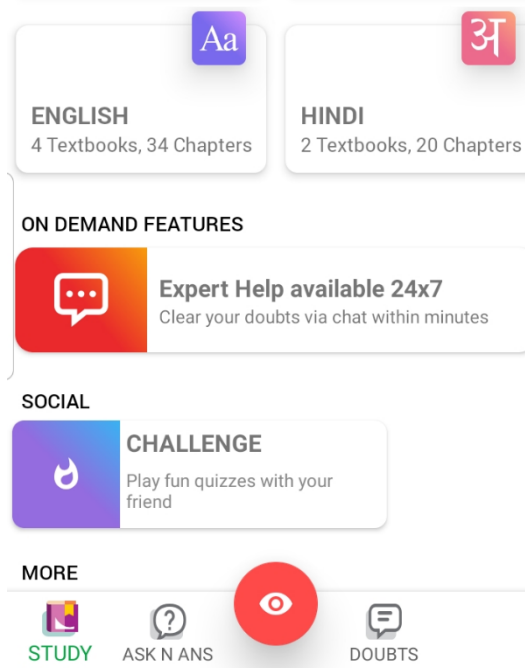
Solo hay que seleccionar el teclado, elegir el grado al cual pertenece el alumno, y colocar nombre, contraseña y número de celular. Con estos datos, se





abre la plataforma Meritnation y ya puede comenzar a tomar clases en línea y jugar y buscar información de problemas matemáticos.

Esta es la ventana principal, en la que se observa las clases virtuales de los diferentes cursos, en este caso en la imagen se observa que la clase de Física con el profesor Mridul, inicia a las 5:00 – 6:00 am, también se puede ver el idioma en cual será transmitida la clase y que días.

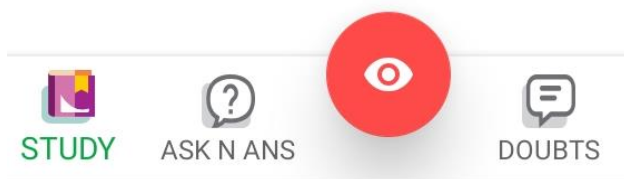
Para ver todas las clases en vivo solo dar clip en  y lleva al espacio de todas las clases de las diferentes asignaturas.



Más abajo de los videos, se visualiza las asignaturas, ciencia y matemáticas al deslizar la pantalla para arriba aparecen todas las asignaturas.


También aparecen las actividades que se pueden realizar en esta app, como recibir ayuda 24/7  jugar llenando quiz o pequeñas pruebas de preguntas .

En ambas imágenes se observa la barra de menú que es la parte de abajo, aquí se observa una libreta de estudios, un signo de preguntas, un ojo dentro de un círculo rojo y un cuadrado de diálogo.

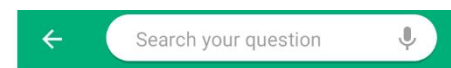


asignaturas que están hábiles para estudiar.

El primer icono de la libreta significa la pantalla principal donde aparecen todos los temas en videos y las

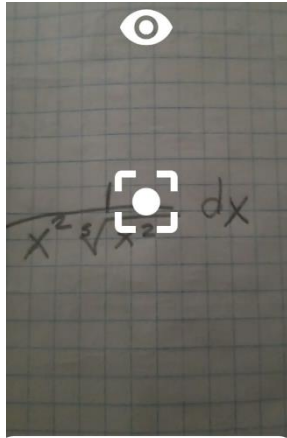
El símbolo  aparece una ventana donde se puede escribir una pregunta o duda y dará respuesta validada por un tutor de Meritnation.


En esta parte se puede subir o tomar una foto de la pregunta y también se puede enviar un audio para que de esta forma la pregunta se escriba sin tener que utilizar el teclado.

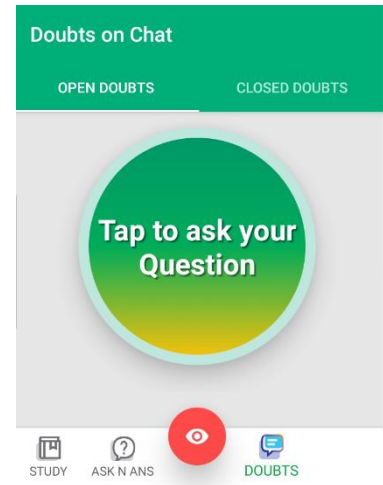



You can also search via

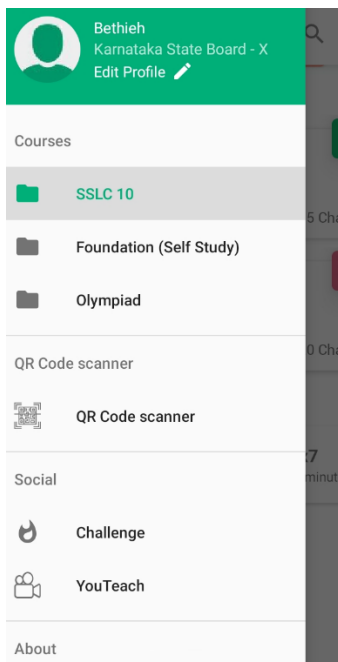




El símbolo  es donde se toma foto para resolver cualquier problema, se puede tomar fotos a los libros o el cuaderno y da la respuesta, o te muestra videos que se relacionen con el tema. Solo dar clic o tocar la pantalla cuando tengas el problema en el centro y listo.




El último símbolo de la barra de menú de Meritnation es  ”doubts” en español dudas, aquí se toca el círculo verde y se hace la pregunta mediante la voz, no necesita de escribirla, solo con hablar y decir tu duda, en unos minutos un tutor, maestro o alumno dará respuesta y aparecerá como una duda cerrada “Closed doubts”.

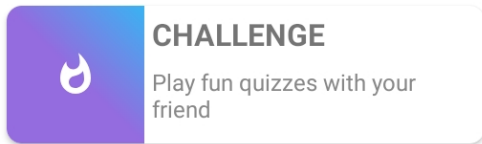


Ahora en la barra de Opciones, que pertenece a la parte de arriba de la ventana principal, se observan las siguientes funciones.



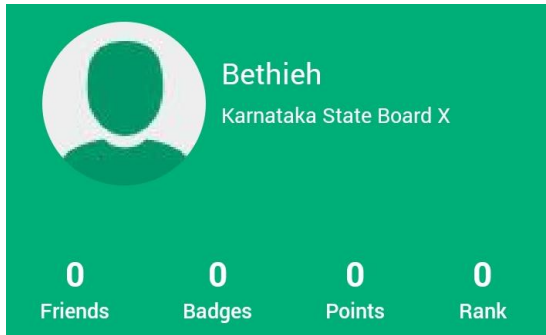
Donde  se despliega una ventana con varias opciones.


Se puede editar el perfil que se ha creado al inicio, se observa las olimpiadas que hay disponibles, si se tiene un libro de Meritnation utilizar el código QR que está en la última página del mismo, para tener el libro virtual disponible.




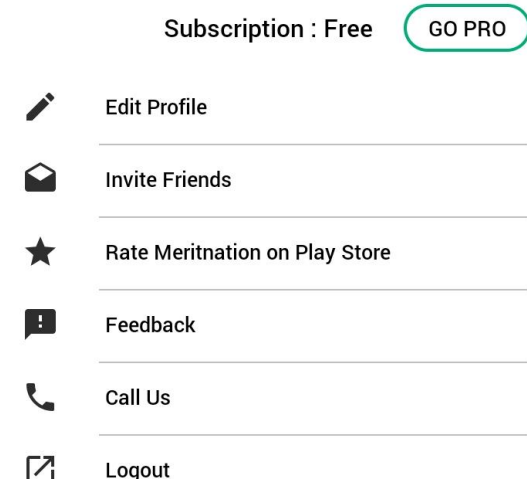
También se puede ir directamente a los desafíos y elegir el nivel de dificultad de los mismos, y crear videos educativos sobre algún

tema que domine y subirlo al perfil a vista de cualquier usuario de Meritnation.



En el buscador que es este símbolo  se escribe una pregunta o materia, nombre de algún tema y te lleva directamente allá.

Al dar clic a  dirige al perfil que se ha creado que en este caso se observa así:



El perfil está apto para invitar amigos, tener seguidores, subir videos educativos, responder preguntas y además de esto con cada pregunta o video que se suba, tiene la oportunidad de recibir más seguidores e ir acumulando puntos que pueden ser utilizados para conseguir la versión pro, o

para ver videos exclusivos en el idioma preferido.

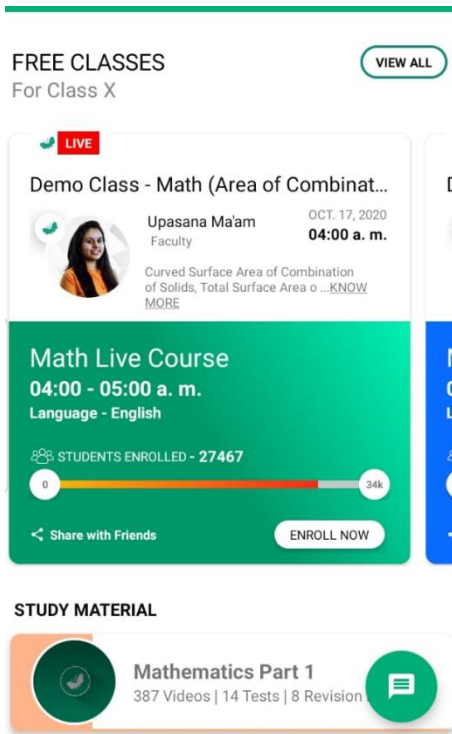
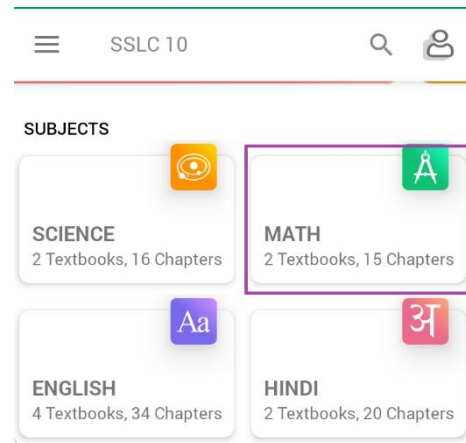
Para jugar se tiene esta opción, para poner a prueba lo aprendido, en esta selección aparecen un sin número de desafíos, en los cuales pasar un buen rato jugando.

Dentro de las variedades de desafíos se obtienen, desafíos de países, de memorización, matemáticas, biología, química, sociales, artes, idiomas, logos, geografía, músicas, física y muchos más.

Para conocer un poco más de las asignaturas, en este caso entramos a Matemáticas “Math”.

A primera vista se observa que dice “2 libros de textos y 15 capítulos”.

Para entrar dar clic o un toque a Math.



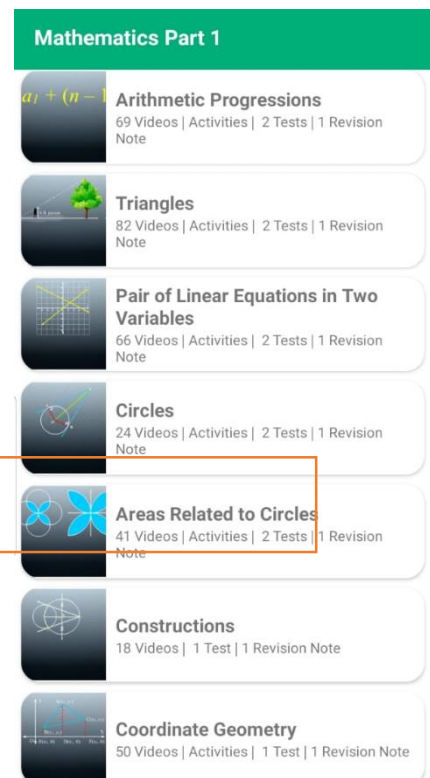
Una vez dentro de Math sale esta pantalla, donde se observa que en la parte de arriba salen los videos referentes al área de matemáticas, y si desliza el dedo de derecha a izquierda sobre los videos aparecen las clases recientes que hay en vivo.

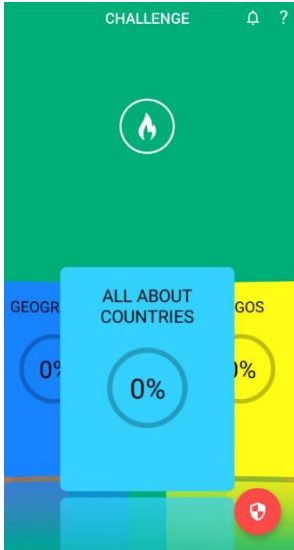
Más abajo están los 2 libros de textos Matemáticas parte 1 y matemáticas parte 2, cada parte cuenta con 14 exámenes, ya que

son 14 capítulos y 1 revisión por cada examen.

Dentro de los capítulos, se observan los temas que se van a tratar, cada uno con su respectivo examen, actividades y videos que ayudan a entender mejor lo que se explica.

Una vez seleccionado un capítulo, aparecen una serie de videos sobre el tema en los cuales se tomará la clase.





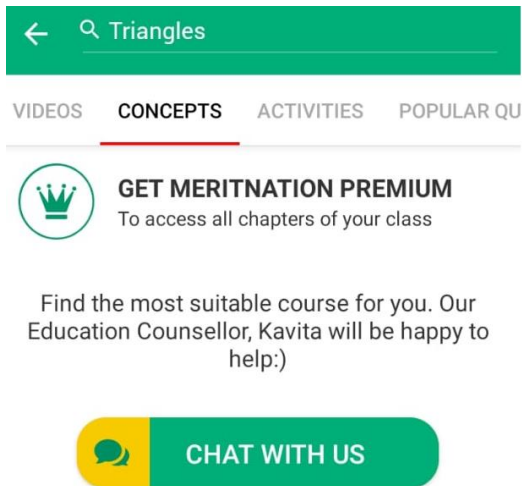
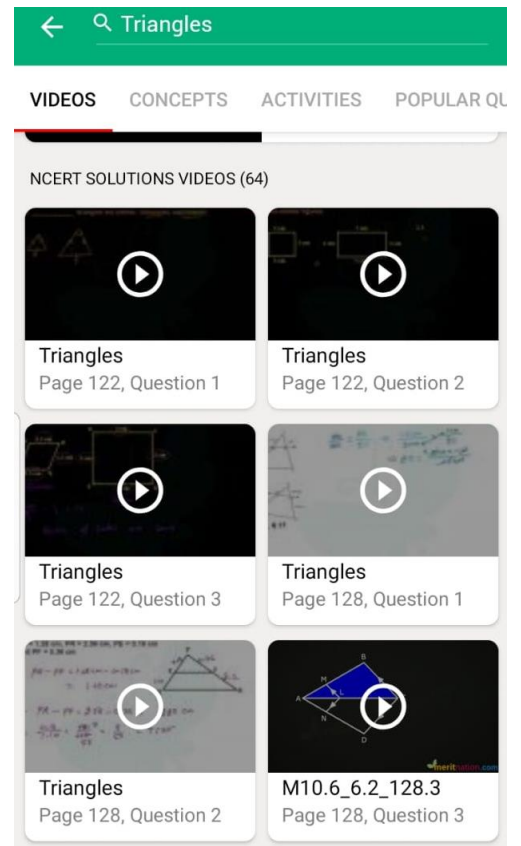
Selecciona Triángulos y observa que aparece.

Una vez adentro se observa la cantidad de videos que contiene, las páginas y cuantas preguntas de práctica.

En la barra de menú de triángulos, se tiene conceptos, actividades, preguntas populares, exámenes y revisión.

Cada una de estas opciones tiene su propósito.

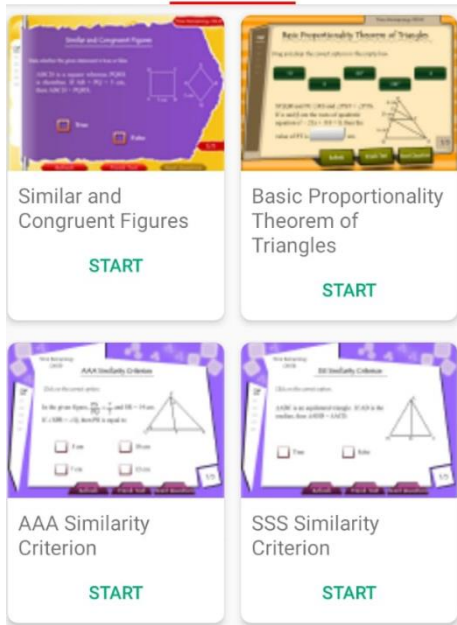
En videos están las explicaciones a las que luego, se va a resolver el examen.



Para encontrar conceptos sobre los triángulos, hay que tener la versión Premium de Meritnation, por lo que es recomendable hacer una pregunta, o escribir una duda sobre triángulos y un tutor o alumno contestará.

OR

Call us on : 011-40705070




En la opción de actividades, se obtiene una gama de preguntas en forma de juego, para practicar sobre lo aprendido en los videos, los juegos son ilustrativos por lo que van en niveles de dificultad, se puede ir pasando cada uno de estos y luego ir y tomar el examen que corresponde a la primera parte de matemáticas.

Al pasar a las preguntas más populares, se encuentra publicaciones de profesores, alumnos y usuarios que responde o comparten preguntas, links y demás para ganar puntos e ir subiendo la cantidad de seguidores, por lo que se encuentran muchas preguntas ya con sus respuestas. Más abajo hay un símbolo donde se hacen las



preguntas .

All our executives are currently offline





← **Triangles**

ACTIVITIES **POPULAR QUESTIONS** BOARD PAPER

 **Kunal Agarwal**
Math, 07/10/10 

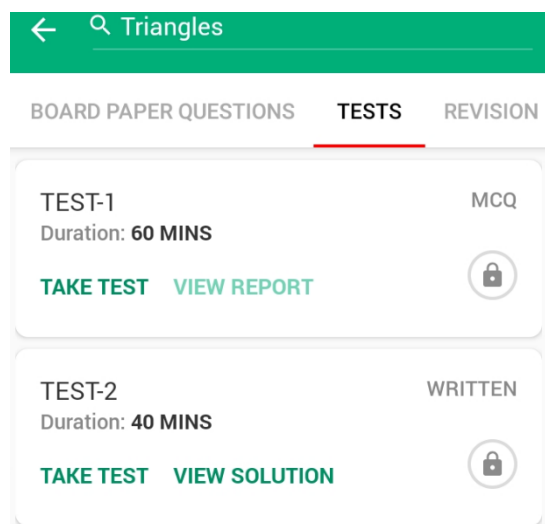
ABCD is a trapezium in which $AB \parallel DC$ the diagonals AC and DB intersect at O Prove that $OA/OC = OB/OD$

1 Answer

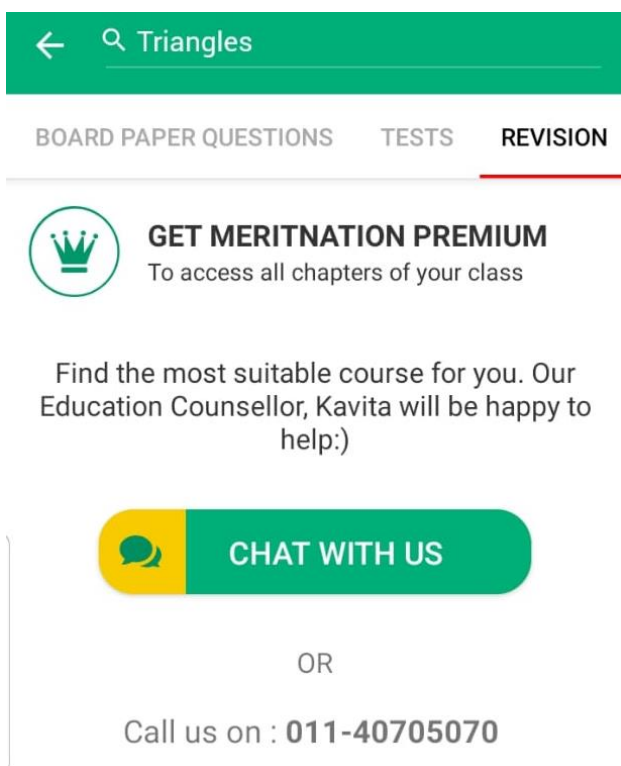
 SHARE  VIEW ANSWER

“Examen”

Esta es la sección donde se tomará el Quiz (examen rápido) este tiene una duración de 60 minutos y es utilizando la formulas y resolviendo problemas, para iniciar a cogerlo solo hay que dar clip o tocar la parte que dice “Take Test” y el segundo test es de 40 minutos y es de escritura, o sea, teórico.



Aquí se observa la calificación en “View Report”, y en “View Solution” explica las soluciones de cada pregunta en el examen.



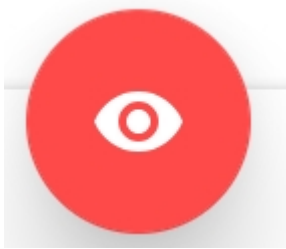
“Revisión”

Aquí es donde se recibe la revisión del examen que ya se ha llenado, pero esta sección pertenece a la versión Premium de Meritnation.

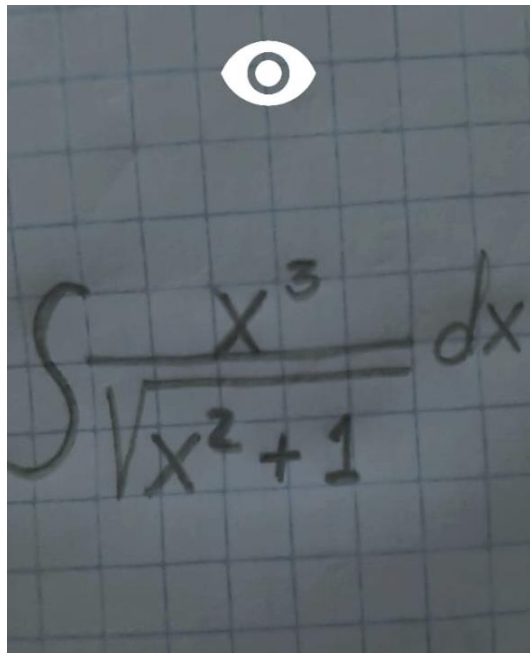
1.15.2 Resolución de problemas con Meritnation

Para la solución de problemas con Meritnation, hay que saber que muchas veces esta aplicación, da resultados en forma de videos que vayan relacionado con el tema del cual se busca solución.

Sabiendo esto, lo primero que se debe hacer es entrar a la app, y en la ventana principal en la parte de abajo dar clic al ojo rojo que está en el centro.

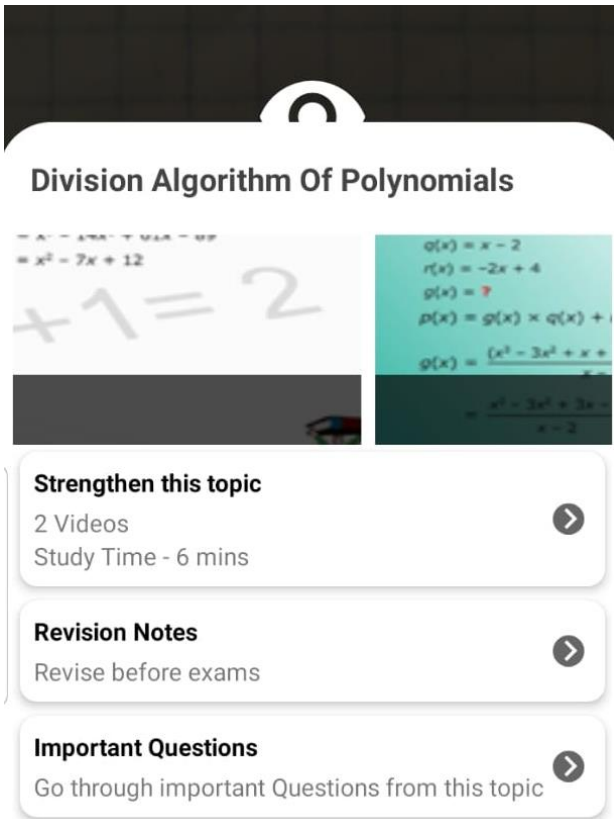


Una vez que se da clic aparece la cámara, con la que se tomará una foto del problema que se presente en la libreta o libro.



En este caso en la libreta, y al tocar la pantalla se busca una respuesta.

De manera automática, luego de tomar la foto sale una ventana con las diferentes opciones de videos que nos muestra como resultado.









De esta forma se resuelven los problemas, la limitante de esta forma de solución, es la forma en que muestra los videos sobre el problema, un ejemplo es que en la foto se observa una división, y la aplicación entiende que el uso de las divisiones al igual hay que explicarlo para luego ir llegando a la solución real del problema.

1.15.3 Funciones de Meritnation

En las funciones de Meritnation, se tiene una gama bien amplia, ya que esta aplicación puede responder a cualquier incógnita, debido a que usuarios intervienen en ella.

Este software posee, juegos, exámenes, preguntas, respuestas sobre diversos temas. Dentro de las áreas que pertenecen a ella esta: Ciencias, Matemáticas, inglés, hindi, Videos de Biología, videos de Física, Química, entre otros.

En matemáticas, depende del nivel en que elijas tendrás, matemática básica, hasta matemática avanzada. Prácticamente, se puede estudiar todos los temas matemáticos porque las clases, siempre están en crecimiento, hay diferentes maestros de las diferentes ramas, por lo que es muy amplia su aplicación para las matemáticas.

 Arithmetic Progressions 69 Videos Activities 2 Tests 1 Revision Note	 Polynomials 27 Videos Activities 2 Tests 1 Revision Note
 Triangles 82 Videos Activities 2 Tests 1 Revision Note	 Quadratic Equations 36 Videos Activities 2 Tests 1 Revision Note
 Pair of Linear Equations in Two Variables 66 Videos Activities 2 Tests 1 Revision Note	 Introduction to Trigonometry 48 Videos Activities 2 Tests 1 Revision Note

1.16 Concepto de hoja de cálculo

Se denomina hoja de cálculo a una herramienta informática que sirve como medio para realizar cálculos, operaciones lógicas y manejo de datos. Al usuario se le presenta como un conjunto de columnas y fila identificable por letras y números respectivamente que van formando celda. Su uso se orienta especialmente a actividades que requieren un manejo de muchos cálculos en paralelo.

1.16.1 Tipos de hoja de cálculos

- ✓ Calc, integrada en OpenOffice.org
- ✓ Microsoft Excel, integrada en Microsoft Office
- ✓ Gnumeric, integrada en Gnome Office
- ✓ KSpread, de KOffice
- ✓ Numbers, integrada en iWork de Apple
- ✓ Lotus 1-2-3 integrada en Lotus Smart Suite
- ✓ StarOffice Calc, integrada en StarOffice.
- ✓ Corel Quattro Pro, integrada en WordPerfect.
- ✓ Thinkfree, integrada en Hancorn

1.16.2 Definición de Excel



Excel es una aplicación que permite realizar hojas de cálculo, que se encuentra integrada en el conjunto ofimático de programas Microsoft Office.

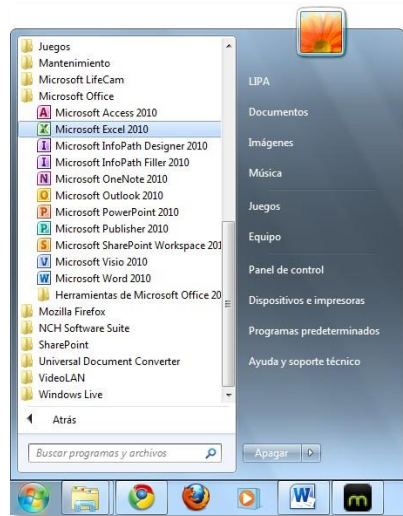
Sirve para trabajar con números de forma sencilla e intuitiva. Para ello se utiliza una cuadrícula donde en cada celda de la cuadrícula se pueden introducir números, letras y gráficos.

Por ejemplo, para sumar una serie de números sólo tienes que introducirlos uno debajo de otro, como harías en un papel, colocarte en la celda donde irá el resultado y decirle a Excel que quieres hacer la suma de lo que tienes encima.

Excel se puede utilizar para un sin número de cosas, tanto en el plano personal como en el plano profesional. Desde llevar las cuentas familiares hasta los más complejos cálculos financieros.

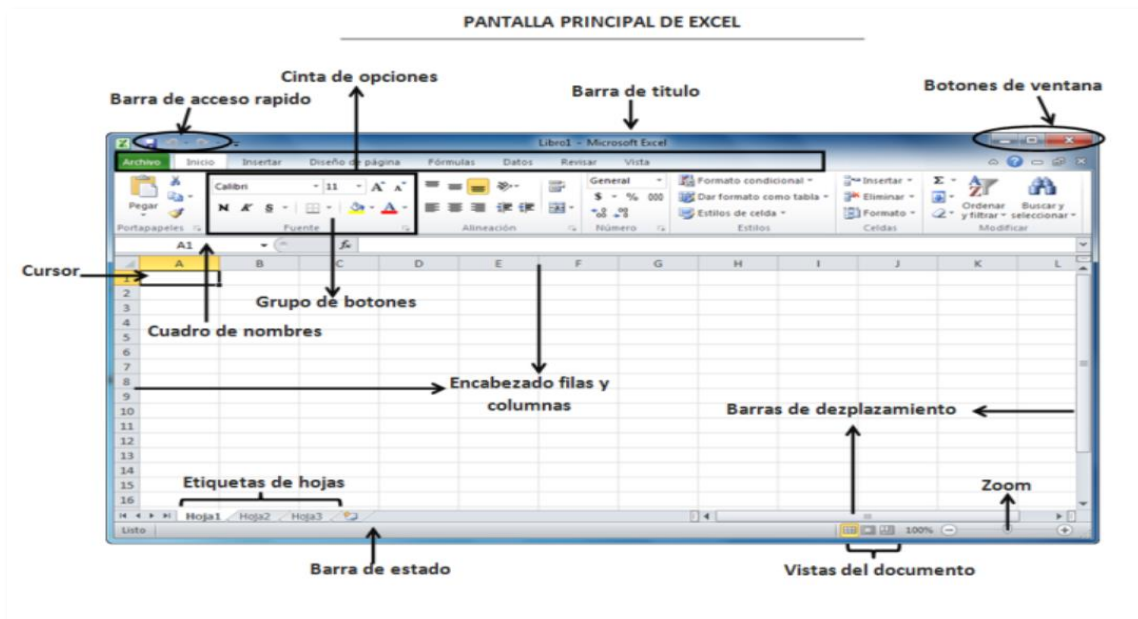
1.16.2.1 Uso de Excel

Desde el botón Inicio situado, normalmente, en la esquina inferior izquierda de la pantalla. Coloca el cursor y haz clic sobre el botón Inicio se despliega un menú; al colocar el cursor sobre Todos los programas, aparece otra lista con los programas que hay instalados en tu ordenador; coloca el puntero del ratón sobre la carpeta con el nombre Microsoft Office y haz clic sobre Microsoft Excel, y se iniciará el programa. El menú inicio puede aparecer de una de estas dos formas de acuerdo con la versión de office que este instalada.



1.16.2.2 Pantalla inicial de Excel

Al iniciar Excel aparece una pantalla inicial como ésta, vamos a ver sus componentes fundamentales, así conoceremos los nombres de los diferentes elementos. La pantalla que se muestra a continuación puede no coincidir exactamente con la que ves en tu ordenador, ya que cada usuario puede decidir qué elementos quiere que se vean en cada momento.

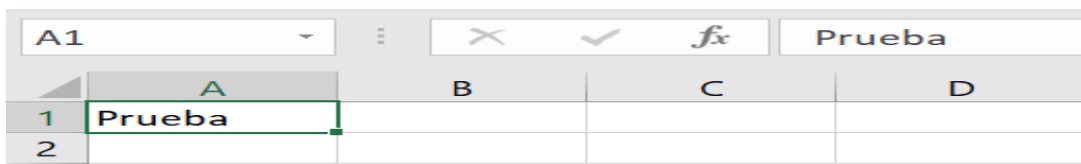


1.16.2.3 Introducir datos

En cada una de las celdas de la hoja, es posible introducir textos, números o fórmulas. En todos los casos, los pasos a seguir serán los siguientes:

Situar el cursor sobre la celda donde se van a introducir los datos y teclear los datos que desees introducir.

Aparecerán en dos lugares: en la celda activa y en la Barra de Fórmulas, como puedes observar en el dibujo siguiente:



Para introducir el valor en la celda puedes utilizar cualquiera de los tres métodos que se explican a continuación:

- **INTRO:** Se valida el valor introducido en la celda y además la celda activa pasa a ser la que se encuentra justo por debajo.

- **TECLAS DE MOVIMIENTO:** Se valida el valor introducido en la celda y además la celda activa cambiará dependiendo de la flecha pulsada, es decir, si pulsa FLECHA DERECHA será la celda que continúa hacia la derecha.
- **CUADRO DE ACEPTACIÓN:** Es el botón de la barra de fórmulas, al hacer clic sobre él se valida el valor para introducirlo en la celda, pero la celda activa seguirá siendo la misma.

1.16.2.4 Tipos de datos

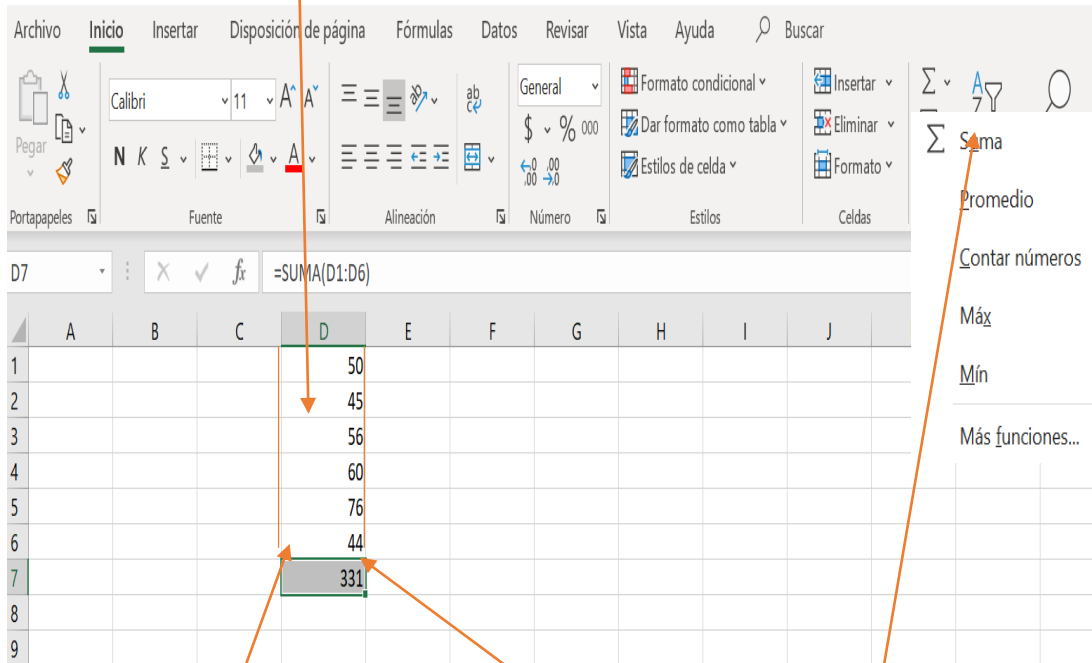
En una Hoja de cálculo, los distintos TIPOS DE DATOS que puede introducir son:

VALORES CONSTANTES, es decir, un dato que se introduce directamente en una celda. Puede ser un número, una fecha u hora, o un texto.

FÓRMULAS, es decir, una secuencia formada por: valores constantes, referencias a otras celdas, nombres, funciones, u operadores. Es una técnica básica para el análisis de datos. Se pueden realizar diversas operaciones con los datos de las hojas de cálculo como +, -, *, /, Sen, Cos, etc. En una fórmula se pueden mezclar constantes, nombres, referencias a otras celdas, operadores y funciones. La fórmula se tipea (escribe) en la barra de fórmulas y debe empezar siempre por el signo = O +.

1.16.2.5 Resolución de problemas con Excel

Excel permite resolver suma o problemas de varias cantidades en simultáneo de forma automática.



Para resolver el problema o la sumatoria solo se debe colocar el curso en la última celda de la columna donde se encuentra la sumatoria.

Dar clic en el símbolo de sumatoria y selecciona "suma", luego pulse Enter y muestra el resultado.

1.16.3 Zoho Sheet

Zoho Sheet es una aplicación de hojas de cálculo en línea que le permite crear, editar y compartir hojas de cálculo en la Web. Es práctico para empresarios, contables, científicos, estudiosos, estudiantes y todos los que tengan que trabajar con datos tabulares y necesiten usar hojas de cálculo. Puede utilizarse para trabajar con grandes cantidades de datos, fórmulas y gráficos.

Utilización de Zoho Sheet

A Zoho Sheet se puede acceder desde cualquier lugar: Cree, edite y acceda a sus hojas de cálculo desde cualquier lugar del mundo. Lo único que necesita es un navegador web y una conexión a Internet.

Se puede compartir las hojas de cálculo con amigos y colabore en tiempo real. También se puede publicar sus hojas de cálculo para el consumo público o incrustar una hoja de cálculo interactiva a un sitio web/blog. Importe o exporte en Excel: copie y pegue desde Excel o importe un archivo Excel. También puede volver a exportar su hoja de cálculo en diferentes formatos.

- ✓ Funciones: Escoja entre más de 300 funciones para sus cálculos.
- ✓ Gráficos: Escoja desde 27 tipos de gráficos para analizar y añadir visualización de sus datos.
- ✓ Tablas dinámicas y macros: Utilice características avanzadas como Macros VBA y tablas dinámicas.

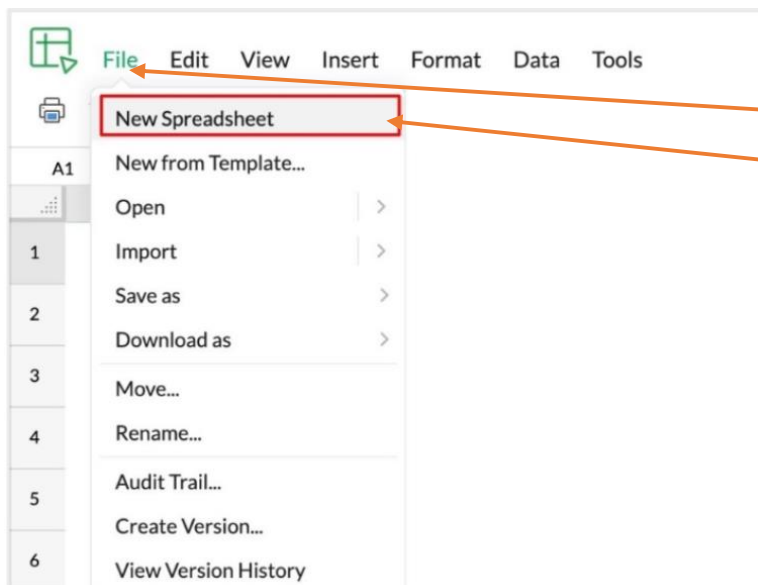
Disponible en 26 idiomas: búlgaro, catalán, chino (simplificado), chino (tradicional), checo, danés, holandés, inglés, esperanto, francés, alemán, húngaro, italiano japonés, noruego, polaco, portugués (brasileño), portugués (europeo), rumano, ruso, serbio, español, sueco, tamil, turco y ucraniano.

Esta aplicación es compatible con los navegadores siguientes: Internet Explorer, Mozilla Firefox, Safari, Chrome

1.16.3.1 Aplicación Zoho sheet

Para crear una nueva hoja de cálculo.

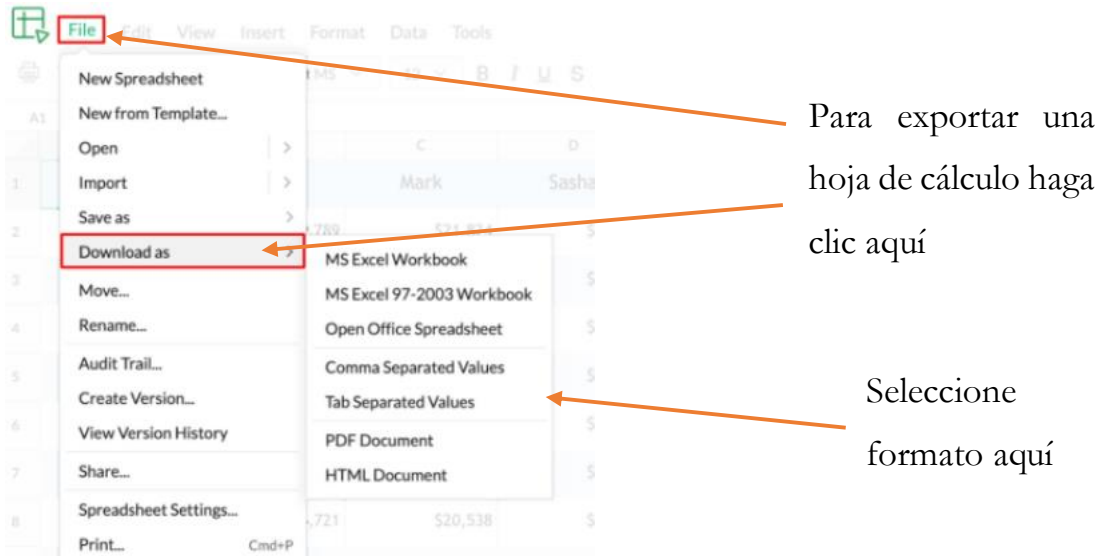
- ✓ Haga clic en menú archivo.
- ✓ En el menú desplegable elija nueva hoja de cálculo.
- ✓ Si está usando en el navegador debe de darle clic a nueva hoja de cálculo en la parte superior derecha.



Hacer clic aquí para crear nueva hoja de cálculo

1.16.3.2 Exportar una hoja de cálculo de Zoho sheet

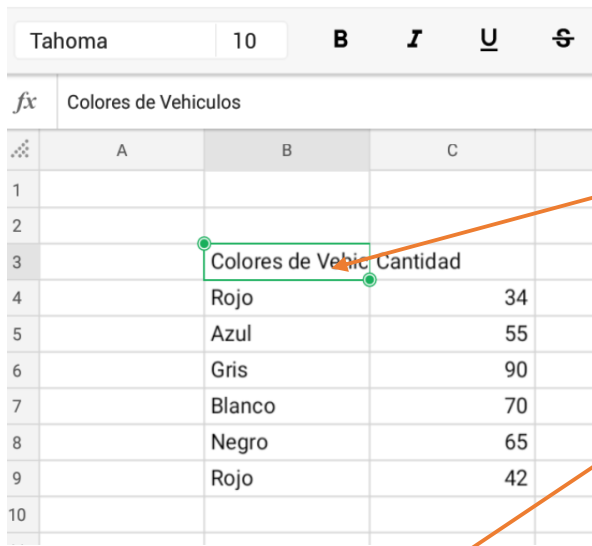
- ✓ Hacer clic en archivo, luego descargar.
- ✓ Elija el formato en que desea exportar la hoja de cálculo.



Los formatos en que se puede exportar una hoja son los siguientes:

- ✓ Libro de trabajo MS Excel (XLS).
- ✓ MS Excel 97-2003 Workbook.
- ✓ Hoja de cálculo de Open Document.
- ✓ Valores separados por tabulación.
- ✓ Documentos PDF.
- ✓ Documento HTML.

1.16.3.3 Creación de una tabla en Zoho sheet

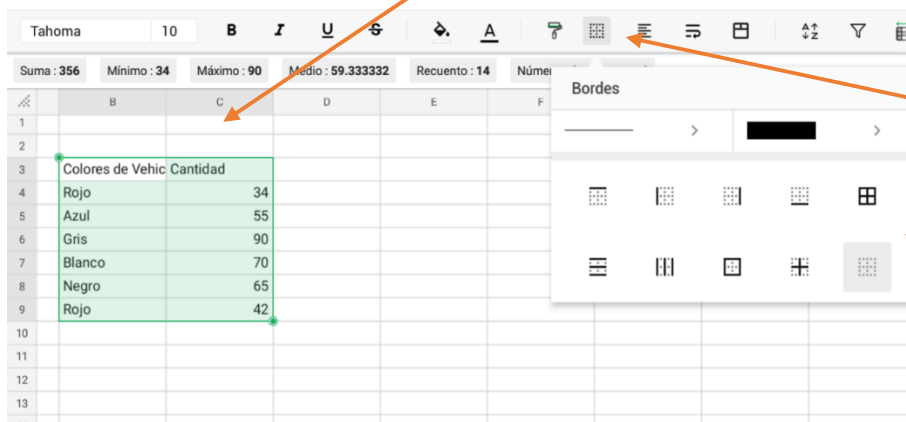


A screenshot of the Zoho Sheet interface. The font is set to 'Tahoma' and size to '10'. The font style buttons for Bold (B), Italic (I), Underline (U), and Strikethrough (ABC) are visible. The formula bar shows 'Colores de Vehiculos'. The spreadsheet grid shows columns A, B, and C, and rows 1 through 10. A table is being created with the following data:

	Colores de Vehic	Cantidad
4	Rojo	34
5	Azul	55
6	Gris	90
7	Blanco	70
8	Negro	65
9	Rojo	42

Dar doble clic en la primera celda donde quiere realizar el cuadro.

Seleccione las celdas hasta donde se quiere realizar el cuadro.



A screenshot of the Zoho Sheet interface showing the 'Bordes' (Borders) menu open. The menu is positioned over the table from the previous screenshot. The menu options include: 'Borde' (border), 'Bordes' (all borders), 'Borde superior' (top border), 'Borde inferior' (bottom border), 'Borde izquierdo' (left border), 'Borde derecho' (right border), 'Borde superior e inferior' (top and bottom borders), 'Borde izquierdo y derecho' (left and right borders), and 'Bordes superior, inferior, izquierdo y derecho' (all four borders). The 'Bordes' option is highlighted.

Seleccione la opción "borde" y luego todos los bordes o el borde que desee poner.



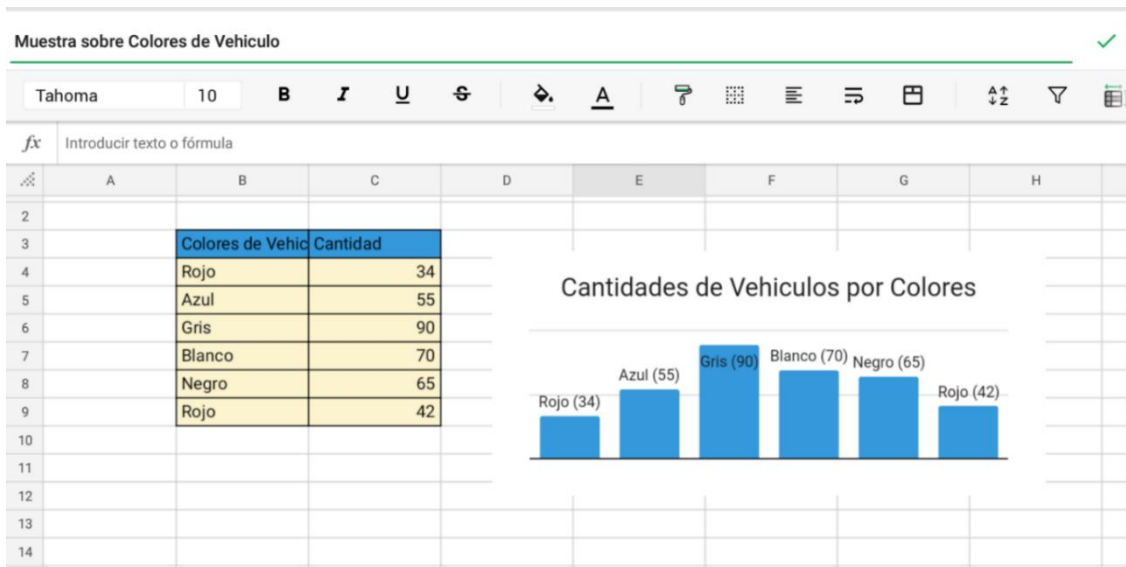
A screenshot of the Zoho Sheet interface showing the final table with borders applied. The table is located in columns B and C, and rows 3 through 9. The data is as follows:

	Colores de Vehic	Cantidad
4	Rojo	34
5	Azul	55
6	Gris	90
7	Blanco	70
8	Negro	65
9	Rojo	42

Así queda el cuadro o tabla.

1.16.3.4 Resolución de problemas con Zoho sheet

Ejemplo, Juan y Francis están sentados en el Barcón de su casa Frente a la calle José Epifanio Rodríguez cuando de repente se pone a contar la cantidad de vehículo por colores que pasaron durante una hora y obtuvieron los siguientes resultados.



1.16.4 SPSS



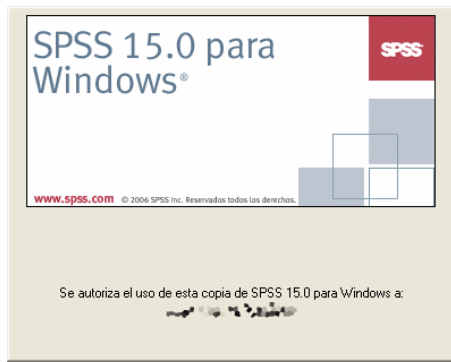
SPSS ofrece análisis estadístico avanzado, una amplia biblioteca de algoritmos de aprendizaje automático, análisis de texto, extensibilidad de código abierto, integración con big data y una implementación perfecta en aplicaciones.

Su facilidad de uso, flexibilidad y escalabilidad hacen que SPSS sea accesible para usuarios de todos los niveles. Además, es adecuado para proyectos de todos los tamaños y niveles de complejidad, y puede ayudarlo a usted y a su organización a encontrar nuevas oportunidades, mejorar la eficiencia y minimizar el riesgo.

Dentro de la familia de productos de software SPSS, SPSS Statistics admite un enfoque de prueba de hipótesis de arriba hacia abajo para sus datos, mientras que SPSS Modeler expone patrones y modelos ocultos en los datos a través de un enfoque de generación de hipótesis de abajo hacia arriba.

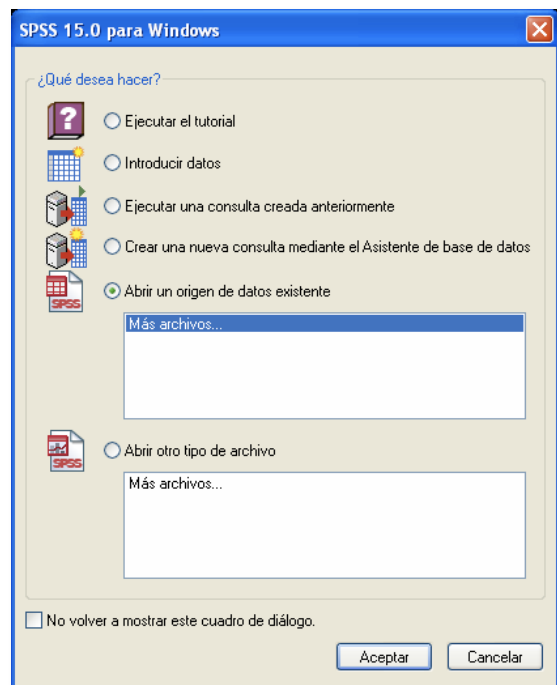
Este es uno de los Softwares más conocidos y utilizados para la realización de investigaciones de mercado e investigaciones relacionadas al área de la sociología y psicología. Una de las características fundamentales de SPSS es su facilidad de uso, junto a la potencia e integridad del software, convirtiéndolo en una de las herramientas más potentes para este tipo de trabajos.

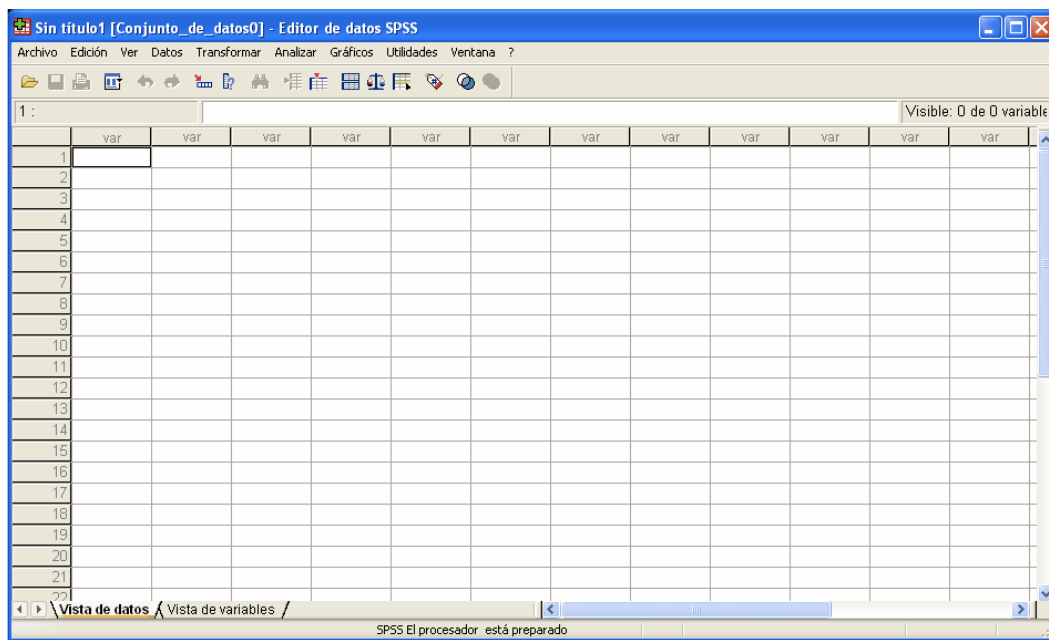
1.16.4.1 Uso de SPSS



Al iniciar el Software, lo primero que se despliega es una ventana de información (que se observa a la izquierda) la que indica la versión del software, que en este caso corresponde a la versión 15.0 para Windows y además muestra la información referente al propietario de la licencia.

Una vez abierto el software, se observa una ventana de “Bienvenida”, donde la más importante es la de abrir archivos utilizados recientemente. Pase a lo anterior, se recomienda no utilizar esta ventana, debido a que generalmente no se puede observar bien la base de datos con la que se está trabajando, pudiendo generar errores al momento de abrir una base de datos particular.



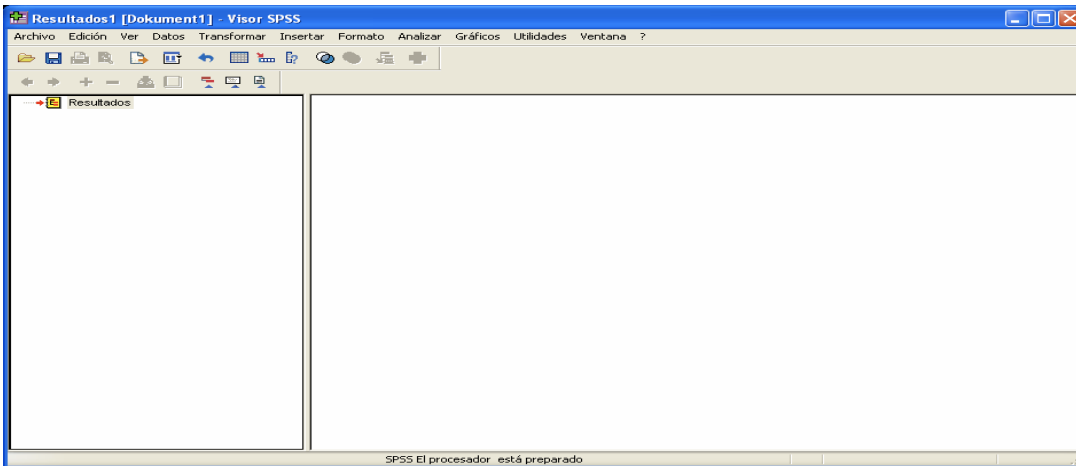


Visor de datos

SPSS se compone de dos ventanas de trabajo. La primera recibe el nombre de Editor de Datos (arriba) y es la ventana donde se ingresan los datos con los que se trabajará. Para los familiarizados con Microsoft Excel, esta ventana les resultará familiar y su forma de trabajo será bastante similar. En las columnas (hacia la izquierda) se introducirán las distintas variables que compongan la base de datos. En términos prácticos, cada pregunta de un cuestionario realizado corresponde a una variable.

En las filas (hacia abajo) son introducidos los datos, o las respuestas entregadas por los encuestados, o donde sea que se hayan extraído los datos para la realización de la base de datos. Así, si se entrevistó a 100 personas, hacia abajo deberá haber 100 registros.

Este Editor posee dos tipos de vista: “Vista de datos” y “Vista de variables”. En la primera, el investigador observará los datos ingresados, mientras que en la segunda se puede acceder a los atributos de las distintas variables para poder editarlos.



Visor de resultados

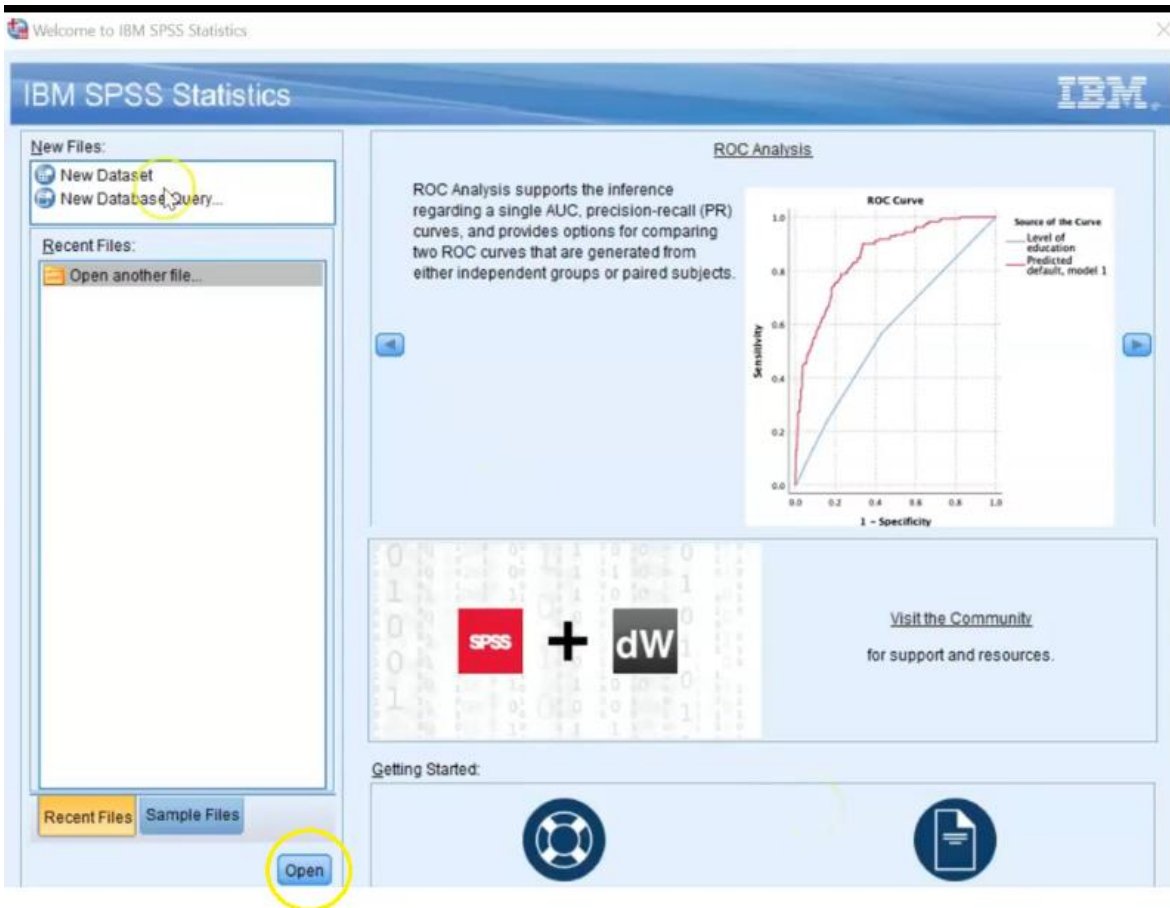
La segunda ventana correspondiente al área de trabajo de SPSS se conoce como “Visor de Resultados” y, tal como su nombre lo indica, corresponde a una ventana donde el software despliega los resultados que se obtienen de los distintos análisis realizados. En la sección izquierda, el software mostrará los títulos de los distintos análisis y los desplegará como un diagrama de árbol.

Por otra parte, en la sección derecha se muestran los resultados obtenidos, los cuales pueden ser copiados y pegados a software como Microsoft Word o Excel para realizar informes u otras acciones que el investigador considere necesarias.

SPSS utiliza varios tipos de ventanas o pantallas en sus operaciones básicas. Cada ventana está asociada con tareas específicas y tipos de archivos SPSS. Más adelante se describen los propósitos básicos y la función de las tres ventanas más comunes: el Editor de datos, el Visor de salida y el Editor de sintaxis, ya que estas tres ventanas son integrales para la mayoría de las acciones realizadas en el programa.

Cuando abra SPSS por primera vez, aparecerá un cuadro de diálogo.

Si desea crear un nuevo conjunto de datos, elija Nuevo conjunto de datos dentro del cuadro de texto Nuevos archivos: Haga clic en Abrir en la parte inferior.



Si desea crear una nueva consulta de base de datos, elija Nueva consulta de base de datos... dentro del cuadro de texto Nuevos archivos: Haga clic en Abrir en la parte inferior.

Welcome to IBM SPSS Statistics

IBM SPSS Statistics

New Files:

- New Dataset
- New Database Query

Recent Files:

- ...26\Samples\English\brakes.sav
- Open another file...

Recent Files Sample Files

Open

Bayesian Statistics One-way Repeated Measures ANOVA

Measures one factor from the same subject at each distinct time point or condition, and allows subjects to be crossed within the levels.

Bayes Factor and Test of Sphericity

		Mauchly's Test of Sphericity			
	Bayes Factor ^a	Mauchly's W ^b	Approx. Chi-Square	df	Sig.
Within-Subject Effect	4.984E+112	.000		2	.000

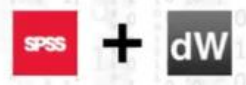
a. Method: Roubin's method. Number of Samples: 104. Seed: 599787049. Testing model versus null model.

b. The Mauchly's Test uses an equally-spaced polynomial contrast to test the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.

Bayesian Estimates of Group Means^a



Dependent Variables	Posterior		95% Credible Interval	
	Mode	Mean	Lower Bound	Upper Bound
Educational Level (years)	12.77	12.77	-1248.48	1274.02
Employment Category	1.20	1.20	-1260.05	1262.45
Current Salary	\$28,713.94	\$28,713.94	\$27,452.69	\$29,975.19

a. Posterior distribution was estimated based on the Bayesian Central Limit Theorem.



[Visit the Community](#)
for support and resources.

Getting Started:

También puede abrir un archivo reciente eligiendo el nombre del archivo en el cuadro de texto Archivos recientes: Haga clic en Abrir en la parte inferior.

Welcome to IBM SPSS Statistics

IBM SPSS Statistics

New Files:

- New Dataset
- New Database Query...

Recent Files:

- ...26\Samples\English\brakes.sav
- Open another file...

Bayesian Statistics One-way Repeated Measures ANOVA

Measures one factor from the same subject at each distinct time point or condition, and allows subjects to be crossed within the levels.

Bayes Factor and Test of Sphericity

Within-Subject Effect	Bayes Factor ^a	Mauchly's W ^b	Mauchly's Test of Sphericity		
			Approx. Chi-Square	df	Sig.
	4.984E+112	.000		2	.000

a. Method: Reader's method. Number of Samples: 104. Seed: 599767049. Testing model versus null model.

b. The Mauchly's Test uses an equally-spaced polynomial contrast to test the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.

Bayesian Estimates of Group Means^a

Dependent Variables	Mode	Posterior		95% Credible Interval	
		Mean	Variance	Lower Bound	Upper Bound
Educational Level (years)	12.77	12.77	414100.807	-1248.48	1274.02
Employment Category	1.20	1.20	414100.807	-1260.05	1262.45
Current Salary	\$28,713.94	\$28,713.94	414100.807	\$27,452.69	\$29,975.19

a. Posterior distribution was estimated based on the Bayesian Central Limit Theorem.

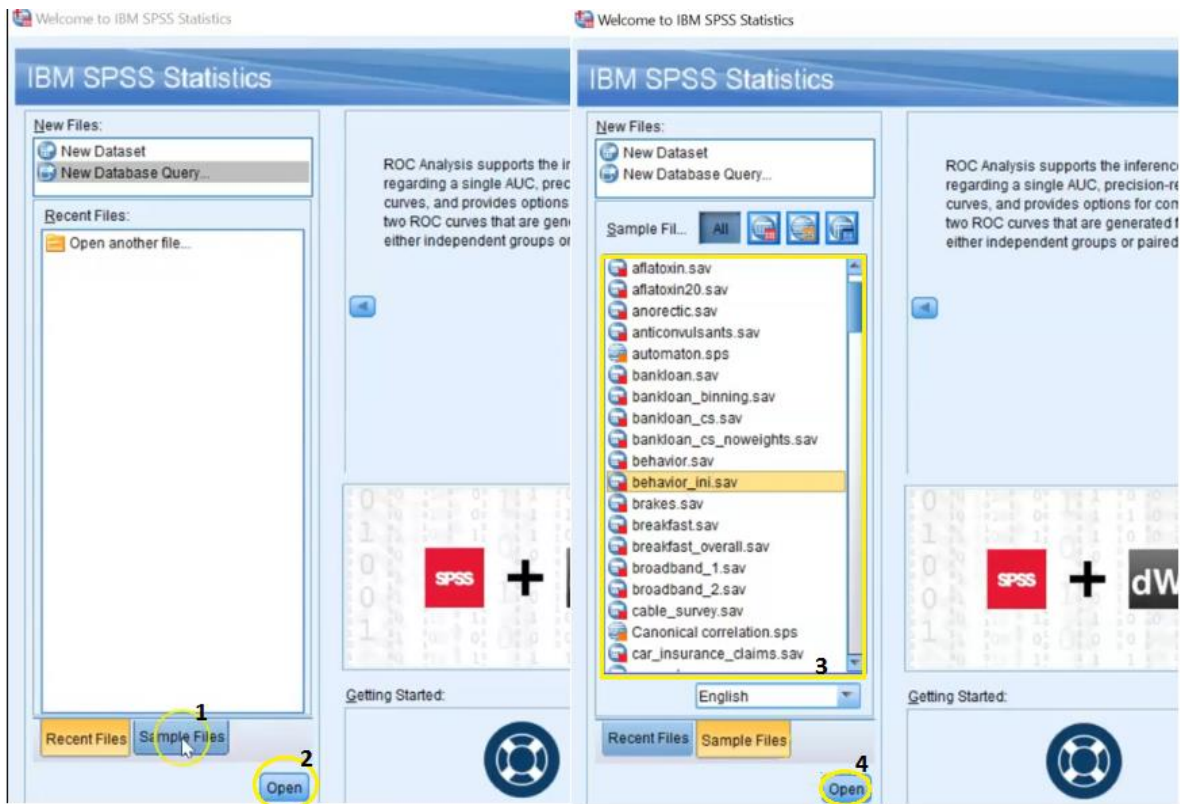
SPSS + dW

[Visit the Community](#)
for support and resources.

Getting Started:

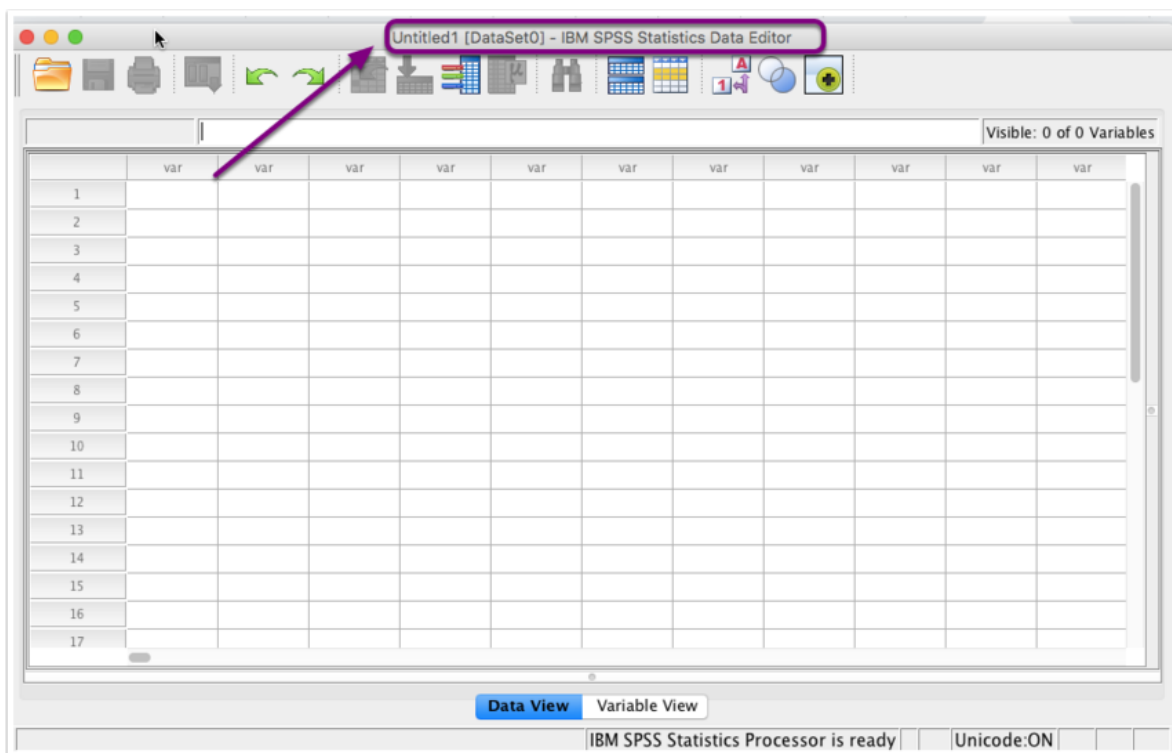
Recent Files | Sample Files | **Open**

También puede abrir un archivo de datos de muestra haciendo clic en la pestaña Archivos de muestra en la parte inferior del cuadro de texto Archivos recientes: Seleccione el conjunto de datos que le gustaría abrir. Luego haga clic en Abrir.



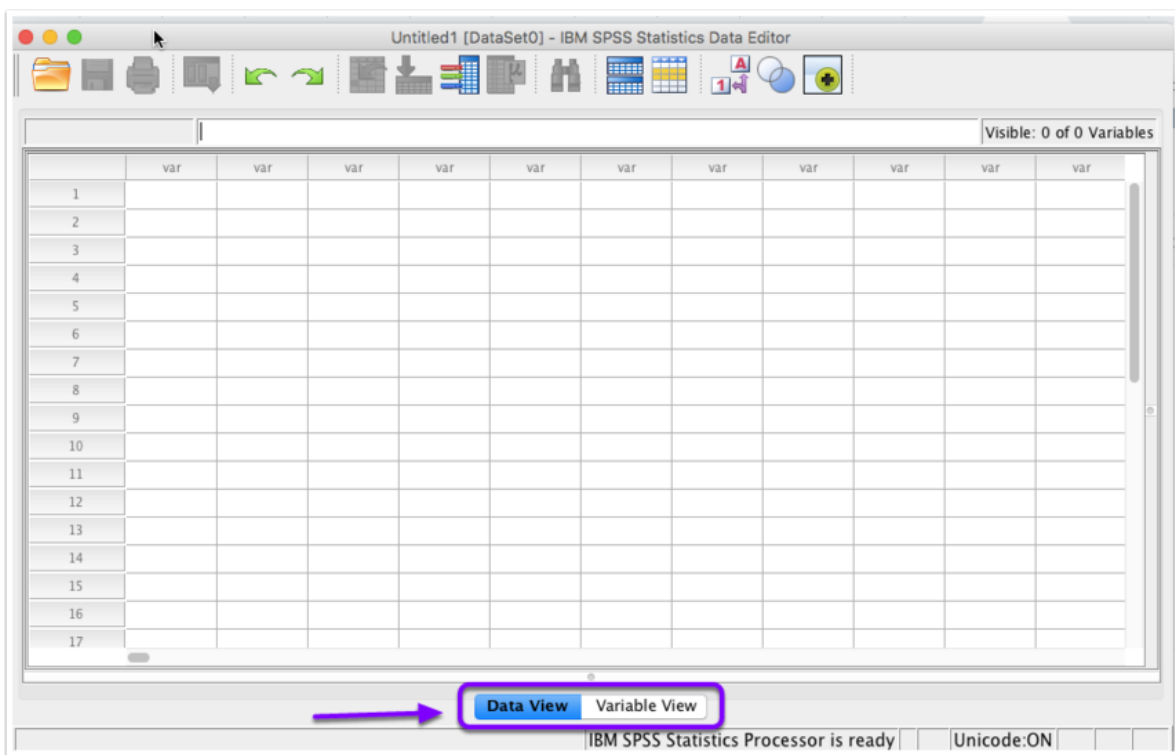
1.16.4.2 Editor de datos y variables.

La ventana Editor de datos es la ventana predeterminada y se abre cuando se abre SPSS

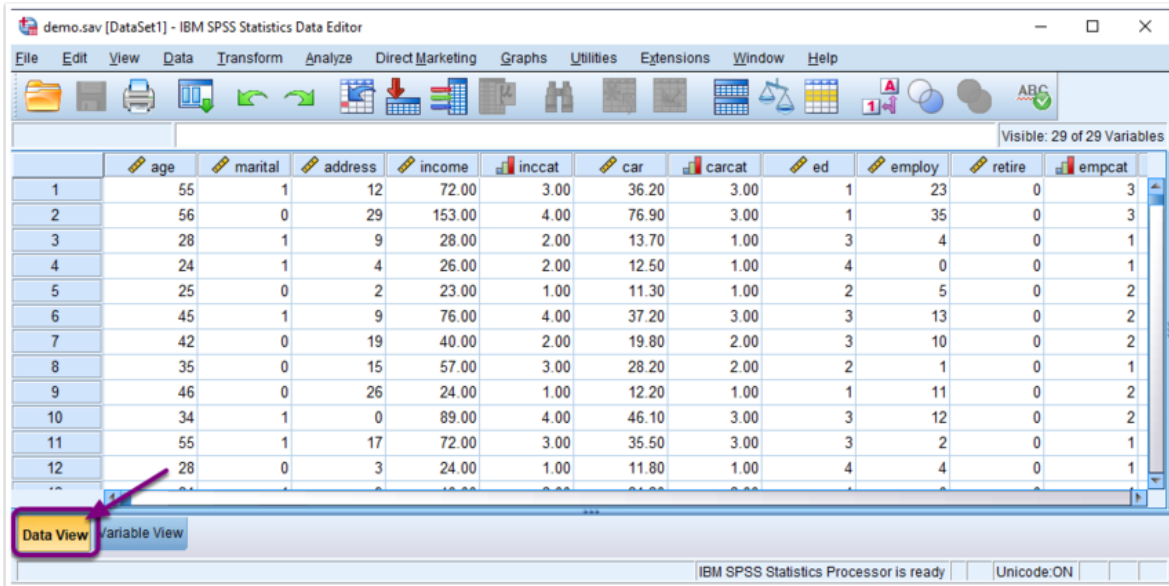


Esta ventana muestra el contenido de los archivos de datos abiertos y proporciona menús desplegables que le permiten modificar y analizar datos. Los datos se muestran en un formato de hoja de cálculo donde las columnas representan variables y las filas representan casos.

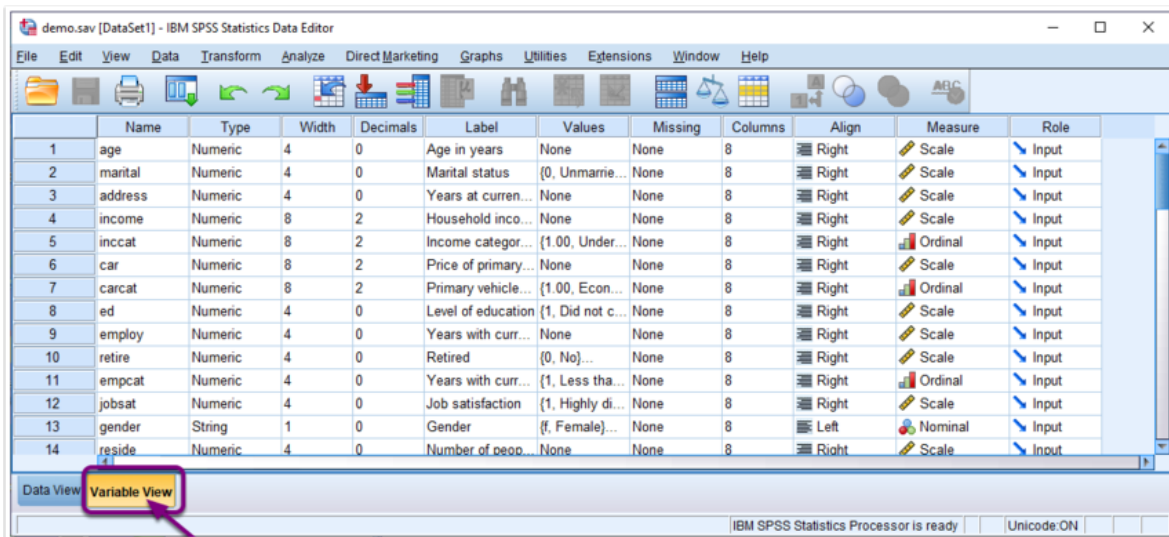
El formato de hoja de cálculo incluye dos pestañas en la parte inferior etiquetadas como Vista de datos y Vista de variable.



La pestaña Vista de datos muestra el conjunto de datos abierto donde las variables aparecen en las columnas y los casos en las filas.



La pestaña Vista de variables muestra información sobre las variables del conjunto de datos (pero no los datos en sí), como los nombres, los tipos y las etiquetas de las variables.

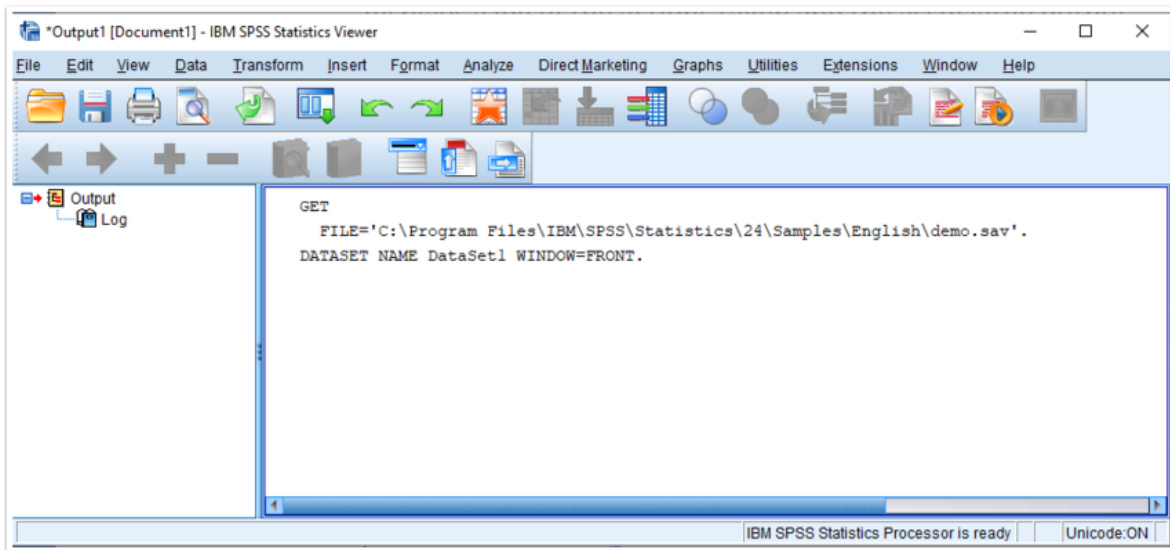


Visor de salida

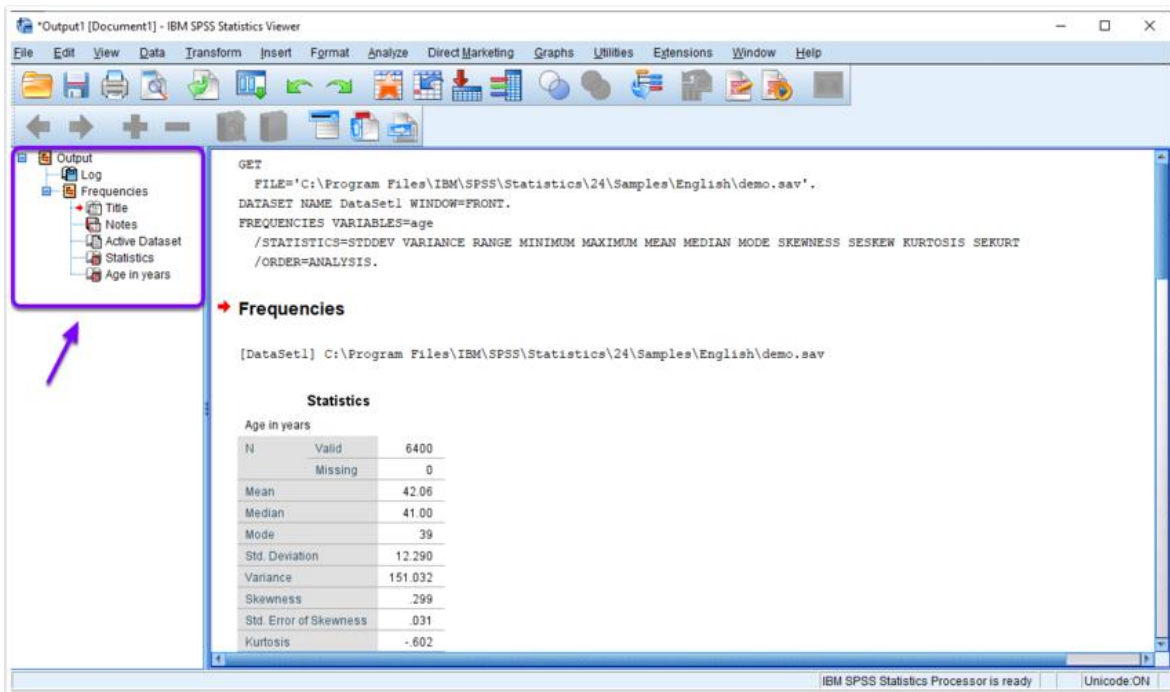
Cuando realiza cualquier comando en SPSS, la ventana Visor de resultados se abre automáticamente y muestra un registro de las acciones realizadas y el resultado asociado.

Principalmente, el Visor de salida es donde se muestran los resultados del análisis estadístico, pero cualquier comando invocado a través de los menús desplegables o la sintaxis se imprimirán en el Visor de salida. Esto incluye abrir, cerrar o guardar un archivo de datos.

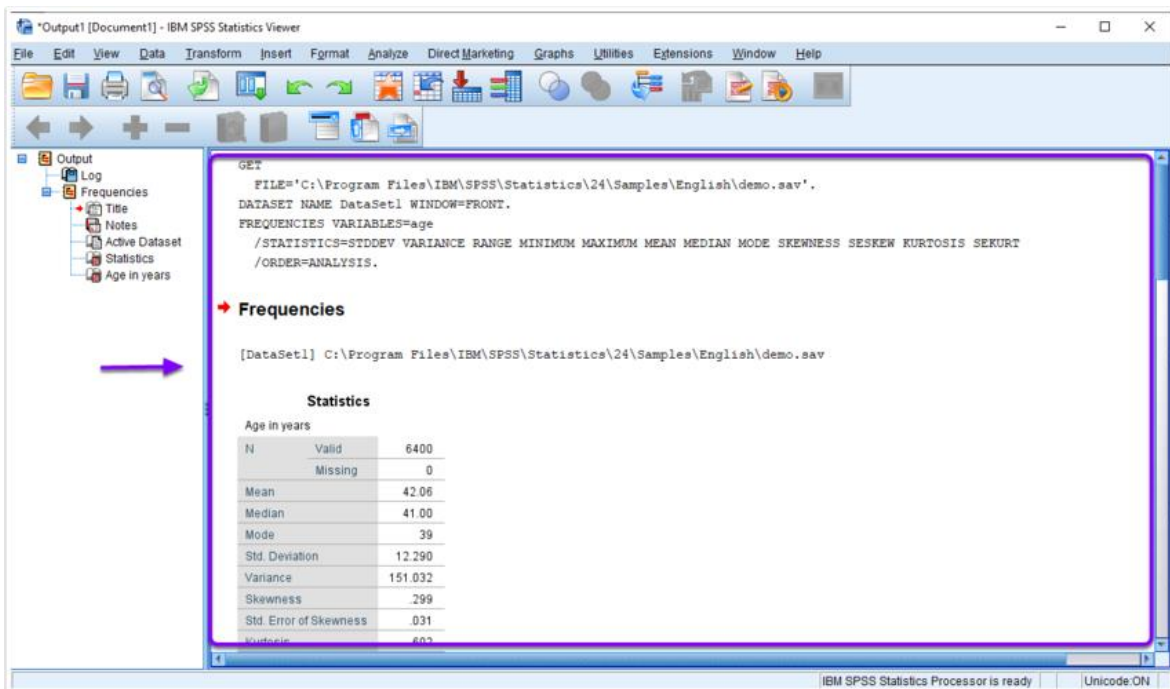
Si una ventana de Vista de salida no está abierta cuando se ejecuta un comando, se creará automáticamente una nueva ventana del Visor de salida.



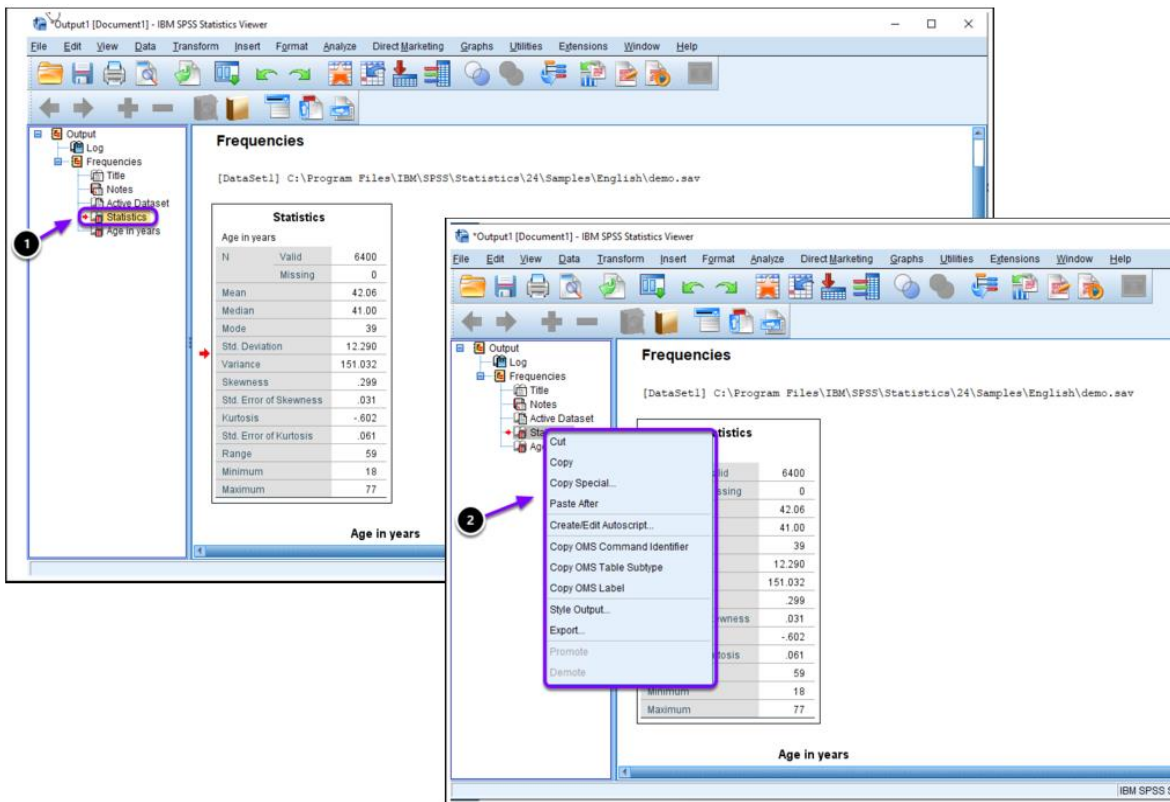
La ventana del Visor de salida se divide en dos secciones o marcos. El cuadro izquierdo contiene un esquema del contenido en el Visor de salida. Este esquema es especialmente útil cuando ha ejecutado muchos comandos de SPSS y necesita ubicar una sección particular de salida fácilmente.



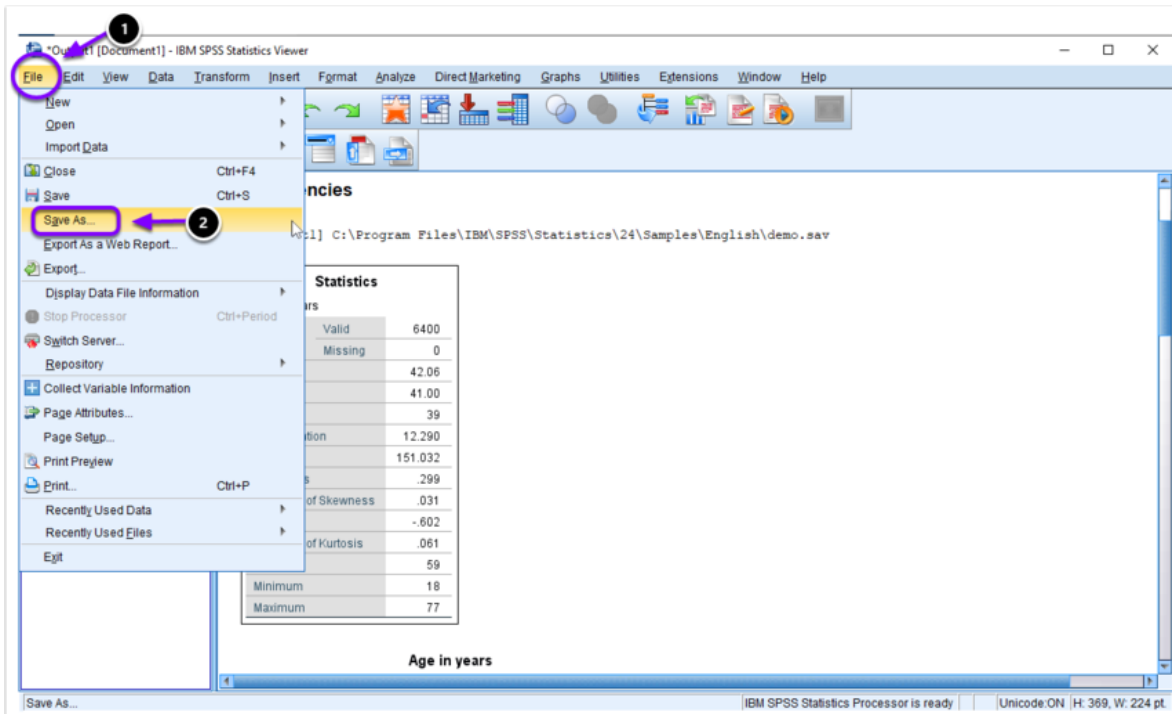
El cuadro de la derecha contiene la salida real. Al hacer clic en un elemento en el marco izquierdo, se saltará a ese contenido en el marco derecho. Los elementos que se han seleccionado en el marco de la derecha se indican con una flecha roja y un cuadro alrededor del contenido.



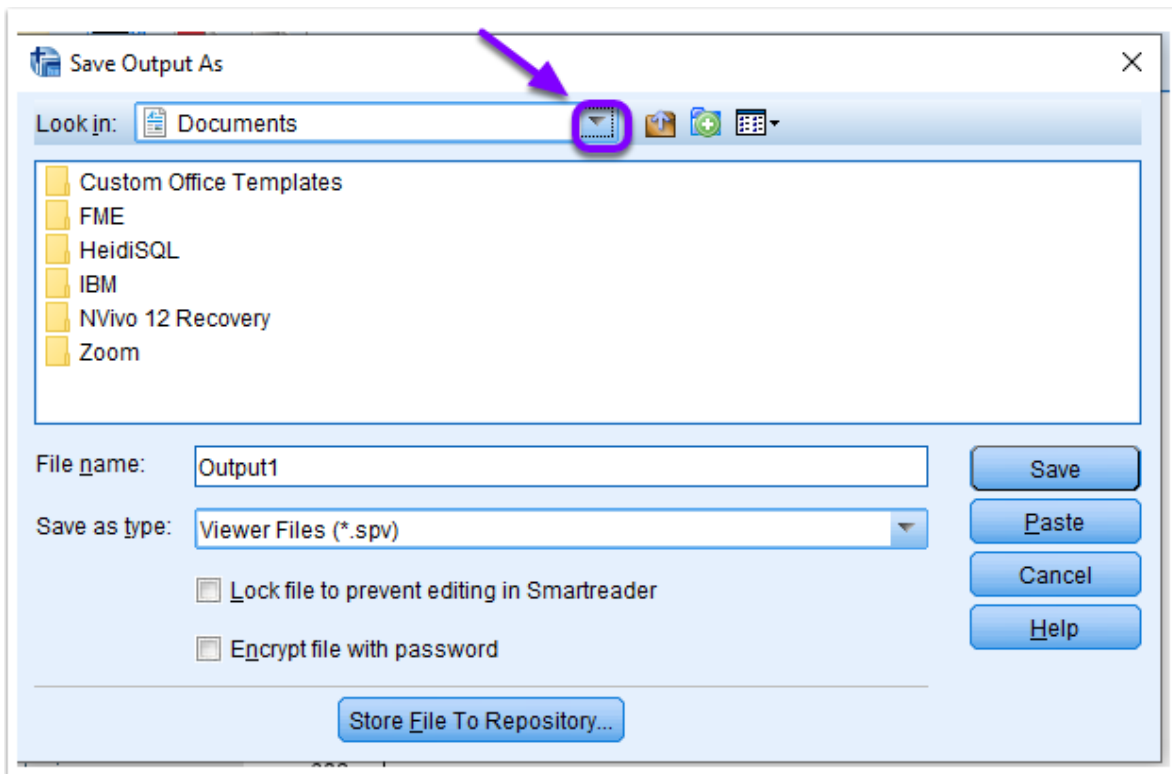
Puede modificar el contenido en el Visor de salida seleccionando los elementos en el marco izquierdo o derecho, haciendo clic con el botón derecho en el elemento y luego seleccionando la opción que desee. Para eliminar un elemento del Visor de salida, haga clic en su nombre en el marco izquierdo o haga clic en el objeto mismo en el marco derecho, luego presione la tecla Suprimir en su teclado.



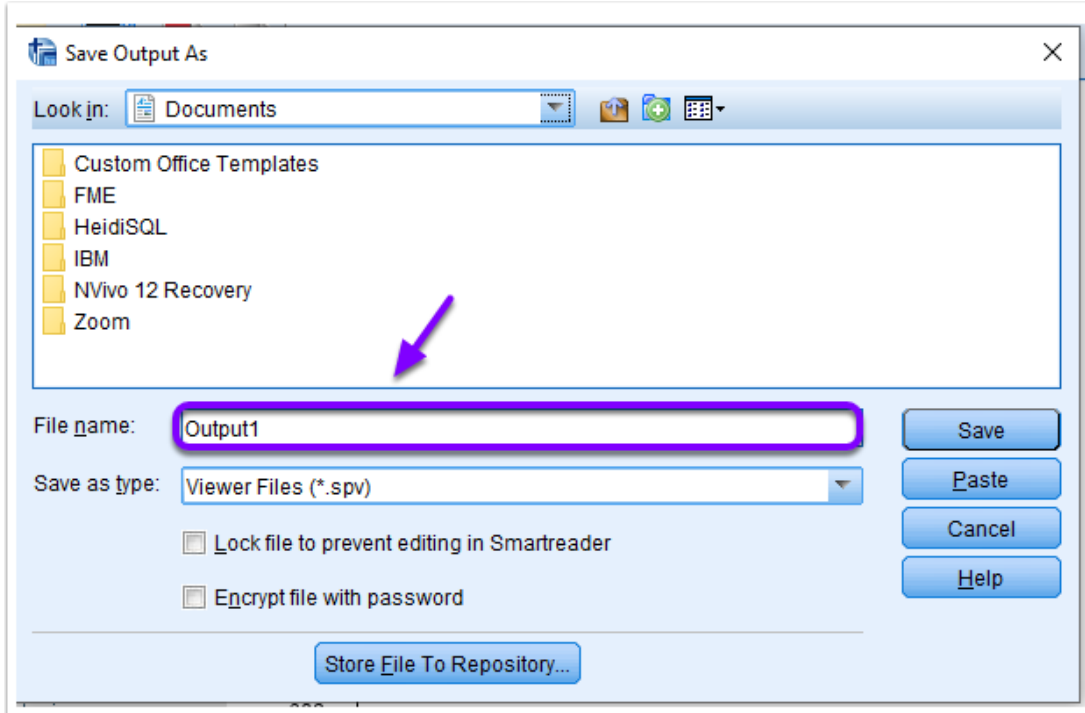
Una ventana del Visor de salida se puede guardar como un archivo de visor (*.spv) para que pueda revisarla nuevamente sin tener que volver a ejecutar los mismos comandos en SPSS. Para guardar una ventana del Visor de salida, haga clic en Archivo y luego en Guardar como.



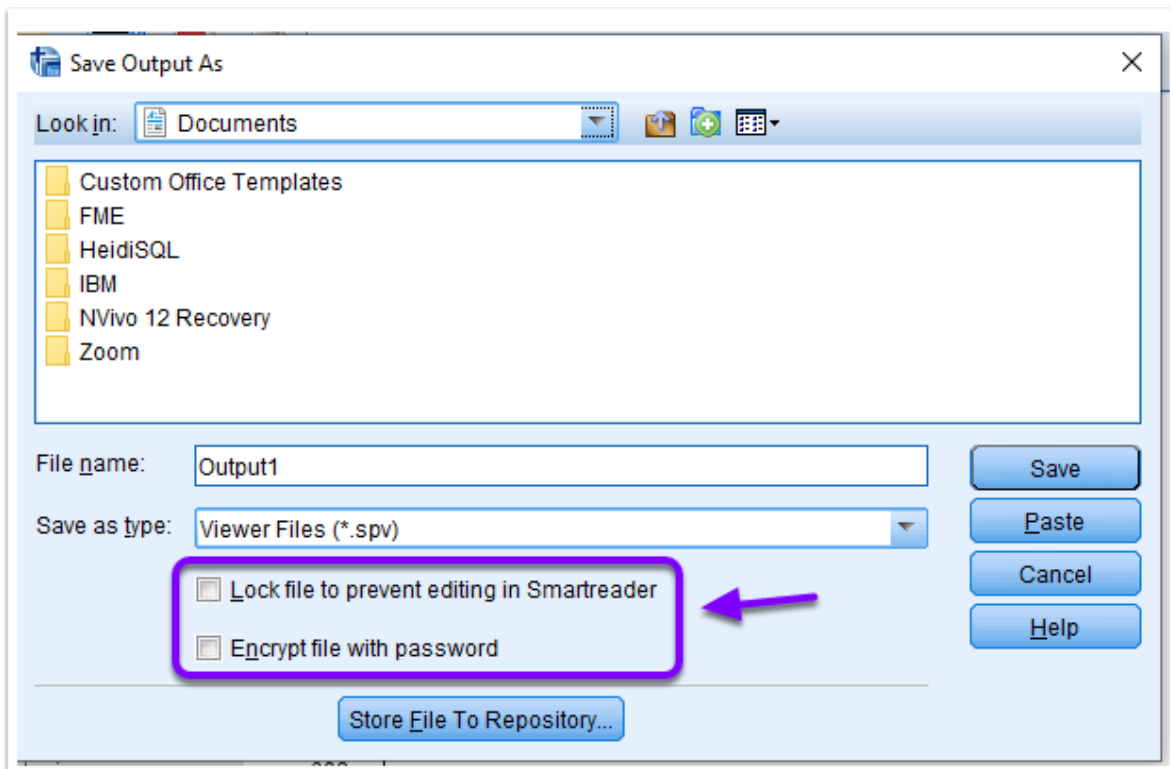
Elija la ubicación donde le gustaría guardar su archivo usando la flecha desplegable junto al cuadro de texto Buscar en:



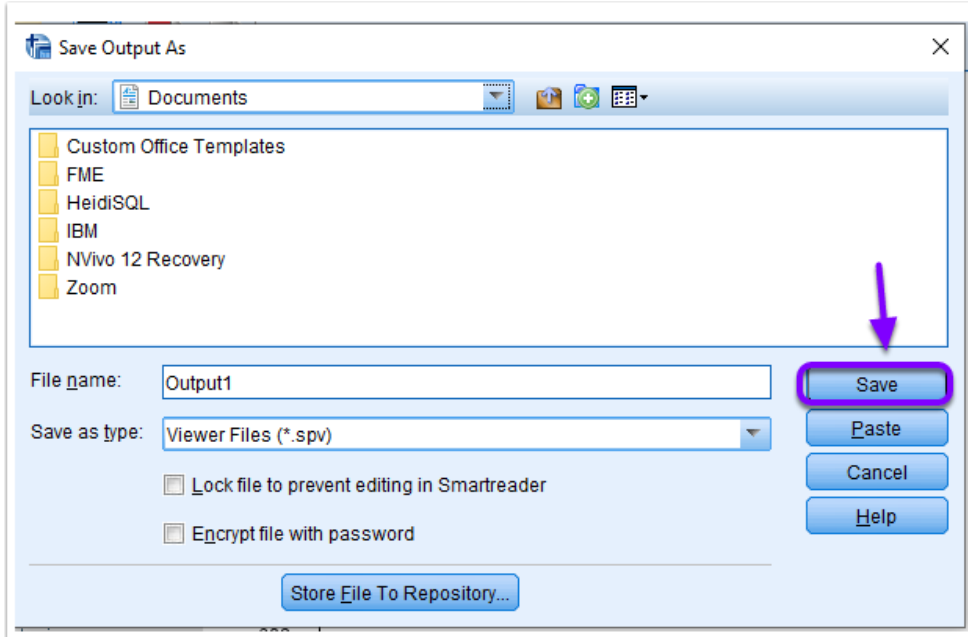
Nombre su archivo en el cuadro de texto Nombre de archivo:



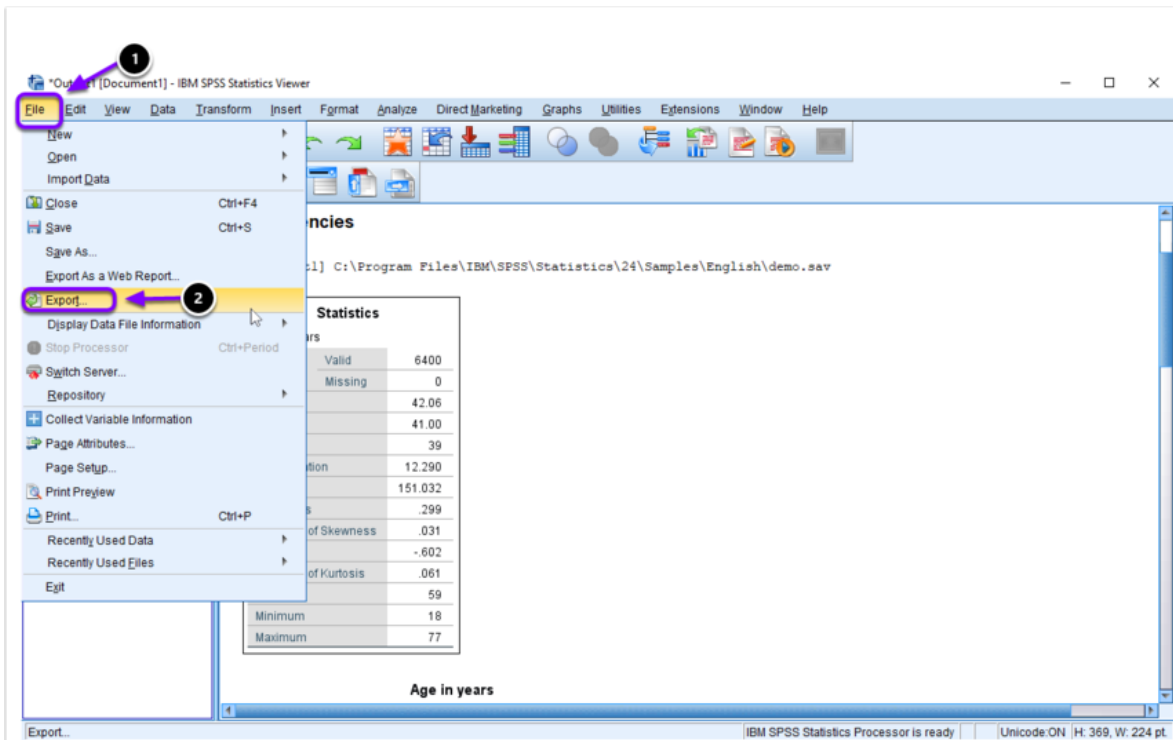
Compruebe qué opciones adicionales puede desear.



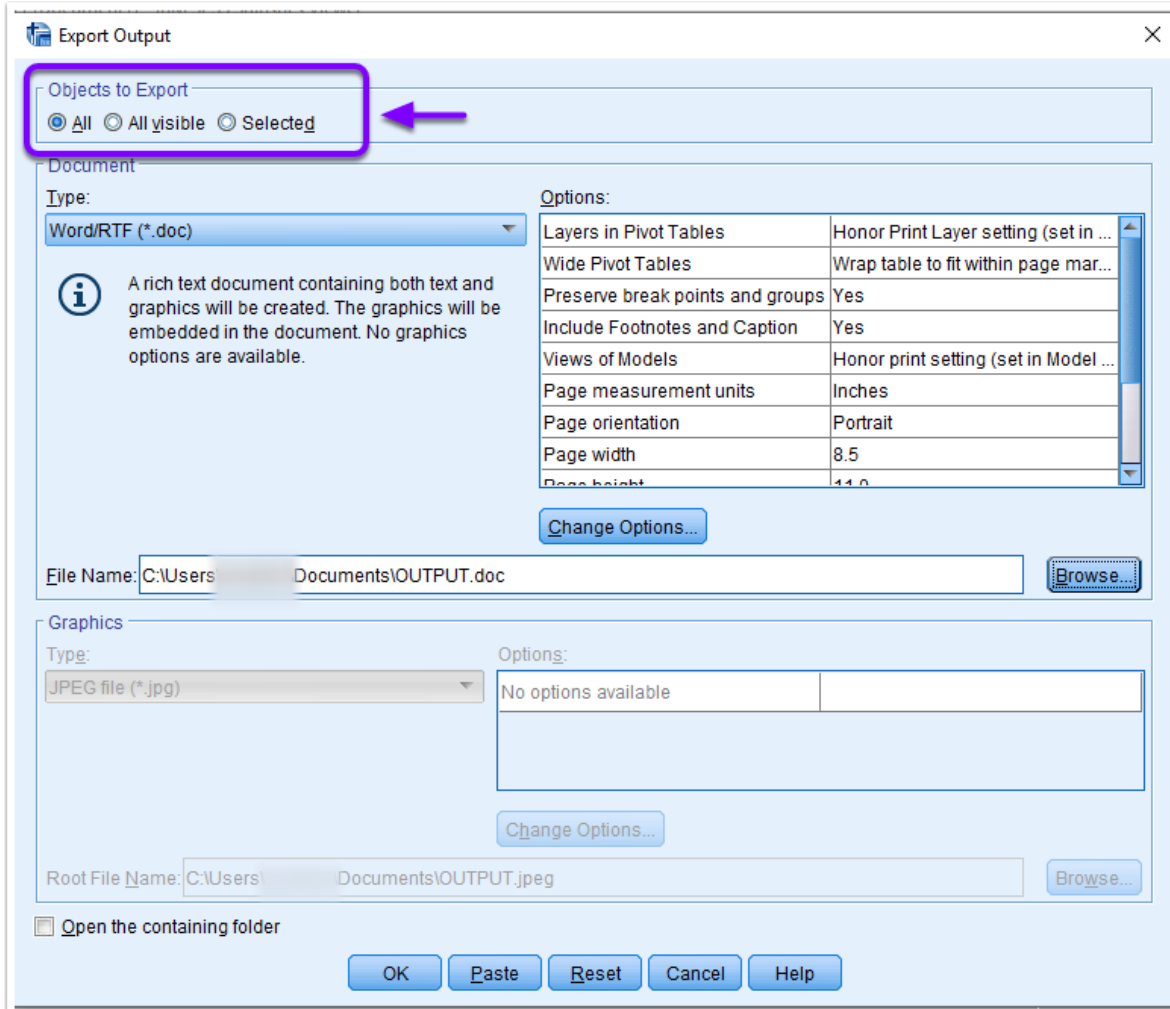
Haga clic en Guardar.



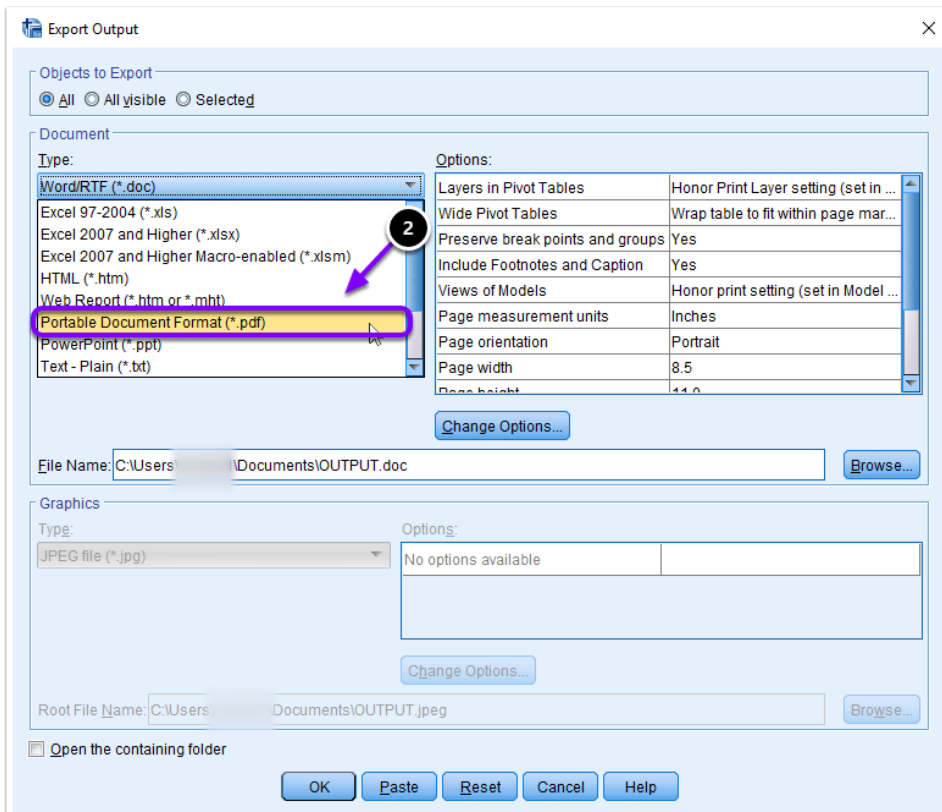
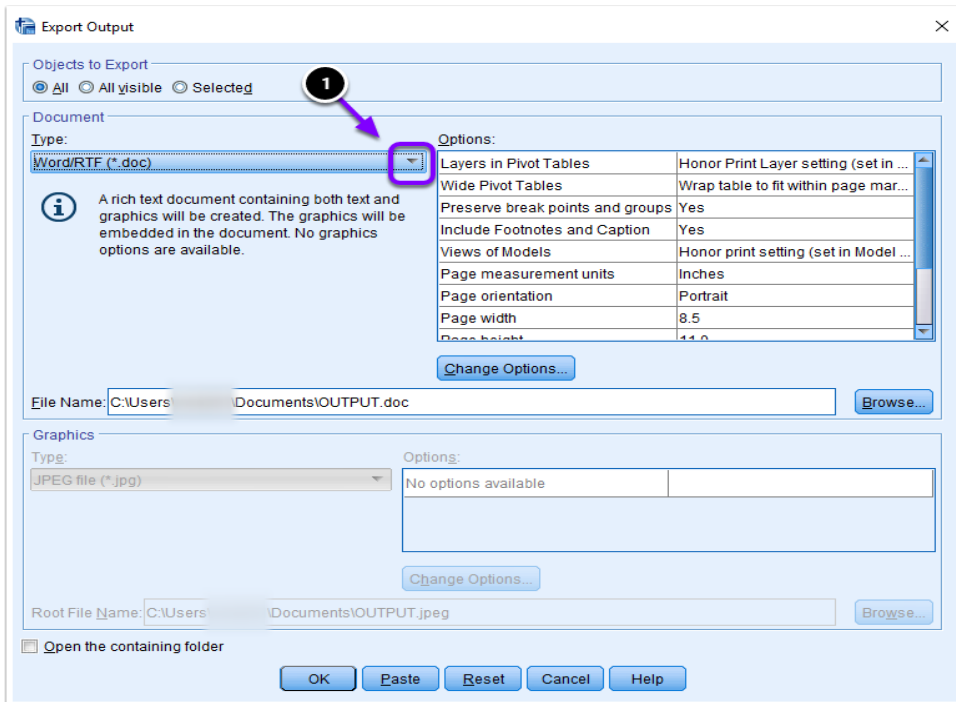
Como alternativa, puede exportar parte o todo el contenido de la ventana del Visor a un nuevo documento o archivo de imagen haciendo clic en Archivo y luego en Exportar.



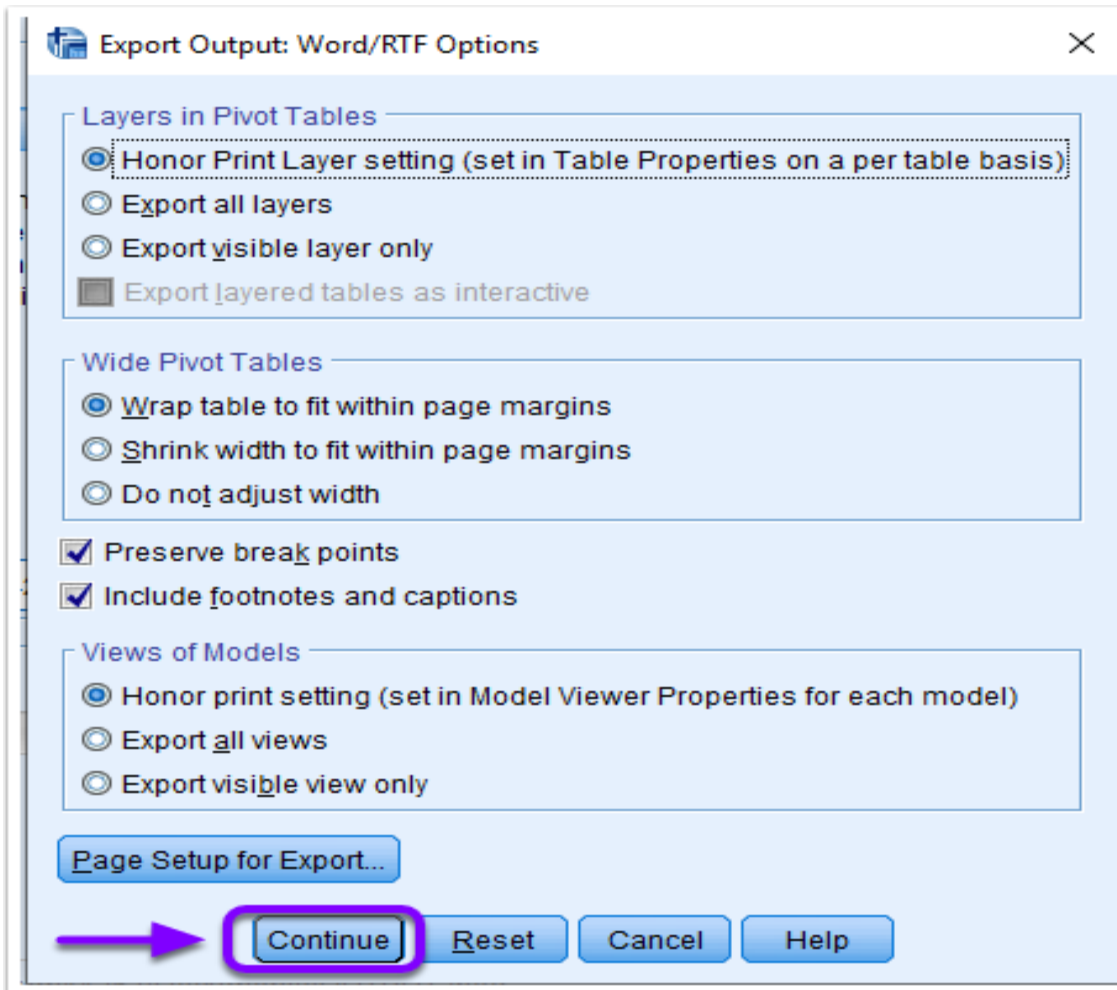
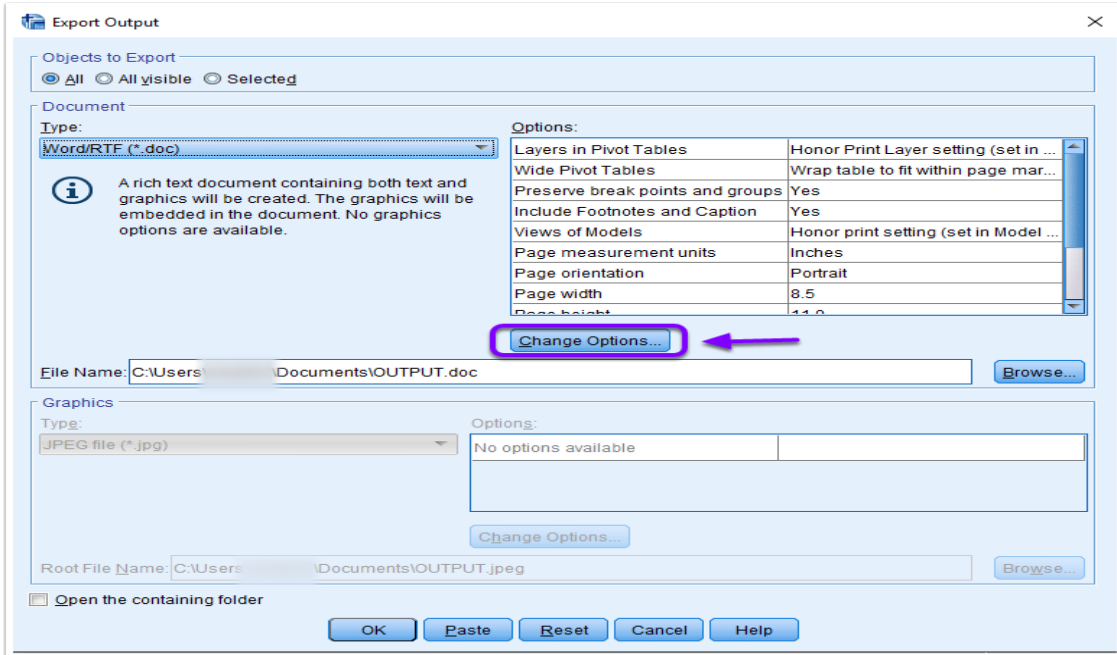
Elija qué objetos le gustaría exportar.



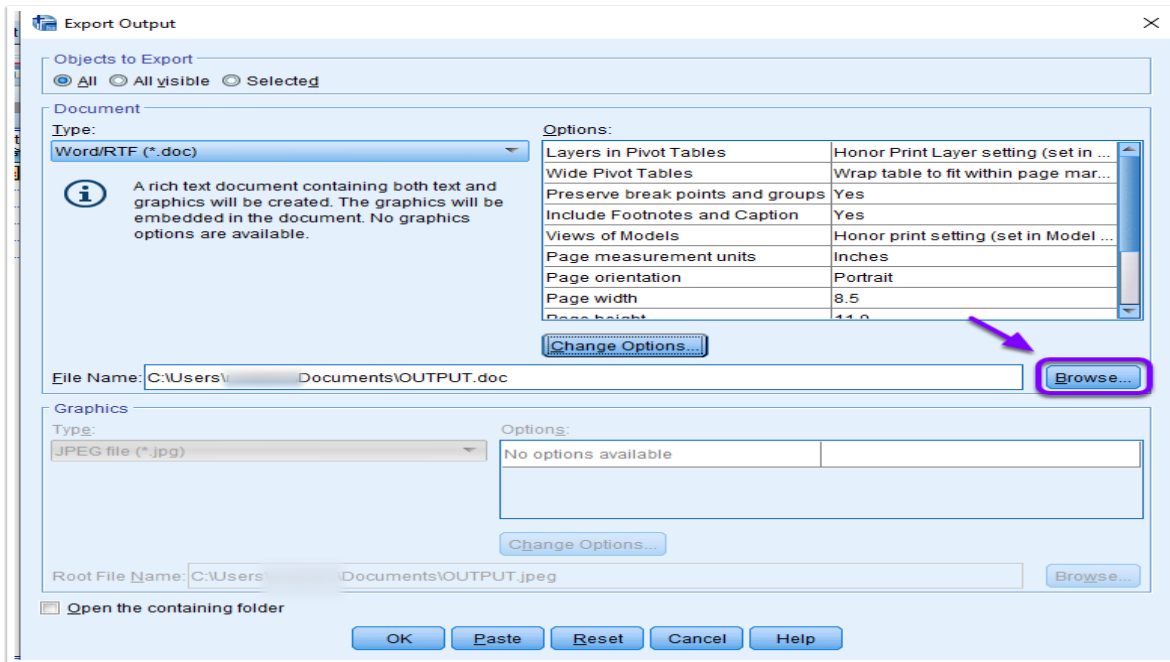
Seleccione el tipo de archivo en el que desea exportar sus objetos. En general, puede exportar todo el contenido como PDF (*.pdf), un archivo de PowerPoint (*.ppt), un archivo de Excel (*.xls o *.xlsx), un archivo de Word (*.doc o *.docx), un archivo HTML (*.htm) o un archivo de texto (*.txt). Los gráficos se pueden guardar como *.bmp, *.emf, *.eps, *.jpeg, *.png o *.tif.



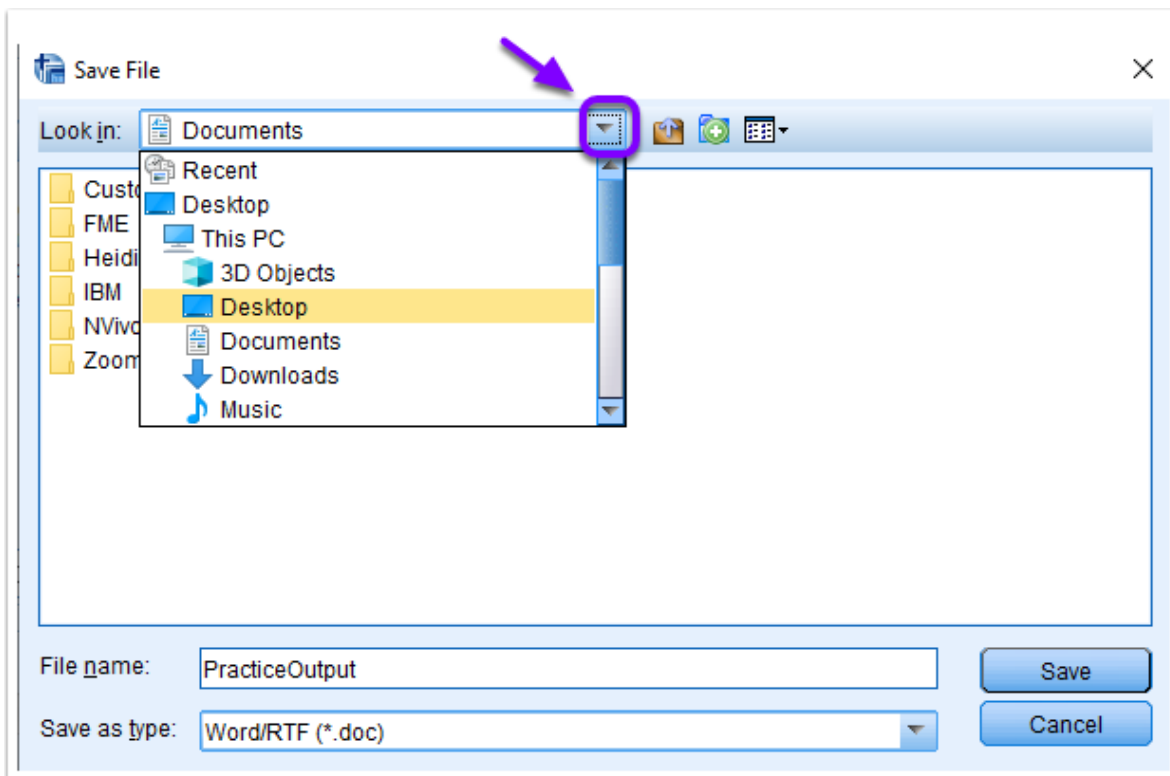
Opcional: puede cambiar las opciones del formato del objeto exportado. Haga clic en Cambiar opciones. Elija sus opciones y haga clic en Continuar.



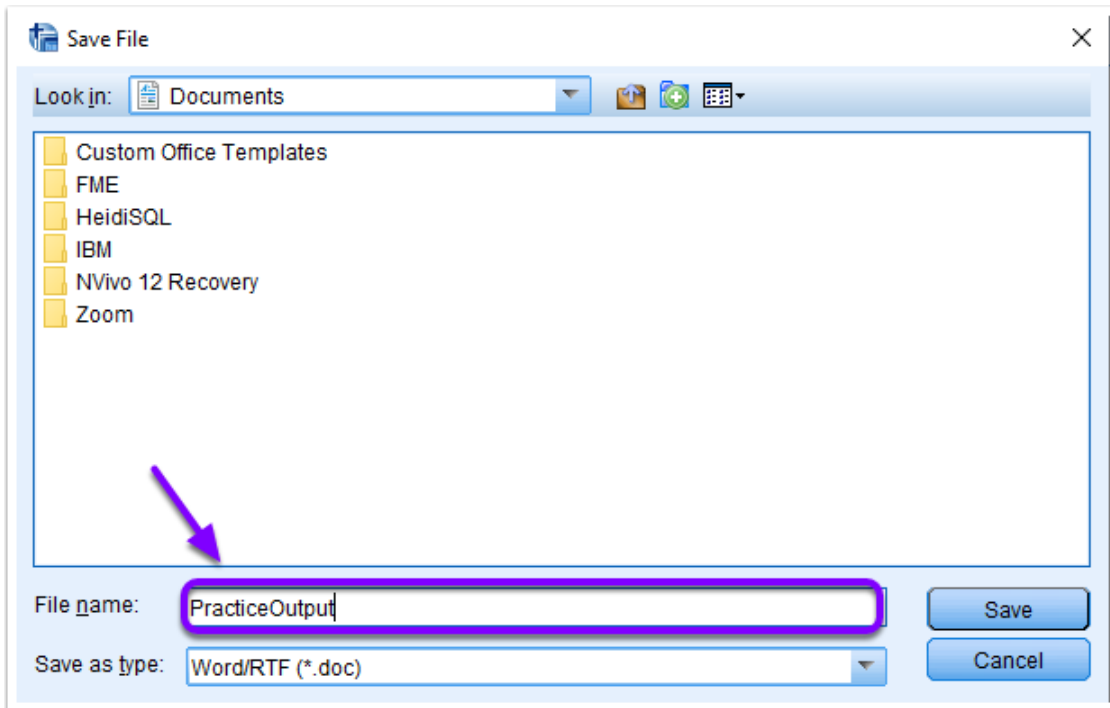
Haga clic en el botón **Examinar** junto al cuadro de texto Nombre de archivo:



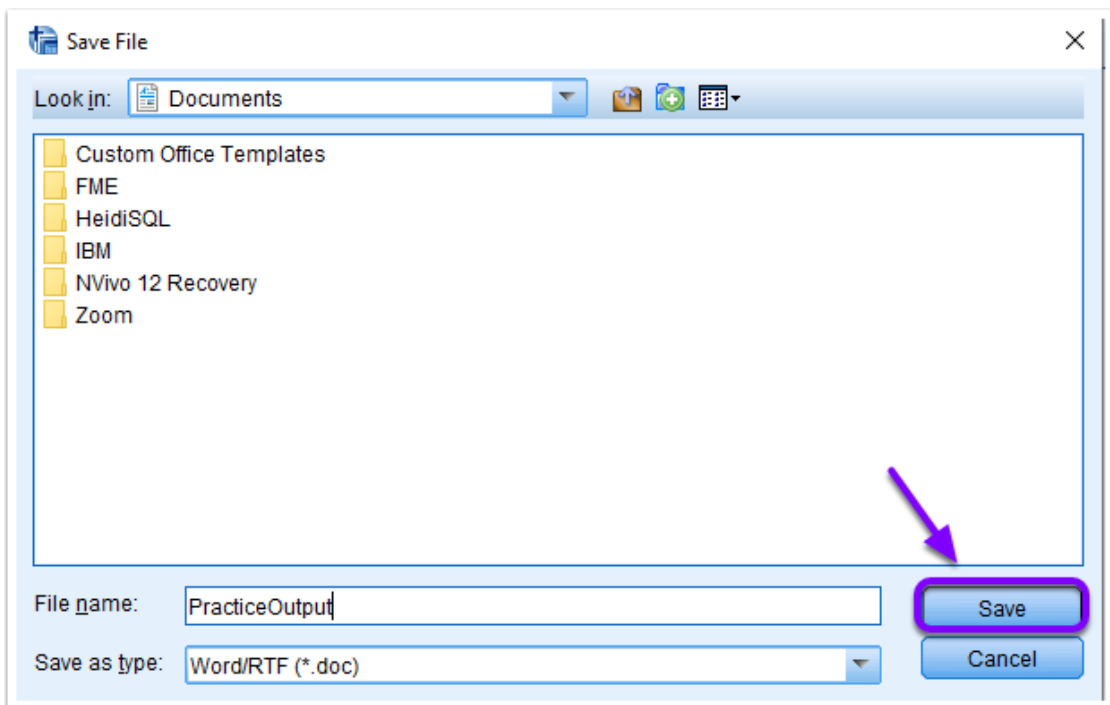
Seleccione una ubicación para guardar los objetos exportados haciendo clic en la flecha desplegable junto al cuadro de texto Buscar en:



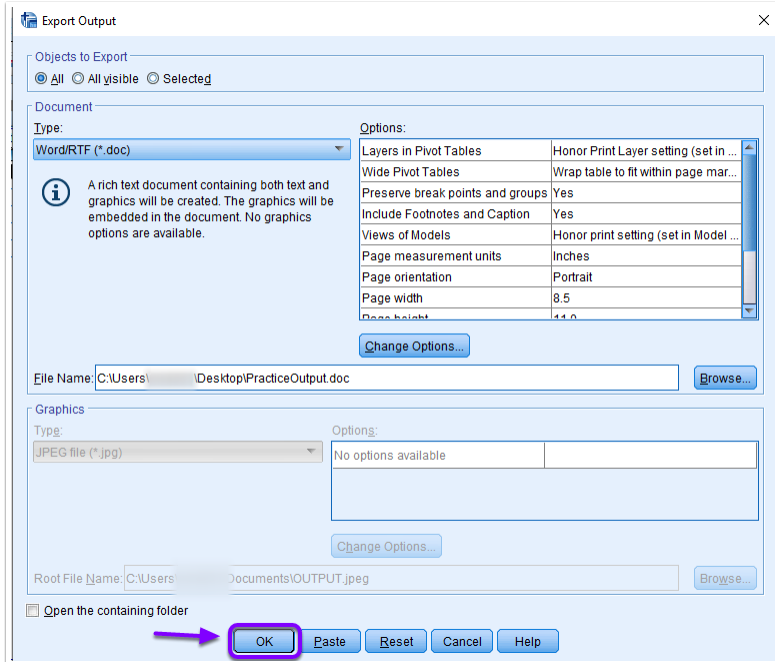
Proporcione un nombre para los objetos exportados en el cuadro de texto Nombre de archivo:



Haga clic en Guardar



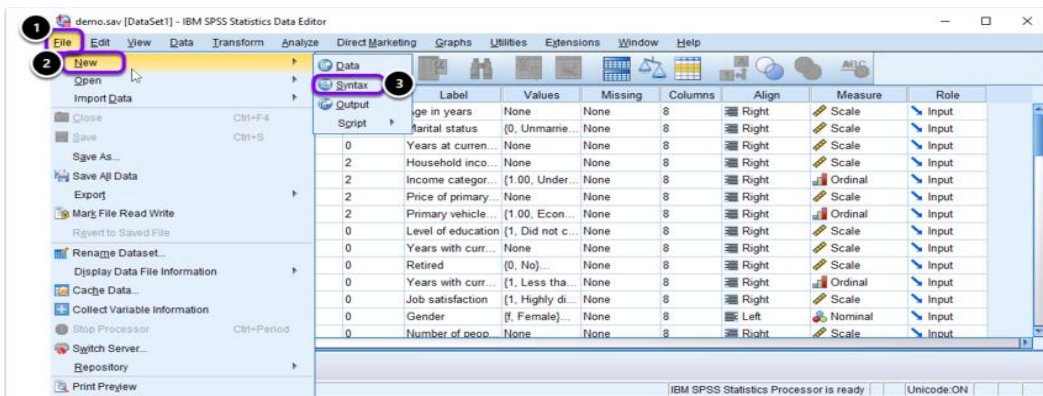
Finalmente, haga clic en Aceptar para exportar sus objetos.

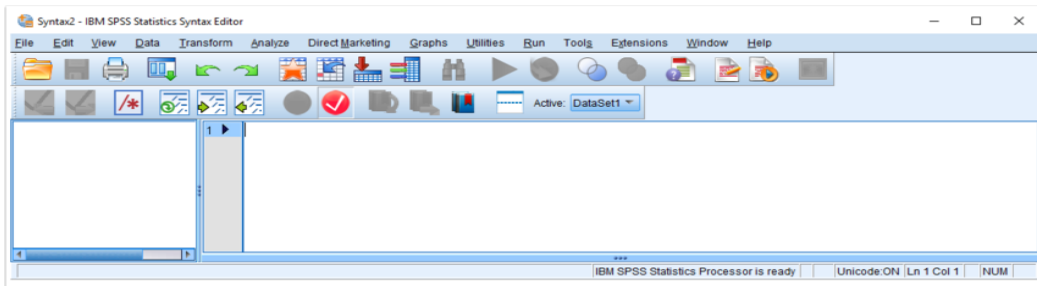


1.16.4.3 Editor de Sintaxis

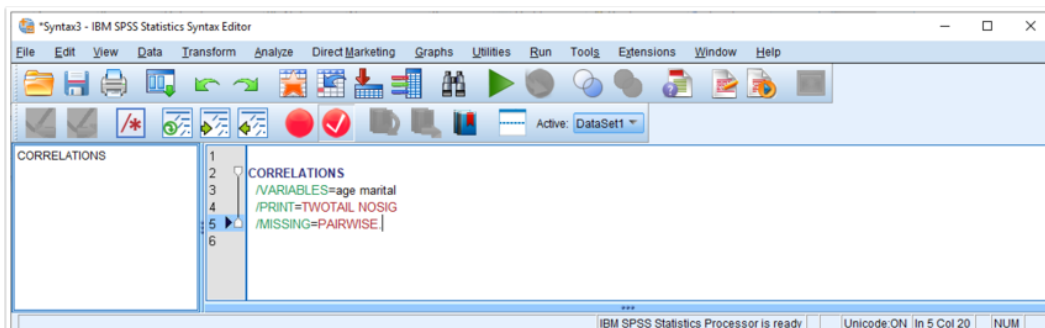
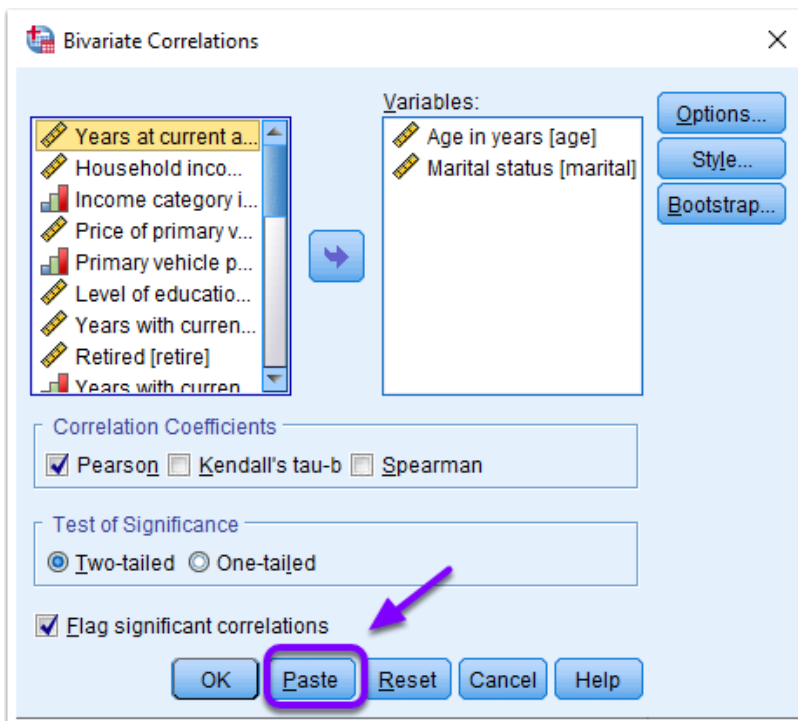
La sintaxis de SPSS es un lenguaje de programación exclusivo de SPSS que se puede utilizar como una alternativa a los menús desplegables para la manipulación de datos y análisis estadísticos. La ventana del editor de sintaxis es donde los usuarios pueden escribir, depurar y ejecutar la sintaxis de SPSS.

Para abrir una nueva ventana del editor de sintaxis, haga clic en Archivo, Nuevo y luego en Sintaxis.



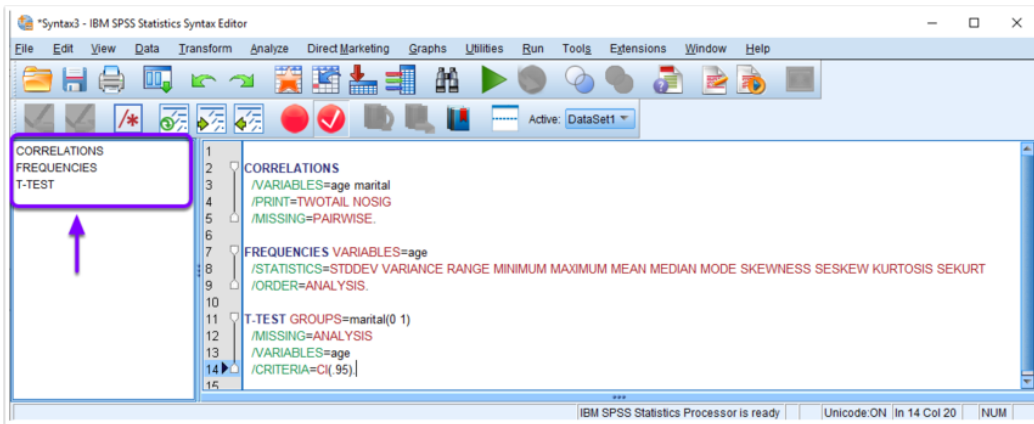


Puede pegar el código de sintaxis de cada análisis que realice en una ventana del editor de sintaxis haciendo clic en Pegar en la parte inferior de un cuadro de diálogo de análisis.

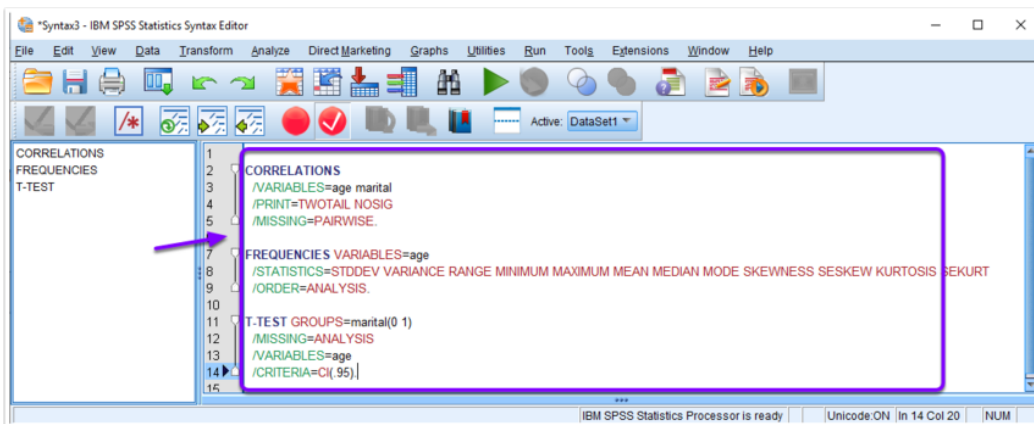


El panel izquierdo de la ventana del Editor de sintaxis muestra un esquema de los comandos en su sintaxis y se puede usar para navegar dentro de su código. Puede

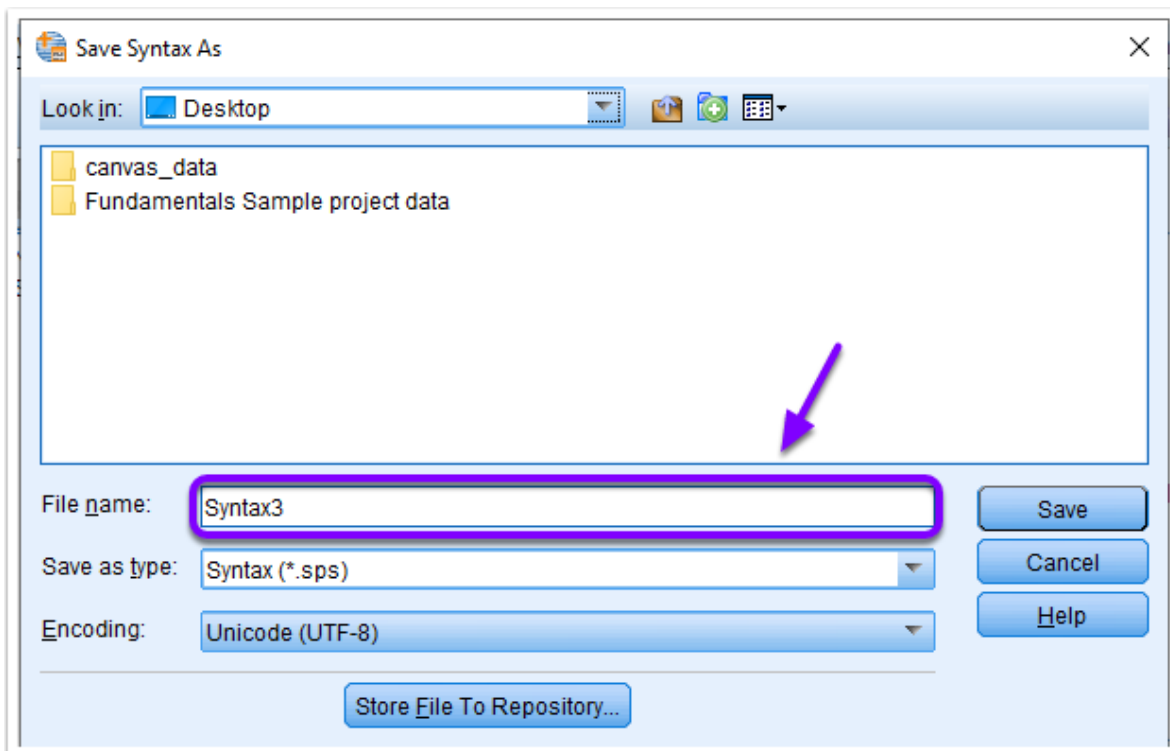
saltar a una parte específica de su código haciendo clic en el comando en el panel izquierdo.



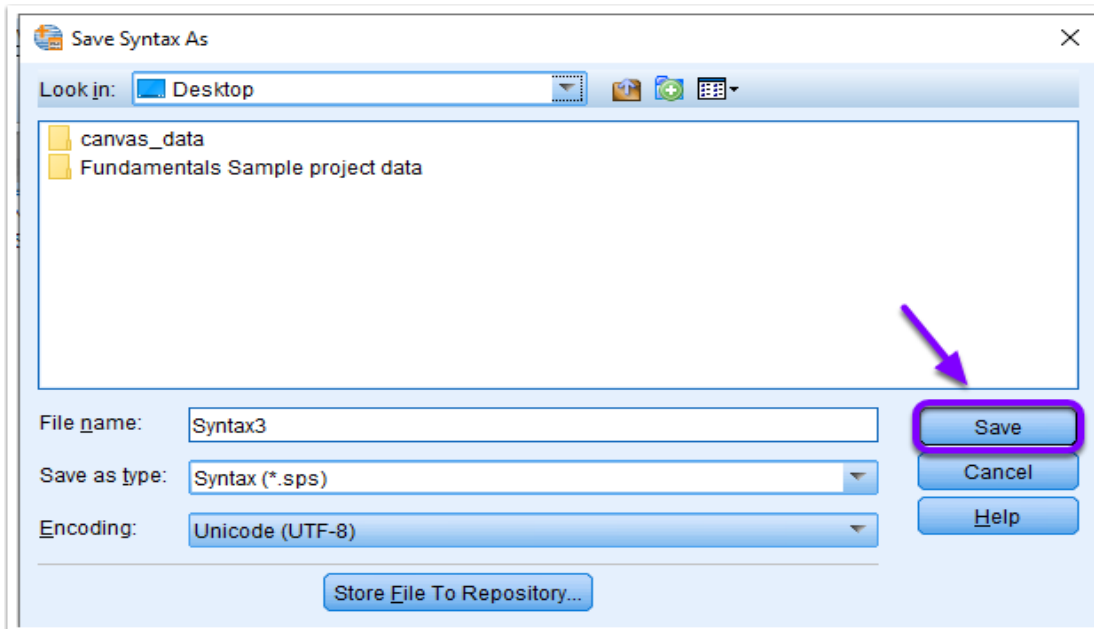
El panel derecho de la ventana del Editor de sintaxis es donde se ingresa su sintaxis.



La sintaxis se puede guardar como un archivo *.sps haciendo clic en Archivo y luego en Guardar o Guardar como dentro de la ventana del Editor de sintaxis.



Luego haga clic en Guardar.



De forma predeterminada, la ventana Vista de datos tiene los siguientes atajos para tareas comunes.

Accesos directos de la barra de herramientas de SPSS

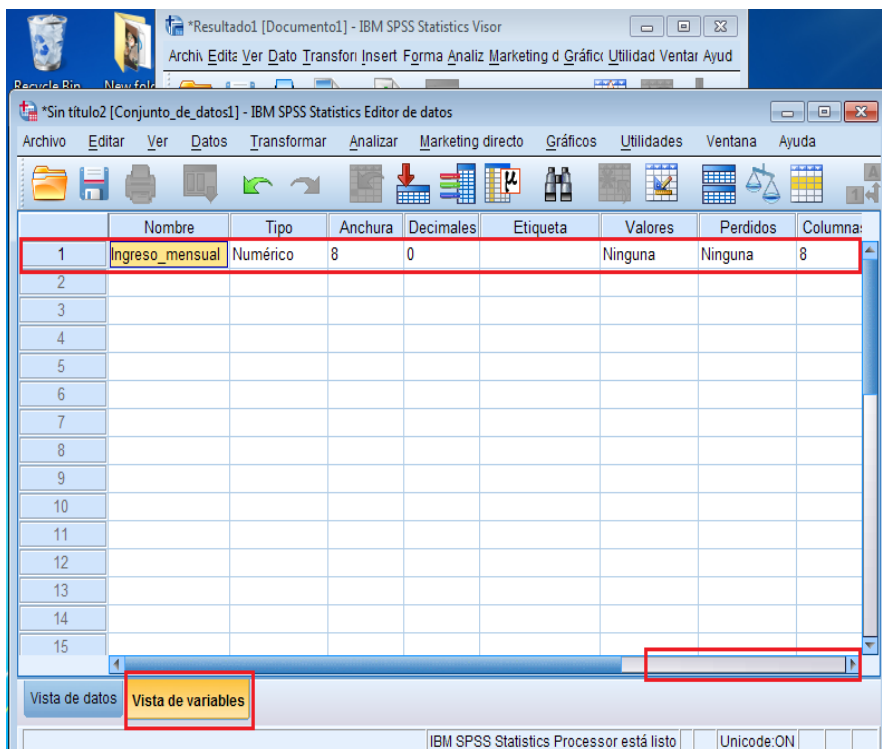
icono	ToolTip	Descripción
	Documento de datos abiertos	Abra un archivo de datos. Equivalente a Archivo> Abrir> Datos
	Guardar documento	Guarde el conjunto de datos activo. Equivalente a Archivo> Guardar o Ctrl+S .
	Impresión	Imprima el contenido de la ventana de vista de datos activa. No recomendado. Equivalente a Archivo> Imprimir .
	Recordar diálogos usados reciente	Muestra la lista de ventanas de diálogo utilizadas recientemente. Utilícelo cuando necesite volver a ejecutar un análisis.
	Deshacer acción	Equivalente a Editar> Deshacer (en los menús desplegables) o Ctrl+Z .
	Rehacer acción	Equivalente a Editar> Rehacer (en los menús desplegables) o Ctrl+Y .
	Ir al caso	Salte a un caso específico (fila) en el conjunto de datos activos. Equivalente a Editar> Ir a Caso .
	Ir a la variable	Salte a la variable (columna) específica en el conjunto de datos activos. Equivalente a Editar> Ir a la Variable .
	Variables	Vea el nombre de la variable, las etiquetas, el tipo, el nivel de medición, los códigos de valor faltante y las etiquetas de valor de todas las variables en la ventana activa. Equivalente a Utilidades> Variables .
	Ejecutar estadísticas descriptivas	Ejecute estadísticas descriptivas (usando el procedimiento de frecuencias) sobre la variable seleccionada. Las estadísticas que se muestran están determinadas por la configuración de nivel de medición de variable. Las variables nominales y ordinales se resumen con una tabla de frecuencias; las variables de escala se resumen usando media, mediana, derivación estándar, rango, mínimo y máximo. Solo se activa cuando se selecciona una celda o columna en la ventana Vista de datos. Equivalente a Analizar> Estadística descriptiva> Frecuencias .
	Encontrar	Busque valor u observación en el conjunto de datos, o busque y reemplace un valor u observación en el conjunto de datos. Solo se activa cuando se selecciona una celda en la ventana Vista de datos. Equivalente a Editar> Buscar y Editar> Reemplazar , o Ctrl+F y Ctrl+H , respectivamente
	Insertar casos	Inserte un caso entre dos casos existentes. Equivalente a Editar> Insertar Casos .
	Insertar variable	Inserte una nueva variable entre dos variables existentes. De forma predeterminada, las nuevas variables creadas de esta manera son variables numéricas de escala. Equivalente a Editar> Insertar Variable .
	Archivo dividido	Estratifique sus análisis en función de una variable categórica. Por ejemplo, se selecciona la variable Sexo en Archivo dividido, la ejecución de una estadística descriptiva en cualquier otra variable producirá descriptivos para hombres y mujeres por separado. Equivalente a Datos> Dividir Archivo .
	Casos de peso	Establezca una variable de ponderación. Equivalente a Datos> Casos de Peso .
	Casos seleccionados	Extraiga un conjunto de casos a un nuevo archivo de datos según algunos criterios o aplique una variable de filtro. Equivalente a Datos> Seleccionar Casos .
	Etiquetas de valor	Alterna si los datos sin procesar o la etiqueta de valor se muestran en la ventana Vista de datos. Equivalente a Ver> Etiquetas de Valor .
	Usar conjunto de variables	Seleccione o anule la selección de conjuntos de variables para mostrar en la ventana activa. Se pueden seleccionar varios conjuntos a la vez. Equivalente a Utilidades> Uso de Conjuntos de Variables . Tenga en cuenta que primero debe definir un conjunto de variables (Utilidades> Definir Conjuntos de Variables) Para que esto sea útil.
	Ver todas las variables	Muestra todas las variables del conjunto de datos activos. Solo se activa si se ha utilizado "Usar Conjunto de Variables". Equivalente a Utilidades> Mostrar todas las variables .
	Corrector ortográfico	Busca errores ortográficos en el contenido del conjunto de datos. Solo se activa cuando ingresan datos en la ventana "Vista de Datos" o se abre un archivo de datos". Equivalente a Utilidades> Ortografía .

1.16.4.4 Resolución de problemas con SPSS

Para resolver problemas con SPSS, es necesario saber que solo serán tipo estadísticos.

Este es el ejemplo para la primera variable.

Una muestra de personas solteras que recibe pagos por seguros social reveló estos ingresos mensuales (en dólares) 426, 299, 290, 687, 480, 439, 565. ¿Cuál es la media aritmética de los ingresos?

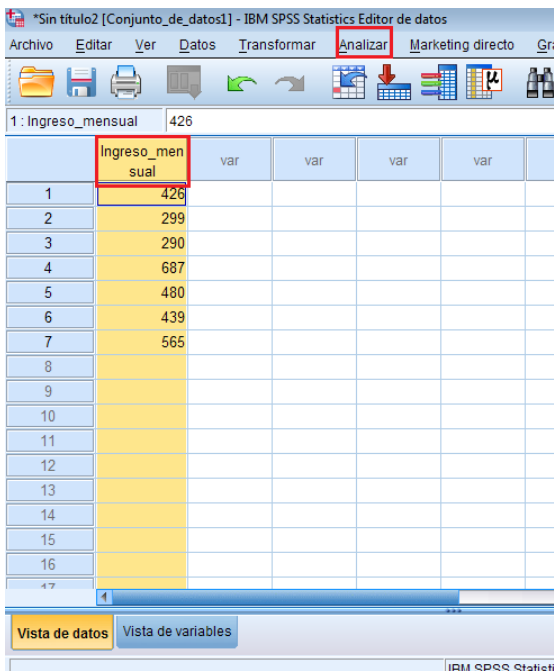
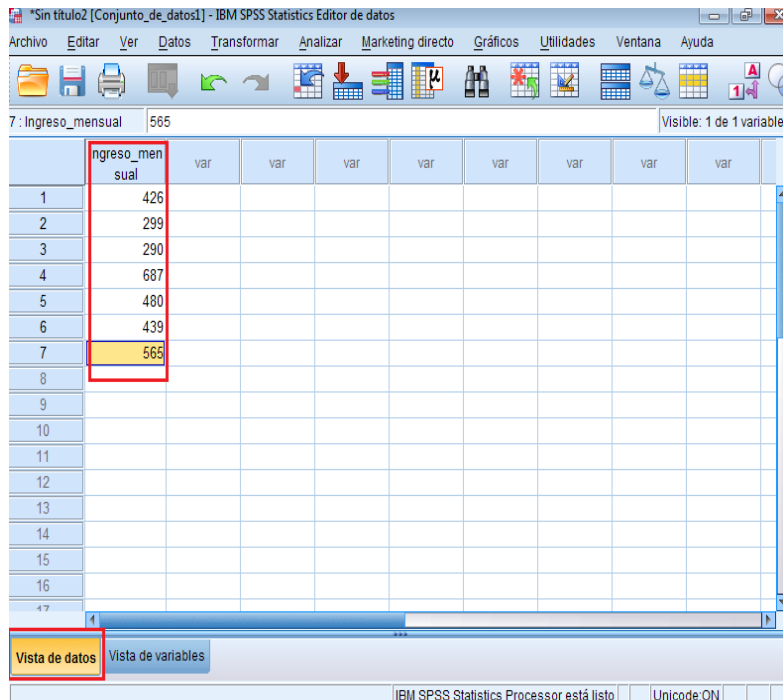


La siguiente imagen muestra las dos ventanas que se obtienen al iniciar a usar SPSS, que son: la ventana de Editor de datos adelante y Visor de resultados atrás.

Se observa que ya se colocó una variable de nombre ingreso mensual, debe ser

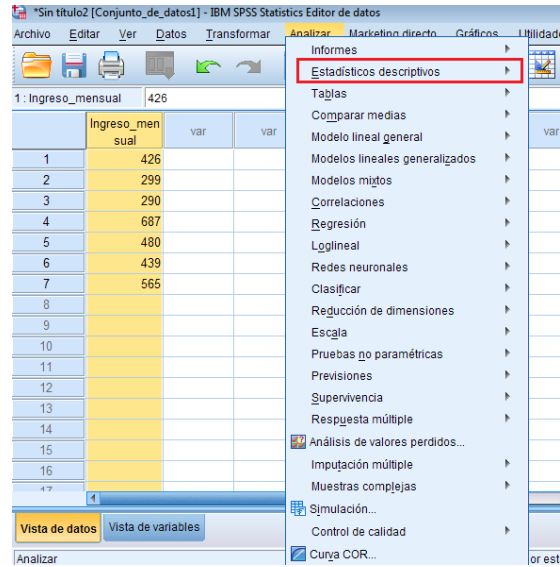
escrita con guion bajo (_) si tiene dos palabras o más. Estos datos se crean en Editor de datos en la parte Vista de variables, abajo a la izquierda de la página. Y deslizando la barra de desplazamiento se siguen colocando los datos correspondientes.

Una vez creada la variable, esta pasa Visor de datos en la ventana Editor de datos, donde solo se debe colocar los datos y resolver el problema de acuerdo a lo que se busca. Se observa que automáticamente se coloca el nombre de la variable, ya que fue creada en Vista de variables.

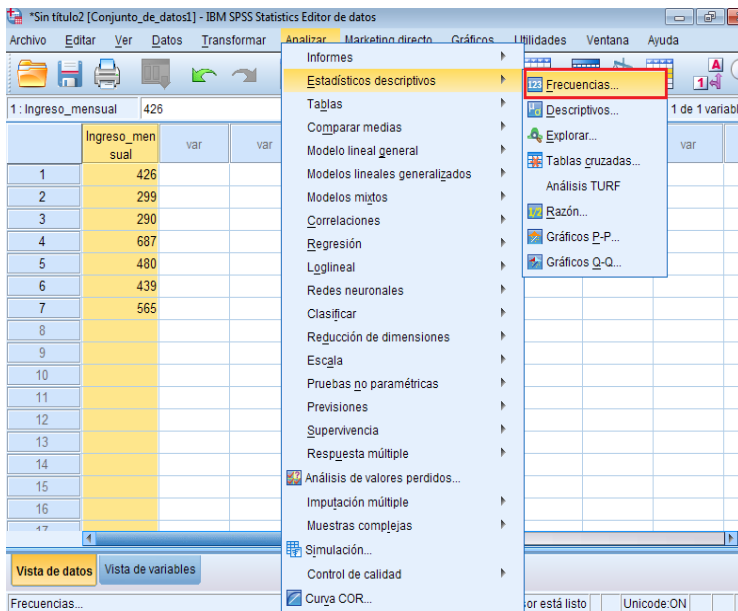


Para realizar el cálculo, en este caso es buscar la media aritmética del ingreso mensual, de estos datos que se han colocado debajo de la variable, se da clic en la variable, y luego clic a Analizar.

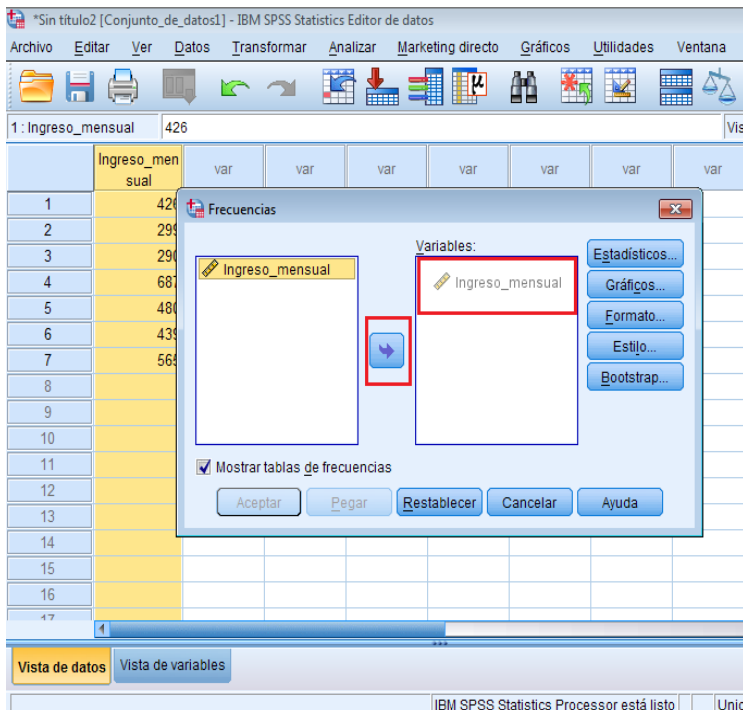
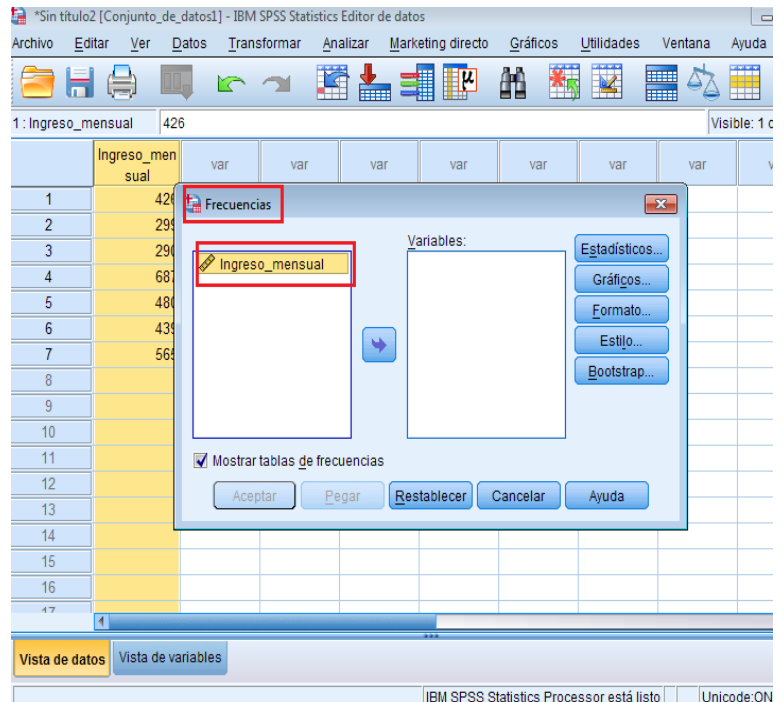
Una vez que salen las opciones de Analizar, se selecciona la parte Estadísticos descriptivos.



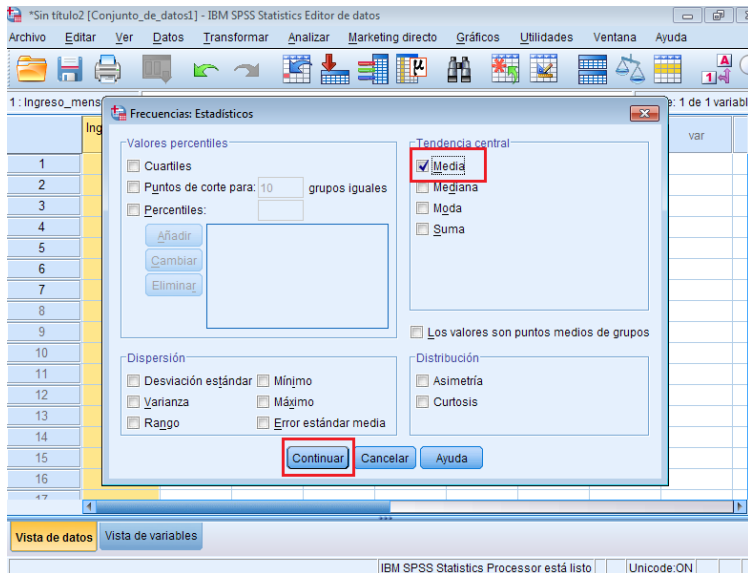
En estadísticos descriptivos se selecciona la opción de Frecuencias.



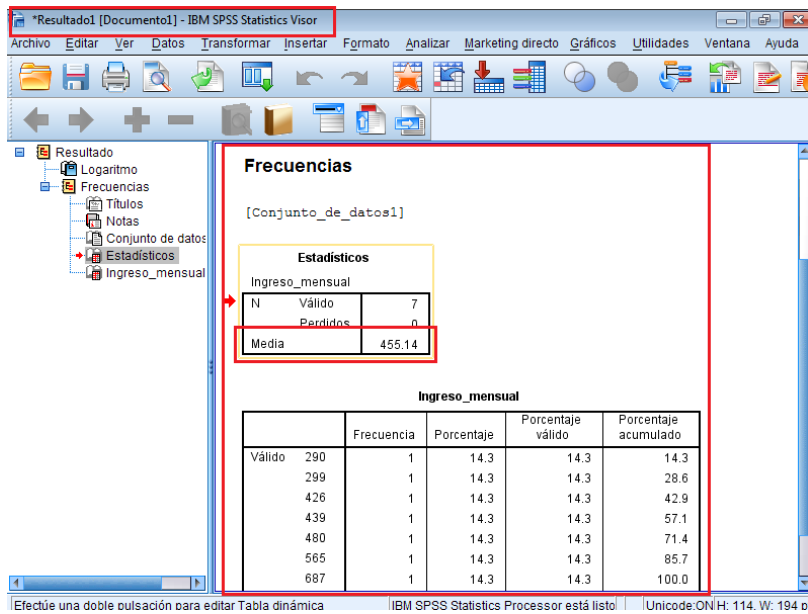
En la barra de Frecuencias se observa que la variable que se ha creado aparece en el cuadro izquierdo, y para seleccionar las operaciones para esta variable, se debe de pasar la variable al otro cuadro.



Para colocar la variable en el cuadro derecho se debe dar clic en el cuadro del centro que ayuda a mover las variables que se seleccionan una a una, cuando se coloque del otro lado, se da clic en estadísticos.

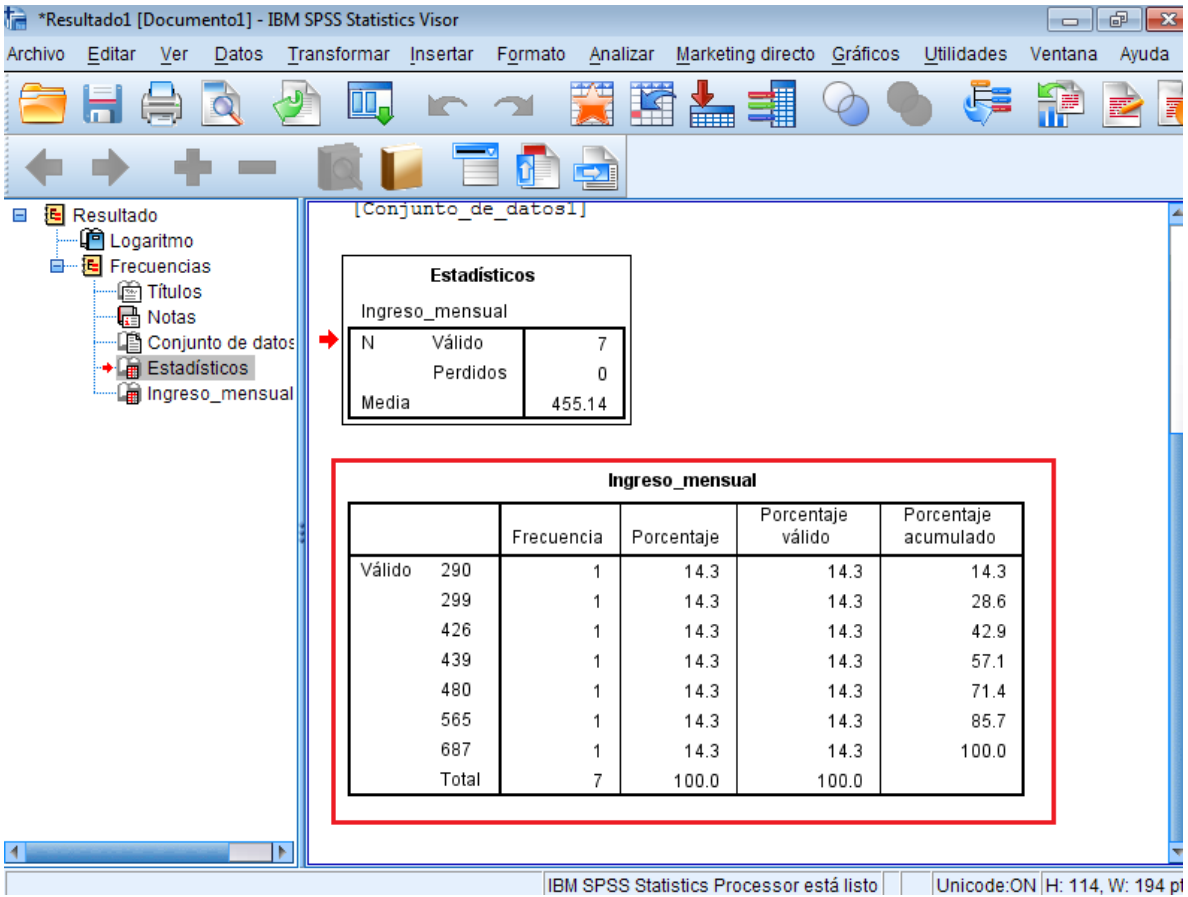


En “estadísticos” se tienen todas las operaciones estadísticas para la solución del problema, se selecciona, “media” que es lo que se busca y dar clic en continuar.



Este es el resultado de la media aritmética de los ingresos mensuales, el resultado se obtiene en el Visor de resultados.

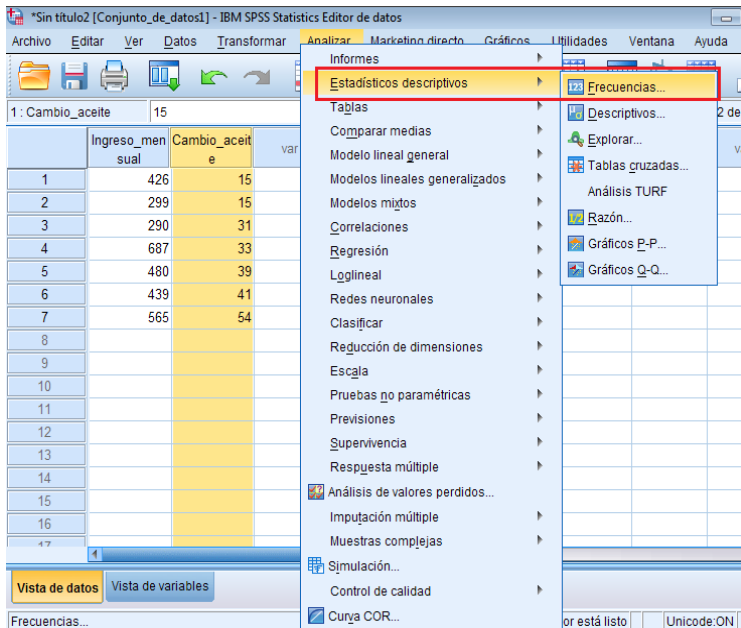
En el cuadro se observa la tabla de datos y en “estadísticos” aparece la media que es el dato que se buscaba.



The screenshot shows the IBM SPSS Statistics Editor de datos window. The following table lists the variables defined in the dataset:

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas
1	Ingreso_mensual	Numérico	8	0		Ninguna	Ninguna	8
2	Cambio_aceite	Numérico	8	0		Ninguna	Ninguna	8
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								

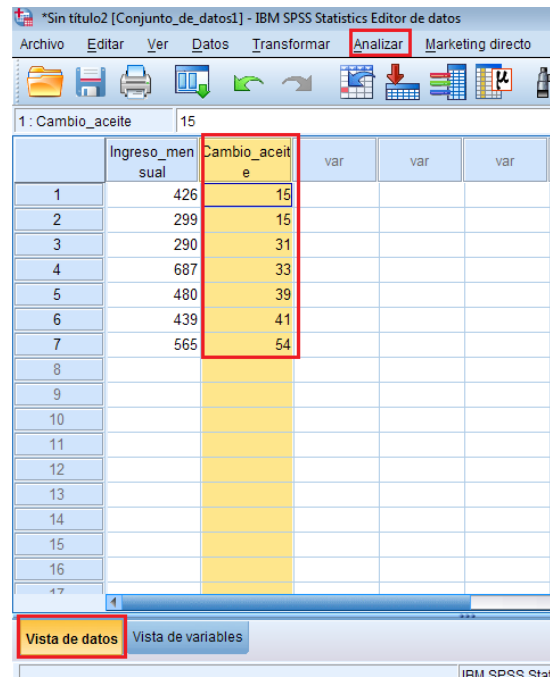
A continuación, se presenta el número de cambios de aceite para los últimos 7 días en un taller mecánico: 41, 15, 39, 54, 31, 15, 33. Determine la mediana y la moda.



Se verifica que esté colocado en el Editor de datos en la ventana de Vista de variables, y se escribe el nombre de la nueva variable que en este caso es Cambio aceite, con una anchura de 8, y sin decimales, del tipo escala.

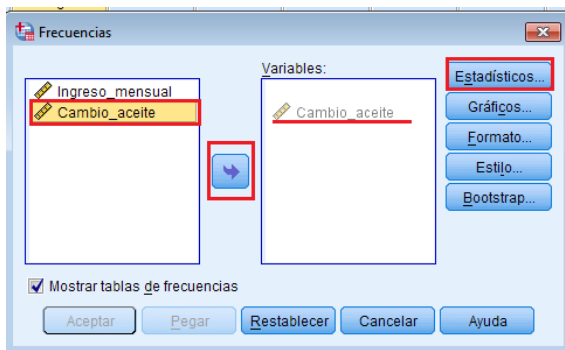
Para añadir los datos de los cambios de aceite, se pasa a la ventana Vista de datos, y se escriben los datos en la columna de la variable en orden de menor a mayor.

Se selecciona el nombre de la variable y se da clip en analizar para buscar el resultado.



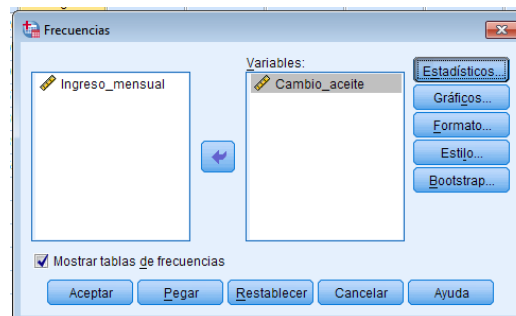
En analizar se selecciona “Estadísticos descriptivos” y dentro de esta dar clic en la opción frecuencias.

En frecuencias, aparecen las variables en el cuadro izquierdo, y como se tiene a ingreso mensual, se da clip al cuadro de cambio que está en el centro de los cuadros de variables.



Cuando se quite la variable anterior, se pasa la siguiente, seleccionando la variable y dando clic a cambio.

Cuando la variable Cambio aceite se encuentre sola en el cuadro derecho se da clic en Estadísticos.

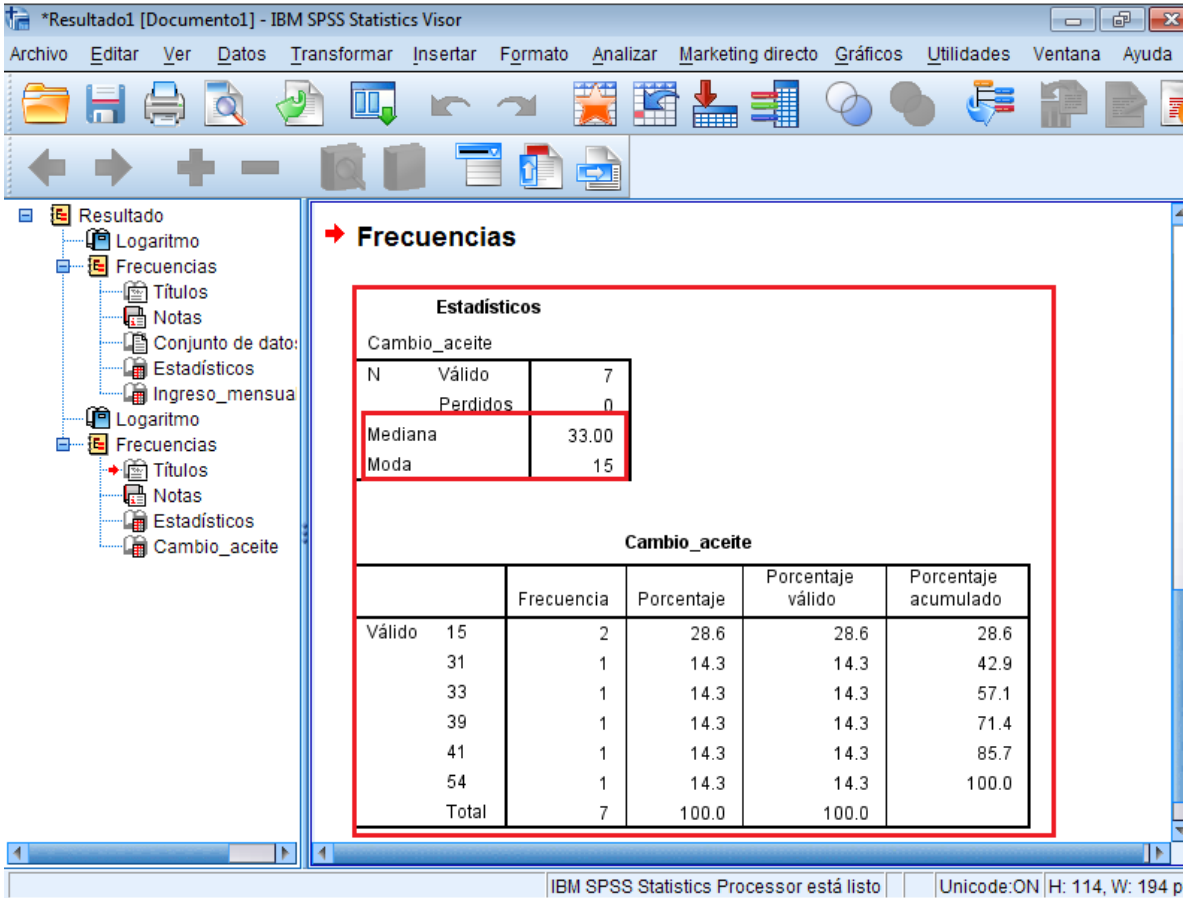


En el cuadro de Frecuencias estadísticas, se le quita lo de la media, y se selecciona la mediana y la moda, que son los datos a buscar, finalmente dar clic en “Continuar”.

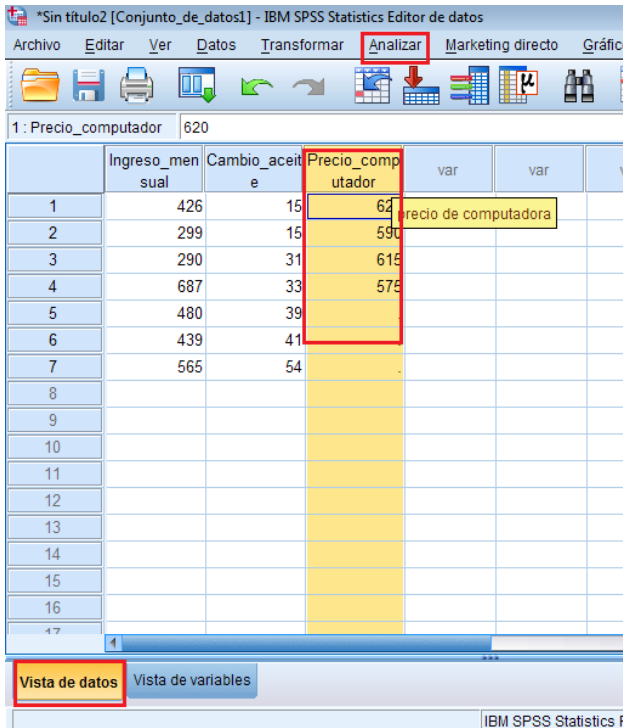
Sale nuevamente la ventana de frecuencia y se da clic en aceptar, y automáticamente sale el resultado.

El visor de resultado muestra las frecuencias, de la variable Cambio aceite, otorga los datos estadísticos, la mediana que es 33.⁰⁰ y la moda es 15.



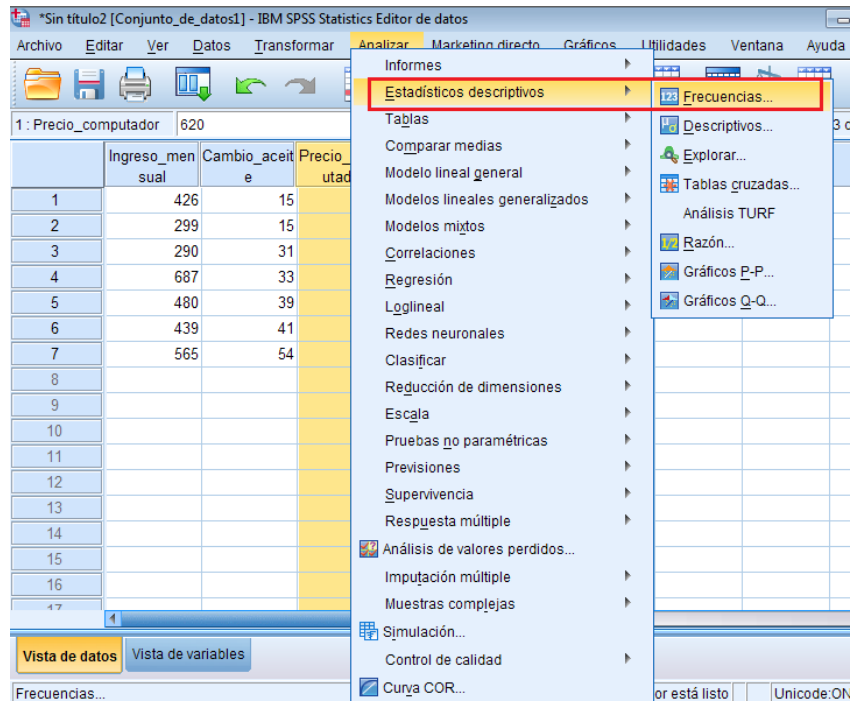


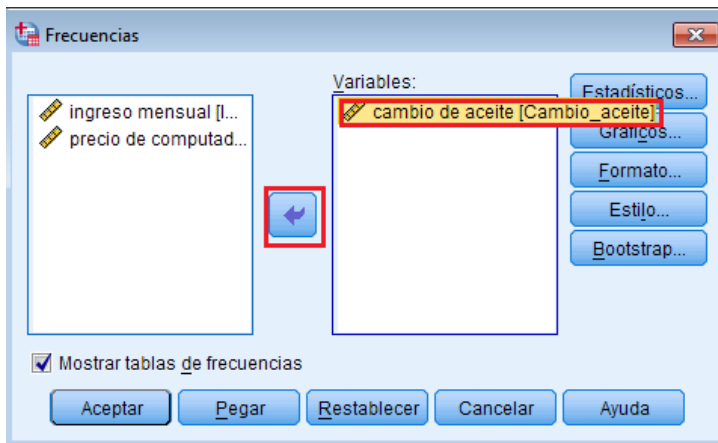
Una computadora, de ciertas características, tiene diferentes precios en 4 almacenes diferentes: 620, 590, 615, 575 dólares. Hallar varianza, desviación estándar, el rango, el número máximo y mínimo.



Lo primero es crear la variable, de igual forma que las demás y colocar los datos, dar clic en Analizar.

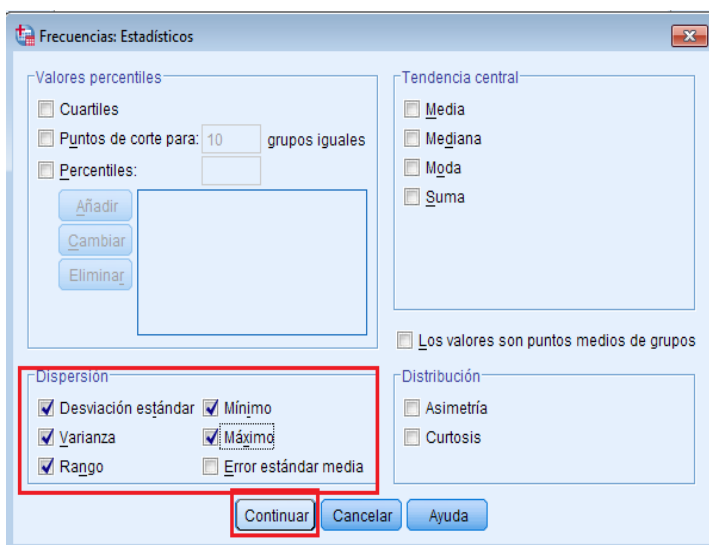
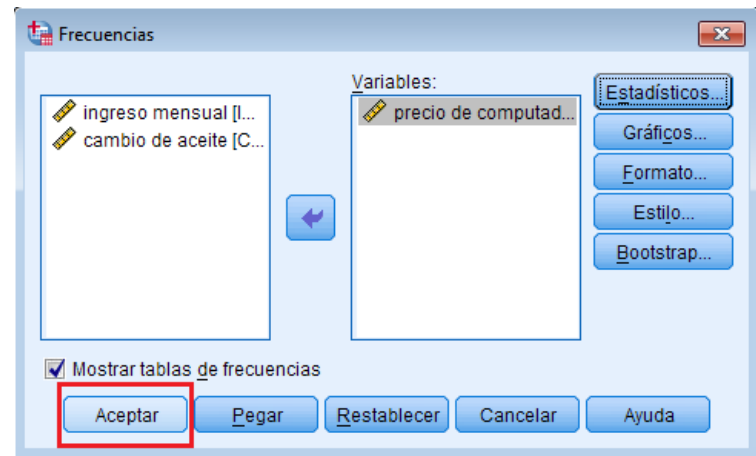
En analizar se procede a dar clic en Estadísticos descriptivos y luego a Frecuencias.





Se selecciona la variable que se va a calcular, se quita la variable anterior, en el cuadro de cambio.

Se selecciona la variable, “precio_de_computador”. Y se da clic en Estadísticos.



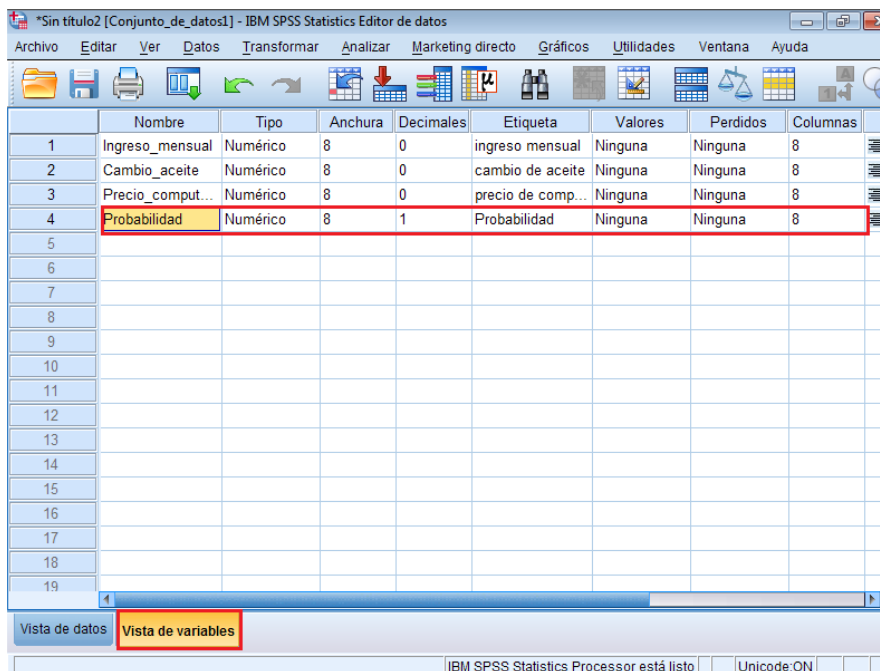
Se seleccionan las funciones que se van a realizar en el ejercicio, desviación, varianza, rango, máximo y mínimo, y se le quita el de mediana y moda que queda seleccionado del problema anterior, se da clic en continuar.

Este es el resultado, en el cuadro pequeño aparecen los resultados de cada función, y en el cuadro mayor la tabla de frecuencia.

Estadísticos	
precio de computadora	
N	Válido 4
	Perdidos 3
Desviación estándar	21.213
Varianza	450.000
Rango	45
Mínimo	575
Máximo	620

precio de computadora					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	575	1	14.3	25.0	25.0
	590	1	14.3	25.0	50.0
	615	1	14.3	25.0	75.0
	620	1	14.3	25.0	100.0
	Total	4	57.1	100.0	
Perdidos	Sistema	3	42.9		
	Total	7	100.0		

Un profesor manifiesta que el promedio que sus estudiantes obtienen en su asignatura es $\mu=3.9$, con una desviación estándar de 0.35. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de sus alumnos obtenga una calificación superior a 4.4?



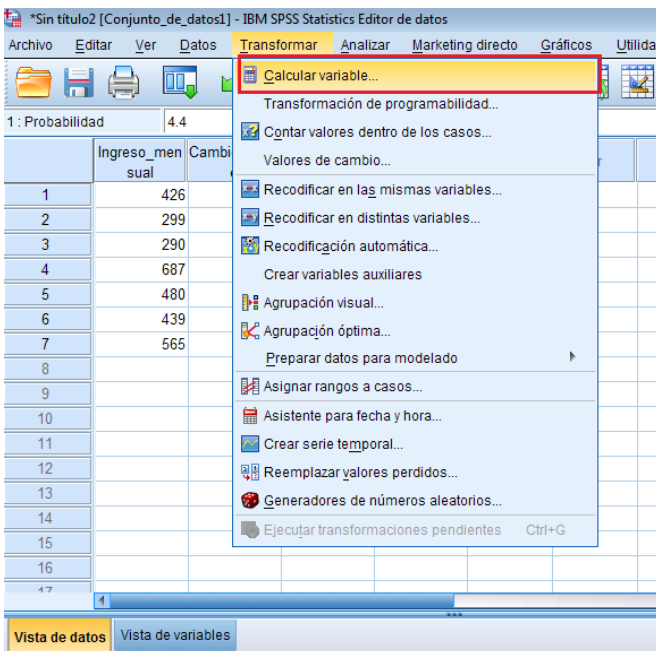
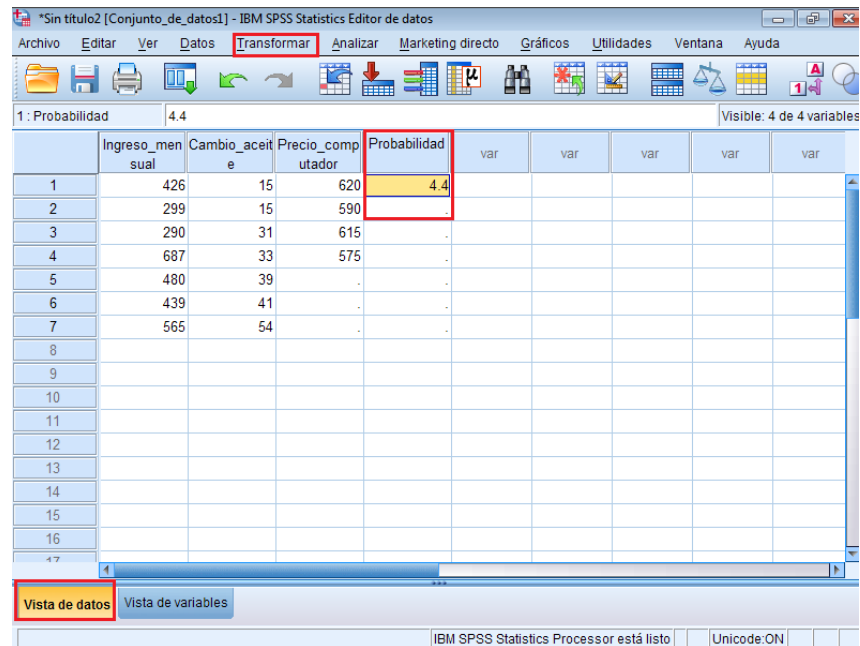
Se crea la variable probabilidad, con 1 decimal, de medida escala.

Esta es la parte donde se coloca la etiqueta y la medida escala.

Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
0	ingreso mensual	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Escala	Entrad
0	cambio de aceite	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Escala	Entrad
0	precio de comp...	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Escala	Entrad
1	Probabilidad	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Escala	Entrad

En datos se coloca el 4.4 de la descripción del problema.

Y se da clic en “Transformar”.

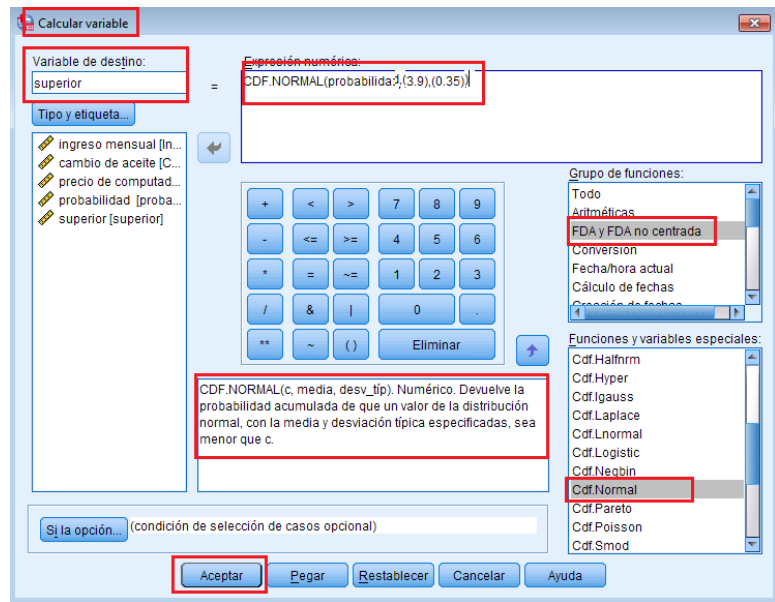


En “Transformar” se selecciona calcular variable.

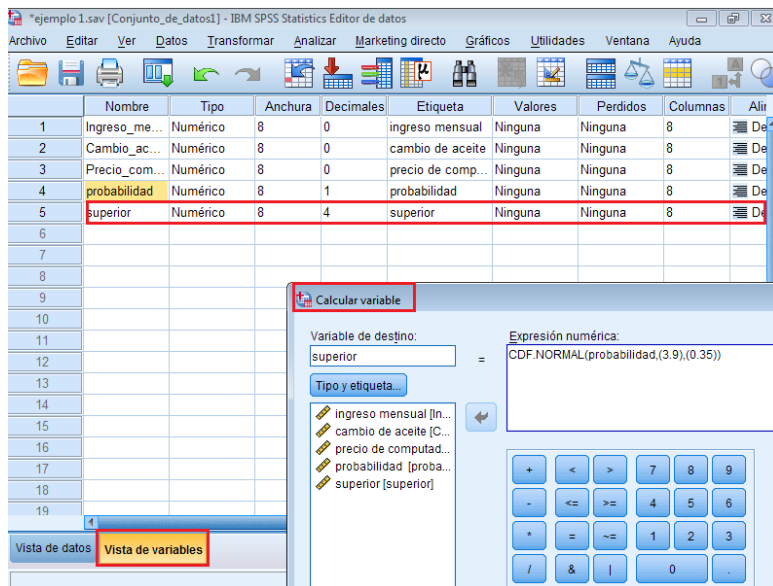
En variable de destino se escribe “superior”. Se selecciona el grupo de funciones, FDA y FDA no centrada y en Funciones y variables especiales: Cdf. Normal.

Automáticamente se escribe la fórmula en expresión numérica.

Mientras se está en esta ventana sin cerrarla, se crea una nueva variable moviendo esta ventana a un extremo de la página.

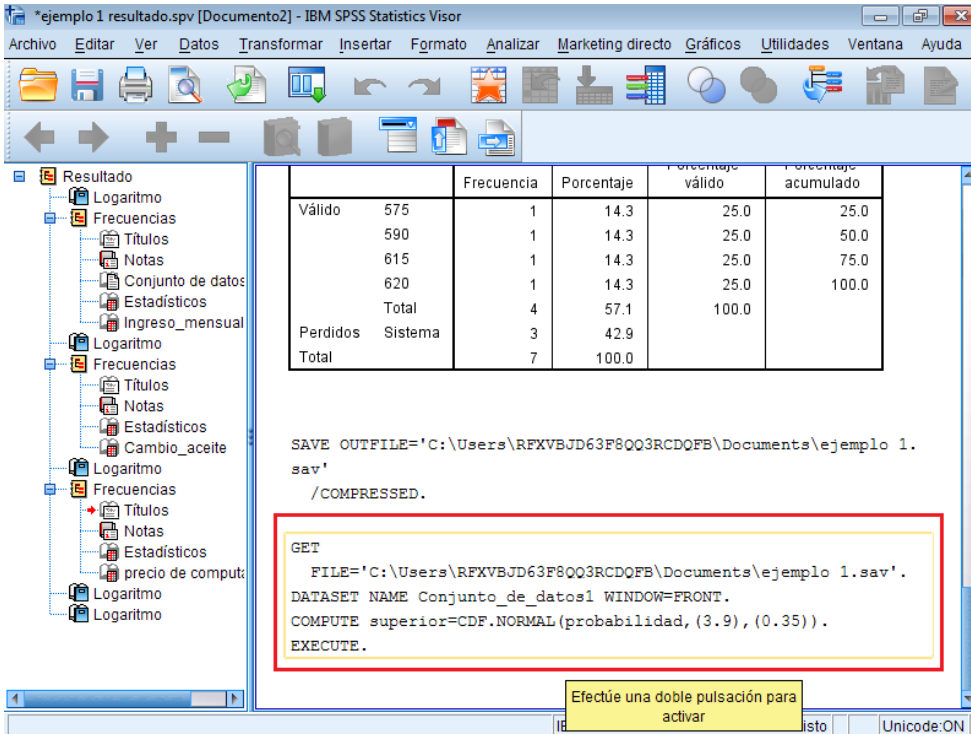


Esta variable se llama, superior, con hasta 4 dígitos de decimales, y de medida escala. Una vez creada la variable, el resultado de la probabilidad quedará debajo de la variable superior.

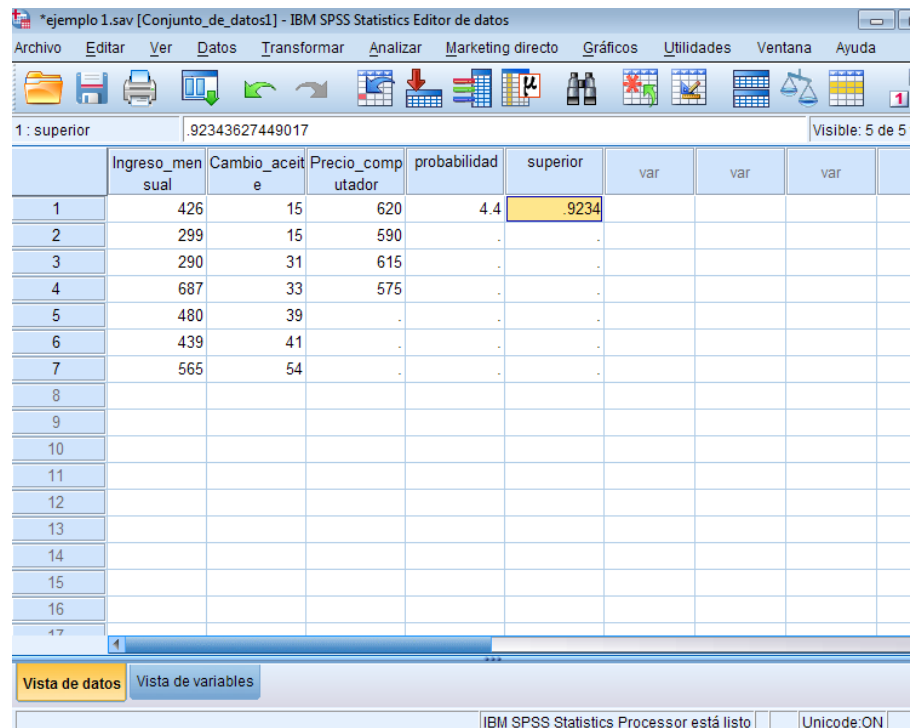


Ya culminando la fórmula, colocando los datos como se ve en la imagen anterior, se da clic en aceptar y arroja el resultado. Este será dado en Vista de datos, debido a que se programó para ello.

Como se observa en la imagen el resultado de la probabilidad, se programó para que automáticamente aparezca en el Visor de datos, en la columna de la variable que lleva por nombre “superior”.



Aquí se visualiza el resultado arrojado de la probabilidad



1.16.4.5 Funciones de SPSS

Este software libre es solo utilizado para estadística, por lo que dentro de las funciones esta:

✓ **Estudios de casos**

Ejemplos prácticos sobre cómo crear diferentes tipos de análisis estadísticos y cómo interpretar los resultados. También se proporcionan los archivos de datos de muestra utilizados en estos ejemplos para que pueda trabajar en dichos ejemplos y observar con exactitud cómo se generaron los resultados. Puede elegir los procedimientos concretos que desee aprender en la tabla de contenidos o buscar los temas correspondientes en el índice.

✓ **Asesor estadístico.**

Método de asistencia para orientar en el proceso de búsqueda del procedimiento que desea utilizar. Tras realizar una serie de selecciones, el Asesor estadístico abre el cuadro de diálogo para el procedimiento estadístico, de generación de informes o de creación de gráficos que cumple los criterios seleccionados.

✓ **Referencia de sintaxis de comandos**

La información detallada de la referencia de sintaxis de comandos está disponible de dos maneras: integrada en el sistema de ayuda global y como un documento independiente en formato PDF en la referencia de sintaxis de comandos, disponible en el menú Ayuda.

✓ Algoritmos de estadísticos.

Los algoritmos utilizados para la mayor parte de los procedimientos estadísticos están disponibles de dos formas: integrados en el sistema de ayuda global y como un documento independiente en formato PDF, disponible en el CD de manuales. Para los enlaces a algoritmos específicos en el sistema de ayuda, seleccione Algoritmos en el menú Ayuda.

1.16.5 Calc



Calc es una hoja de cálculo similar con un rango de característica más o menos equivalente. Su tamaño es mucho menor y proporciona un número de características no presentes en EXCEL, incluyendo un sistema que automáticamente define series para representar gráficamente basado en la disposición de los datos del usuario. Calc también es capaz de exportar hojas de cálculo como archivo PDF, cuenta con filtros, autofiltros y además puede realizar agrupaciones en tablas dinámicas que Lotus123 en sus versiones anteriores no hacía, posiblemente la versión 9.8 de lotus123 tenga estas posibilidades.

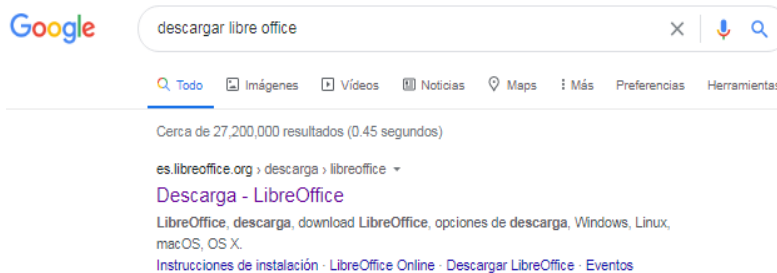
Dado que, desde el punto de vista de la programación de macros, Calc no es compatible con el modelo de objetos de Excel (aunque sí con prácticamente todo su repertorio de funciones BASIC), no es tan vulnerable a los virus de macros (o macrovirus) como el producto de Microsoft. Además, dado que su difusión es bastante menor, no hay tanto interés por parte de los creadores de software malicioso (malware) de atacarlo específicamente.

En algunos casos, Calc carece de asistentes para acceder a ciertas características avanzadas asociadas a productos de la competencia como capacidades estadísticas,

como el soporte de la barra de error en los gráficos, y el análisis de regresión polinómico, sin embargo, esos cálculos se pueden realizar incorporando manualmente las funciones y las relaciones más algunos macros. Otra aplicación FOSS llamada Gnumeric proporcionaría un acceso más fácil en estas características del análisis estadístico exponiéndolas a los usuarios con asistentes.

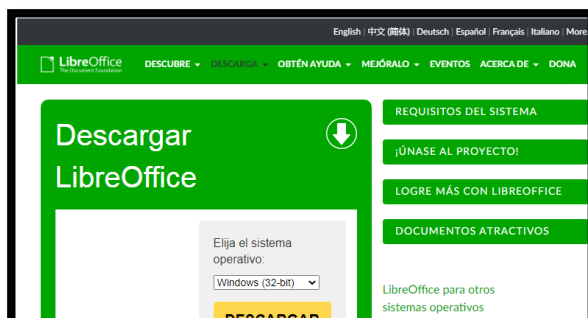
1.16.5.1 Uso de Calc

1.16.5.1.1 Instalación



Para instalar Open Office Calc entre a google, y en la barra del buscador tipee (escriba) “Descargar Libre Office Calc” o Descargar OpenOffice

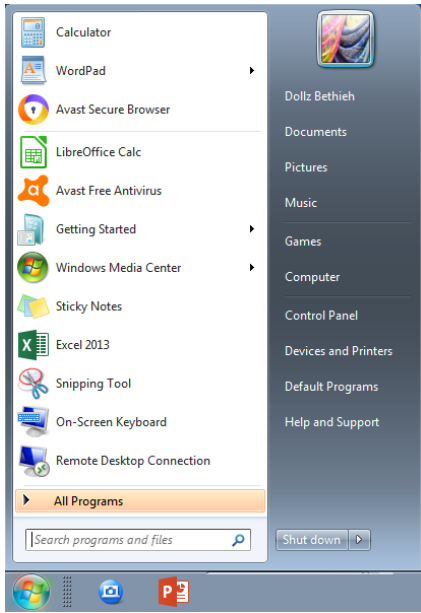
Calc”. Seleccione la primera opción que es Descarga- LibreOffice.




Ya adentro, muestra una ventana así, aquí se puede seleccionar los bits que quiera para Windows y dar clic a **DESCARGAR** y automáticamente sale una ventana de descarga abajo.

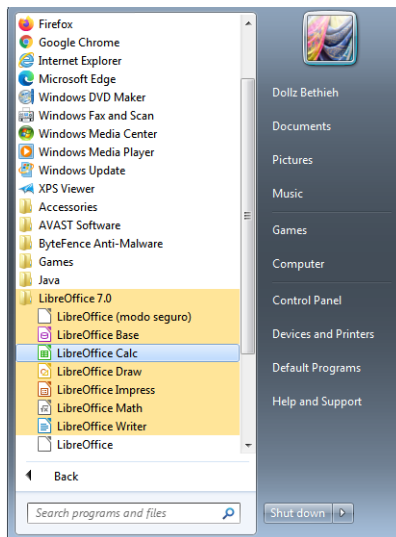
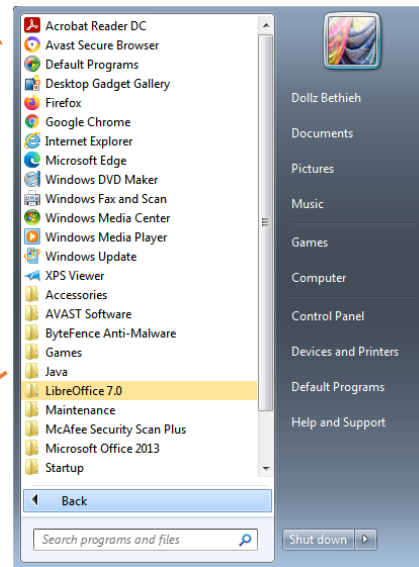
Acompañado de una emergente que indica tiempo de descarga.

La descarga de «LibreOffice_7.0.1_Win_x86.msi» (285 MB) comenzará en breve. Pulse en el enlace si no comienza.
También puede elegir un servidor réplica manualmente. O bien, elija otro idioma.

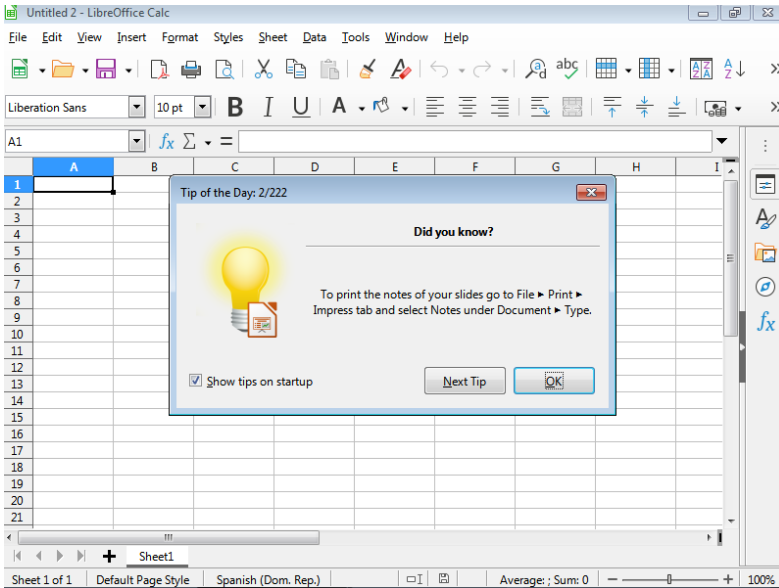


Una vez descargado el software libre, se procede a buscarlo en menú de opciones de Windows  y luego clic a todos los programas, esto es si no aparece en menú, en la imagen se puede observar que aparece LibreOffice Calc arriba, pero en dado caso que no salga, de esta forma se encuentra.

Luego que entras a todos los programas, se observa una carpeta con el nombre del programa LibreOffice 7.0 y al dar clic se extiende y aparece la variedad de softwares libres que este paquete trae consigo.



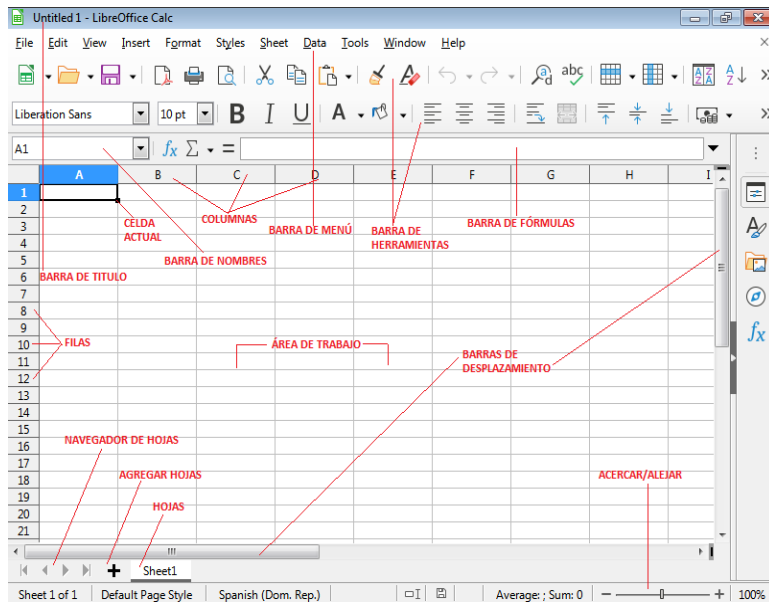
Se selecciona LibreOffice Calc y listo.



Al iniciar Calc aparece la ventana de introducción o tips para el uso de Calc, si se desea leer todos los tips, se da clic a “Siguiete Tip” y si no dar clic a “OK”.

Para conocer más de las partes de Calc, la siguiente imagen obtiene los nombres de la ventana principal de Calc, que para el uso de Calc es imprescindible conocer.

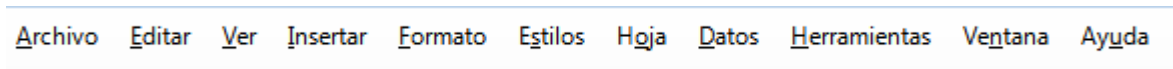
Partes de la ventana principal de Calc



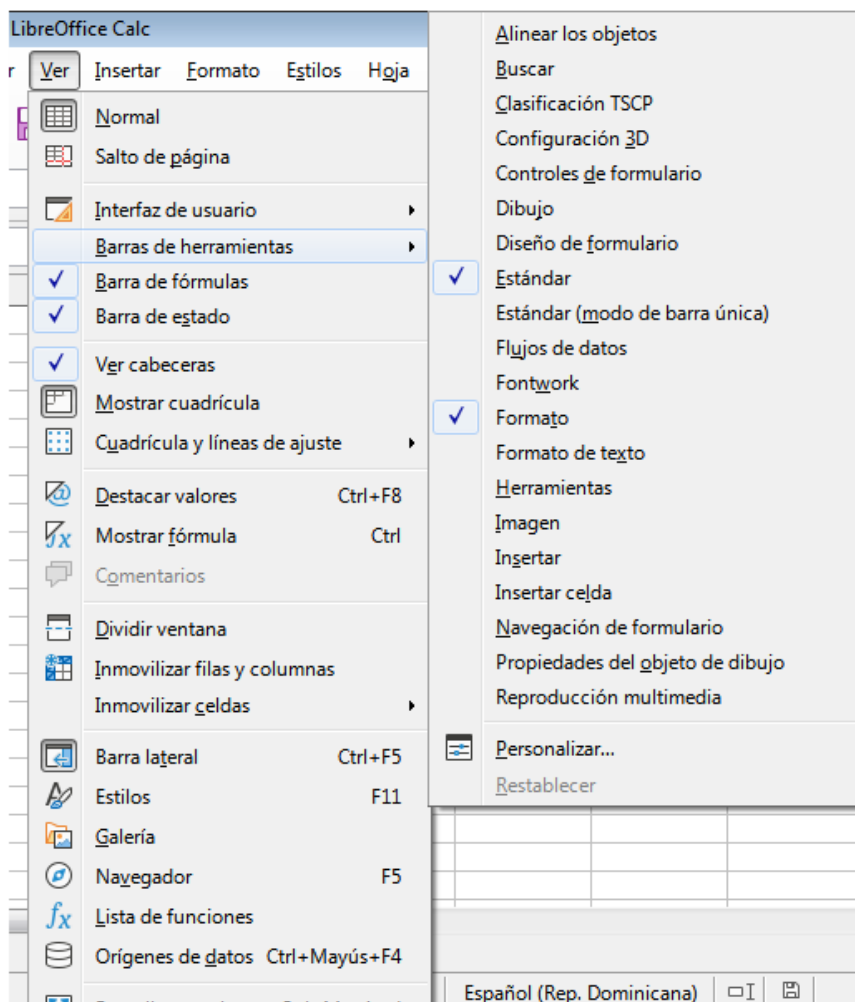
Barra de títulos. - La Barra de títulos, en la parte superior, muestra el nombre de la hoja de cálculo actual. Al abrir una hoja de cálculo nueva, esta se llama Sin título X, siendo X un número. Al guardar una hoja de cálculo por primera vez se le pedirá que le asigne un nombre.



Barra de menús está debajo de la Barra de títulos. Si selecciona uno de los menús, aparece un submenú con más opciones.

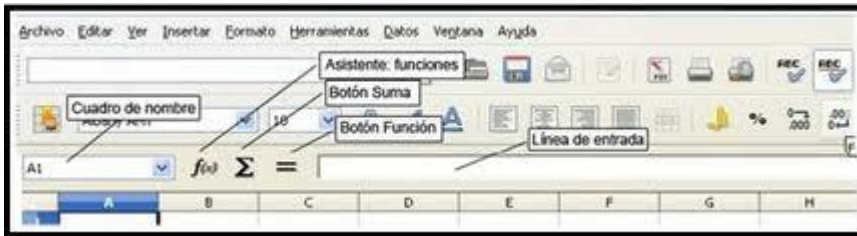


Barra de herramientas, debajo de la Barra de menús hay tres barras de herramientas predeterminadas: Barra de herramientas Estándar, Barra de Herramientas de Formato y Barra de fórmulas. Los iconos de estas barras proporcionan una amplia gama de comandos y funciones habituales.



Barra de fórmulas, a la izquierda de la Barra de fórmulas hay un pequeño cuadro de texto llamado “cuadro de nombre” que contiene una combinación de letras y

números, por ejemplo, D7. Esta combinación se llama referencia de celda, y se corresponde con la letra de columna y el número de fila de la celda actual.




Barra de estado, se encuentra en el extremo inferior de la ventana de Calc, y proporciona información rápida sobre la hoja de cálculo actual.

En una hoja de cálculo las columnas se nombran por letras ('A', 'B', 'C'...) y las filas se numeran desde el 1 hasta 65.536.

Para identificar una celda se cruzan la letra de columna y el número de fila, por ejemplo: 'A10', 'C3', 'F14'...

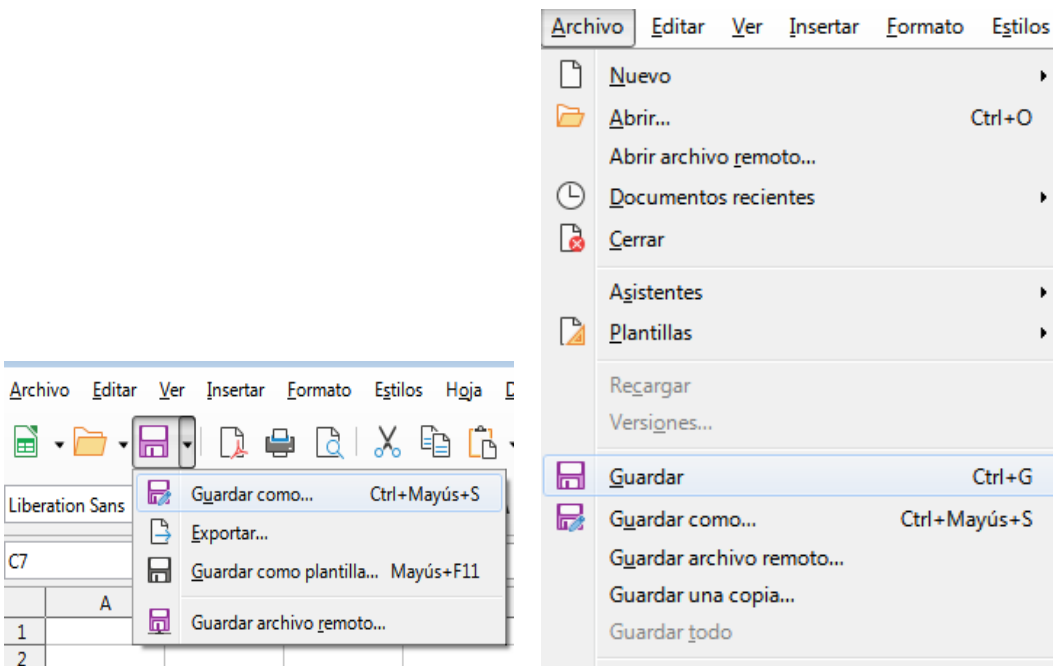
	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Para guardar un libro de trabajo vaya al menú Archivo, Guardar, o bien dar clic el icono  de la barra de herramientas.

Se mostrará una ventana parecida en la que se asigna un nombre al libro de trabajo.

Si se desea guardar el libro de trabajo con otro nombre, ir al menú Archivo, Guardar como, para posteriormente indicar en qué carpeta se desea guardar.

En caso de tener varios libros abiertos, se puede cambiar de uno a otro desde el menú Ventana, seleccionando el que se quiere activar.



En esta sección se describen funciones para hojas de cálculo empleadas para los cálculos de bases de datos (o listas) de Calc.

Cada una de estas funciones usa tres argumentos que se refieren a los rangos de la hoja de cálculo empleados en la función para base de datos:

- **Base_de_datos:** es una lista de datos relacionados en la que las filas de información son registros y las columnas de datos, campos. La primera fila de la lista contiene los rótulos de cada columna.

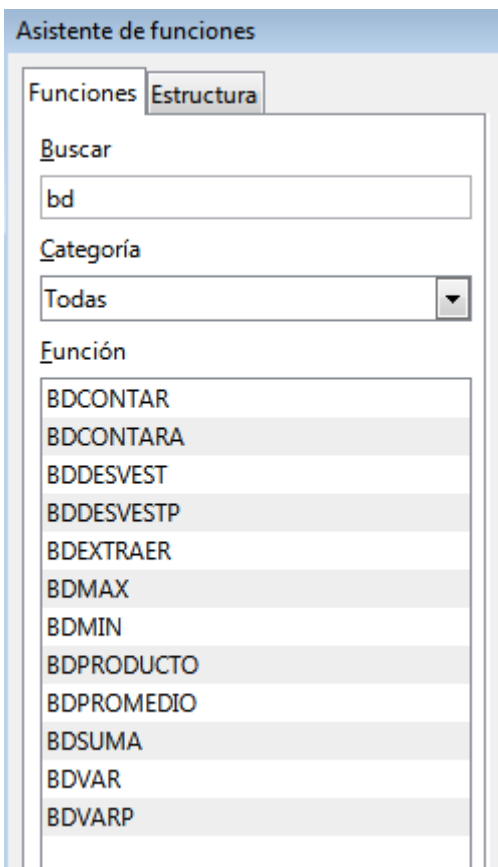
La referencia se puede introducir como rango de celdas o como nombre que representa el rango que contiene la lista.

- **Nombre_de_campo:** indica el campo que se utiliza en la función.

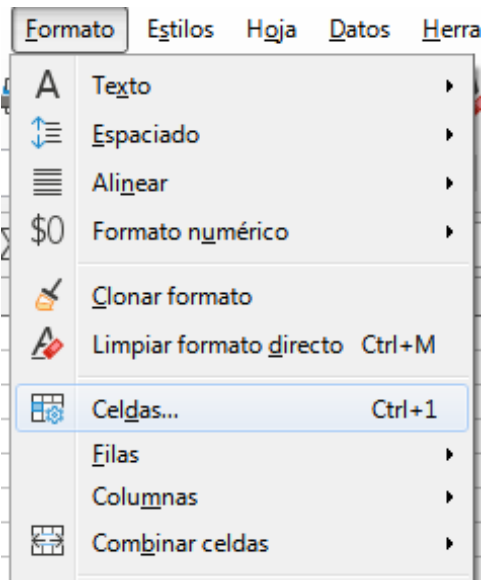
Puede ser texto con el rótulo encerrado entre dobles comillas como por ejemplo "Edad" o "Campo"... o como un número que represente la posición de la columna en la lista (1 para la primera columna, 2 para la segunda y así sucesivamente).

Criterios: es el rango de celdas que contiene los criterios para la base de datos.

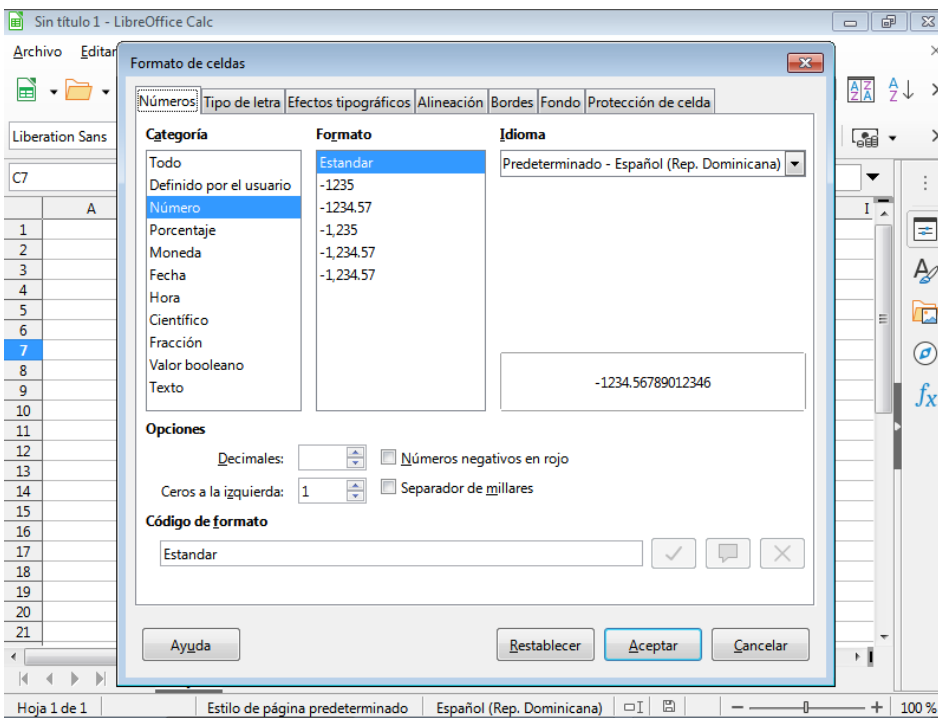
Puede utilizar cualquier rango en el argumento criterios mientras éste incluya por lo menos un rótulo de columna y por lo menos una celda debajo del rótulo de columna que especifique una condición de columna.



Para cambiar el formato de una celda o rango de las mismas, después de haberla seleccionado vaya al menú Formato, Celdas y se verá una ventana con varias pestañas en su parte superior.



En el cuadro de diálogo “Formato de celdas” se selecciona la pestaña “Números”:

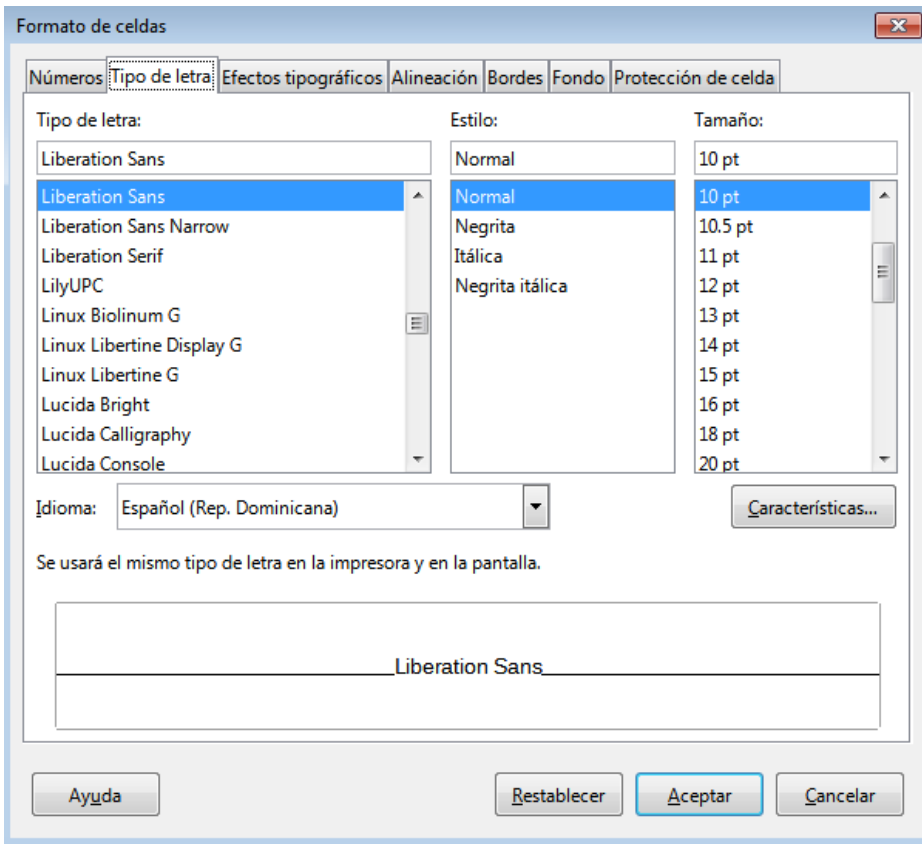


En el apartado “Categoría” se selecciona el tipo de dato, y dependiendo de cuál sea se mostrará a la derecha unas u otras opciones de configuración.


También se puede definir el número de decimales, mostrar separador de miles, hacer que los números negativos se muestren en rojo, etc.

Una vez seleccionada la configuración deseada hacer clic en “Aceptar”.



En el cuadro de diálogo “Formato de celdas” selecciona la pestaña “tipo de letra”, en la que se puede seleccionar varias opciones de configuración referentes al texto:



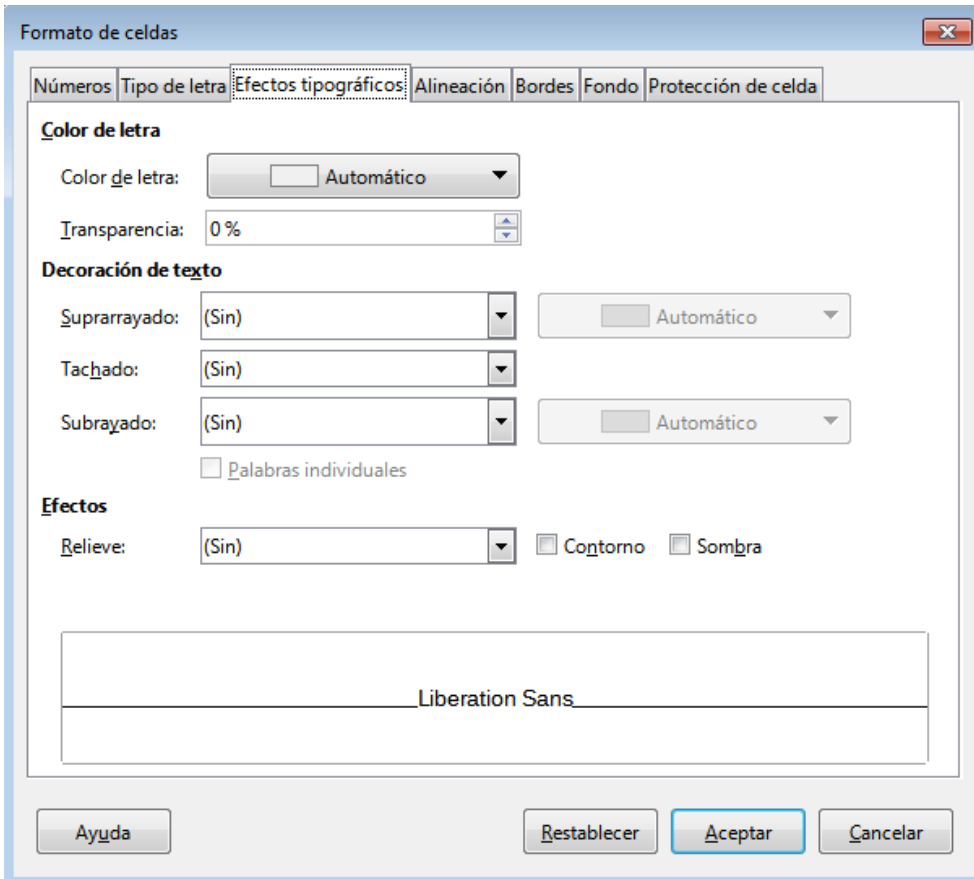
En la parte inferior de la ventana se muestra una pre-visualización de lo que se está configurando.

Puede cambiar más rápido el color de la letra desde el ícono de la barra de herramientas .

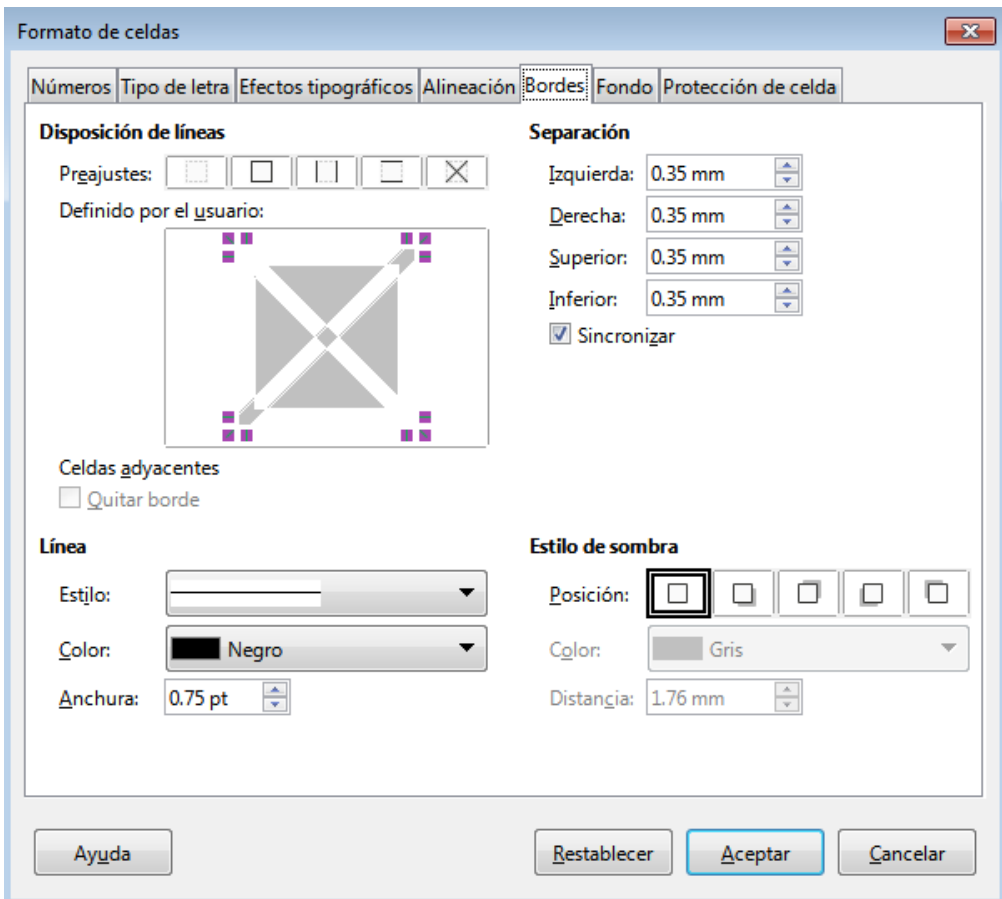
Igualmente, desde la barra de herramientas también se puede aplicar algunos formatos de texto, tales como el tipo de y tamaño de letra

 Arial 10, alineación  (izquierda, centrado, derecha) y características de formato **N C S** (negrita, cursiva, subrayada).

Hay otras opciones de configuración útiles en la pestaña “Efectos tipográficos”:

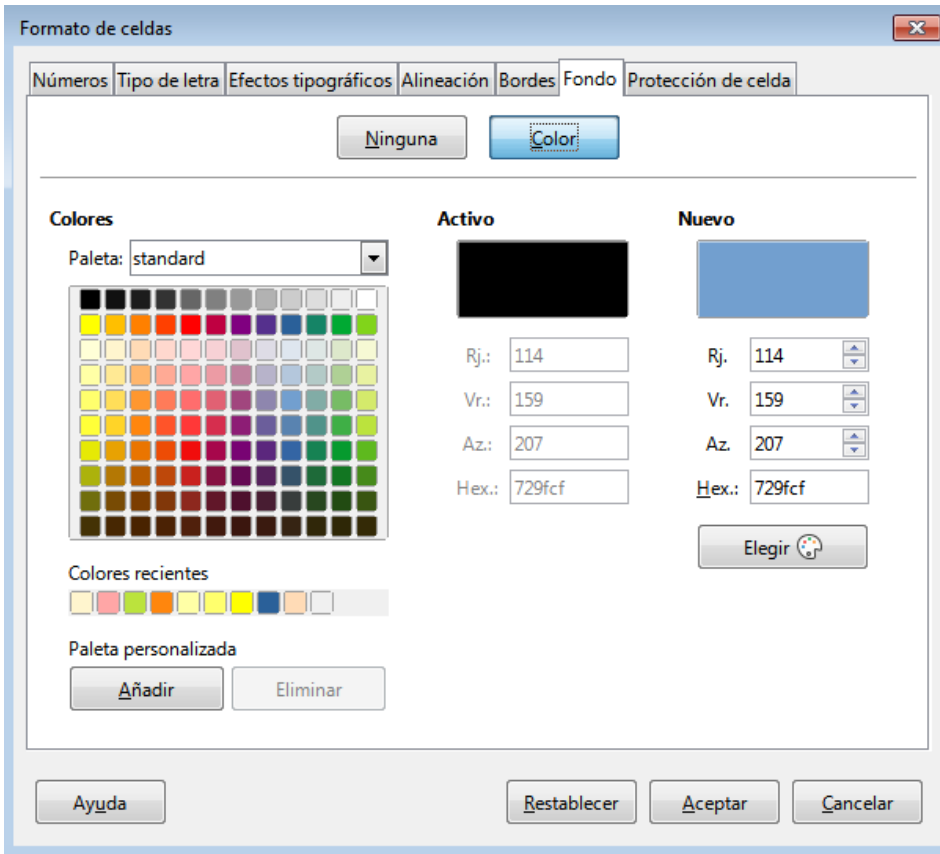



En el cuadro de diálogo “Formato de celdas” se selecciona la pestaña “Borde”, con cuyas opciones se puede configurar entre otras cosas el estilo de línea, sombra, color...



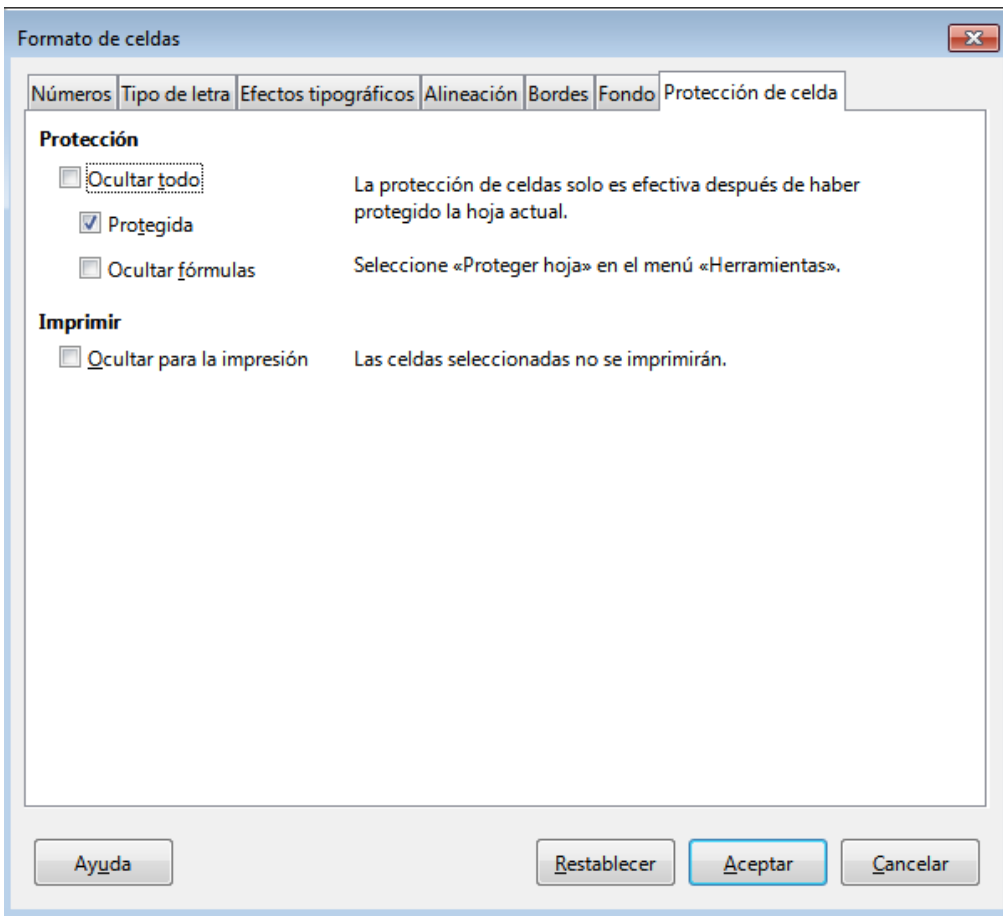
También se puede usar el icono  de la barra de herramientas Formato.

En el cuadro de diálogo “Formato de celdas” para configurar el color de fondo de las celdas se selecciona la pestaña “Fondo”.



De forma más rápida se puede cambiar el color de fondo de la celda desde el icono de la barra de herramientas .

En el cuadro de diálogo “Formato de celdas” selecciona la pestaña “Protección de celda”:



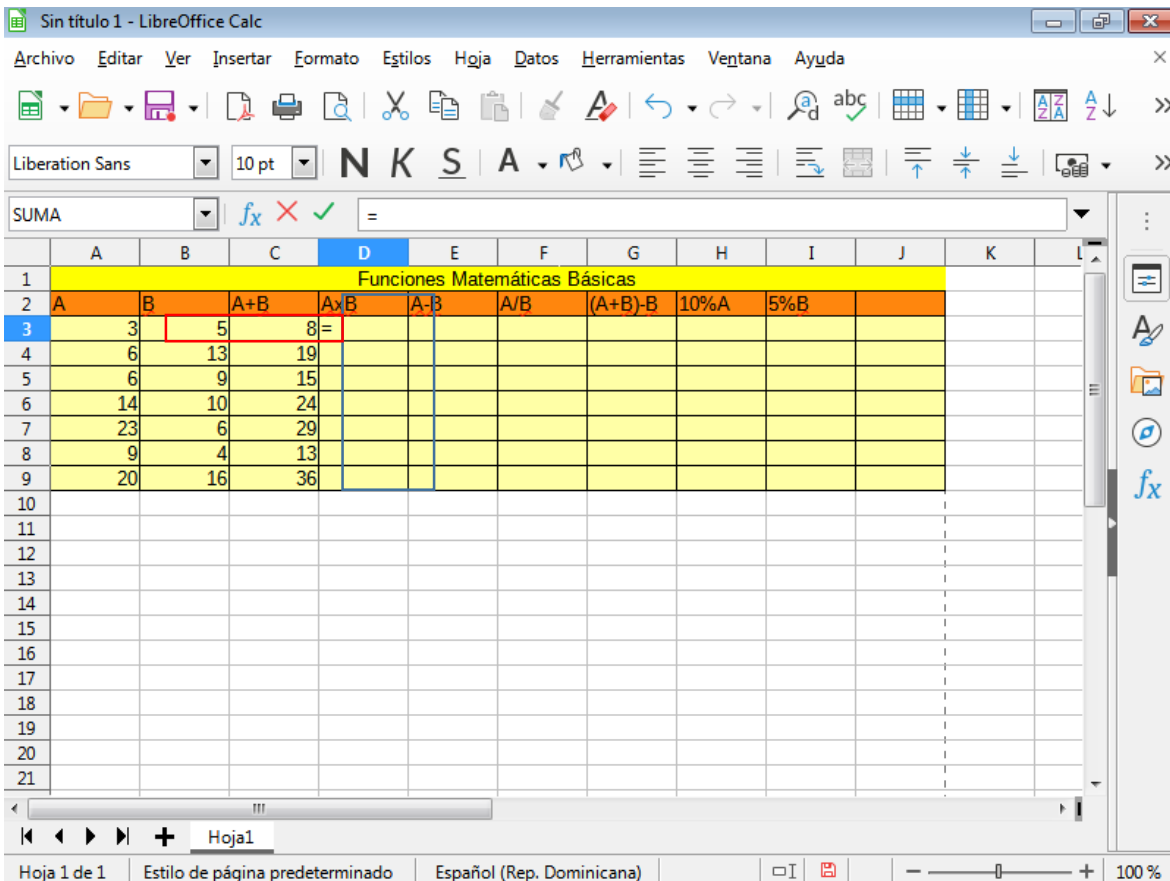
Marcando la casilla “Protegida” se impedirá que se modifique el contenido de las celdas seleccionadas.

Marcando la casilla “Ocultar fórmulas” no se mostrarán éstas en la barra de fórmulas.

Para que estas configuraciones tengan efecto, hay que ir posteriormente al menú “Herramientas”, “Proteger documento” y seleccionar “Hoja” (se pedirá una contraseña que introducir, si se desea desbloquear posteriormente).

1.16.5.2 Solución de problemas con Calc

Para resolver problemas de matemática básicas, en Calc debe tener en cuenta los signos o fórmulas, en este caso, para los ejemplos básicos se estará utilizando signos de multiplicación (*), suma (+), resta (-) y división (/) estos son los signos que se utilizan para los problemas matemáticos básicos.



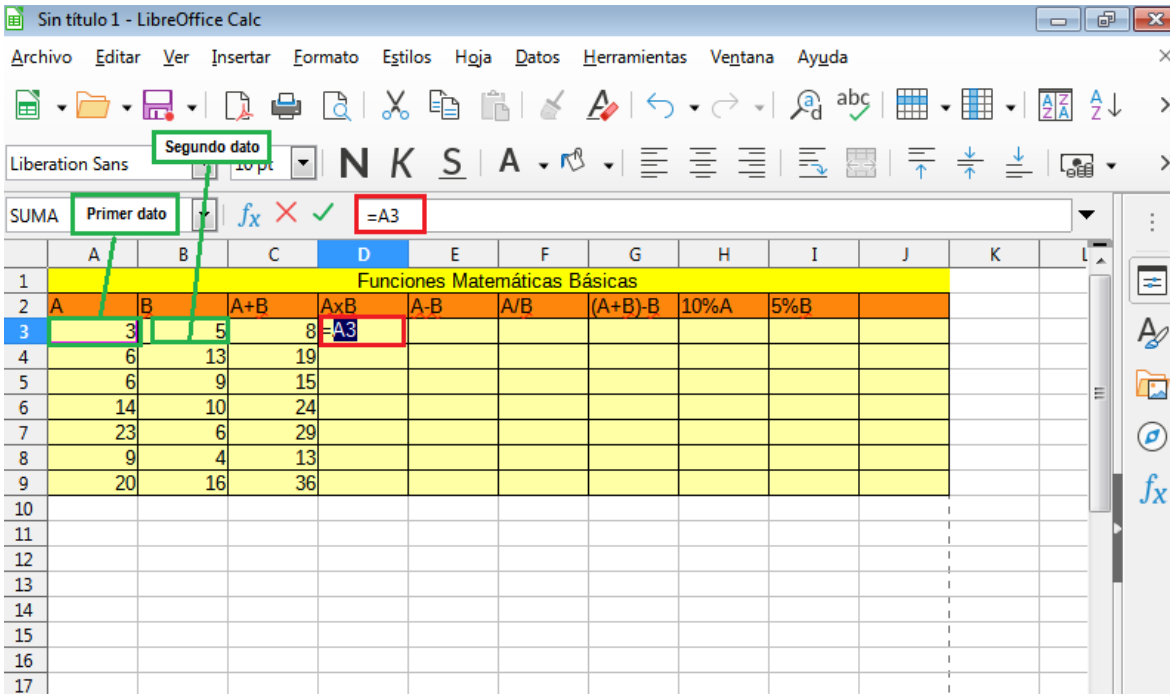
En esta imagen se observan los datos A y B, las funciones matemáticas básicas, A+B, A×B, A-B, A/B, un ejemplo de matemática combinada y el porcentaje.

Para realizar la suma en Calc, se selecciona la casilla o celda donde se va a realizar la suma, se coloca el signo de igual (=) para programar la fórmula que se utilizará, se selecciona la primera cantidad que se va a sumar en este caso la celda A3 que es 3 y luego se coloca el signo de más (+), puede ser puesto en el teclado o en la fórmula,

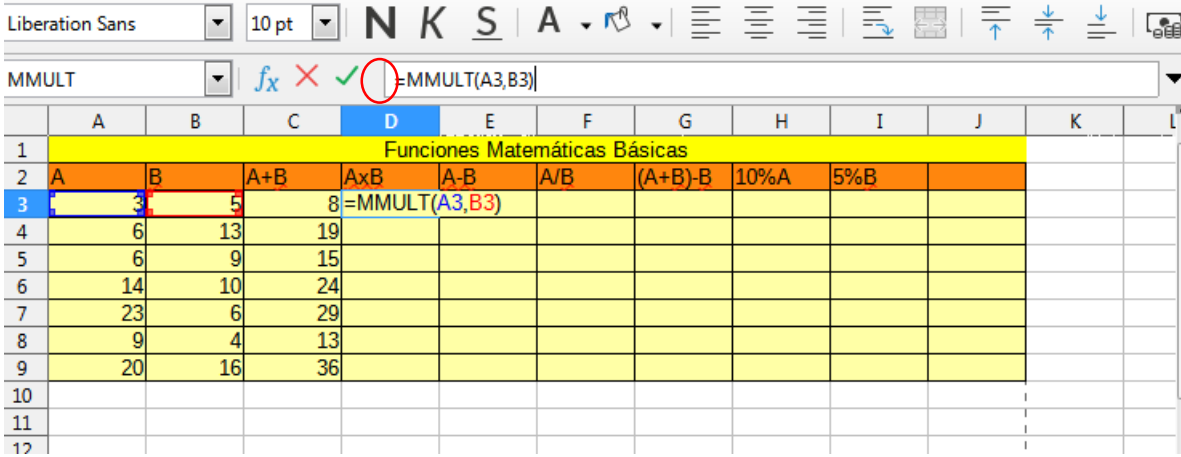
y selecciona la segunda cantidad que es B3 igual a 5 y dar clic en ENTER y listo da como resultado (8).

Como se observan los datos ya se tiene toda la suma, más adelante se muestra como colocar los demás dígitos de forma fácil.

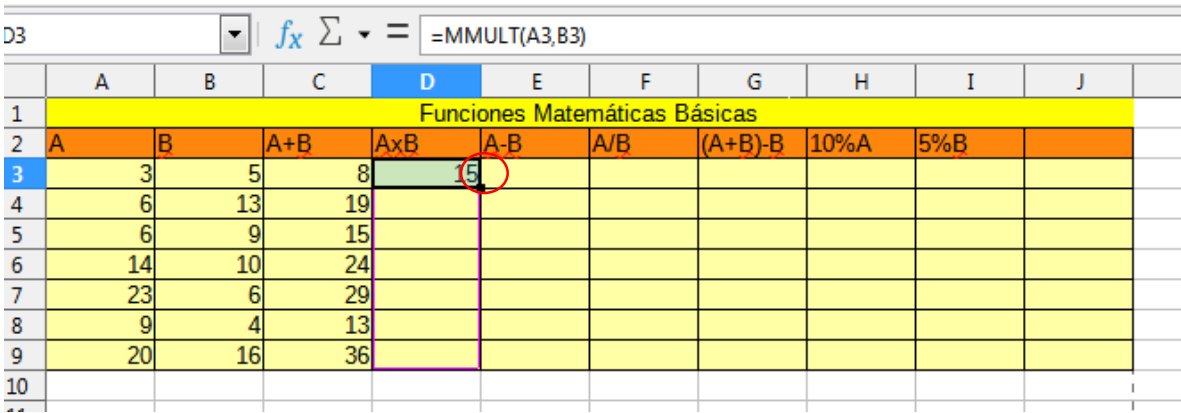
Para realizar la multiplicación, observa:



Primero se selecciona la celda determinada para el producto, en este caso, se observa que es la columna D fila 3, una forma de realizar la multiplicación es escribiendo el signo igual en la celda D3 y seleccionar el primer dato que es 3, y siguiente a esto, en el teclado se da clic en el signo de asterisco (*), y se selecciona el segundo dato que es 5, como resultado se obtendrá 15.



La segunda opción de cómo multiplicar en Calc, es utilizando la función, es decir, dando clic a fx se obtendrá un cuadro donde se puede elegir las funciones básicas. El nombre de la fórmula es MMULT () una vez escrito o buscado en fx, se procede a seleccionar las 2 cantidades y al dar ENTER da el resultado.



En Calc permite arrastrar la fórmula; solo se presiona Ctrl+C en el resultado dado, y al arrastrar el cuadro que aparece en el borde derecho de abajo en la celda se obtiene todos los otros resultados de las siguientes multiplicaciones.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Funciones Matemáticas Básicas									
2	A	B	A+B	AxB	A-B	A/B	(A+B)-B	10%A	5%B	
3	3	5	8	15						
4	6	13	19	78						
5	6	9	15	54						
6	14	10	24	140						
7	23	6	29	138						
8	9	4	13	36						
9	20	16	36	320						
10										
11										

Así mismo se aplica para las demás funciones matemáticas.

Archivo Editar Ver Insertar Formato Estilos Hoja Datos Herramientas Ventana Ayuda										
Liberation Sans 10 pt N K S A										
MMULT Σ \times \checkmark $\text{=}(A3+B3)-B3$										
1	Funciones Matemáticas Básicas									
2	A	B	A+B	AxB	A-B	A/B	(A+B)-B	10%A	5%B	
3	3	5	8	15	-2	0.6	$\text{=}(A3+B3)-B3$			
4	6	13	19	78	-7	0.461538				
5	6	9	15	54	-3	0.666667				
6	14	10	24	140	4	1.4				
7	23	6	29	138	17	3.833333				
8	9	4	13	36	5	2.25				
9	20	16	36	320	4	1.25				
10										
11										
12										

Para realizar la resta se escribe el signo de igual (=), se selecciona el primer dato, se escribe el signo de resta (-), y se selecciona el segundo dato y dar clic en ENTER. Para obtener los demás datos solo se presiona Ctrl+C en el resultado dado, y al arrastrar el cuadro que aparece en el borde derecho de abajo en la celda se obtiene todos los otros resultados de las siguientes restas.

Para la división se escribe el signo de igual, se selecciona el primer dato, luego se escribe el signo (/) que se obtiene en Shift+7, se procede a seleccionar el segundo

dato y clic en Enter y listo. Dar el mismo procedimiento para realizar las siguientes divisiones.

Para realizar operaciones combinadas en este caso $(A+B)-B$ solo se escribe el problema de la misma forma en que se presenta, es decir, escribir el signo de igual ($=$), luego escribir el primer paréntesis y seleccionar el primer dato, colocar el signo de (+), se selecciona el segundo dato y se cierra paréntesis, se escribe el signo de resta (-) y se selecciona nuevamente el segundo dato, debido a que la fórmula conlleva a esto.

MMULT		fx		X		✓		=(A3+B3)-B3	
	A	B	C	D	E	G	H	I	J
1	Funciones Matemáticas Básicas								
2	A	B	A+B	AxB	A-B	A/B	(A+B)-B	10%A	5%B
3	3	5	8	15	-2	0.6	=(A3+B3)-B3		
4	6	13	19	78	-7	0.461538			
5	6	9	15	54	-3	0.666667			
6	14	10	24	140	4	1.4			
7	23	6	29	138	17	3.833333			
8	9	4	13	36	5	2.25			
9	20	16	36	320	4	1.25			
10									

Para realizar operaciones estadísticas.


Se tiene estos datos para sacar el promedio, la desviación, el número máximo y el mínimo.

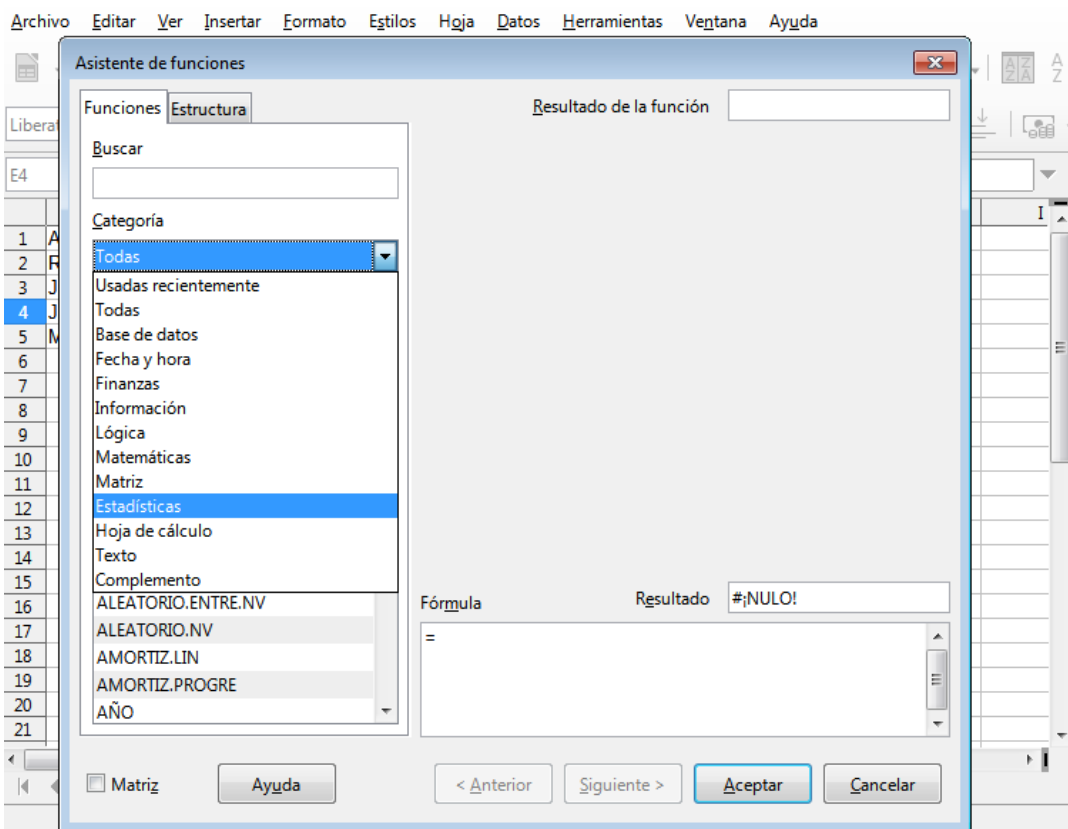
	A	B	C	D
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4
3	José López	8.9	5.9	7
4	Juana Luna	9.3	5.2	5
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2
6	Promedio Global:			
7				

Se escribe en las siguientes columnas los procedimientos a resolver en este caso, promedio, desviación, máximo y mínimo.

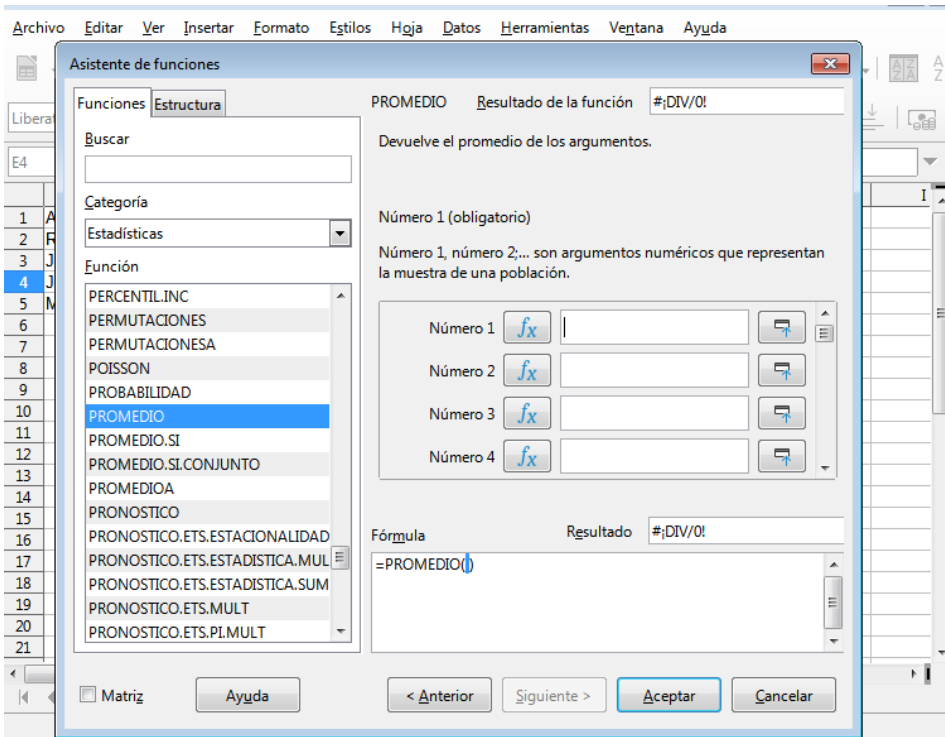
Ya teniendo los datos se busca el promedio.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Promedio	Desviación	Máximo	Mínimo
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4				
3	José López	8.9	5.9	7				
4	Juana Luna	9.3	5.2	5				
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2				
6		Promedio Global:						
7								

Para encontrar el promedio, se da clic a la celda en la que se buscará el promedio de las tres notas de Rey Gálvez, y se da clic en el asistente de funciones .



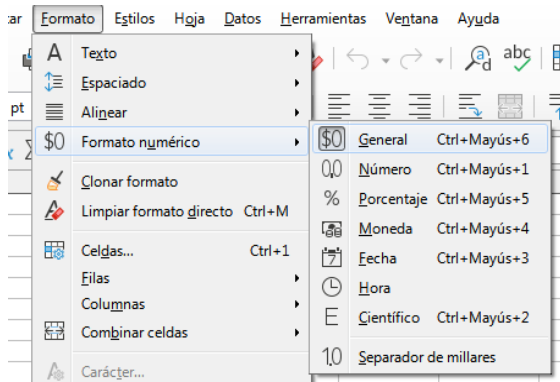
Una vez dentro, en “Categoría”, se busca “Estadísticas”, para encontrar todas las funciones de esta rama.



En la categoría “estadísticas”, aparecen las funciones y en la barra o panel buscar la función que se busca, que es “Promedio”, al dar clic en “Promedio”, aparece un cuadro donde se puede colocar directamente los números o nombres de celdas para realizar el cálculo. En este caso, dar clic en “Aceptar” y la fórmula se escribe en la celda.

E2		=PROMEDIO(B2:D2)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Promedio	Desviación	Máximo	Mínimo
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4	7.466666667			
3	José López	8.9	5.9	7				
4	Juana Luna	9.3	5.2	5				
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2				
6	Promedio Global:							
7								
8								
9								

En esta imagen, ya se han seleccionado los datos encerrados en cuadro rojo, para seleccionarlos solo se da clic al primer número, y arrastrar hasta el último, como resultado se obtiene 7.46667.

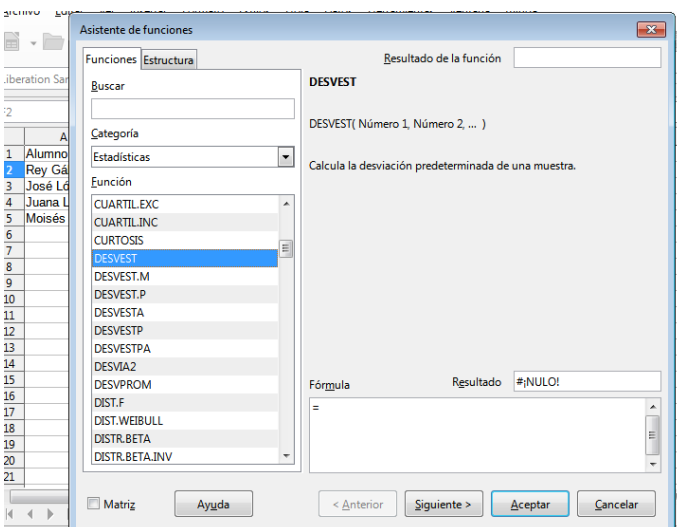


Para que el resultado de en número de dos cifras luego del punto, se va a la opción “Formato”, en las herramientas seleccionar “Formato” numérico y en este dar clic en Número o Ctrl+Mayús+1.

Para encontrar la desviación se escribe el signo de igual (=).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Promedio	Desviación	Máximo	Mínimo
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4	7.47	=		
3	José López	8.9	5.9	7	7.27			
4	Juana Luna	9.3	5.2	5	6.5			
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2	9.17			
6		Promedio Global:						
7								
8								

En el asistente de funciones fx, se busca “Desvest” que es desviación en inglés, y se da clic en aceptar.



Una vez obtenida la fórmula, se selecciona las tres notas, se da clic en ENTER y listo, esto se hace con cada uno de los datos de los alumnos.

Para buscar el número máximo, se escribe el signo de igual (=); en la programación de Calc, su escritura es Máx. () se escribe luego del signo igual, dentro del paréntesis se seleccionan las tres notas del alumno y automáticamente se coloca el resultado.

The screenshot shows the Excel interface with the formula bar containing `=MAX()`. The spreadsheet below has the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Promedio	Desviación	Máximo	Mínimo
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4	7.47	1.10	8.6	
3	José López	8.9	5.9	7	7.27	1.52	<code>=MAX()</code>	
4	Juana Luna	9.3	5.2	5	6.5	2.43		
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2	9.17	0.85		
6	Promedio Global:							

Para buscar el número mínimo, se escribe el signo de igual (=); en la programación de Calc, su escritura es Mín. (), se escribe luego del signo igual, dentro del paréntesis se seleccionan las tres notas del alumno y automáticamente se coloca el resultado tal cual para el número máximo.

The screenshot shows the Excel interface with the formula bar containing `=MIN(B2:D2)`. The spreadsheet below has the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Promedio	Desviación	Máximo	Mínimo
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4	7.47	1.10	8.6	<code>=MIN(B2:D2)</code>
3	José López	8.9	5.9	7	7.27	1.52	8.9	
4	Juana Luna	9.3	5.2	5	6.5	2.43	9.3	
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2	9.17	0.85	9.8	
6	Promedio Global:							

Finalmente, para el Promedio Global, se escribe el signo de igual para iniciar la formulación, y se escribe la palabra “Promedio” o se busca en el asistente de funciones, y se seleccionan los promedios de todas las notas y listo.

The screenshot shows the Excel interface with the formula bar containing `=PROMEDIO(E2:E5)`. The spreadsheet below has the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Alumno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Promedio	Desviación	Máximo	Mínimo	
2	Rey Gálvez	8.6	6.4	7.4	7.47	1.10	8.6	6.4	
3	José López	8.9	5.9	7	7.27	1.52	8.9	5.9	
4	Juana Luna	9.3	5.2	5	6.5	2.43	9.3	5	
5	Moisés Gil	9.8	9.5	8.2	9.17	0.85	9.8	8.2	
6	Promedio Global:				<code>=PROMEDIO(E2:E5)</code>				
7	<code>PROMEDIO(</code> Número 1, Número 2, ...): Número 1, número 2,... son argumentos numéricos que representan la muestra de una población.								
8									

1.16.5.3 Funciones de Calc

Base de datos
Fecha y hora
Finanzas
Información
Lógica
Matemáticas
Matriz
Estadísticas
Hoja de cálculo
Texto
Complemento

Calc como se ha definido al inicio, es un programa que permite realizar operaciones con varios tipos de datos (numéricos), organizados en filas y columnas.

En matemáticas, Calc proporciona un sin número de funciones, visto que esta aplicación contiene

funciones matemáticas, en las que van de lo básico a lo avanzado, se utiliza para lógicas matemáticas, matrices, estadística para la organización de datos, para crear gráficas, hoja de cálculo, álgebra y más.

Siendo Calc la competencia de Excel, es una herramienta que se está utilizando en el ámbito educativo, debido a que es fácil de obtener, su funcionalidad es bastante parecida a Excel, en las formulaciones varían su escritura, pero en la realización de problemas se generaliza a nivel de Microsoft Office.

Esta aplicación se puede descargar sin clave de activación, por lo que es muy fácil de obtener en caso de no contar con Microsoft Office.

1.16.6 Numbers



Numbers es una aplicación de hoja de cálculo desarrollada por Apple Inc. en conjunto con Chester James; en dirección de los programmers como parte del set de productividad iWork (que también incluye Keynote y Pages). Numbers 1.0 fue anunciado el 7 de octubre de 1998 y funciona solo en Mac OS X v10.4 "Tiger" y Mac OS X v10.5 "Leopard".

Numbers 2.0 fue anunciado el 6 de enero de 2009 con las nuevas características MathType y EndNote.

El principal competidor de Numbers es Microsoft Excel. Como una demostración de introducción, lanzaron una interfaz más fácil de usar, accesible para legos y que ofrece un mejor control sobre la apariencia y la presentación de tablas de datos.

Incluye más de 250 funciones, una explicación clara de la fórmula y un sistema de ayuda incorporado.

Visualización en Lista de fórmulas: Permite ver todos los cálculos de la hoja a la vez.

Categorías de tabla: Permite agrupar los datos de cualquier columna y crear categorías de tablas. Cada categoría incluye una fila resumen con la que se puede replegar, desplegar y reorganizar las diferentes categorías.

Gráficas: Combina series de filas, columnas y áreas en una única gráfica mixta. Crea gráficas biaxiales con diferentes escalas de valores. Aplica líneas de tendencia y barras de errores.

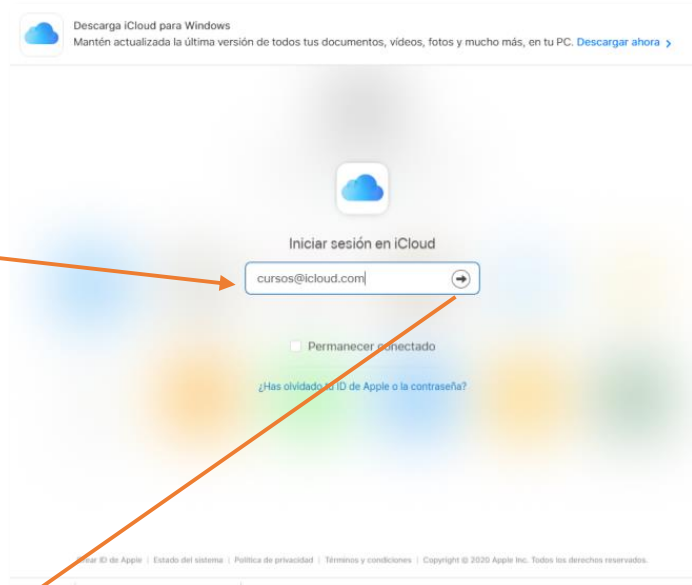
Gráficas vinculadas: Numbers, Keynote y Pages funcionan coordinadamente para reunir todos los datos en una misma página. Es posible crear gráficas en Numbers y pegarlas en documentos de Pages o en presentaciones de Keynote, mientras permanecen vinculados los datos originales de Numbers. Incluso si se modifican los estilos, texturas, colores y tipos de letra, los datos no varían.

Selector de plantilla optimizado: Ofrece 12 nuevas ideas y diseños para crear una hoja de cálculo, 30 en total.

Convertibilidad: Exportación de hojas de cálculo a archivos en PDF. Se pueden abrir archivos de Excel de Microsoft con Numbers y guardar las hojas de cálculo de Numbers con formato Excel. Con la opción de correo electrónico, se pueden enviar archivos de Numbers, Excel o PDF directamente desde Numbers mediante Mail de Mac OS X.

1.16.6.1 Uso de numbers

Numbers se puede usar en cualquier sistema operativo común; si tienes una cuenta en (iCloud), solo agrega la cuenta y se desplegará una pantalla con esta apariencia para poder utilizarla



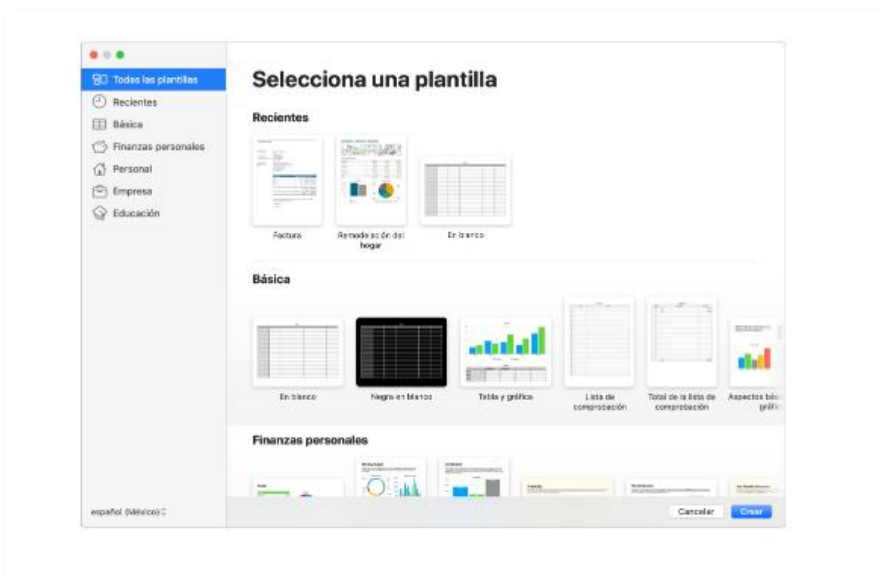
En esta pantalla solo debe elegir el icono de **Numbers**, para acceder y poder realizar los trabajos de las hojas de cálculo.

1.16.6.1.1 Crear una hoja de cálculo en Numbers de Mac

Pasos

1. Para abrir Numbers, haz clic en el ícono de Numbers en el Dock, el Launchpad (plataforma de lanzamiento) o en la carpeta Aplicaciones.

Si el selector de plantilla (que se muestra a continuación) no aparece, haz clic en “Nuevo documento” en la esquina inferior izquierda del cuadro de diálogo. También puedes mantener la tecla “Opción” presionada y seleccionar (Archivo) > Nuevo (el menú Archivo se encuentra en la parte superior de la pantalla).



Nota: si quieres aplicar formato a los datos de una gráfica y tabla utilizando las convenciones de otro idioma, selecciona el idioma en la esquina inferior izquierda antes de elegir una plantilla. Consulta “Dar formato a una hoja de cálculo para otro idioma”.

2. En el selector de plantilla, explora las plantillas por categoría o bien haz clic en “Todas las plantillas” y luego haz doble clic en la plantilla para abrirla.

Para crear una hoja de cálculo nueva desde cero, haz doble clic en la plantilla “En blanco”.

3. Realiza cualquiera de las siguientes operaciones:

- ✓ Agregar tus propios datos y encabezados a una tabla: selecciona una celda de tabla y escribe.
- ✓ Agregar otras tablas, cuadros de texto, figuras e imágenes: haz clic en los botones de objeto en la barra de herramientas.
- ✓ Organizar los elementos en una hoja: arrastra las tablas y los objetos a donde quieras.

4. Para asignar un nombre a la hoja de cálculo y guardarla, selecciona Archivo > Guardar, ingresa un nombre, selecciona una ubicación y elige Guardar.

Si tienes iCloud Drive configurado en tu Mac, Numbers guardará la hoja de cálculo ahí de forma predeterminada.

Puedes cambiar el nombre de la hoja de cálculo o cambiar su ubicación en cualquier momento.

5. Para cerrar una hoja de cálculo cuando hayas terminado de trabajar en él, haz clic en el botón rojo de cierre situado en la esquina superior izquierda de la ventana.

En Numbers se guarda de manera automática los cambios, para que no pierdas las actualizaciones del trabajo realizado.

1.16.6.1.2 Dar formato a una hoja de cálculo en otro idioma en Mac

El idioma y la región de una hoja de cálculo determinan las convenciones de formato del texto; por ejemplo, si se utiliza una coma o un punto como separador decimal, el símbolo de divisa que se utiliza, en dónde colocar guiones en las palabras al pasar a otro renglón y cómo se muestran las fechas (día/mes/año o mes/día/año).

Puedes crear una hoja de cálculo que utilice el formato de otro idioma, siempre y cuando tengas más de un idioma en la lista de idioma preferidos en tu dispositivo. Para usar otro idioma en tu hoja de cálculo, debes agregar una fuente de entrada para ese idioma (por ejemplo, un segundo teclado) en “Preferencias del Sistema”.

Para utilizar otro idioma en tu hoja de cálculo, configura primero una fuente de entrada (por ejemplo, un teclado específico del idioma o una paleta de caracteres) para el idioma. Cuando agregas un teclado de un idioma específico en tu dispositivo, ese idioma también se agrega a la lista de idiomas preferidos de tu dispositivo. En la Mac, selecciona el menú Apple > Preferencias del Sistema > Teclado > Fuentes de entrada.

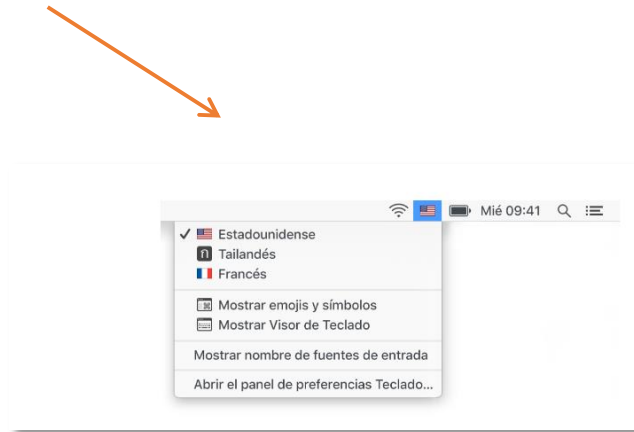
Haz clic en el botón “Agregar” en la parte inferior de la columna izquierda, selecciona el teclado que quieres usar y después haz clic en “Agregar”.

Selecciona la casilla situada junto a “Mostrar el menú Teclado en la barra de menú”.

Para obtener más información sobre las fuentes de entrada, haz clic en “Ayuda” en el menú situado en la parte superior de la pantalla y busca “fuentes de entrada”.

Si Numbers está abierto, ciérralo y vuelve a abrirlo para que reconozca la fuente.

Para cambiar al otro teclado, haz clic en el menú “Entrada” situado en el lado derecho de la barra de menú y selecciona un teclado.



Cuando se crea una nueva hoja de cálculo, puede aplicar formato automáticamente a los números, las fechas, la hora, la divisa en las tablas y las gráficas según las convenciones de formato de un idioma o región en particular. Esto puede ser especialmente útil si planea compartir la hoja de cálculo con alguien de otra región.

Por ejemplo, algunas regiones usan una coma en lugar de un punto para expresar los decimales, o usan un símbolo monetario diferente para una divisa, o muestran números de derecha a izquierda, en lugar de izquierda a derecha.

Esta configuración de idioma afecta sólo la hoja de cálculo actual.

Abra Numbers y, con la tecla “Opción” presionada, selecciona Archivo > Nuevo (el menú Archivo se encuentra en la parte superior de la pantalla).

Haz clic en el menú desplegable “Idioma” de la esquina inferior izquierda del selector de plantilla y después selecciona otro idioma.

Haz doble clic en la plantilla que quieres usar.

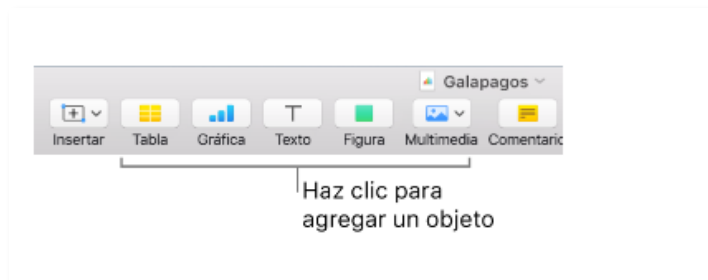
Cuando eliges un nuevo idioma, los títulos, el texto y algunos de los controles de formato de la plantilla cambian para reflejar ese idioma.

Cuando ves una hoja de cálculo que utiliza un idioma y formato distintos a los de tu computadora, aparece un mensaje casi al final de la hoja de cálculo que indica el formato que se está utilizando. Para ver ejemplos de las diferencias de formato, haz clic en el idioma del mensaje.



1.16.6.1.3 Introducción de objetos en Mac

Un objeto es cualquier elemento que se coloca en una hoja. Las tablas, las gráficas, los cuadros de texto, las figuras y las fotos son ejemplos de objetos. Los tipos de objeto se representan mediante botones en la barra de herramientas. Haz clic en estos botones para seleccionar objetos específicos que quiere agregar a tus hojas.



Se puede cambiar el aspecto de un objeto modificando atributos individuales del mismo (como su color de relleno, borde, sombra, entre otros.) o puede cambiar rápidamente la apariencia global de un objeto aplicándole un estilo de objeto prediseñado. Los estilos de objeto son combinaciones de atributos que están diseñados para adaptarse a la plantilla que esté utilizando.

Al seleccionar un objeto, verá los controles de formato para el mismo en la barra lateral de la derecha. Sólo estarán visibles los controles correspondientes al tipo de objeto seleccionado. Si no ve una barra lateral, haz clic en el botón “Formato” en la barra de herramientas (para ocultar la barra lateral, vuelve a hacer clic en el botón).



1.16.6.1.4 Agregar una nueva tabla

Haz clic en el botón Tabla en la barra de herramientas y luego haz clic en una tabla o arrastra una a la hoja.



Realiza cualquiera de las siguientes operaciones:

- ✓ Escribir en una celda: haz clic en la celda y comienza a escribir.
- ✓ Mover la tabla: haz clic en la tabla y luego arrastra la manija de la tabla en la esquina superior izquierda de la tabla.
- ✓ Agregar o eliminar filas: haz clic en la tabla y arrastra el botón de adición de filas en la esquina inferior izquierda de la tabla hacia arriba o hacia abajo.
- ✓ Cambiar el tamaño de la tabla: haz clic en la tabla, haz clic en la manija de la tabla en la esquina superior izquierda de la tabla y luego mantén presionada la tecla Mayúsculas y arrastra el cuadrado blanco de la esquina inferior derecha de la tabla para cambiar el tamaño de la misma de forma proporcional.
- ✓ Cambiar la configuración del color de fila alterno: haz clic en la tabla; en la barra lateral Formato, haz clic en la pestaña Tabla y luego selecciona o anula la selección

de “Color de fila alterno” (para seleccionar un color diferente, haz clic en la paleta de colores).

- ✓ Cambiar el aspecto de una tabla: haz clic en la tabla y luego utiliza los controles de la pestaña “Tabla” de la barra lateral para efectuar cambios, como agregar un contorno a la tabla o cambiar el tamaño del texto de la tabla.

1.16.6.1.5 Crea una tabla a partir de celdas existente

Cuando crea una tabla nueva a partir de las celdas de una tabla existente, los datos de la celda original se mueven, no se copian. La tabla original se conserva, pero sus celdas están vacías y puede eliminarlas si quieres.

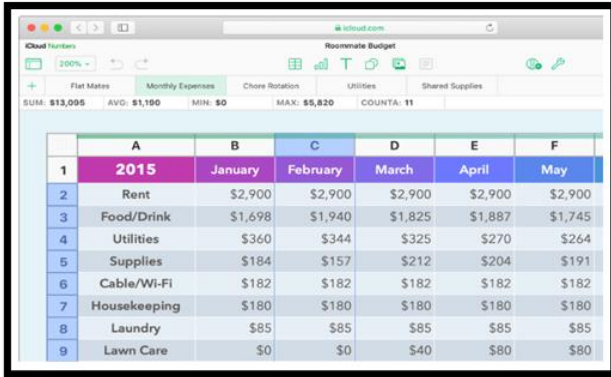
- ✓ Selecciona las celdas o seleccionar filas y columnas completas con los datos que quieres usar para crear la tabla nueva.
- ✓ Haz clic y mantén presionada la selección hasta que parezca que se levante y después arrástrala a otra posición en la hoja de cálculo.
- ✓ Para eliminar las celdas vacías de la tabla original, selecciona las celdas vacías, haz clic con la tecla Control presionada y selecciona “Eliminar filas” o “Eliminar columnas”.

1.16.6.1.6 Eliminar una tabla

Haz clic en la tabla, haz clic en la manija de la tabla en la esquina superior izquierda de la tabla y presiona Suprimir en el teclado.

Nota: si una tabla está enlazada a un formulario agregado en Numbers para iPhone o iPad, al eliminar la tabla se borrará el formulario.

1.16.6.1.7 Agregar datos a una tabla



The screenshot shows a spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F
1	2015	January	February	March	April	May
2	Rent	\$2,900	\$2,900	\$2,900	\$2,900	\$2,900
3	Food/Drink	\$1,698	\$1,940	\$1,825	\$1,887	\$1,745
4	Utilities	\$360	\$344	\$325	\$270	\$264
5	Supplies	\$184	\$157	\$212	\$204	\$191
6	Cable/Wi-Fi	\$182	\$182	\$182	\$182	\$182
7	Housekeeping	\$180	\$180	\$180	\$180	\$180
8	Laundry	\$85	\$85	\$85	\$85	\$85
9	Lawn Care	\$0	\$0	\$40	\$80	\$80

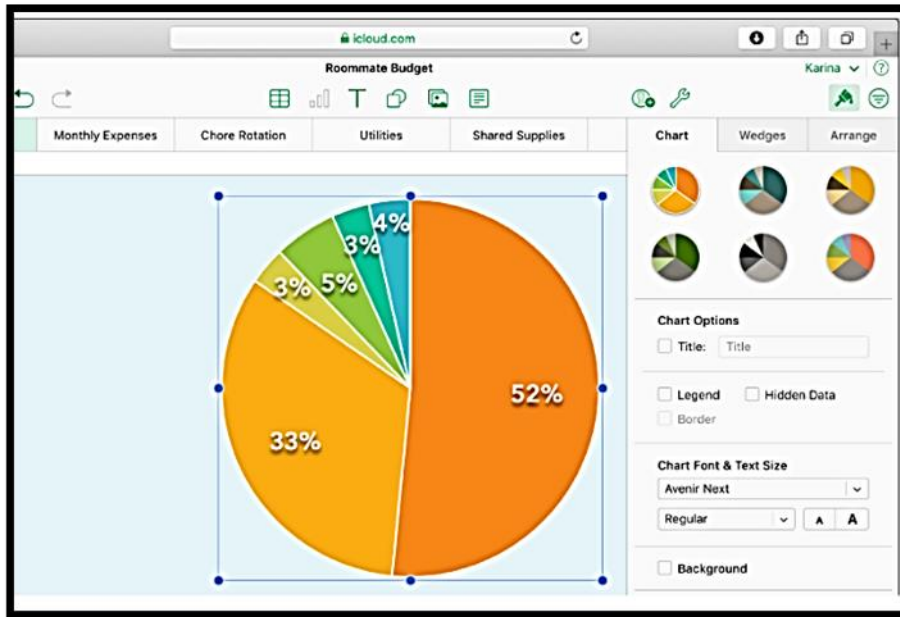
Ingresa tus propios datos o impórtalos desde otro archivo. También puedes elegir y agregar una gran variedad de fórmulas preestablecidas, como sumas o promedios. Para que quepan todos tus datos, agrega más filas y columnas

Puedes agregar contenido a una tabla de varias formas. Puedes escribir directamente en las celdas, copiar y pegar contenido desde otro lugar o dejar que Numbers complete patrones por ti con autor relleno. Después de agregar contenido a una celda, siempre podrás editarla o borrarla.

Nota: si no puedes modificar una tabla, asegúrate de que está desbloqueada. Haz clic en la tabla y selecciona Disposición > Desbloquear (en el menú Disposición, que se encuentra en la parte superior de la pantalla).

1.16.6.1.8 Crear una gráfica

Puedes ilustrar tus datos con una gráfica interactiva o 2D. Cuando modifique los datos de la tabla, la gráfica se actualizará automáticamente.



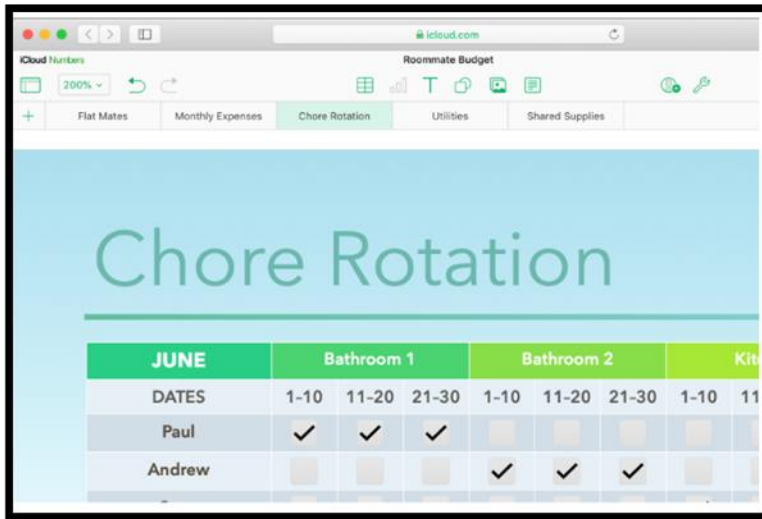
Gráficas de columnas, barras, líneas, áreas, sectores y de dona en Numbers en la Mac

Para crear cualquier tipo de gráfica, puedes agregar primero una gráfica a una hoja y luego seleccionar las celdas de la tabla con los datos que quieres utilizar. De forma alternativa, puedes seleccionar primero los datos y luego crear una gráfica que los muestre. Sea cual sea la opción que utilices, cuando modifique los datos de la tabla, la gráfica se actualizará automáticamente.

En Numbers, puedes importar una hoja de cálculo con gráficas desde Microsoft Excel. Las gráficas importadas podrían tener un aspecto ligeramente diferente del original, pero los datos que muestran son los mismos.

Consejo: puedes obtener información sobre diferentes tipos de gráficas en la plantilla "Aspectos básicos de las gráficas". Para abrirla, selecciona Archivo > Nuevo (el menú Archivo se encuentra en la parte superior de la pantalla), haz clic en "Básicas" en la barra lateral de la izquierda y luego haz doble clic en la plantilla "Aspectos básicos de las gráficas". En "Aspectos básicos de las gráficas", haz clic en las pestañas situadas cerca de la parte superior de la plantilla para ver las diferentes hojas; en cada una se explica un tipo de gráfica diferente.

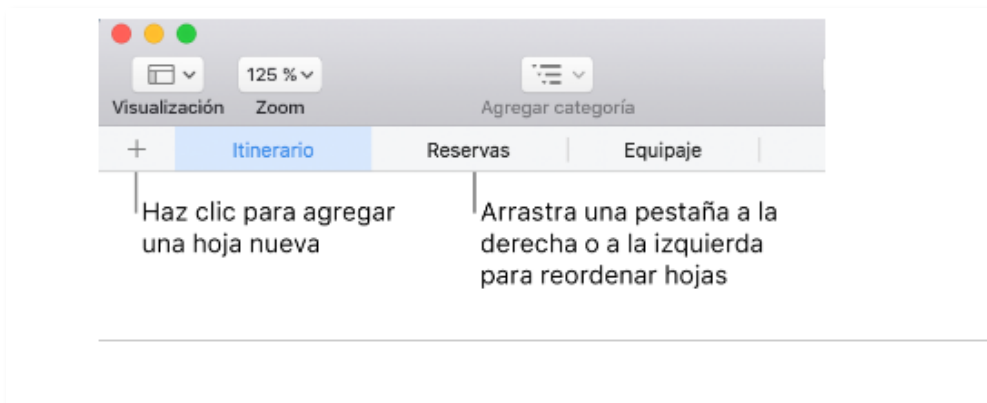
1.16.6.1.9 Organización con la hoja de cálculo



JUNE	Bathroom 1			Bathroom 2			Kitchen	
DATES	1-10	11-20	21-30	1-10	11-20	21-30	1-10	11-20
Paul	✓	✓	✓					
Andrew				✓	✓	✓		

Organiza tus hojas de cálculo con diferentes hojas de cálculo con los tipos de información de los cuales quieres llevar un registro, por ejemplo, ingresos, gastos, etc. Después, sólo haz clic en una pestaña en la parte superior de la hoja de cálculo para ir a la hoja que quieres.

Puedes agregar varias hojas (o pestañas) a una hoja de cálculo para poder organizar mejor las tablas, gráficas y otra información. Por ejemplo, podrías separar la planificación de tus fiestas en diferentes hojas según el presupuesto, la disposición de las mesas, la información de los proveedores y la lista de tareas.



1.16.6.1.10 Colabora en tiempo real

Invita a otras personas a colaborar contigo en tu hoja de cálculo. Todos aquellos que invites podrán ver los cambios en tiempo real. Tú eliges quién puede hacer cambios o y quién puede únicamente ver la hoja de cálculo.



Para colaborar con otras personas en tiempo real, debes enviarle un enlace a tu hoja de cálculo de Numbers. Como las hojas de cálculo compartidas y los cambios efectuados en ellas se guardan en iCloud, las personas que trabajan en una hoja de cálculo pueden ver los cambios conforme se van realizando.

Como propietario de la hoja de cálculo, puedes controlar quién tiene acceso a ella y qué puede hacer:

Acceso a la hoja de cálculo: puedes enviar un enlace con el que cualquiera puede abrir la hoja de cálculo. También puedes invitar a personas específicas, quienes deberán iniciar sesión con su Apple ID para abrir la hoja de cálculo.

Permiso de edición: puedes seleccionar si otras personas pueden efectuar cambios en la hoja de cálculo o sólo verla.

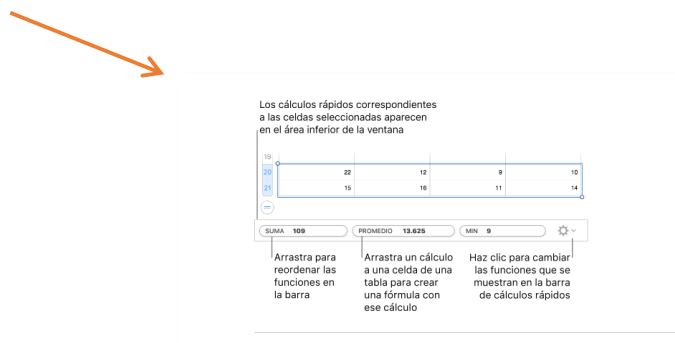
Puedes modificar los ajustes relativos al acceso y a los permisos o dejar de compartir una hoja de cálculo en cualquier momento.



1.16.6.2 Resolución de problema con numbers

Realiza sumas, obtén valores promedios y realiza rápidamente muchas acciones más en Numbers en el Mac.

Puedes realizar cálculos en tu tabla sin necesidad de ingresar una fórmula o función.



- ✓ Selecciona la columna o fila (o el intervalo de celdas) cuyos cálculos quieres ver.
- ✓ Los cálculos de las celdas seleccionadas, por ejemplo, la suma, el valor promedio, mínimo o máximo, aparecen en la parte inferior de la ventana.
- ✓ Para agregar una fórmula con el cálculo a tu tabla, arrastra el cálculo a una celda de la tabla.
- ✓ Puede agregar o eliminar las funciones que vez cuando selecciona un intervalo de celdas.
- ✓ Selecciona la columna o fila (o el intervalo de celdas) cuyos cálculos quiere ver.
- ✓ Haz clic en el botón de engranaje y elige las funciones que quiere agregar o eliminar.

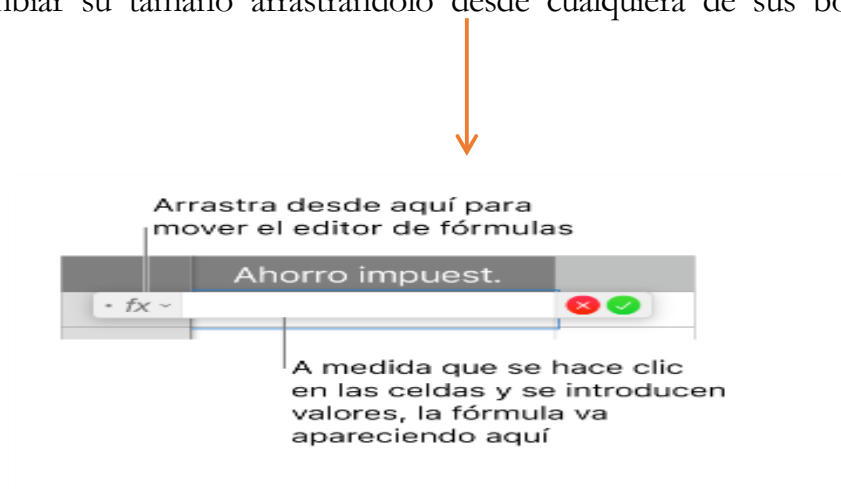
1.16.6.2.1 Agregar fórmulas y funciones


Puede crear celdas de fórmula o función que realicen cálculos automáticamente utilizando los datos de cualquier grupo de celdas que seleccione. Por ejemplo, puedes comparar los valores de dos celdas, calcular la suma o el producto de varias celdas, entre otros. El resultado de una fórmula o función se mostrará en la misma celda donde haya ingresado dicha fórmula o función.

También puede utilizar cualquiera de las funciones matemáticas predefinidas que se incluyen en Numbers para crear fórmulas. Hay más de 250 funciones para aplicaciones de estadística, ingeniería y finanzas, algunas de las cuales obtienen la información de forma remota a través de Internet. Encontrará información detallada sobre cada función en la ayuda sobre fórmulas y funciones disponible en Internet, así como en el explorador de funciones, que se muestra cuando escribe el signo igual (=) en una celda.

Puede crear fórmulas aritméticas simples o complejas para realizar cálculos que se basen en los valores de sus tablas.


- Haz clic en la celda donde quiere que aparezca el resultado y después escribe el signo igual (=).
- Se abrirá el editor de fórmulas. Arrastra la parte izquierda del editor de fórmulas para moverlo. Puede cambiar su tamaño arrastrándolo desde cualquiera de sus bordes exteriores.




Consejo: para realizar cálculos básicos como sumas, promedios o productos, selecciona el rango de celdas que quieres incluir en la fórmula, haz clic en  de la barra de herramienta y luego elige una fórmula. Numbers inserta automáticamente la fórmula y elige una celda para el resultado con base en tu selección.

1. Haz clic en una celda para utilizarla en tu fórmula, o escribe un valor (por ejemplo, un número como 0 o 5.20).
2. Escribe un operador aritmético (por ejemplo +, -, * o /) y después selecciona otra celda para utilizarla en la fórmula, o escribe un valor.

De forma predeterminada, Numbers inserta un signo + entre las referencias de celda.


3. Sigue agregando operadores y referencias de celdas hasta que hayas completado la fórmula y presiona Retorno o haz clic en  en el editor de fórmulas cuando haya terminado.

Si haces clic en , saldrás del editor de fórmulas sin guardar tus cambios.

Si hay un error en la fórmula, aparecerá  en la celda de resultados. Haz clic en ella para ver el mensaje de error. Si el mensaje indica que otra celda está provocando el error, puedes hacer clic en la referencia de celda para seleccionar la celda con el error.

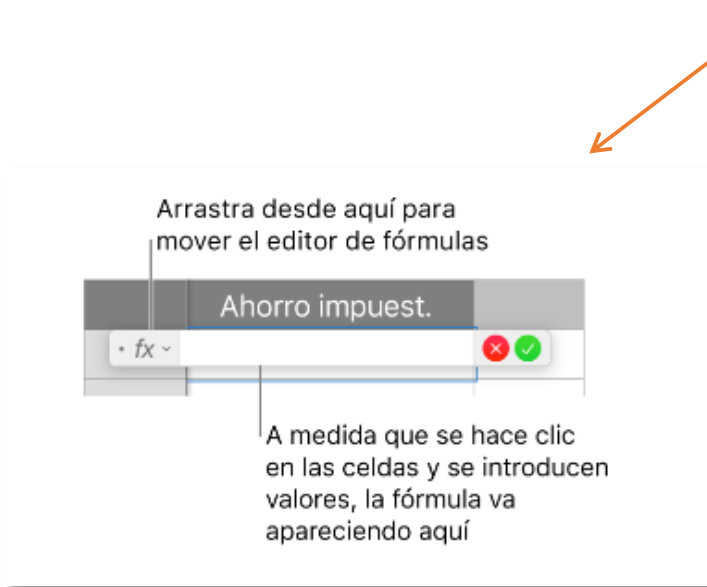


Haz clic en la celda donde quieres que aparezca el resultado de la función y después ingresa el signo igual (=).

También puede hacer clic en  en la barra de herramienta y seleccionar “Nueva fórmula”.

Se abrirá el editor de fórmulas, y el explorador de funciones se mostrará en el lado derecho de la ventana e incluirá una lista de todas las funciones. Para obtener ayuda con una función, haz clic en ella.

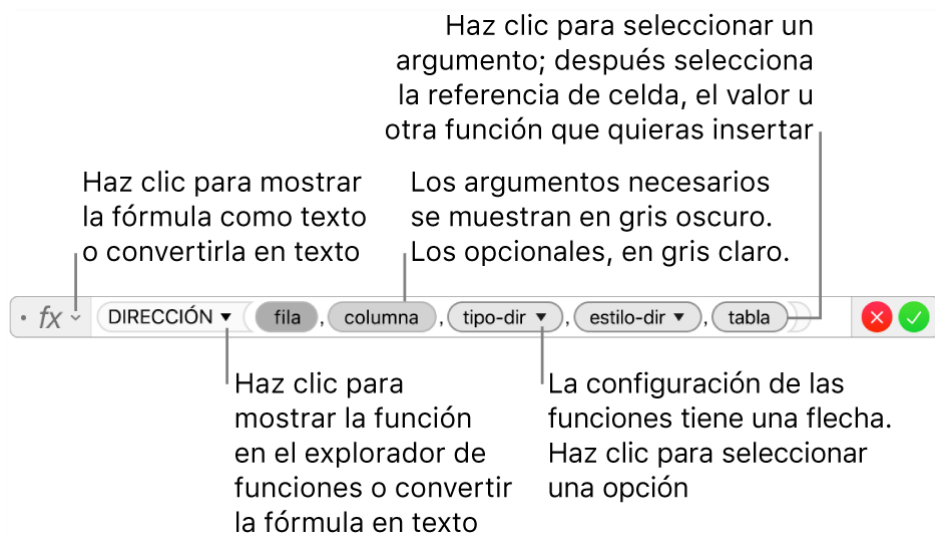
Arrastra la parte izquierda del editor de fórmulas para moverlo. Puede cambiar su tamaño arrastrándolo desde cualquiera de sus bordes exteriores.



Escribe el nombre de una función (o términos asociados con la función, tales como “dirección”) en el campo de búsqueda de la parte superior del explorador de funciones o explora las funciones disponibles y después haz doble clic en el nombre de la función que quieras.

La función aparece en el editor de fórmulas con todos los argumentos obligatorios y opcionales de la función.

Puedes obtener ayuda para la función en el explorador de funciones, seleccionar valores para los argumentos, mostrar la fórmula como texto temporalmente o convertirla en texto permanentemente haciendo clic en las flechas en el editor de fórmulas (tal como se muestra abajo).




Al convertir la fórmula en texto, se cierra el editor de fórmulas y se mantiene la versión de texto de la fórmula en la celda.


Al editar una celda que contiene una fórmula, la visualización de celda inteligente de la parte inferior de la ventana muestra el resultado de la fórmula, los valores de referencia de celda, errores y advertencias.

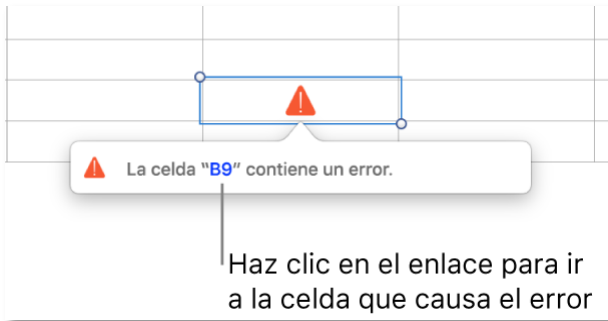
1. Selecciona un argumento de la función e ingresa un valor, o selecciona celdas para incluirlas en el cálculo realizando una de las siguientes operaciones:
 1. Seleccionar una celda: haz clic en la celda.
 2. Seleccionar un intervalo de celdas a lo largo de varias filas y columnas: arrastra el puntero a lo largo del intervalo de celdas que quieres incluir.

3. Agregar los valores de una única fila o columna: haz clic en la barra situada en la parte superior de la columna o a la izquierda de la fila (o selecciona todas las celdas de la columna o de la fila).

2. Presiona Retorno o haz clic en  del editor de fórmulas cuando haya terminado.

Si hace clic en , saldrá del editor de fórmulas sin guardar tus cambios.

Si hay un error en la fórmula, aparecerá  en la celda de resultados. Haz clic en ella para ver el mensaje de error. Si el mensaje indica que otra celda está provocando el error, puedes hacer clic en la referencia de celda para seleccionar la celda con el error.



Resumen de la unidad I

Programas como: QANDA, Photomath, Cymath y Microsoft Math Solver están disponibles en sistemas operativos móviles variados. Una de sus funciones es la de tomar una fotografía con la cámara del dispositivo inteligente, el cual escanea el problema a solucionar y el mismo al identificar la problemática lo soluciona dando a su vez los pasos dados para llegar al resultado obtenido.

Symbolab, GeoGebra y Mathlab tienen como parte de su composición lo que son los gráficos, mostrando los mismos en distintas formas. Estos programas les permiten identificar problemas de álgebra, geometría, trigonometría, matrices, sistemas de ecuaciones, entre otros.

La Calculadora HiPER es una calculadora en línea que realiza la función de software libre permitiendo procesar problemas matemáticos siempre y cuando estos estén detallados en su composición. Esta calculadora puede solucionar problemas de distintas índoles.

Mathway es un programa disponible en distintos sistemas operativos móviles la cual tiene a su vez un sitio web que les permite introducir una problemática sea mediante foto o con la ayuda del teclado y la misma en su versión de prueba ofrece la solución, tiene como desventaja que la misma muestra el procedimiento cuando el usuario de compra una membresía Premium.

WolframAlpha, Brainly y Meritnation tienen como objetivo brindar a sus usuarios las respuestas certeras o más cercanas a cuestiones lógicas, es decir, por medio de estos programas el usuario introduce una pregunta la cual se envía automáticamente a algún usuario superior o que tenga conocimiento del tema y el mismo brinda la respuesta a la pregunta o realiza una búsqueda de similitud en otras preguntas hechas por otros usuarios.

Math cafe es una plataforma en la web que permite a los usuarios crear hojas de trabajo, es decir, con la ayuda de este sitio web se pueden realizar ejercicios, prácticas o exámenes que pueden ser importadas al ordenador del usuario sin la necesidad de crearla de forma personal. Simple y sencillamente debe seleccionar el tema de su gusto y proseguir con los pasos correspondientes.

Math Tricks es un servidor disponible para la enseñanza de la aritmética, el mismo brinda a su vez la oportunidad de poner a pruebas lo aprendido por medio de juegos.

Open Omnia es un software libre que hace la función de una calculadora en el área de: álgebra, estadística, geometría, trigonometría, derivadas, integrales y matrices. La misma dentro de la función deseada presenta un conjunto de opción la cual facilitan la solución a los problemas a realizar o presentan las fórmulas o notas para poder realizarlas por sí mismo.

Se denomina hoja de cálculo a una herramienta informática que sirve como medio para realizar cálculos, operaciones lógicas y manejo de datos. Al usuario se le presenta como un conjunto de columnas y fila identificable por letras y números respectivamente que van formando celda. Dentro de las mismas existe: Calc, integrada en OpenOffice.org, Microsoft Excel, integrada en Microsoft Office, Gnumeric, integrada en Gnome Office, KSpread, de KOffice, Numbers, integrada en iWork de Apple, Lotus 1-2-3 integrada en Lotus Smart Suite, StarOffice Calc, integrada en StarOffice Corel Quattro Pro, integrada en WordPerfect y Thinkfree, integrada en Hancom.

De las hojas de cálculos mencionadas anteriormente la que se frecuenta más en su uso es la de Excel, ya que la misma es intuitiva en un sentido y a su vez es la más desarrollada por el momento.

Ejercicio de autoevaluación de la unidad I

I- A continuación, se te presentan una serie de enunciados, escribe una V, en los verdaderos y una F, en los falsos.

- 1). ____ Es QANDA una hoja de cálculo donde se puede digitar datos y programar fórmulas.
- 2). ____ Se puede trabajar un problema matemático usando la opción de la cámara y digitándolo en el teclado en la app de QANDA.
- 3). ____ Dando uso de QANDA, se puede trabajar ecuaciones integrales y derivadas.
- 4) ____ Photomath es descrito como una calculadora por cámara la cual utiliza la cámara del teléfono móvil para reconocer patrones matemáticos y mostrar la solución directamente en la pantalla.
- 5) ____ Cuando Photomath escanea el problema; automáticamente este expone el resultado y proceso de solución del problema.
- 6) ____ Para visualizar el proceso que Photomath hace para solucionar la problemática, solo debe dar clic en la barra que dice: “Mostrar pasos para resolver” y este se los expone.
- 7) ____ Cymath Es un solucionador matemático, potenciado por una combinación de inteligencia artificial y heurística, por lo cual resuelve problemas, pasó por paso, como lo haría un profesor.
- 8) ____ Existe la posibilidad de resolver problemas con Cymath por medio del escáner de la cámara y tipeándolo (escribiéndolo) con el teclado.

- 9) _____ Al finalizar un ejercicio en Cymath se puede agregar un comentario de cómo podemos resolverlo de otra manera y así aportar otras ideas.
- 10) _____ Es GeoGebra un programa que sirve para crear representaciones gráficas relacionadas con las matemáticas. Está dividida en varias secciones, que incluyen álgebra, geometría, gráficos 3D, probabilidad y una parte de reprogramación que permite tratar con ecuaciones y hojas de cálculo.
- 11) _____ Se utiliza el escáner de una fotografía para resolución de problema en GeoGebra.
- 12) _____ En GeoGebra la representación gráfica de todos los objetos creados se muestra en la vista gráfica.
- 13) _____ Microsoft Math Solver es un programa para resolver sistemas de ecuaciones matemáticas.
- 14) _____ Por medio de Microsoft Math Solver es posible resolver operaciones matemáticas de muchas formas distintas.
- 15) _____ La aplicación de Microsoft Math Solver detecta lo que has escrito y lo transcribe a lo digital, donde resuelve la operación al igual que si lo hubieses escaneado.
- 16) _____ Es Matlab un programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices.
- 17) _____ Matlab es un lenguaje de alto rendimiento para cálculos técnicos, es al mismo tiempo un entorno y un lenguaje de programación.
- 18) _____ se puede Matlab usar como una calculadora científica para manejar fracciones, álgebra y matrices.

- 19) ____ En Calculadora HiPER a los números también se le pueden introducir como fracciones o convertirlos a ellas
- 20) ____ Para resolver problemas con la Calculadora HiPER es necesario manejar el uso de las teclas de la misma.
- 21) ____ Calculadora HiPER es una hoja de cálculo.
- 22) ____ WolframAlpha Viewers es un servicio en línea que responde a las preguntas directamente.
- 23) ____ Está WolframAlpha Viewers disponible para Android.
- 24) ____ WolframAlpha Viewers tiene sus ejemplos ya creados en la plataforma.
- 25) ____ Mathway es programa que hace la función de un asistente matemático.
- 26) ____ Para dar uso a la calculadora en Mathway solo debe colocar la misma dentro de la función.
- 27) ____ Es Mathway una hoja de cálculo.
- 28) ____ Math Fact Cafe ofrece a los padres y maestros los mejores generadores de hojas de trabajo gratuitas.
- 29) ____ En la opción de hechos básicos se crean las hojas personalizadas en el software libre de Math Cafe.
- 30) ____ Se puede en Math Cafe trabajar hoja de cálculo por grado.
- 31) ____ Excel es un programa para la resolución de problemas geométricos.
- 32) ____ Excel es un software que permite realizar hojas de cálculo, que se encuentra integrada en el conjunto ofimático de programas Microsoft Office.
- 33) ____ En Excel en cada una de las celdas de la hoja, es posible introducir textos, números o fórmulas.

- 34) _____ Zoho Sheet es una aplicación de hojas de cálculo en línea que le permite crear, editar y compartir hojas de cálculo en la web.
- 35) _____ Se puede Zoho Sheet compartir las hojas de cálculo con amigos y colabore en tiempo real.
- 36) _____ Zoho Sheet puede exportar su hoja de cálculo en diferentes formatos.
- 37) _____ Math Tricks es una colección de técnicas.
- 38) _____ Existe la posibilidad de realizar una hoja de cálculo en Math Tricks.
- 39) _____ Math Tricks son trucos matemáticos para desarrollar diferentes técnicas de resolución de problema.
- 40) _____ Es Open Omnia un programa disponible para Android y navegadores web.
- 41) _____ En Open Omnia se puede calcular funciones algebraicas
- 42) _____ Open Omnia es una hoja de cálculo.
- 43) _____ Brainly es una comunidad creada para compartir conocimientos.
- 44) _____ Para solucionar un problema en Brainly en la parte del escaneo debe antes que nada crear una cuenta.
- 45) _____ Brainly es un programa para crear hojas de cálculos.
- 46) _____ Meritnation es una plataforma donde plantea todas sus dudas en áreas como: matemáticas, ciencias, estudios sociales, inglés e hindi.
- 47) _____ Para encontrar conceptos sobre los triángulos en Meritnation, hay que tener la versión Premium.
- 48) _____ Se puede en Meritnation realizar práctica de examen de 60 minutos.

- 49) _____ Con el uso SPSS se puede analizar estadística avanzada.
- 50) _____ SPSS se compone de dos ventanas de trabajo.
- 51) _____ La sintaxis se puede guardar como un archivo en SPSS.
- 52) _____ Calc es el componente de hoja de cálculo de Libre Office
- 53) _____ Calc tiene funciones que se pueden usar para crear fórmulas para realizar operaciones de datos complejas.
- 54) _____ Calc es una calculadora científica.
- 55) _____ Symbolab es un laboratorio de matemáticas en la web, muy bien organizado y completo, y que incluye la posibilidad de usar el castellano para hacer los cálculos.
- 56) _____ Symbolab resuelve un sinfín de problemas algebraicos, geométricos, matriciales, y analíticos.
- 57) _____ Symbolab no es una calculadora.

Actividades de la Unidad I

Utilizando Excel realiza las siguientes sumas.

1)

Dato 1	678.00	847.00	782.00
Dato 2	45.00	586.00	436.00
Dato 3	78.00	185.00	874.00
Dato 4	456.00	983.00	573.00
Dato 5	653.00	345.00	190.00
Dato 6	238.00	641.00	735.00
Total			



I. Utilizando Microsoft Math Solver resuelve las siguientes ecuaciones.

1) $4X + 6Y = 4$

2) $2X^2 + 2Y = 6$

3) $X^3 - Y^2 = 0$



II. Por medio de GeoGebra representa la gráfica de las siguientes funciones.

1) $f(x) = X^2 - 2$

2) $y = 2^2 - 4 + 4$



III. Acceda a Zoho Sheet y realice la gráfica con los datos dados en la siguiente tabla.



SEXO		EDADES			
HOMBRE	23	45	22	38	40
MUJERES	23	19	34	20	21

IV. Resuelve los ejercicios siguientes utilizando Photomath.



1) $5a^2b^3$

2) $\sqrt{4ab^2}$

3) $\frac{5x^3y^2}{\sqrt[4]{2c^3}}$

V. Utilizando Brainly desarrolla el siguiente polinomio.



1) $3X^3 + 5X^2 - 2X - 3$

2) $2X^2 + 5X - 3$

3) $2X^2 + 3X$

VI. ¿Cuáles tipos de operaciones se pueden resolver con Math Tricks?



VII. Resuelve los siguientes límites utilizando Symbolab.

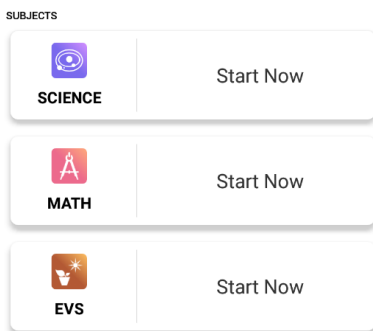


1- $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right)$

2- $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^4 - x^2 - 8x)$

3- $\lim_{x \rightarrow 0} (x \ln(x))$

VIII. Ingresa a la App de Meritnation y realiza los ejercicios de Matemática.



IX. Utiliza la calculadora Científica HiPER y desarrolla las siguientes integrales.

- 1) $\int (\text{Cos}x - \text{Sen}x)dx$
- 2) $\int (3x^2 - \text{Sec}^2x) dx$
- 3) $\int \text{Ln } 3x dx$



X. Resuelva las siguientes matrices utilizando el software de Open Omnia.



$$A: \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B: \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) 2A
- 2) 3A -2B
- 3) A*B
- 4) A+B

XI. ¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver problemas matemáticos con Mathway?



XII. Mencione las diferentes hojas de cálculos y defina cada una.

Bibliografía la unidad I

González González, A. (2000). Manual Básico SPSS, Creative Commons. Universidad de Talca en Chile.

The Document Foundation. Libre Office (2000-2011). Licencia Pública de Mozilla, versión 2.0.

Medina, J. (2001). Curso de OpenOffice Calc. España, Provincia de las Palmas, Maspalomas (35100).

Etzion, E. Avny, M. (2011). Uso Symbolab Help. EqsQuest. Israel, Universidad de Tel Aviv.

Chauchan, P. (2009). Help Meritnation. Applect Learning System Pvt. Ilimitado. India.

Gordon L. (2017). Open Omnia Helper. Pietermaritzburg Mathquill by Creative Commons Corporation.

Kuehner J. (2017). Mathway Helper. Commonwealth de Pensilvania.

GeoGebra.org. (sf) calculadora de GeoGebra. Recuperado 20 de septiembre del 2020.

Ecured.Cu. (sf) Hojas de cálculo. Recuperado 15 de septiembre del 2020 de Microsoft.com (sf).

Math Solver. Recuperado el 23 de septiembre del 2020 de math solver.com (sf).


Zoho sheet. Recuperado 01 de octubre del 2020 de Zoho.com (sf).

Carrasco Torrico J. (2018) Uso de Photomath. El Diario de Bolivia.

Rajasthan J. (2000). Estados Unidos, Math Cafe Provides Corporation.

Borland Software. (1988) Quattro Pro by Corel Corporation from WordPerfect Office Suite.

Jobs S. by Apple Inc. (2009) Helper de Number. California from MacOs.



**PROCESO DIDÁCTICO
DE LA MATEMÁTICA
FINANCIERA Y SU
TECNOLOGÍA**

AUTORES:

- Anasamel Mercedes Hidalgo.
- Luis Carlos Coronado Bernabel.
- María Alexandra Tineo Reyes.
- Patricia Andreina García Burgos.

Unidad II
Matemática Financiera

Orientación de la Unidad II

Esta unidad va dirigida a todos los alumnos de secundaria de 4^{to} grado, que han elegido como salida optativa la asignatura de matemática financiera y tecnología. Es necesario resaltar la importancia que tiene esta materia dentro del registro de los centros educativos, ya que los temas que se desglosan en esta guía son de vital uso, para el manejo del desempeño en el diario vivir de cada educando.

La matemática financiera tiene gran impacto y es de suma importancia el gran manejo de ella, debido a que es un esfuerzo por ofrecer de forma lógica, clara, sencilla y accesible, la metodología, las fórmulas, los conceptos y procedimientos, para conocer como los bienes y el dinero pierden o cambian su valor adquirido con el paso del tiempo. Además, se presenta de manera convencional y de forma tecnológica el uso de cada explicación que se les da a cada problema planteado.

Es recomendable que, durante el estudio de esta asignatura, el estudiante tenga una serie de instrumentos o recursos (calculadora, computadora, Tablet, etc.), ya que se va a trabajar con diversas herramientas tecnológicas, donde se programan cada uno de los procesos que requieren el uso de las TIC.

Competencias de la unidad II

- ✓ Define razones y proporciones, para aplicarlos en la solución de situaciones problemáticas.
- ✓ Utiliza el porcentaje de un número, para resolver problemas que se presentan en el diario vivir.
- ✓ Identifica los tipos de progresiones, para aplicarlos en el ámbito financiero.
- ✓ Reconoce los diferentes métodos de depreciación, para establecer relaciones entre cada uno de estos procesos.
- ✓ Elabora tablas de depreciación, para evidenciar los resultados obtenidos de los problemas de una manera clara y precisa.
- ✓ Usa los diferentes tipos de descuentos, para determinar el precio de lista de un artículo.
- ✓ Explica la importancia que tiene el margen de utilidad, para el sector financiero.
- ✓ Establece la diferencia entre interés simple y compuesto, para enfatizar en su utilidad en actividades bancarias.

Esquema de la unidad II

2.1. Razones y proporciones.

2.1.1. Historia de razones y proporciones.

2.1.2. Concepto de razón.

2.1.2.1. Uso de las TIC.

2.1.2.2. Razón aritmética.

2.1.2.2.1. Parte tecnológica.

2.1.3. Concepto de proporciones.

2.1.3.1. Propiedades de las proporciones.

2.1.3.1.1 Uso de la tecnología.

2.1.4. Por ciento de un número.

2.1.4.1. Uso de las TIC.

2.1.5. Conversiones de fracciones y decimales en porcientos.

2.1.5.1. Parte tecnológica.

2.1.5.2. Concepto de conversiones de decimales en porcientos.

2.1.5.2.1. Uso de la tecnología.

2.1.6. Por ciento de dos números.

2.1.6.1. Uso de las TIC.

2.1.7. Progresión aritmética.

2.1.7.1. Historia de progresiones aritméticas.

2.1.7.2. Parte tecnológica.

2.1.8. Progresiones geométricas.

2.1.8.1. Historia de progresiones geométricas.

2.1.8.2. Uso de la tecnología.

2.2. La Depreciación.

2.2.1. Métodos de depreciación.

2.2.1.1. Método de línea recta.

2.2.1.1.1. Uso de las TIC.

2.2.1.2. Métodos de las unidades producidas.

2.2.1.2.1. Parte Tecnológica.

2.2.1.3. Método de las horas trabajadas.

2.2.1.3.1. Uso de la tecnología.

2.2.1.4. Método de la suma de los dígitos.

2.2.1.4.1 Uso de las TIC.

2.2.1.5. Método de los porcentos de variables.

2.2.1.5.1. Parte tecnológica.

2.3. Descuento comercial.

2.3.1. Descuento único.

2.3.1.1. Cálculo del precio neto y el precio de lista.

2.3.1.2. Uso de la tecnología.

2.3.2. Descuento sucesivo o en serie.

2.3.2.1. Parte tecnológica.

2.3.3. Descuento por pronto pago.

2.3.3.1. Uso de las TIC.

2.4. Margen de utilidad.

2.4.1. Margen de utilidad bruta sobre el costo.

2.4.1.1. Uso de la Tecnología.

2.4.2. Margen de utilidad bruta en porcentaje.

2.4.2.1. Uso de las TIC.

2.4.3. Fijación del precio de venta de un producto.

2.4.3.1. Parte tecnológica.

2.5. Interés simple.

2.5.1. Uso de las TIC.

2.5.2. Capital o principal del interés simple.

2.5.2.1. Parte Tecnológica.

2.5.3. Tasa de interés.

2.5.3.1. Uso de la Tecnología.

2.5.4. Tiempo del interés simple.

2.5.4.1. Uso de las TIC.

2.5.5. Monto del interés simple.

2.5.5.1. Parte Tecnológica.

2.5.6. Valor actual del interés simple.

2.5.6.1. Uso de las TIC.

2.5.7. Descuentos Bancarios.

2.5.7.1. Parte tecnológica.

2.5.8. Aplicaciones del interés simple.

2.6. Interés Compuesto.

2.6.1. Monto del interés compuesto.

2.6.1.1. Uso de la tecnología.

2.6.2. Valor actual o presente del interés compuesto.

2.6.2.1. Uso de las TIC.

2.6.3. Tasa efectiva del interés compuesto.

2.6.3.1. Parte tecnológica.

2.6.4. Anualidades.

2.6.4.1. Anualidades vencidas.

2.6.4.1.1. Parte tecnológica.

2.6.4.1.2. Valor actual de una anualidad vencida.

2.6.4.1.2.1. Uso de las TIC.

2.6.5. Aplicaciones del interés compuestos.

Resumen de la unidad II.

Ejercicios de autoevaluación de la unidad II.

Actividades de la unidad II.

Hoja de respuestas de la autoevaluación de la unidad II.

Bibliografía recomendada de la unidad II.

Unidad II

Proceso didáctico de la matemática financiera y sutecnología

2.1 Razones y proporciones

Cuando se habla de razones y proporciones, se refiere única y llanamente a la parte de un conjunto de elementos, que se toman en cuenta para compararse entre sí, en este caso se obtendrá una fracción, como es conocido.

Las razones y proporciones se utilizan de manera rutinaria en la vida de todos los seres humanos, ya que en todo momento las personas están efectuando comparaciones. Por ejemplo, en toda Latinoamérica los latinos siempre están comparando el precio del dólar traducido en el peso de su país, ya sea porque se realizan mayores ganancias o les rinde más el dinero al momento de efectuar sus compras.

2.1.1 Historia de razones y proporciones

Todo surge a través de la observación de Pitágoras, al descubrir que el pentagrama estaba lleno de matemáticas descubrió que, si desarmaba dicho recurso y colocaba las líneas en forma vertical, se daría cuenta de que dos de las líneas más pequeñas eran exactamente igual a la tercera. Este fue el primer paso para demostrar la ley de las proporciones. Luego notó que las líneas segundas y terceras unidas eran también igual a la cuarta línea, de nuevo se demuestra que hay una proporción.

Luego descubrió que en el pentagrama se ocultaban figuras perfectas, que los griegos las consideraban por sus bellas proporciones y sus mágicas cualidades, tales como la estrella, que contiene el rectángulo completo en varios puntos, debido a que es un diseño asombroso que puede reproducirse matemáticamente

de forma indefinida, ya que no importa el tamaño de dicha figura, todas tendrán las mismas proporciones.

Para los griegos el rectángulo perfecto representaba una ley de belleza matemática, y se puede visualizar en sus arquitecturas clásicas tales como: el Partenón, el cual es el edificio más famoso de toda la antigua Grecia, contiene diversos rectángulos majestuosos, de la misma forma se encuentra en cada una de sus esculturas.

2.1.2. Concepto de razón

Es resultado de la comparación determinada entre dos cantidades u objetos de un conjunto diferente de manera fraccionaria, a/b , donde (a) es el número de objeto del primer conjunto y (b) es el número de objetos del segundo conjunto.

La siguiente razón $\frac{a}{b}$ se lee: a \rightarrow b, o a: b.

La razón $\frac{5}{4}$ se lee 5 es 4 o 5: 4.

Los términos de una razón se nombran así:

$\frac{a}{b}$	\longrightarrow	Antecedente
	\longrightarrow	Consecuente

- ✓ Es importante el orden en que se dicen o escriben los términos.
- ✓ Se indica en forma de fracción.
- ✓ Los dos números se llaman términos de la razón.

Ejemplo 1:

La guardería de la señora Dinora Arias tiene 8 niños y 16 niñas, la señora necesita determinar la razón de la cantidad de niños y niñas que ella cuida.

2.1.2.1 Pasos para resolver o solucionar el problema mediante una razón:

1. Se coloca en fracción los datos que nos da el problema, en este caso sería expresada la razón de $\frac{8}{16}$ o 8: 16, la cual representa la cantidad de niños en el numerador y la cantidad de niñas en el denominador.

2. Se pasa a simplificar la fracción, descomponiendo buscándole mitad, tercera, cuarta o quinta, dependiendo si ambos casos tienen la misma determinación de simplificación. En este caso a la fracción $\frac{8}{16}$ se le puede buscar mitad a cada término. Puede que el resultado dé un número entero o mantenerse en una constante fracción. Continuación del segundo paso. ¡Observen la simplificación de la fracción!

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 4 \\ \cancel{8} \\ \hline 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \end{array}$$

3. Se obtiene como resultado que la razón es de $\frac{1}{2}$ o 0.5, es decir que la señora Dinora, por cada 1 niño tiene 2 niñas.

2.1.2.2 Estructura de la solución del problema

La guardería de la señora Dinora Arias tiene 8 niños y 16 niñas, la señora necesita determinar la razón de la cantidad de niños y niñas que ella cuida.

Datos:	Solución:	Respuesta:
Niños= 8	1	La razón de la cantidad de niños y niñas es $\frac{1}{2}$ o 0.5 , es decir, que la señora Dinora, por cada un niño tiene 2 niñas.
Niñas= 16	2	
Razón= ?	4	
	$R = \frac{8}{16}$	
	8	
	4	
	2	

Ejemplo 2:

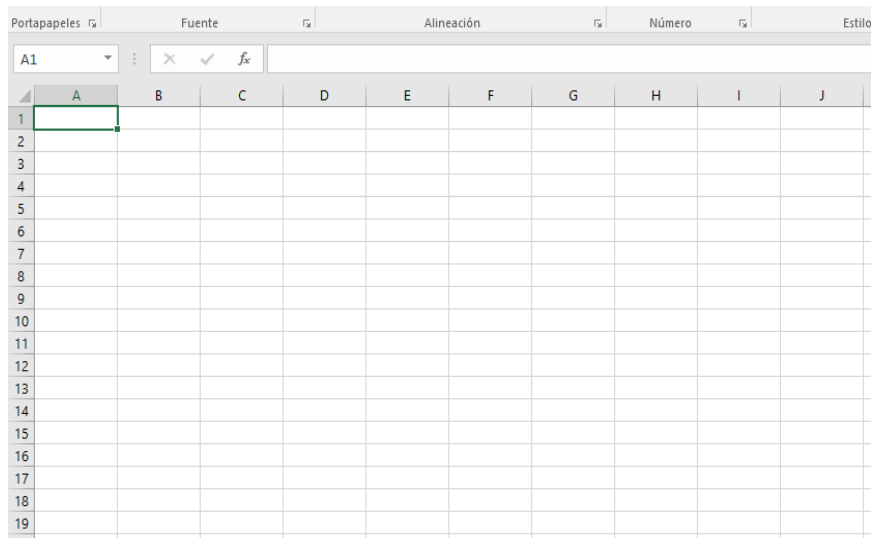
En el curso de verano impartido por el docente Lizander Reynoso, se inscribieron a sus clases de inglés 10 niñas y 4 niños, al profesor le gustaría saber ¿Cuál es la razón que existe entre el número de niñas y niños?

Datos:	Solución:	Respuesta:
Niñas= 10	5	La razón que existe entre el número de niñas y niños que hay en el curso de verano es de $\frac{5}{2}$ o 2.5 , es decir, que por cada 5 niñas hay 2 niños.
Niños= 4	$R = \frac{10}{4}$	
Razón=?	2	

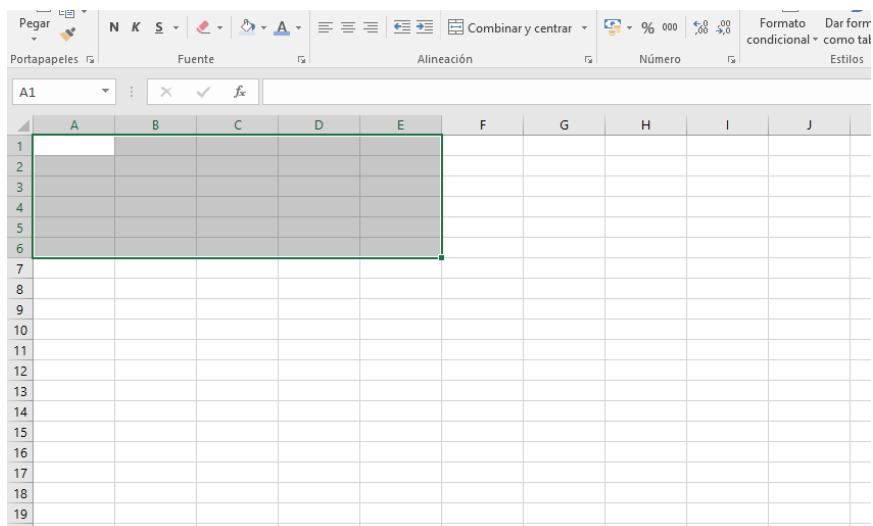
2.1.2.3. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

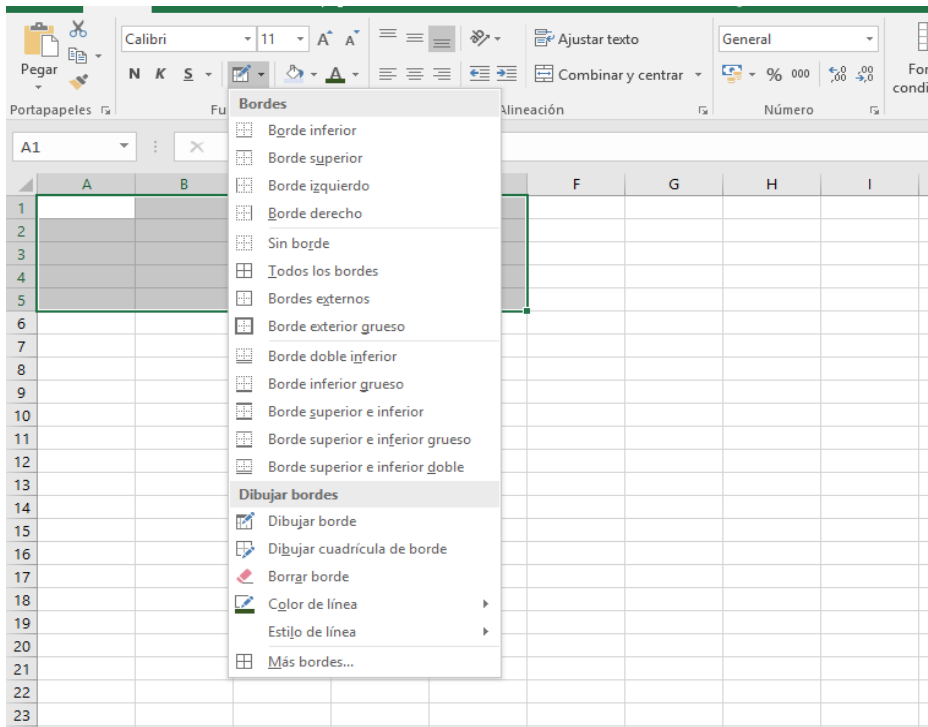
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



- En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



- Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En una de las celdas escribir “notaciones de razón” y al lado la función.

B5					
	A	B	C	D	
1	Determinar la razón de la cantidad de niños y niñas que ella cuida.				
2	Notaciones de razón	a/b=r			
3	Digitar cantidad de niños (a)				
4	Digitar cantidad de niñas (b)				
5	Función programada 'r'				
6					
7					
8	En las demás celdas escribir “Digitar cantidad de niñas (a)” y en otra celda “Digitar cantidad de niños (b)”				
9					
10					
11					

En la siguiente celda escribir la función programada 'r' y al lado digite la fórmula =SI (Y(B3>0, B4>0), B3/B4,"")

- Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observara que el resultado es el mismo.

Problema I

	A	B	C	D	E	F
1	Determinar la razón de la cantidad de niños y niñas que ella cuida.					
2	Notaciones de razón	a/b=r				
3	Digitar cantidad de niños (a)	8				
4	Digitar cantidad de niñas (b)	16				
5	Función programada 'r'	1/2				
6						
7						
8						
9						
10						
11						

Problema II

	A	B	C	D
1	¿Cuál es la razón que existe entre el número de niñas y niños?			
2	Notaciones de razón	a/b=r		
3	Digitar cantidad de niñas (a)	10		
4	Digitar cantidad de niños (b)	4		
5	Función programada 'r'	5/2		
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Ejemplo 3:

En una tienda de ropas de damas y caballeros, la razón entre el número de trabajadoras y trabajadores, es de 5 a 8, si en total hay 65 empleados ¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en la tienda de ropa?

Datos:

$$TM = 5$$

$$TH = 8$$

$$\text{Total de Trabajadores} = 65$$

Solución 1: Se indica que:

$$5 \text{ a } 8 = 65$$

Respuesta:

En la tienda hay 25 trabajadoras y 40 trabajadores.

Solución 2: Se le agrega una constante a la razón, en este caso x .

$$TM = 5x$$

$$TH = 8x$$

Solución 3: Se reemplaza los datos en una ecuación:

$$TM + TH = 65$$

$$5x + 8x = 65$$

$$13 = 65$$

$$x = \frac{65}{13}$$

$$x = 5$$

Solución 4: Ahora que tenemos el valor de “ x ” se reemplazará, para tener el total de TM Y TH :

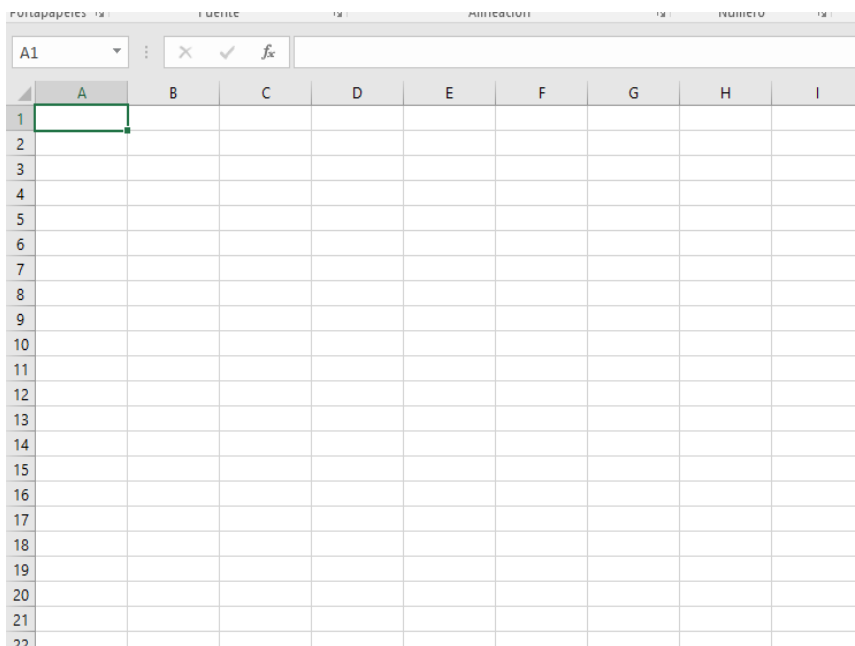
$$TM = 5x = 5(5) = 25$$

$$TH = 8x = 8(5) = 40$$

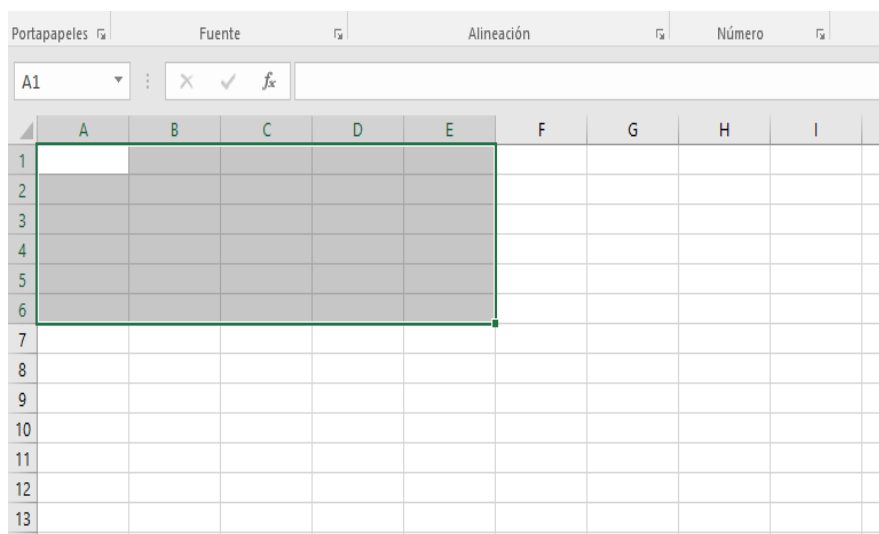
2.1.2.4 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

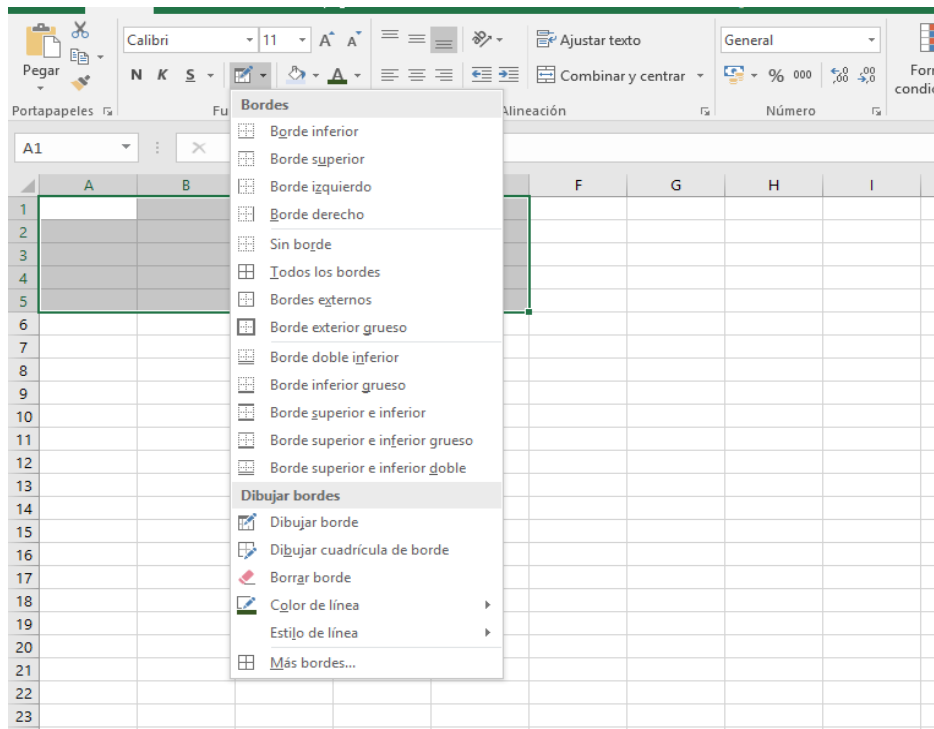
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



4. Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En la celda elegida escribir “Representación de una ecuación para trabajar con razón” y al lado la función.

	A	B	C	D
1	¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en la tienda de ropa?			
2	Representación de una ecuación para trabajar con razón	$ax+bx \neq 0$		
3	Digitar primer dato (a)			
4	Digitar segundo dato (b)			
5	Digitar el total de datos			
6				
7	Suma de primer y segundo dato			
8	Función programada, valor de "x"			
9				
10	Cantidad de trabajadoras ($a \cdot x$)			
11	Cantidad de trabajadores ($b \cdot x$)			

En las demás celdas escribir “Digitar primer dato (a)”, en otra celda “Digitar segundo dato (b)” y en otra celda “Digitar el total de datos”

Escoger otras celdas escribir “Suma de primer y segundo dato”, y digitar la fórmula al lado $=SI(Y(B3>0, B4>0), B3+B4, "")$

Escoger otras celdas para escribir “Función programada, valor de x”, y digitar la fórmula al lado =SI (B5>0, B5/B7, "")

	A	B	C	D
1	¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en la tienda de ropa?			
2	Representación de una ecuación para trabajar con razón	ax+bx≠0		
3	Digitar primer dato (a)			
4	Digitar segundo dato (b)			
5	Digitar el total de datos			
6				
7	Suma de primer y segundo dato			
8	Función programada, valor de "x"			
9				
10	Cantidad de trabajadoras (a*x)			
11	Cantidad de trabajadores (b*x)			
12				
13				
14				
15				
16				

Escoger una celda para escribir “Cantidad de trabajadores (a*x)”, digitar la fórmula al lado =SI (B3>0, B3*B8, "")

	A	B	C	D
1	¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en la tienda de ropa?			
2	Representación de una ecuación para trabajar con razón	ax+bx≠0		
3	Digitar primer dato (a)			
4	Digitar segundo dato (b)			
5	Digitar el total de datos			
6				
7	Suma de primer y segundo dato			
8	Función programada, valor de "x"			
9				
10	Cantidad de trabajadoras (a*x)			
11	Cantidad de trabajadores (b*x)			
12				
13				
14				

	A	B	C
1	¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en la tienda de ropa?		
2	Representación de una ecuación para trabajar con razón	$ax+bx \neq 0$	
3	Digitar primer dato (a)		
4	Digitar segundo dato (b)		
5	Digitar el total de datos		
6			
7	Suma de primer y segundo dato		
8	Función programada, valor de "x"		
9			
10	Cantidad de trabajadoras ($a \cdot x$)		
11	Cantidad de trabajadores ($b \cdot x$)		
12			
13			
14			

En otra celda escribir “Cantidad de trabajadores ($b \cdot x$)”, digitar la fórmula al lado =SI (B4>0, B4*B8, "")

5. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

	A	B	C
1	¿Cuántos trabajadores y trabajadoras hay en la tienda de ropa?		
2	Representación de una ecuación para trabajar con razón	$ax+bx \neq 0$	
3	Digitar primer dato (a)	5	
4	Digitar segundo dato (b)	8	
5	Digitar el total de datos	65	
6			
7	Suma de primer y segundo dato	13	
8	Función programada, valor de "x"	5	
9			
10	Cantidad de trabajadoras ($a \cdot x$)	25	
11	Cantidad de trabajadores ($b \cdot x$)	40	
12			
13			
14			

2.1.2.2. Razón aritmética

Se representa de la siguiente manera R_a , y es simplemente la diferencia o la resta entre dos cantidades de la misma especie $a - b$, con el propósito de saber en cuanto excede una de la otra.

Ejemplo 1:

Determine la razón aritmética de las siguientes dos cantidades (27 y 14).

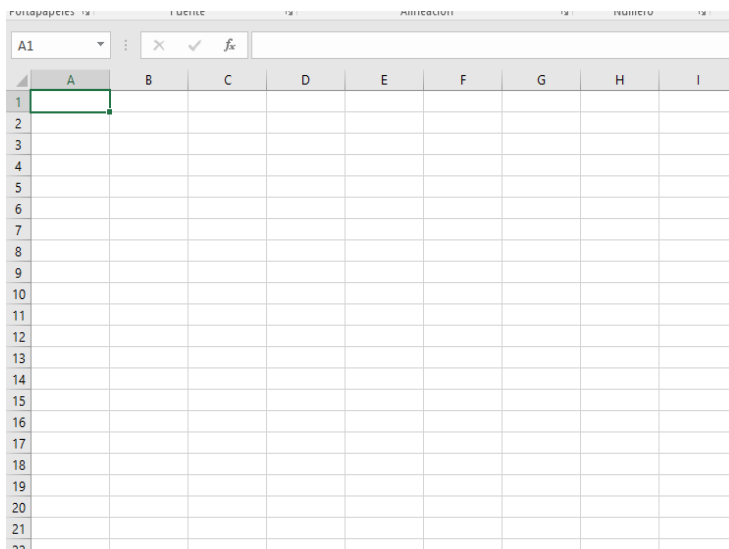
Datos:	Solución:	Respuesta:
Cantidad 1= 27	$R_a = 27 - 14$	La razón aritmética es de 13.
Cantidad 2= 12	$R_a = 13$	
$R_a = ?$	$R_a = 13$	

Recuerda: En este claro ejemplo queda comprobada la diferencia entre ambas cantidades al aplicar la razón aritmética.

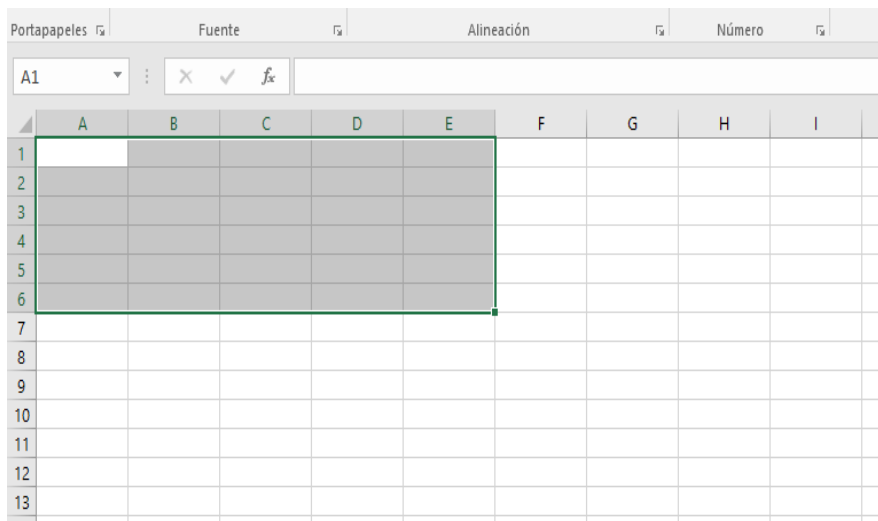
2.1.2.2.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

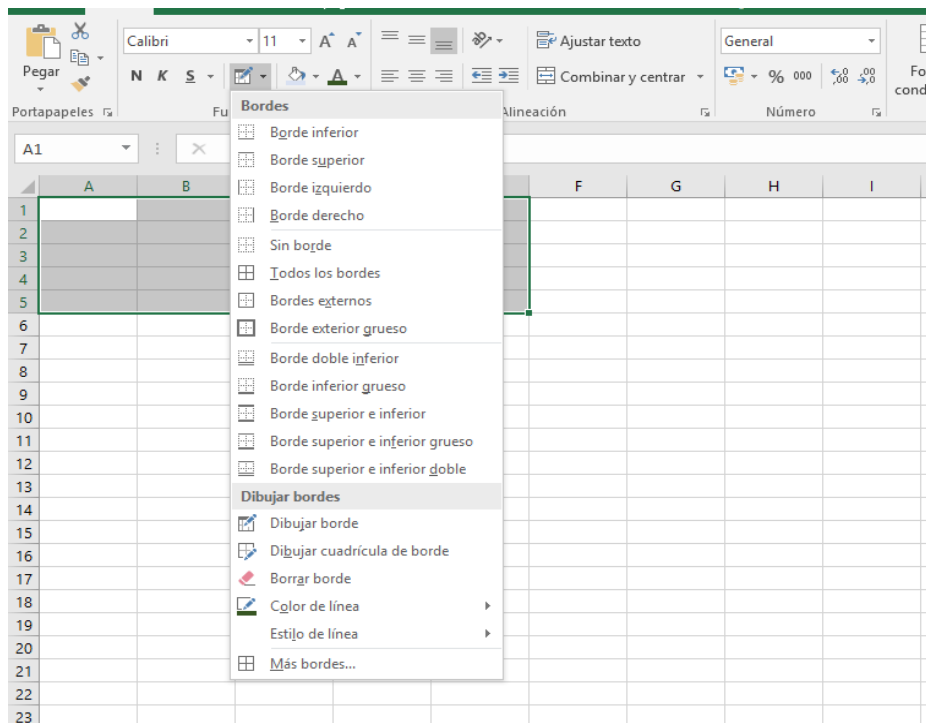
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



- Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En la celda elegida escribir “Expresión de razón aritmética” y al lado la función.

En las demás celdas escribir “Digitar cantidad (a)”, y en otra celda “Digitar cantidad (b)”.

En la siguiente celda escribir “Función programada (Ra)”, digitar la fórmula al lado =SI (Y(B3>0, B4>0), B3-B4, "")

- Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

	A	B	C	D
1	Determine la razón aritmética			
2	Expresión de razón aritmética	Ra=a-b		
3	Cantidad (a)	27		
4	Cantidad (b)	14		
5				
6	Función programada 'Ra'	13		
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

2.1.3 Concepto de proporciones

Se define como la igualdad de dos razones y aparece frecuentemente en notación fraccionaria.

Expresión de una proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ o de otra forma } a: b: c: d$$

$$\frac{5}{10} = \frac{4}{8} \text{ o } 5: 8:: 10:4$$

Regla fundamental de las proporciones

La regla fundamental de las proporciones dice que en la proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ se debe cumplir que } ad = bc.$$

En la proporción $\frac{5}{10} = \frac{4}{8}$ se cumple que $5 \times 8 = 10 \times 4$.

2.1.3.1. Propiedades de las proporciones

- ✓ La suma de los antecedentes dividida entre la suma de consecuentes es igual a la razón de proporcionalidad.
- ✓ En toda proporción la suma o resta de los dos primeros términos es al primero como la suma o resta de los dos últimos términos es al tercero.

Extremos

$$\overleftrightarrow{6: 10 :: 3: 5}$$

$\overleftrightarrow{\hspace{1.5cm}}$

Medios

$$6 \times 5 = 10 \times 3$$

$$30 = 30$$

Recuerda: El producto de los extremos es igual al producto del medio, lo que se puede comprobar que la expresión representa una proporción.

Ejemplo 1:

El equipo de basquetbolista de los Lakers encesta 12 tiros en 30 intentos, y el equipo de los Clippers encesta 16 tiros en 40 intentos. Determine si ambos equipos tienen la misma proporción de encestar.

Datos: Los Lakers:

Encestan= 12 tiros.

Intentos= 30

Datos: Los Clippers:

Encestan= 16 tiros

Intentos= 40

Solución 1:

12: 30:: 16: 40

$$\frac{12}{30} = \frac{16}{40}$$

Respuesta:

Los dos equipos tienen la misma proporción de encestar los tiros.

Solución 2:

$$12 \times 40 = 30 \times 16$$

$$480 = 480$$

Ejemplo 2:

En la pasada temporada de pelota David Ortiz conectó 160 Hits en 500 turnos y Alex Rodríguez 300 Hits en 750 turnos. Determine si ambos jugadores obtuvieron como

Datos: David Ortiz:

Hits= 160

Turnos= 500

Datos, Alex Rodríguez:

Hits= 300

Turnos= 750

Solución 1:

160: 500:: 300: 750

$$\frac{160}{500} = \frac{300}{750}$$

Respuesta:

Ambos jugadores no obtuvieron una proporción, ya que los resultados no son iguales.

Solución 2:

$$160 \times 750 = 500 \times 300$$

$$120,000 = 150,000$$

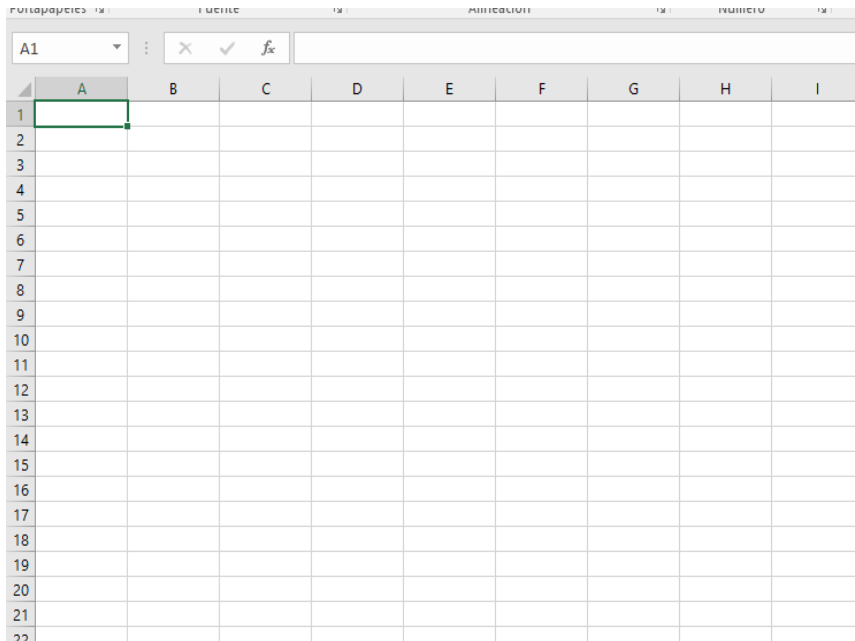
$$120,000 \neq 150,000$$

Recuerda: Se llama razón al cociente entre dos números y proporción a la igualdad de dos razones.

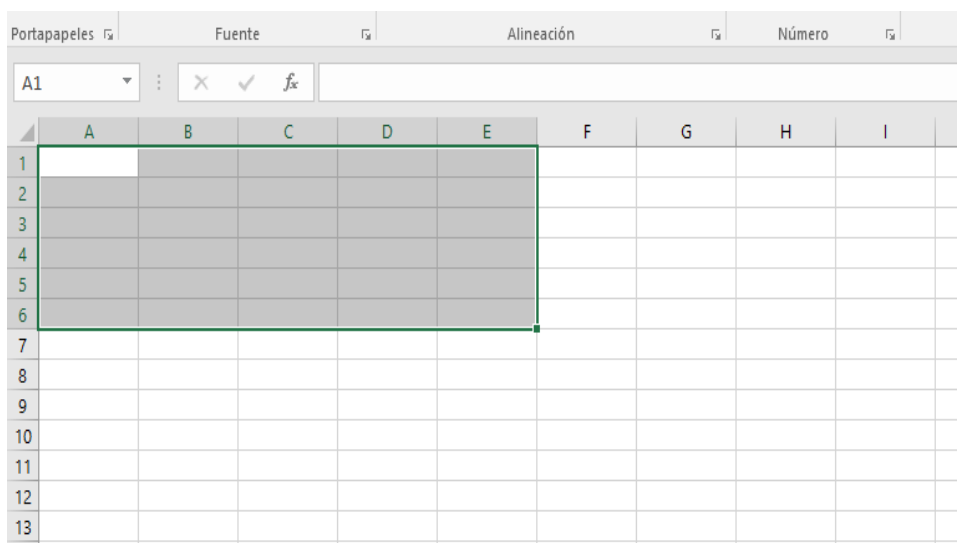
2.3.1.1 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

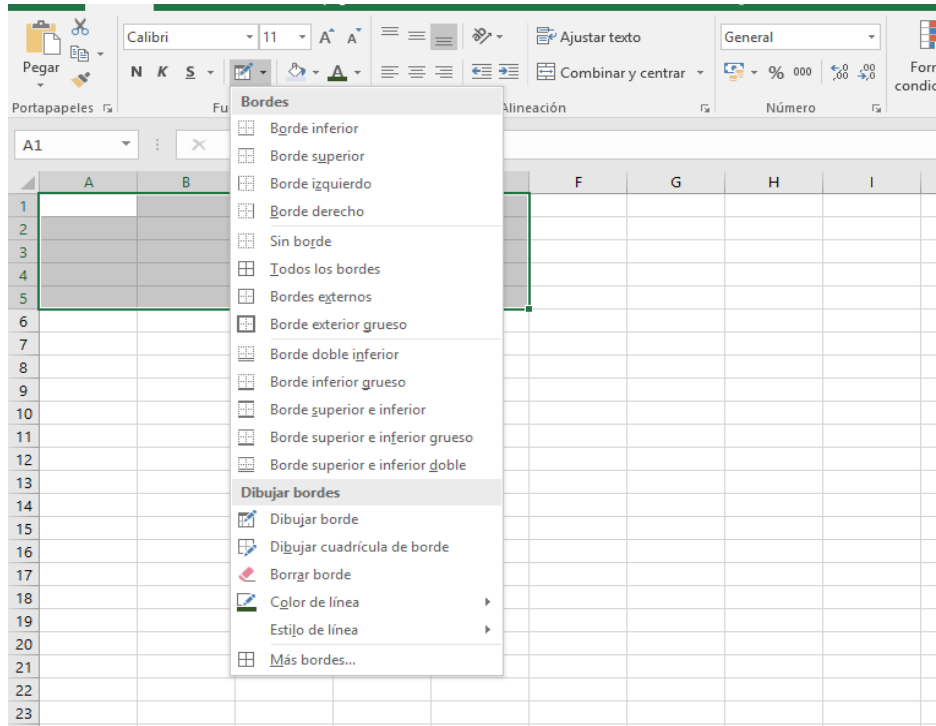
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



- En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



- Haga clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En las demás celdas escribir “Digitar primer dato (x)”, en otra celda “Digitar segundo dato (y)”, en otra celda “Digitar tercer dato (a)” y en otra celda “Digitar cuarto dato (b)”.

En la celda elegida escribir “Simbología de proporciones” y al lado la función.

En la siguiente celda escribir “Proporción de encestar Lakers (x*b)”, digitar la fórmula al lado =SI (Y (B3>0, B6>0), B3*B6, "")

	A	B	C	D
1	Determina si ambos equipos tienen la misma proporción de encestar			
2	Simbología de proporciones	x:y :: a:b		
3	Digitar primer dato (x)			
4	Digitar segundo dato (y)			
5	Digitar tercer dato (a)			
6	Digitar cuarto dato (b)			
7				
8	Proporción de encestar Lakers (x*b)			
9	Proporción de encestar Clippers (y*a)			
10				
11				
12				

En otra celda escribir “Proporción de encestar Clippers (y*b)”, digitar la fórmula al lado =SI (Y (B4>0, B5>0), B4*B5, "")

- Al igual que en el anterior proceda a escribir los datos en las diferentes celdas correspondientes y se comprueba que el resultado es el mismo.

Problema I

	A	B	C
1	Determina si ambos equipos tienen la misma proporción de encestar		
2	Simbología de proporciones	x:y :: a:b	
3	Digitar primer dato (x)	12	
4	Digitar segundo dato (y)	30	
5	Digitar tercer dato (a)	16	
6	Digitar cuarto dato (b)	40	
7			
8	Proporción de encestar Lakers (x*b)	480	
9	Proporción de encestar Clippers (y*a)	480	
10			
11			
12			
13			

Problema II

	A	B	C	D	E	F
1	Determine si ambos jugadores obtuvieron como resultado una proporción					
2	Representación de proporciones	x:y :: a:b				
3	Digitar primer dato (x)	160				
4	Digitar segundo dato (y)	500				
5	Digitar tercer dato (a)	300				
6	Digitar cuarto dato (b)	750				
7						
8	Proporción de encestar de los Lakers (x*b)	120000				
9	Proporción de encestar de los Clippers (y*a)	150000				
10						
11						
12						

2.3.2 Por ciento de un número

Es lo que se considera las partes que se tomaron de un número entero que se dividió en 100 partes.

El símbolo del por ciento es %. Por ejemplo: 10% representan $= 10/100 = 0.10$.

5 % significa 5 unidades de cada 100.

25 % significa 25 unidades de cada 100.

¿Cómo se obtiene el por ciento de un número?

Para obtener el % de una cantidad esta se multiplicará por la forma decimal del tanto por ciento, para obtener el porcentaje. Observen el siguiente ejemplo: 50% de 1000. $(1000) \times (0.50) = 500\%$. Esta es la forma más fácil de poder obtener el por ciento de un número.

También hay una segunda forma de poder expresar la estructura del por ciento de un número, en la cual se utiliza la regla de tres. ¡Observen los siguientes ejemplos!

Ejemplo 1:

Wendy compró un televisor que tenía un precio de venta de RD\$8,000, si recibió un descuento de 15% ¿Cuál fue el monto del descuento?

Datos:

Precio de venta= 800

Descuento= 15%

Monto del descuento= ?

Solución:

$$\frac{800}{x} = \frac{100\%}{15\%}$$

$$x = \frac{800 \times 15\%}{100\%}$$

$$x = \frac{120,000}{100}$$

$$x = 1,200$$

Respuesta:

El monto del descuento es de RD\$1,200.

Ejemplo 2:

La señora Juana salió al supermercado con RD\$200 y se encontró con una oferta de dos fundas de pan, por el precio del total de dinero que llevaba, y notó que tenía el 20% de descuento. ¿Cuál fue el descuento de la compra?

Datos:

Total de dinero= 200\$

% de descuento= 32%

Descuento= ?

Solución:

$$\frac{100}{200} = \frac{20}{x}$$

$$x = \frac{200 \times 20}{100}$$

$$x = \frac{4,000\%}{100}$$

$$x = 40$$

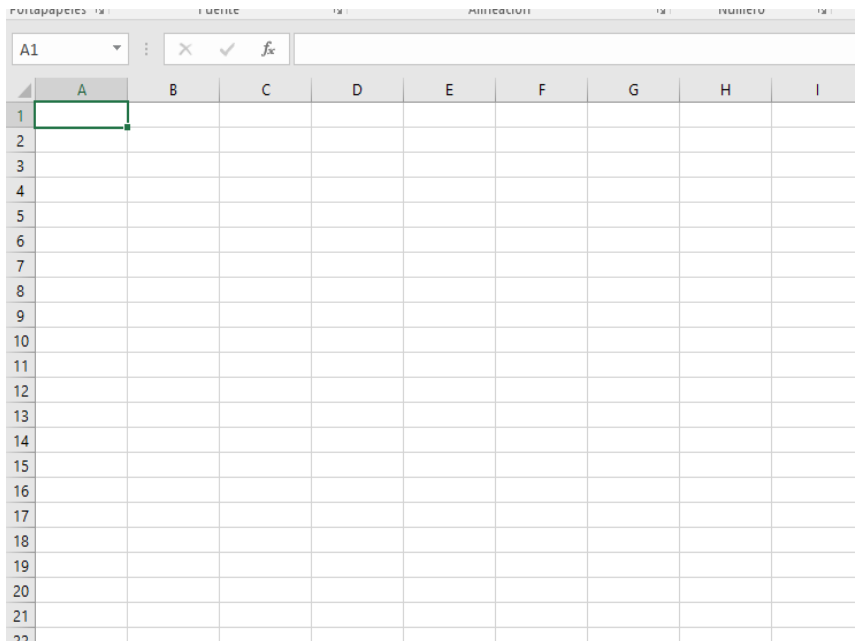
Respuesta:

El total del descuento en la compra de los panes es de RD\$40.

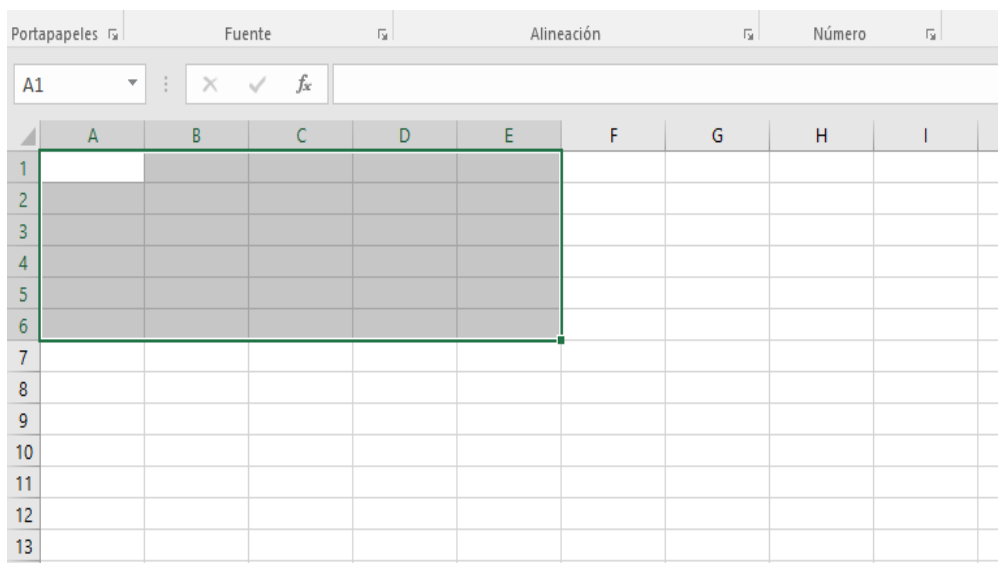
2.3.2.1 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

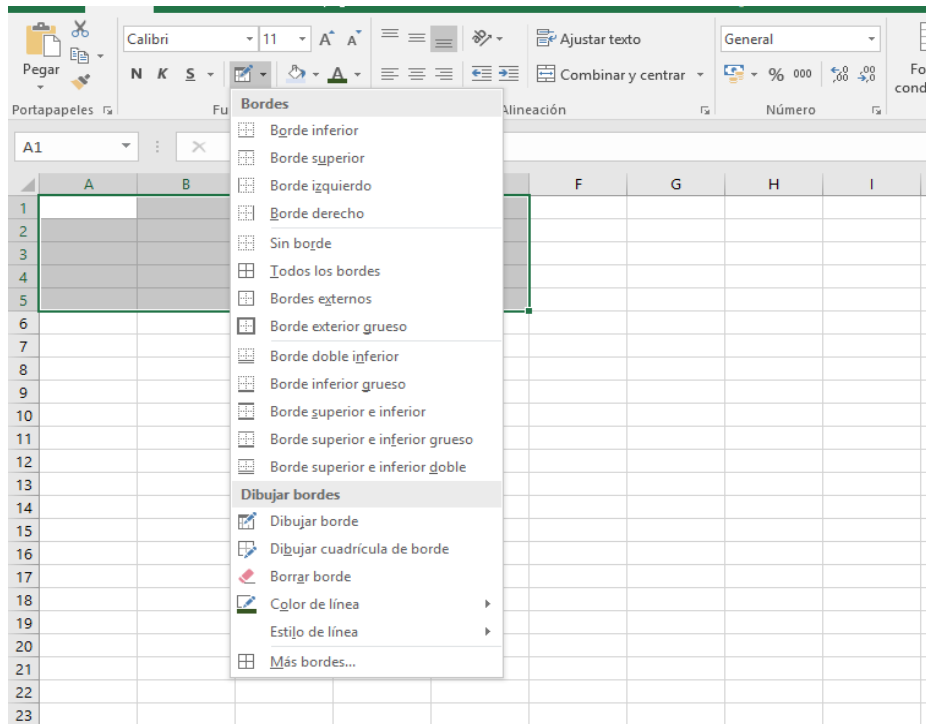
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



4. Haga clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En la celda elegida escribir
“Introducir la cantidad”

En las demás celdas escribir
“Introduzca el porcentaje”

En otras celdas escribir
“Resultado”, digitar la fórmula
al lado = (G5*G6)/100

- Al igual que en el anterior proceda a escribir los datos en las diferentes celdas correspondientes y se comprueba que el resultado es el mismo.

Problema I

Por ciento de un Número	
Datos	
Introduzca la cantidad	8000
Introduzca el porcentaje	15%
Resultado	1200

Problema II

Por ciento de un Número	
Datos	
Introduzca la cantidad	200
Introduzca el porcentaje	20%
Resultado	40

2.1.3 Conversiones de fracciones y decimales en porcentos

Las conversiones de fracciones, no es más que escribir cualquier número en por ciento, para convertirlo en una fracción con el denominador 100.

Ejemplo 1:

$$65\% = \frac{65}{100}$$

Ejemplo 2:

En un torneo de juegos se determinó que en el Play había 100 personas, de las cuales 40% de ellas, estaban vestidas del equipo verde. ¿Cómo se expresa en fracción de un por ciento la cantidad de persona que estaba en el Play vestida de verde?

Datos:

Total= 100

Personas vestidas
de verde= 40

EP= ?

Solución 1:

$$40\% = \frac{40}{100}$$

Solución 2:

$$40\% = \frac{2}{5}$$

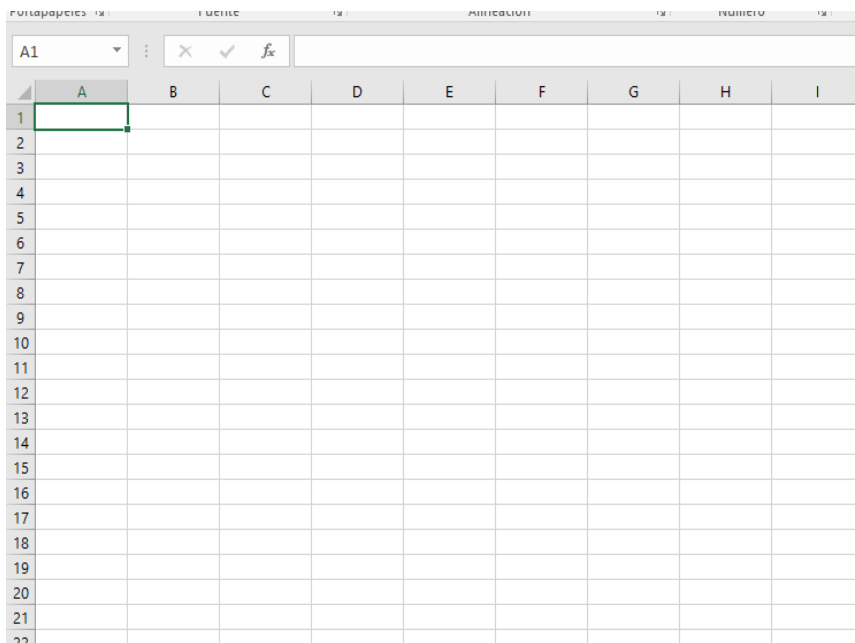
Respuesta:

La expresión en fracción de un por ciento del 40% de personas que habían en el Play es: $40\% = \frac{40}{100}$ o $\frac{2}{5}$.

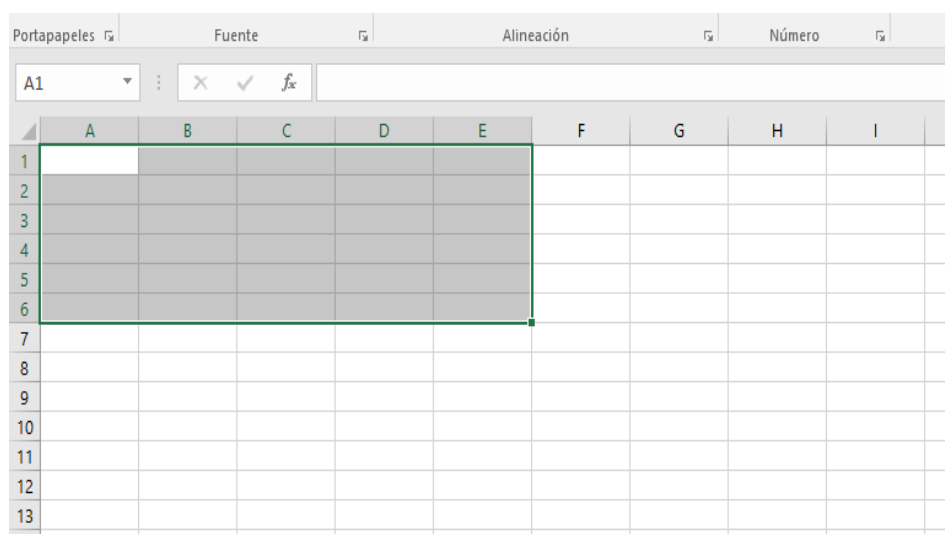
2.1.3.1 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

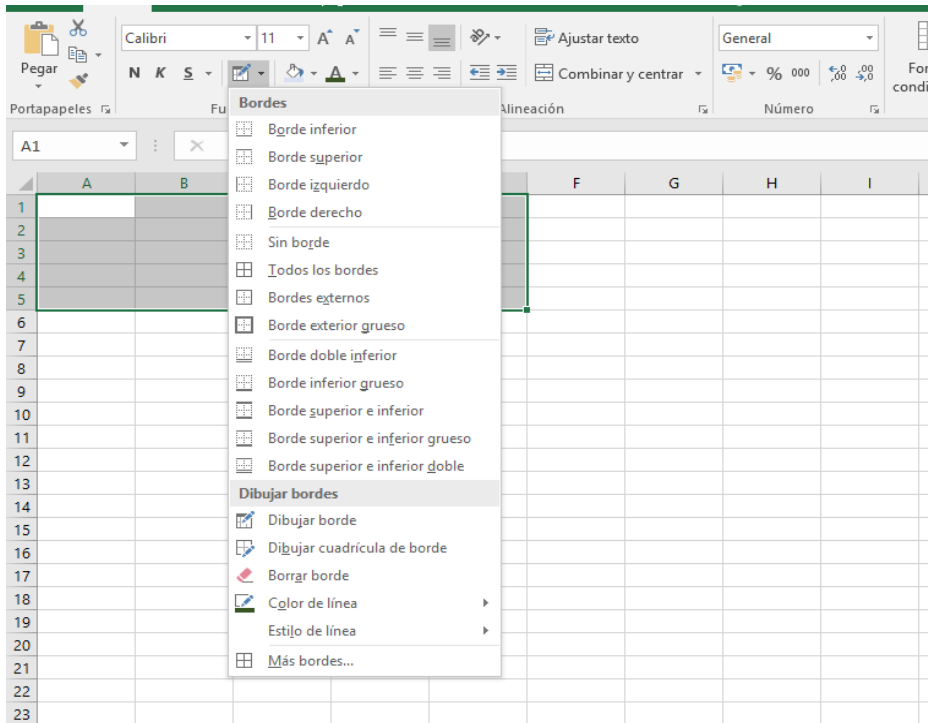
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



- En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



- Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En una de las celdas escribir “Representación de fracción” y al lado la función.

C6						
1		¿Cómo se expresa en fracción la cantidad de personas que había en el play?				
2		Representación de fracción	a/100			
3		Digitar dato				
4		Digitar dato total				
5						
6		Expresión en fracción				
7						

En las demás celdas escribir “Digitar dato” y en otra celda “Digitar dato total”

En la siguiente celda escribir Expresión en fracción y al lado digite la fórmula =SI (Y (C3>0, C4>0), C3/C4, "")

- Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

	A	B	C	D	E	F
1		¿Cómo se expresa en fracción la cantidad de personas que había en el play?				
2		Representación de fracción				
3		Digitar dato	40			
4		Digitar dato total	100			
5						
6		Expresión en fracción	2/5			
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						

2.1.5.2 Concepto de conversiones de decimales en porcentos

Las conversiones de decimales en porcentos, no es más que escribir cualquier número en por ciento, para convertirlo en una fracción con el denominador 100, pero a diferencia de las fracciones en porcentos, a esta se le divide, para obtener el resultado en decimales.

Ejemplo 1:

$$\frac{75}{100} = 0.75$$

Ejemplo 2:

En la conmemoración del 27 de febrero se realiza varios desfiles de los cuales son: la orquesta de tambor, el desfile de los militares y la presentación del batón ballet. Se determinó que el total de persona que se requiere para dicho homenaje

es de 100, de las cuales las bailarinas de batón ballet es de 50%. ¿Cómo se expresa en decimales de un por ciento la cantidad de bailarina que conformaba el batón ballet?

Datos:

Total de persona= 100

Batón ballet= 50%

ED= ?

Solución:

$$ED = \frac{50\%}{100}$$

$$ED = 0.5\%$$

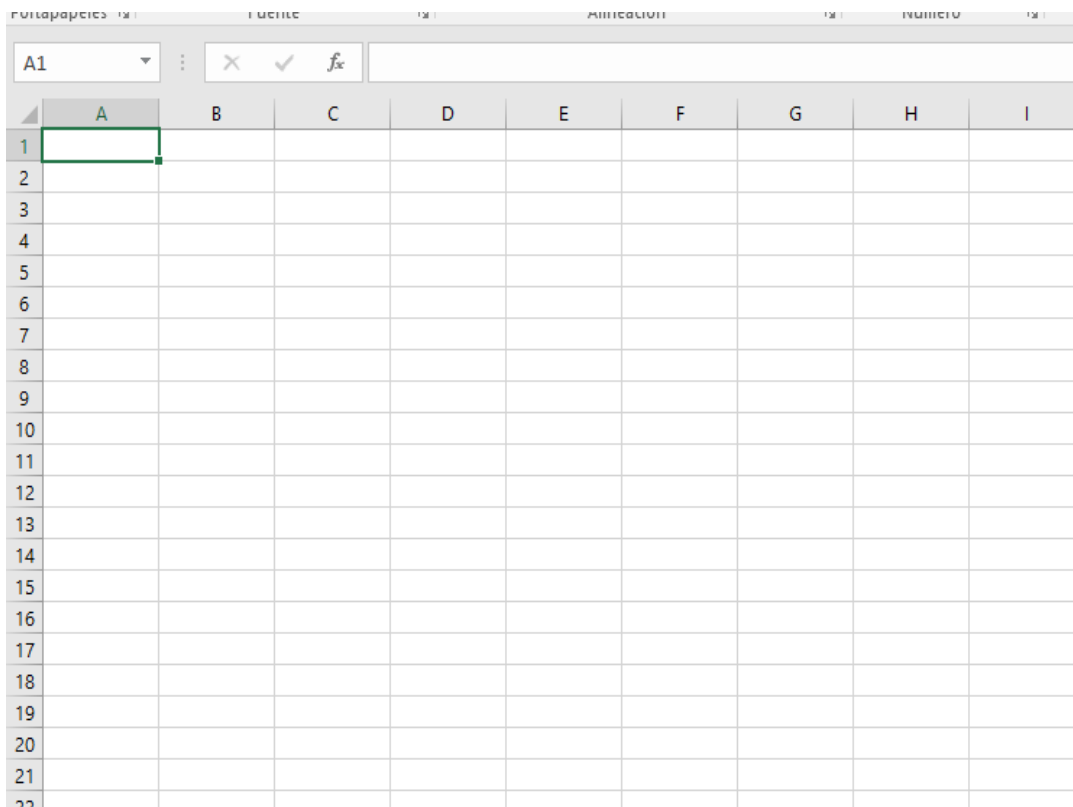
Respuesta:

La cantidad en decimal que conformaba el batón ballet es de 0.5%.

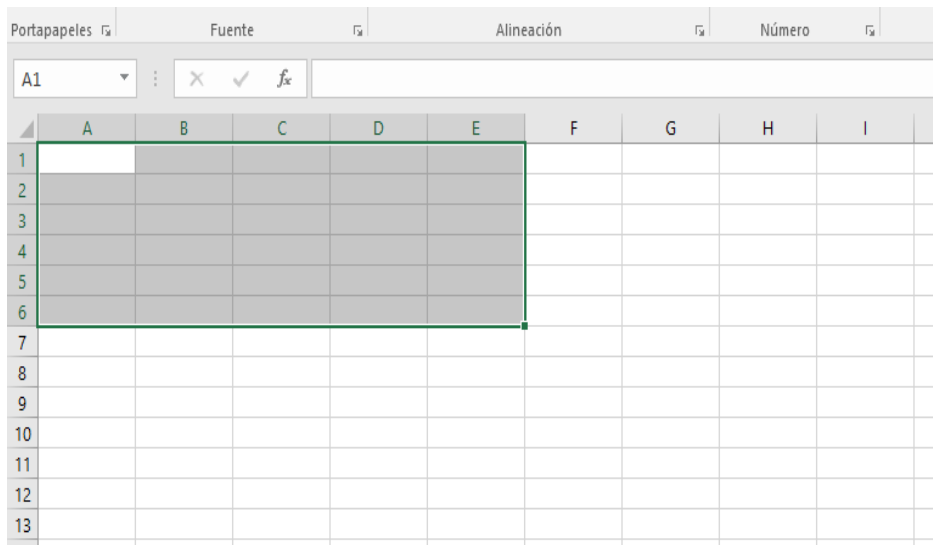
2.1.5.2.1 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

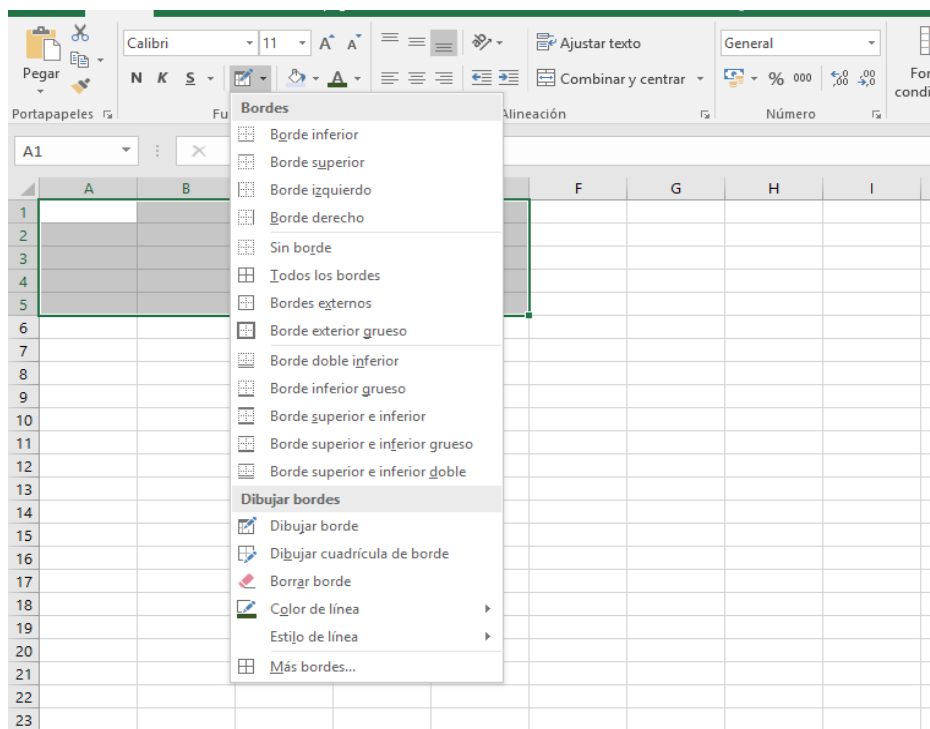
1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar.



3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



- Haga clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En la celda elegida escribir “Expresión de porcentaje” y al lado la función.

	A	B	C	D	E	F	G
1	¿Cómo se expresa en decimales de un porcentaje la cantidad de bailarinas que conformaba el batón ballet?						
2	Expresión de porcentaje	b%/100					
3	Insertar dato						
4	Insertar porcentaje dado						
5							
6	Resultado en decimal de la cantidad de bailarinas						
7							
8							
9							

En las demás celdas escribir “Insertar dato”, y en otra celda “Insertar porcentaje dado”.

En la siguiente celda escribir “Resultado en decimal de la cantidad de bailarinas”, digitar la fórmula al lado =SI (Y (B3>0, B4>0), B4/B3, "")

- Al igual que en el anterior proceda a escribir los datos en las diferentes celdas correspondientes y se comprueba que el resultado es el mismo.

	A	B	C	D	E	F	G
1	¿Cómo se expresa en decimales de un porcentaje la cantidad de bailarinas que conformaba el batón ballet?						
2	Expresión de porcentaje	b%/100					
3	Insertar dato	100					
4	Insertar porcentaje dado	50%					
5							
6	Resultado en decimal de la cantidad de bailarinas	0.5					
7							
8							
9							

2.1.5 Por ciento de dos números

Cálculo del porcentaje correspondiente de una cantidad C sobre otra B

Si queremos calcular cual es el porcentaje que representa una cantidad A de otra cantidad B, entonces se debe utilizar el método de problemas con porcentajes a través, de proporciones. La fórmula de la proporción es la siguiente:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Ejemplo 1:

¿Qué porcentaje representa 400 de 8,000?

Datos:	Solución:	Respuesta:
Cantidad de Referencia= 400	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	El porcentaje que representa 400 de 8,000 es del 5%.
Cantidad absoluta= 8,000	$\frac{100}{x} = \frac{8,000}{400}$	
Porcentaje= ?	$x = \frac{(100)(400)}{8,000}$	
	$x = \frac{40,000}{8,000}$	
	$x = 5\%$	

Ejemplo 2:

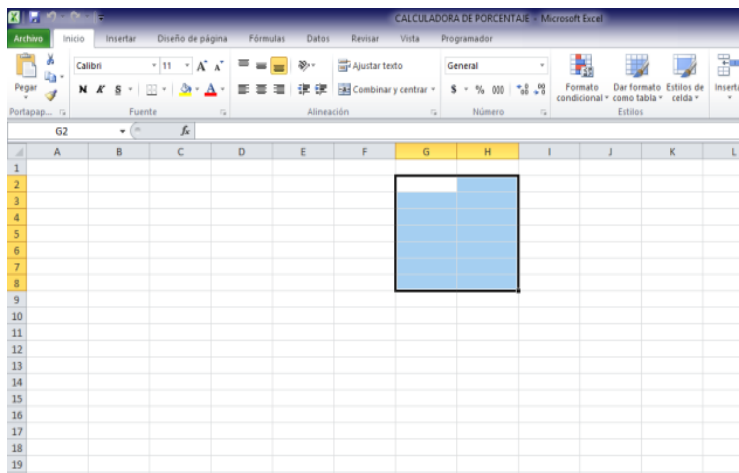
¿Qué porcentaje es 35 de 130?

Datos:	Solución:	Respuesta:
Cantidad de referencia= 35	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	El porcentaje que representa 35 de 130 es del 26.9% y redondeado es 27%.
Cantidad absoluta= 130	$\frac{100}{x} = \frac{130}{35}$	
¿Porcentaje=?	$x = \frac{(100)(35)}{130}$	
	$x = \frac{3,500}{130}$	
	$x = 27\%$	

2.1.6.1. Formato digital con la hoja de cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de cálculo Excel:

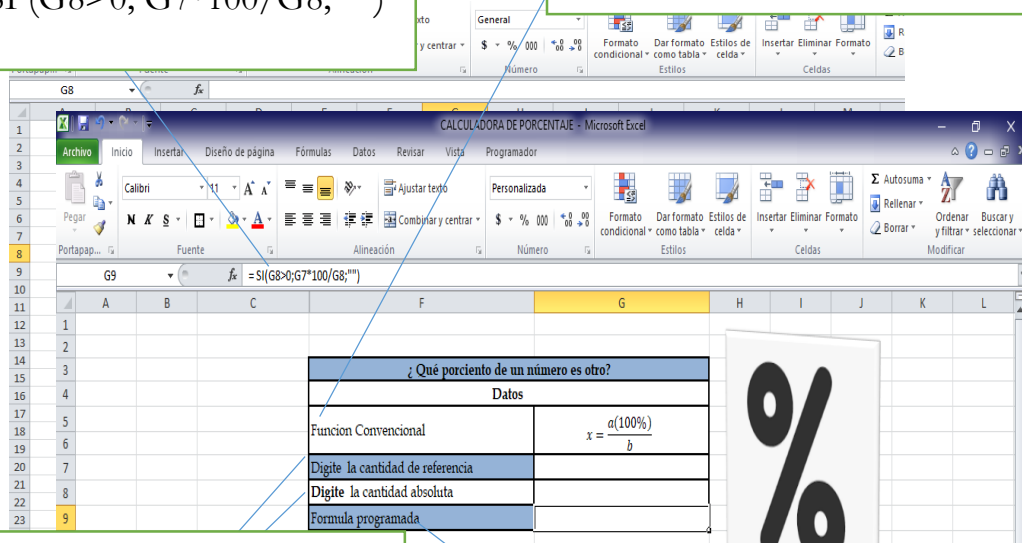
1. Abrir el programa.
2. Haciendo clic derecho seleccione las cantidades de celdas que va a utilizar, diríjase a las cintas de opciones y en el grupo de comando denominado “Fuente” seleccione la opción de borde, para resaltar las celdas seleccionadas.



3. Proceda a designar las celdas a cada uno de los datos correspondientes del problema planteado.

Función Programada
= SI (G8>0; G7*100/G8;" ")

Coloque del lado izquierdo el nombre de función convencional y al lado su función.

A screenshot of the Microsoft Excel interface showing a table with two columns: 'Función Convencional' and 'Función Programada'. The table has four rows: 'Dato', 'Función Convencional', 'Digite la cantidad de referencia', and 'Digite la cantidad absoluta'. The formula bar shows the formula =SI(G8>0;G7*100/G8;" "). A large percentage symbol (%) is visible on the right side of the table.

Función Convencional	Función Programada
Dato	
Función Convencional	$x = \frac{a(100\%)}{b}$
Digite la cantidad de referencia	
Digite la cantidad absoluta	
Formula programada	

En la segunda celda coloque la palabra “digite la cantidad de referencia” y en la otra celda “digite la cantidad absoluta.”

En esta celda coloque el nombre de “función programada” y programe la función convencional, teniendo en cuenta sintaxis.

- Luego para hacer que el resultado obtenido sea en porcentaje, diríjase a la cinta de opciones en el grupo de comando “Fuente” haga clic derecho, sobre formato de celda. Se abre una pestaña y se dirige a la opción de número y le da clic derecho a personalizado y elije la opción “#, ##0 “, Lugo entre comillas, coloca el símbolo que quiere que acompañe el valor numérico (“#, ##0”%). Por último, da clic en aceptar.

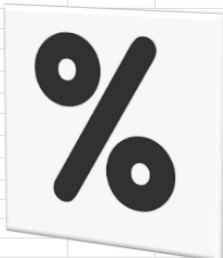
PROBLEMAS PROGRAMADOS DE LUIS CORONADO - Microsoft Excel

Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Programador

11 Fuente Ajustar texto General Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Insertar Eliminar Formato Autosuma Rellenar Borrar

ente Alineación Número

¿ Qué por ciento de un número es otro?	
Datos	
Funcion Convencional	$x = \frac{a(100\%)}{b}$
Digite la cantidad de referencia	35
Digite la cantidad absoluta	130
Formula programada	27%



Formato de celdas

Número Alineación Fuente Bordes Relleno Proteger

Categoría: Personalizada

Muestra: #,##0%

Tipo: #,##0%

General
0
0.00
#,##0
#,##0.00
#,##0.00;(#,##0)
#,##0.00;[Rojo](#,##0)
#,##0.00;[Rojo](#,##0.00)
\$#,##0.00;(\$#,##0)
\$#,##0.00;[Rojo](\$#,##0)

Eliminar


Escriba el código de formato de número, usando como punto de partida uno de los códigos existentes.

Aceptar Cancelar

- Ahora proceda a colocar los datos del problema presentado y verifique que el resultado sea correcto.

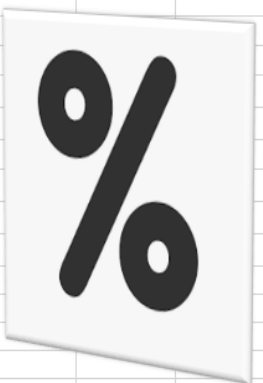
Problema I

¿ Qué porcentaje de un número es otro?	
Datos	
Funcion Convencional	$x = \frac{a(100\%)}{b}$
Digite la cantidad de referencia	400
Digite la cantidad absoluta	8000
Formula programada	5%



Problema II

¿ Qué porcentaje de un número es otro?	
Datos	
Funcion Convencional	$x = \frac{a(100\%)}{b}$
Digite la cantidad de referencia	35
Digite la cantidad absoluta	130
Formula programada	27%



2.1.7 Progresión Aritmética

Es una sucesión de números que se obtiene a partir de la diferencia del término anterior que es una constante. La diferencia va a depender si aumenta es positiva y si disminuye es negativa.

La sucesión 7, 10, 13, 16, 19 es una progresión aritmética, cuya diferencia constante es 3. Si realizamos las siguientes operaciones: $7 + 3 = 10$; $10 + 3 = 13$; $13 + 3 = 16$; $16 + 3 = 19$. Como podemos observar, si a cada término le sumamos 3, conseguiremos el término que le sigue dentro de la progresión aritmética.

Cada término tiene un nombre de acuerdo a la ubicación, el primero es a_1 , el segundo es a_2 y así sucesivamente, hasta a_n que es el término enésimo.

Para encontrar un término de la progresión geométrica, debemos de usar la siguiente fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

2.1.7.1. Historia de la progresión aritmética

En 1786, en una clase de Aritmética de tercero de primaria, un maestro rural llamado Büttner pidió a sus alumnos que hallaran la suma de los 100 primeros números ($1+2+3+4+5+6+\dots+98+99+100$). Un alumno de esa clase llamado Carl Friedrich Gauss, que entonces tenía 9 años, halló la respuesta correcta en muy poco tiempo, diciendo «Ligget se!» (“ya está”). Al acabar la hora se comprobaron las soluciones y se vio que la solución de Gauss era correcta, mientras que no lo eran muchas de las de sus compañeros.

La respuesta que Gauss dio fue: 5050. Si hacéis las 99 sumas que hay en la suma de los cien primeros números naturales llegaréis a esa solución, aunque tardando bastante más de lo que tardó aquel joven muchacho.

Lo que Gauss observó fue que si sumaba el primer número con el último ($1+100$), el segundo con el penúltimo ($2+99$), el tercero con el antepenúltimo ($3+98$) y siguiendo así, podía realizar en total cincuenta sumas que daban como resultado siempre 101, por lo que concluyó que como 50 veces 101 era 5050, la suma de los cien primeros números naturales era entonces 5050.

Ejemplo 1:

Encontrar el 7^{mo} término de la progresión aritmética que empieza en 6 y su diferencia es 2.

Datos:

$$n = 7$$

$$a_1 = 6$$

$$d = 2$$

$$a_n = ?$$

Solución:

$$a_n = a_1 + (n-1) d$$

$$a_n = 6 + 2(7-1)$$

$$a_n = 6 + 2(6)$$

$$a_n = 6 + 12$$

$$a_n = 18$$

Respuesta:

El sexto término de la progresión es 18.

Ejemplo 2:

Heidy cumple años el 19 de marzo y pretende ahorrar para festejarlo desde el mes de septiembre, con un inicial de RD\$ 4,000, en octubre RD\$ 6,000, en noviembre RD\$ 8,000 y así sucesivamente hasta llegar el mes de su cumpleaños. ¿Cuánto habrá ahorrado Heidy hasta el mes de marzo?

Datos:

$$n = 7$$

$$a_1 = 4,000$$

$$d = 2,000$$

$$a_n = ?$$

Solución:

$$a_n = a_1 + (n-1) d$$

$$a_n = 4,000 + 2,000(7-1)$$

$$a_n = 4,000 + 2,000(6)$$

$$a_n = 4,000 + 12,000$$

$$a_n = 16,000$$

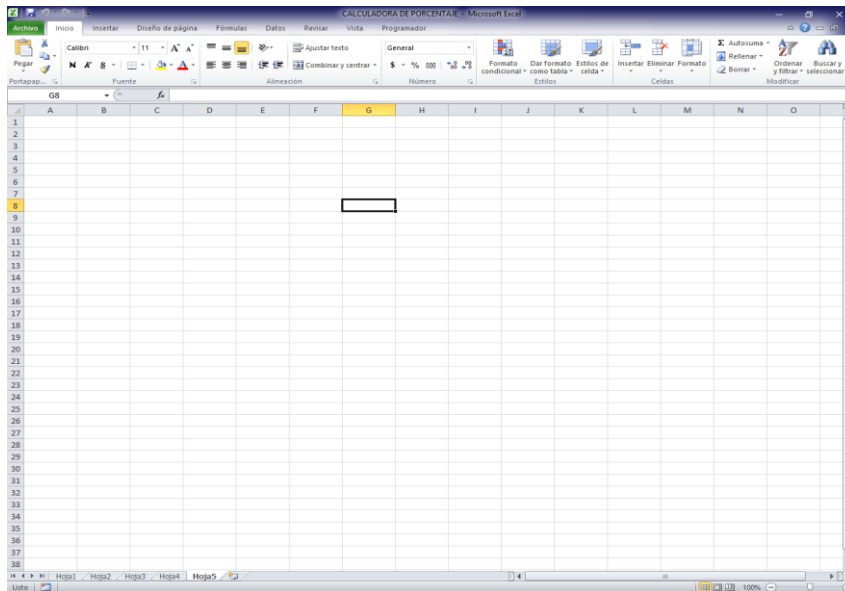
Respuesta:

Heidy ahorró RD\$ 16,000

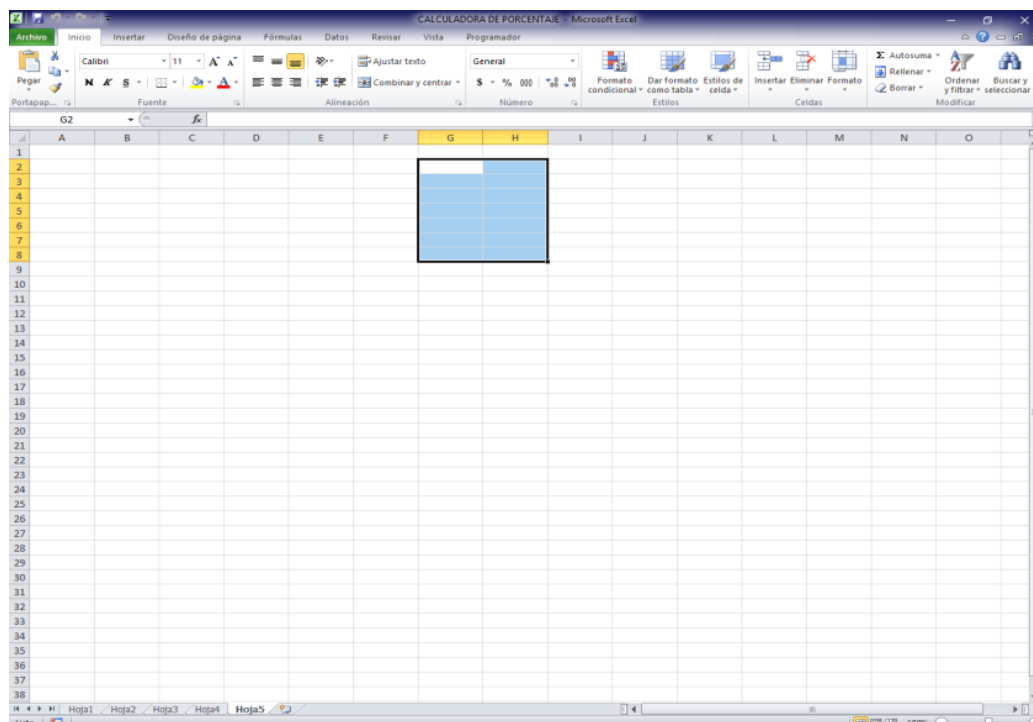
2.1.7.2. Formato digital con la hoja de cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.

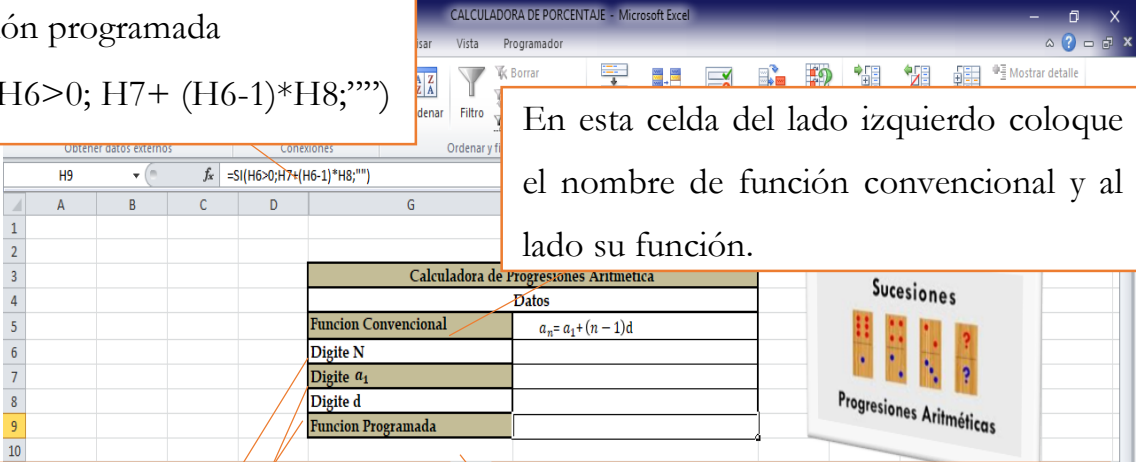


2. Haciendo clic izquierdo seleccione las cantidades de celdas que va a utilizar, dirijase a las cintas de opciones y en el grupo de comando denominado "Fuente" seleccione la opción de borde, para resaltar las celdas seleccionadas.



3. Comience a designar cada celda dependiendo de las variables con que cuente el problema.

Función programada
 $=SI (H6>0; H7+ (H6-1)*H8;''')$



En esta celda del lado izquierdo coloque el nombre de función convencional y al lado su función.

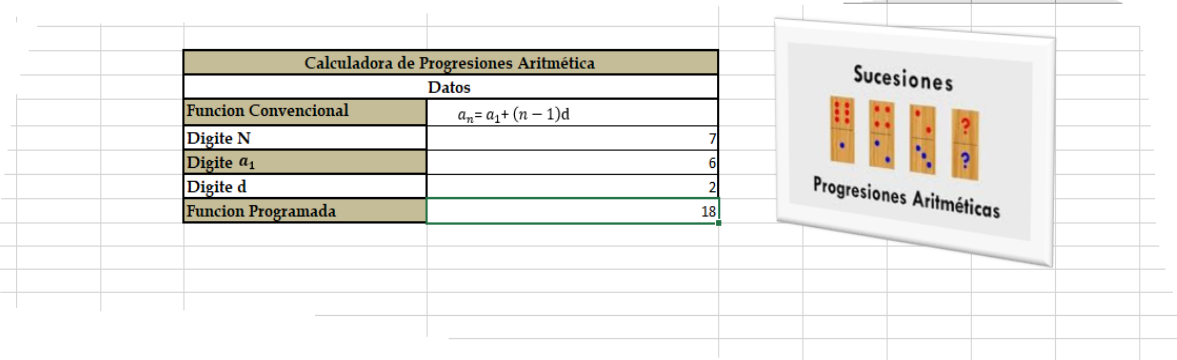
En estas celdas coloque el nombre de “digite a n, a₁ y d”.

En esta celda coloque el nombre de función programada y luego al lado programe la función convencional, teniendo en cuenta las condiciones de la progresión aritmética.

Calculadora de Progresiones Aritmética	
Datos	
Funcion Convencional	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Digite N	
Digite a ₁	
Digite d	
Funcion Programada	

4. Ahora proceda a introducir los diferentes datos en las celdas correspondientes.

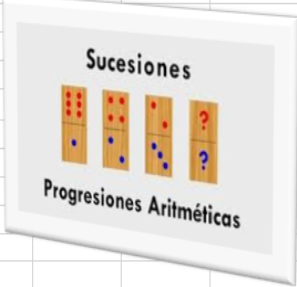
Problema I



Calculadora de Progresiones Aritmética	
Datos	
Funcion Convencional	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Digite N	7
Digite a ₁	6
Digite d	2
Funcion Programada	18

Problema II

Calculadora de Progresiones Aritmética	
Datos	
Funcion Convencional	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Digitos N	7
Digitos a_1	4000
Digitos d	2000
Funcion Programada	16000



2.1.8. Progresión Geométrica

Es una sucesión de números reales, donde el término posterior al primero se encuentra multiplicando el término anterior por una constante llamada razón.

La fórmula para encontrar la progresión geométrica es:

Denotaciones:
$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

a_n = Término General.

r = razón.

n = números de términos.

a_1 = primer término.

2.1.8.1. Historia de progresiones geométricas

Las tablillas de arcilla de la época babilónica (2000 a.C) muestran que los babilonios estudiaron las progresiones geométricas y ya habían hallado la suma de los términos de una progresión geométrica en problemas concretos, llegando a establecer la fórmula:

$$1 + 2 + 22 + \dots 29 = 210 - 1$$

También pueden encontrarse problemas relacionados con progresiones en papiros egipcios. De igual modo, las progresiones aparecen también en la cultura árabe, a veces ligadas a leyendas como la de la recompensa al inventor del ajedrez.

En épocas más recientes (s. XVII - XVIII), el estudio de las progresiones y de su suma, aparece relacionado con la aproximación de números irracionales o de funciones.

Ejemplo 1:

Hallar el octavo término de una progresión geométrica cuyo primer término es 8 y la razón es 2.

Datos:

$$n=8$$

$$a_1=6$$

$$r= 2$$

$$a_n=?$$

Solución:

$$a_n= a_1.r^{n-1}$$

$$a_8= 6x2^{8-1}$$

$$a_8=6x2^7$$

$$a_8=6 x 128$$

$$a_8=768$$

Respuesta:

El valor del término que se encuentra en la posición 8 es 768.

Ejemplo 2:

Encuentra el quinto término de una progresión geométrica que se encuentra en la posición #6, donde su primer término es igual a 9 y su razón es igual a 4.

Datos:

$$n= 6$$

$$a_1= 9$$

$$r= 4$$

$$a_n=?$$

Solución:

$$a_n= a_1.r^{n-1}$$

$$a_6= 9x4^{6-1}$$

$$a_6= 9x4^5$$

$$a_6= 9x1, 024$$

$$a_6= 9,216$$

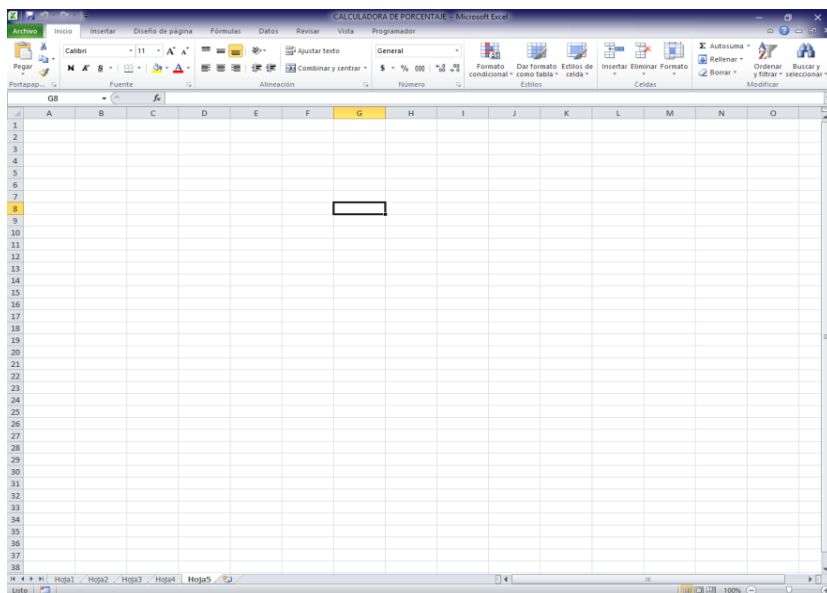
Respuesta:

El quinto término de la progresión geométrica es: 9,216.

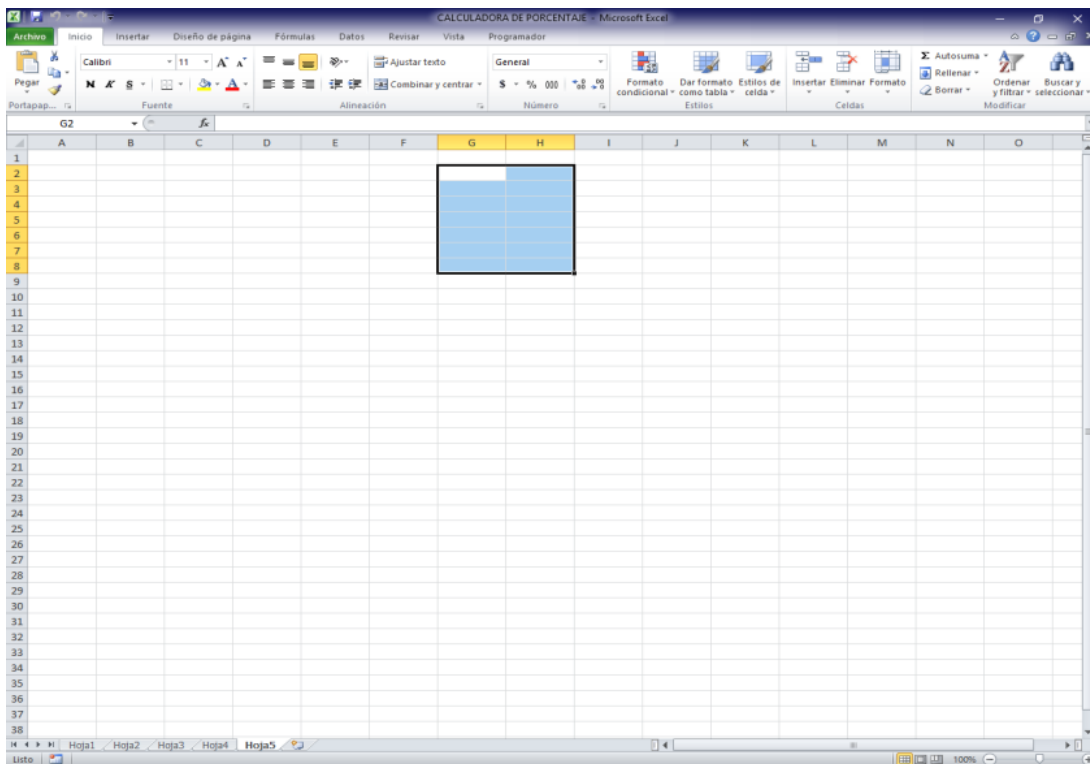
2.1.8.2. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.

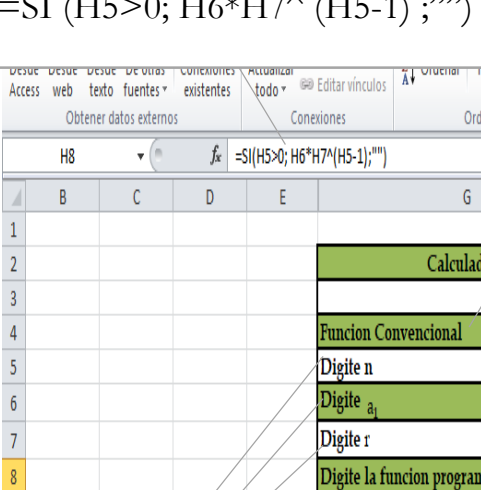


2. Haciendo clic izquierdo seleccione las cantidades de celdas que va a utilizar, Diríjase a las cintas de opciones y en el grupo de comando denominado "Fuente" seleccione la opción de borde, para resaltar las celdas seleccionadas.



3. En cada celda coloca las variables del problema a trabajar.

Función programada
 $=SI (H5>0; H6*H7^{(H5-1)} ;''''')$

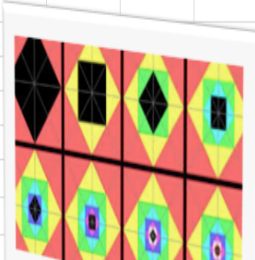


En esta celda coloque el nombre de función convencional y al lado su función.

Calculadora de Progresiones Geométricas	
Datos	
Funcion Convencional	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Digite n	
Digite a_1	
Digite r	
Digite la funcion programada	

En estas celdas coloca la palabra “digite a n, a₁ y r”.

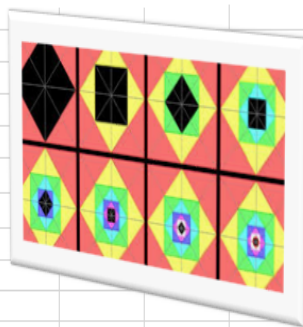
En esta celda coloca el nombre de “digite la función programada” y al lado programe la función convencional, teniendo en cuenta las condiciones de progresión geométrica.



4. Ahora proceda a introducir los datos en cada una de las celdas correspondientes y compruebe que el resultado sea igual al que realizó de manera análoga.

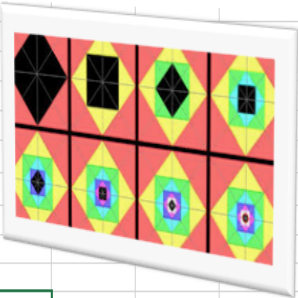
Problema I

Calculadora de Progresiones Geométricas	
Datos	
Funcion Convencional	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Digite n	8
Digite a_1	6
Digite r	2
Digite la funcion programada	768



Problema II

Calculadora de Progresiones Geométricas	
Datos	
Funcion Convencional	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Digite n	6
Digite a_1	9
Digite r	4
Digite la funcion programada	9216



2.2. La Depreciación

Es la pérdida de valor, un bien o un activo como consecuencia de su desgaste con el paso del tiempo, o también por su uso. Hay que recordar que todos los activos exceptos los terrenos y algunos metales pierden su valor por el paso del tiempo.

Un activo al ser utilizado en las operaciones de una empresa para generar ingresos sufre un desgaste natural, desgaste que va disminuyendo la vida operativa del activo, hasta que finalmente queda obsoleto o inservible, esto es lo que se persigue con la depreciación, reconocer ese desgaste.

En la depreciación existen diversos métodos que se integran por un fondo, para tener al final de la vida útil la diferencia entre el costo original del activo y el valor de salvamento. El objetivo de esta es alcanzar esa meta, haciendo depósito en un fondo destinado para tales fines.

2.2.1. Métodos de Depreciación

2.2.1.1. Método de la línea recta

En este método la depreciación se calcula en base al tiempo de utilidad del activo y no de su uso. Este considera que la cantidad a depreciar en cada periodo de tiempo es la misma.

Hay que reconocer que el activo se deprecia durante el primer año de operación y la depreciación va decreciendo, mientras los siguientes periodos restantes. Para el cálculo de la depreciación es indispensable que se tenga dominio de los siguientes conceptos:

- ✓ **Costo original (CO):** es el valor que pagó la empresa al momento de adquirir el activo.
- ✓ **Valor de recuperación (VR):** es lo que vale el activo al final de su vida útil.
- ✓ **Vida útil estimada (VUE):** es el periodo de tiempo en que el activo será productivo para la empresa.
- ✓ **Depreciación por periodo (DPP):** es la suma de dinero que se desprecia del activo a lo largo de su vida útil.
- ✓ **El valor en libros:** se obtiene de la diferencia entre el costo original y la depreciación acumulada durante cada periodo.

En el método de la línea recta se debe de aplicar la siguiente fórmula:

$$DPP = \frac{CO - VR}{VUE}$$

Para calcular la depreciación por periodo en este método lo que se hace es extraer la diferencia entre el costo original y el valor de recuperación, luego dividirlo entre su vida útil.

Ejemplo 1:

Una empresa compró un automóvil por \$250,000, para el departamento de ventas, con una vida útil de 4 años y un valor de recuperación de \$187,500. Calcule la depreciación anual y elabore una tabla de depreciación.

Datos:
CO= \$250,000
VUE= 4 años
VR= \$ 187,500
DPP=?

Solución:

$$DPP = \frac{CO - VR}{VUE}$$

$$DPP = \frac{RD\$250,000 - RD\$187,500}{4}$$

$$DPP = \frac{RD\$62,500}{4}$$

DPP = \$15,625

Respuesta:
 La depreciación anual es de \$15,625.

Tabla de depreciación

Periodos	Depreciación por periodos	Depreciación acumulada	Valor en libro
0	0	0	\$250,000
1	\$15,625	\$15,625	\$234,375
2	\$15,625	\$31,250	\$218,750
3	\$15,625	\$46,875	\$203,125
4	\$15,625	\$62,500	\$187,500

Ejemplo 2:

Una oficina de abogados adquirió un equipo de cómputo por \$77,000, se le estima una vida útil de 4 años y un valor de desecho igual a cero. Determine la depreciación anual y elabore una tabla de depreciación.

Datos:	Solución:	Respuesta:
CO = \$77,000	$\mathbf{DPP} = \frac{\mathbf{CO} - \mathbf{VR}}{\mathbf{VUE}}$	La depreciación anual es de \$19,250.
VUE =4 años	$\mathbf{DPP} = \frac{\mathbf{RD\$77,000} - \mathbf{RD\$0}}{4}$	
VR = \$0	$\mathbf{DPP} = \frac{\mathbf{RD\$77,000}}{4}$	
DPP =?	$\mathbf{DPP} = \mathbf{\$19,250}$	

Tabla de depreciación

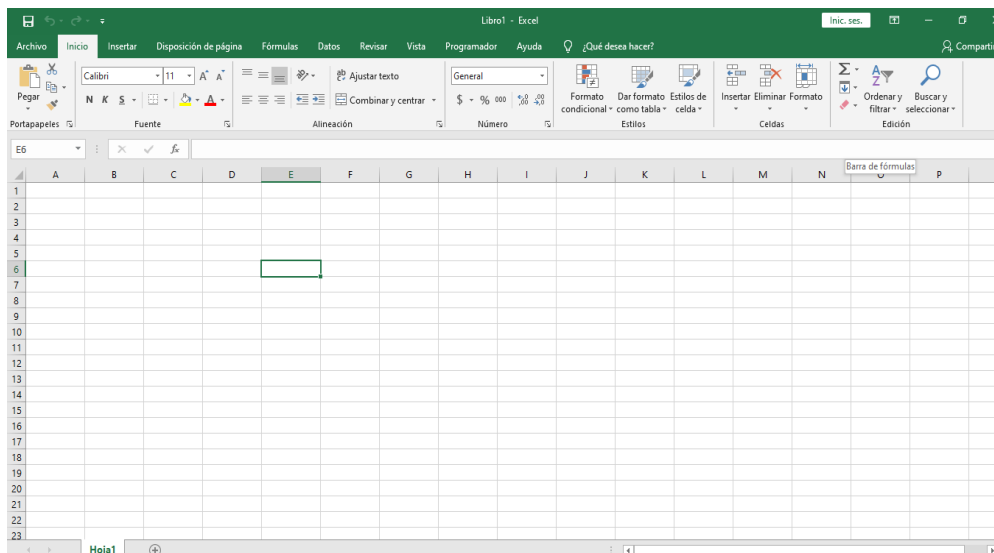
Periodos	Depreciación por periodos	Depreciación acumulada	Valor en libro
0	0	0	\$77,000
1	\$19,250	\$19,250	\$57,750
2	\$19,250	\$38,500	\$38,500
3	\$19,250	\$57,750	\$19,250
4	\$19,250	\$77,000	\$0

Recuerda: El valor en libro durante el periodo cero equivale al costo original, mientras que en el último periodo equivale al valor de recuperación.

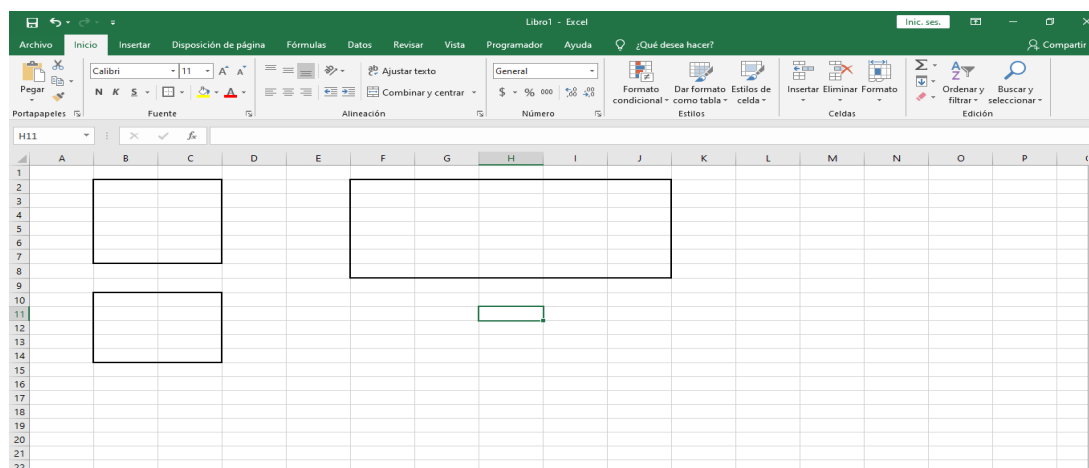
2.2.1.1. Formato digital en la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. En la pestaña de inicio diríjase a la cinta de opciones y en el grupo de comando denominado “Fuente”, clic izquierdo sobre la herramienta borde, para crear tres tablas de trabajo.



3. Coloque en la primera tabla la fórmula convencional.

Método de línea recta	
$DPP = \frac{CO - VR}{VUE}$	

Para colocar el título de arriba, clic izquierdo y seleccione todas las celdas, luego diríjase a la cinta de opciones, en la pestaña de inicio en el grupo de comando denominado “alineación”, clic izquierdo sobre la herramienta combinar y central.

Para insertar la fórmula en la tabla se hace el mismo procedimiento que en la anterior. Luego diríjase a la cinta de opciones y clic izquierdo sobre la pestaña insertar, en el grupo de comando denominado “símbolos”, clic izquierdo y se despliega un menú, elija la opción de insertar ecuaciones y proceda a escribir la fórmula convencional.

4. Escriba en la segunda tabla las principales variables que conforman la fórmula.

Datos	
CO	
VR	
VUE	
DPP	$= (C10 - C11) / C12$

Las primeras celdas están destinadas para las variables principales de la fórmula y al lado el espacio para ingresar los datos.

En la cuarta celda escriba la palabra DPP y al lado programe la siguiente fórmula: $= (C10 - C11) / C12$.

5. Coloque en la tercera tabla, los principales componentes que conforman la tabla de depreciación y programe las funciones.

Para hacer que el valor se encuentre en la celda C10 aparezca en la celda I3, se escribe en esta celda la siguiente fórmula: =C10.

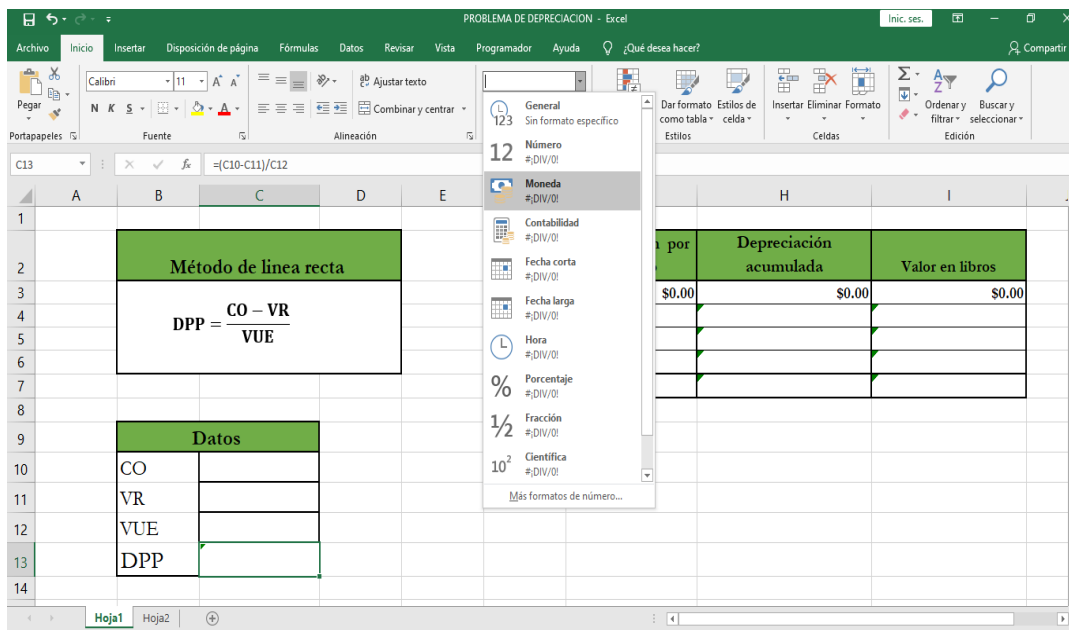
Para calcular el valor en libro se escribe la siguiente fórmula: = I3-H4, en la segunda celda se sigue el mismo patrón lo único que cambia es la posición de H. Esto quiere decir que la siguiente es: =I3-H5.

Periodos	Depreciación por Periodo	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	\$0.00	\$0.00	\$0.00
1			
2			
3			
4			

Para que el valor de la celda C13, aparezca en las celdas G, se escribe en esta celda la función: =C13. Luego se copia formato para agregar a las demás celdas.

En esta sección en la primera celda se escribe la fórmula: =G4, porque corresponde al primer año de depreciación. Ahora para calcular la depreciación acumulada en las demás celdas, se escribe la siguiente fórmula: =H4+G5, se debe de seguir la misma secuencia teniendo en cuenta la posición. Esto quiere decir, que en la siguiente celda se debe de escribir la fórmula: =H5+G6.

6. Para programar en las celdas cuando ingresas una cantidad aparezca el símbolo de moneda, debe dirigirse a la cinta de opciones y en la pestaña inicio en el grupo denominado “Números”, clic izquierdo en la herramienta formato de número y elija la opción moneda.



7. Para agregar un filtro a la tabla de depreciación, seleccione las celdas principales, luego diríjase a la pestaña de datos y en el grupo denominado “ordenar y filtrar” elija la opción filtro.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "PROBLEMA DE DEPRECIACION - Excel". The ribbon is set to "Datos" (Data) and the "Ordenar y filtrar" (Sort & Filter) group is active. The spreadsheet contains the following data:

Método de línea recta		Periodos	Depreciación por Periodo	Depreciación acumulada	Valor en libros
$DPP = \frac{CO - VR}{VUE}$		0	\$0.00	\$0.00	\$250,000.00
		1	\$15,625.00	\$15,625.00	\$234,375.00
		2	\$15,625.00	\$31,250.00	\$218,750.00
		3	\$15,625.00	\$46,875.00	\$203,125.00
		4	\$15,625.00	\$62,500.00	\$187,500.00

Datos	
CO	\$250,000.00
VR	\$187,500.00
VUE	4 años
DPP	\$15,625.00

8. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled 'PROBLEMA DE DEPRECIACION - Excel'. It features a ribbon with various tabs and a data table. The table has columns for 'Periodos', 'Depreciación por Periodo', 'Depreciación acumulada', and 'Valor en libros'. The first row (Period 0) is filled with \$0.00, while rows 1 through 4 are empty.

Periodos	Depreciación por Periodo	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	\$0.00	\$0.00	\$0.00
1			
2			
3			
4			

Other elements in the spreadsheet include a formula box with $DPP = \frac{CO - VR}{VUE}$ and a 'Datos' table with empty input fields for CO, VR, VUE, and DPP.

Problema II

The screenshot shows the same Excel spreadsheet as 'Problema I', but now with numerical data. The 'Datos' table is filled with values: CO = \$77,000.00, VR = \$0.00, VUE = 4 años, and DPP = \$19,250.00. The depreciation table is also populated with values for periods 1 through 4.

Periodos	Depreciación por Periodo	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	\$0.00	\$0.00	\$77,000.00
1	\$19,250.00	\$19,250.00	\$57,750.00
2	\$19,250.00	\$38,500.00	\$38,500.00
3	\$19,250.00	\$57,750.00	\$19,250.00
4	\$19,250.00	\$77,000.00	\$0.00

The 'Datos' table is as follows:

Datos	
CO	\$77,000.00
VR	\$0.00
VUE	4 años
DPP	\$19,250.00

2.2.2. Método de unidades producidas

En este método se considera que el activo pierde el valor por el uso que se le dé, por lo que la vida útil que se ha estimado no es un tiempo, sino que es el número de unidades producidas, en dicho método se utiliza dos fórmulas.

Fórmula 1:

Depreciación por unidad (DPU)

$$\text{DPU} = \frac{\text{CO} - \text{VR}}{\text{VUE}}$$

Pasos para calcular la depreciación por unidad:

1. Se coloca el costo original (CO) menos el valor de recuperación (VR).
2. Se divide el resultado entre la vida útil estimada (VUE).

Fórmula 2:

Depreciación por período (DPP)

$$\text{DPP} = \text{DPU} \times \text{U}$$

Pasos para calcular la depreciación por período:

1. Se coloca la depreciación por unidad (DPU).
2. Se multiplica por el número de unidades producidas (U).

Recuerda: U será el número de unidades producidas en un período.

Ejemplo 1:

José Ignacio compró una máquina de sublimación por el costo de \$34, 000. Él espera que la máquina de sublimación produzca 30,000 unidades en 4 años. Se piensa producir 10,000 unidades el primer año, 9,000 el segundo, 6,000 el tercero y 5,000 el cuarto año. Se predice un valor de recuperación de \$10,000. Realizar una tabla de depreciación usando el método de las unidades producidas.

Datos:

CO= \$34, 000

VUE= 30,000

U₁= 10,000

U₂= 9,000

U₃= 6,000

U₄= 5,000

VR= \$10,000

DPU= ?

DPP= ?

Solución:

$$DPU = \frac{CO - VR}{VUE}$$

$$DPU = \frac{\$34,000 - \$10,000}{30,000}$$

$$DPU = \frac{\$24,000}{30,000}$$

$$DPU = \$0.8$$

$$DPP = DPU \times U$$

$$DPP1 = \$0.8 \times 10,000 = \mathbf{\$8,000}$$

$$DPP2 = \$0.8 \times 9,000 = \mathbf{\$7,200}$$

$$DPP3 = \$0.8 \times 6,000 = \mathbf{\$4,800}$$

$$DPP4 = \$0.8 \times 5,000 = \mathbf{\$4,000}$$

Respuesta:

La depreciación por unidad es de \$0.8 y las depreciaciones por períodos son: primer período \$8,000, segundo período \$7,200, tercer período \$4,800 y cuarto período \$4,000.

Tabla de depreciación

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	\$34, 000
1	\$8,000	\$8,000	\$26,000
2	\$7,200	\$15,200	\$18,800
3	\$4,800	\$20,000	\$14,000
4	\$4,000	\$24,000	\$10,000

Ejemplo 2:

Mi empresa compró una máquina cuyo costo fue de \$78,000. La máquina tiene una vida útil de 70,000 unidades y un valor de recuperación de \$50,000. Se piensa producir 30,000 unidades el primer año, 12,000 el segundo año, 8,000 el tercer año. Crear una tabla de depreciación usando el método de las unidades producidas.

Datos:

CO= \$78,000

VUE= 70,000

VR= \$50,000

U₁= 30,000

U₂= 12,000

U₃= 8,000

DPU= ?

DPP= ?

Solución:

$$DPU = \frac{CO - VR}{VUE}$$

$$DPU = \frac{\$78,000 - \$50,000}{70,000}$$

$$DPU = \frac{\$28,000}{70,000}$$

DPU = \$0.4

DPP = DPU x U

DPP1 = \$0.4 x 30,000 = \$12,000

DPP2 = \$0.4 x 22,000 = \$8,800

DPP3 = \$0.4x 18,000 = \$7,200

Respuesta:

La depreciación por unidad es de \$0.4 y las depreciaciones por períodos son: primer período \$12,000, segundo período \$8,800, tercer período \$7,200.

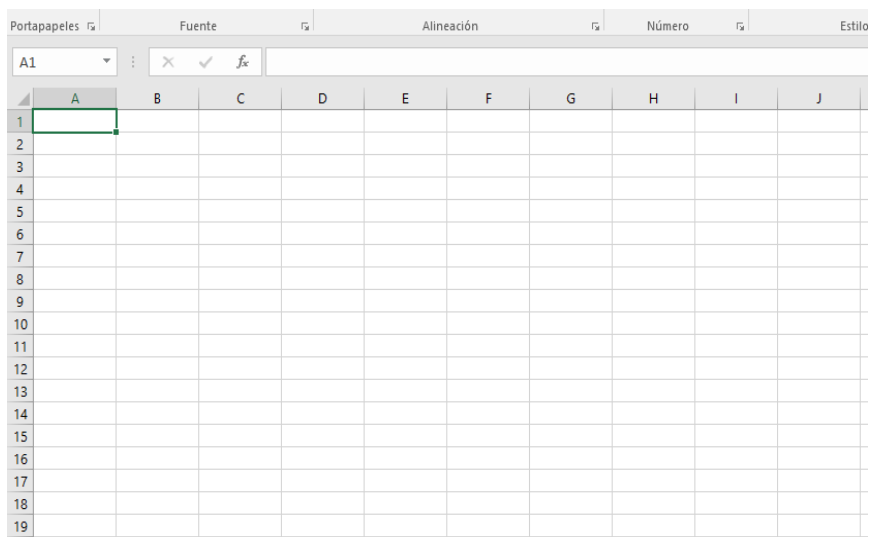
Tabla de depreciación

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	\$78,000
1	\$12,000	\$12,000	\$66,000
2	\$8,800	\$20,800	\$57,200
3	\$7,200	\$28,000	\$50,000

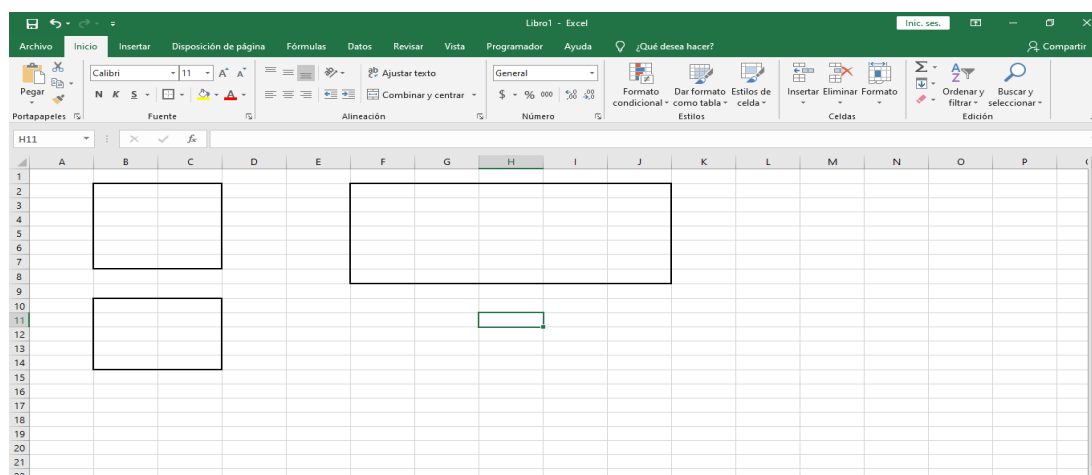
2.2.2.1 Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.

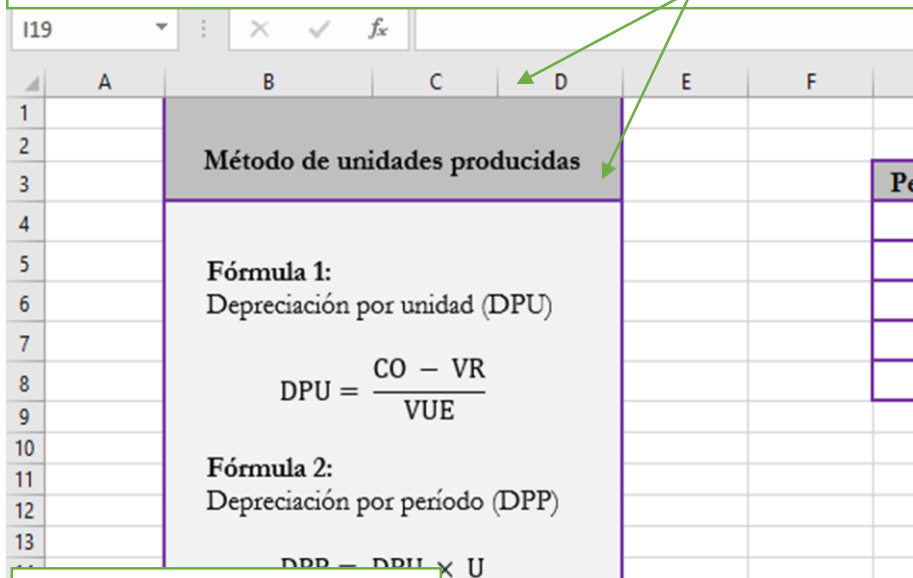


2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar, luego hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega, haces el mismo procedimiento hasta obtener tres cuadros.

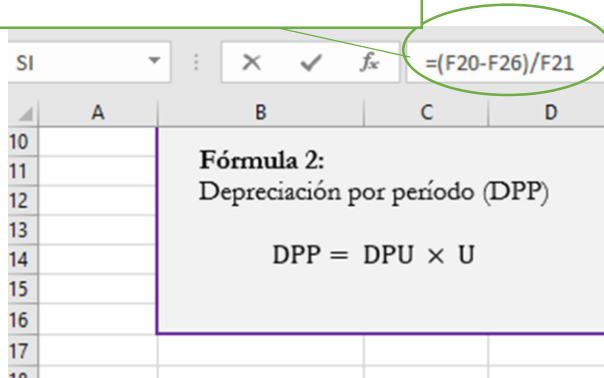


- Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

En el primer cuadro hacer clic en una de las celdas escribir “Método de unidades producidas” en la celda de abajo escribir “Depreciación por unidad” debajo su fórmula y por último escribir “Depreciación por período”, debajo su fórmula.



Función programada



En el segundo cuadro digitar en una celda “Datos” en la siguiente celda escribir “CO” en otra celda digitar “VUE” y dejarle al lado una celda vacía para colocar los datos del problema.

En las demás celdas digitar uno debajo del otro “U₁, U₂, U₃, U₄” en las siguientes celdas escribir uno debajo del otro “VR, DPP” y dejarle al lado una celda vacía para colocar los datos del problema.

Datos	
CO	
VUE	
U ₁	
U ₂	
U ₃	
U ₄	
VR	
DPU	=(F20-F26)/F21
DPP	

En la siguiente celda escribir la función programada “DPU” y al lado digite la fórmula =(F20-F26)/F21

En la columna de periodo colocar los datos dados en el problema empezando con 0.

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0.00	0.00	\$ -
1	\$ -	\$ -	\$ -
2	\$ -	\$ -	\$ -
3	\$ -	\$ -	\$ -
4	\$ -	\$ -	\$ -

En las celdas señaladas colocar las funciones en su orden “=(F27*F22), =(F27*F23), =(F27*F24), =(F27*F25)”

En el tercer cuadro en cuatro celdas distintas escribir “Período, Depreciación por período, Depreciación acumulada, Valor en libro”

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0.00	0.00	\$ -
1	\$ -	\$ -	\$ -
2	\$ -	\$ -	\$ -
3	\$ -	\$ -	\$ -
4	\$ -	\$ -	\$ -

En el orden colocado digitar las fórmulas a las celdas seleccionadas “=H5, =(H5+H6), =(I6+H7), =(I7+H8)”

En las celdas debajo del valor en libros colocar las fórmulas “=(F20), =(J4-H5), =(J5-H6), =(J6-H7), =(J7-H8)”

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	Método de unidades producidas									
						Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros	
						0	0.00	0.00	\$ 78,000.00	
						1	\$ 12,000.00	\$ 12,000.00	\$ 66,000.00	
						2	\$ 4,800.00	\$ 16,800.00	\$ 61,200.00	
						3	\$ 3,200.00	\$ 20,000.00	\$ 58,000.00	
	Fórmula 1: Depreciación por unidad (DPU) $DPU = \frac{CO - VR}{VUE}$									
	Fórmula 2: Depreciación por período (DPP) $DPP = DPU \times U$									

2.2.1.3. Métodos de las horas trabajadas

Es parecido al método de las unidades producidas, sino está en su uso no pierde su valor.

Ejemplo 1:

Una máquina de helados costó \$80,000, se le estimó una vida útil de 20,000 horas y un valor de recuperación de \$20,000. Las 20,000 horas se trabajarán de la siguiente manera: 8,000 en el primer año, 6,000 en el segundo, 4,000 en el tercero y 2,000 en el cuarto. Construir la tabla de depreciación.

Datos:

CO = \$80,000

VR = \$20,000

VUE = 20,000 horas

Primer año= 8,000

Segundo año= 6,000

Tercer año= 4,000

Cuarto año= 2,000

CD=?

DPH=?

Solución 1:

CD= Costo depreciable

CD=CO-VR

CD=80,000-20,000

CD= \$60,000

Solución 2:

DPH= Depreciación por hora.

$$DPH = \frac{CD}{VUE}$$

$$DPH = \frac{60,000}{20,000}$$

DPH= \$3

Respuesta:

El costo depreciable es de \$60,000 y la depreciación por hora es de \$3.

Solución 3:

DPP= (DPH)(H)

DPP₁= (3)(8,000) = **\$24,000**

DPP₂= (3)(6,000) = **\$18,000**

DPP₃= (3)(4,000) = **\$12,000**

DPP₄= (3)(2,000) = **\$6,000**

Tabla de depreciación

Período	Depreciación por período	Depreciación Acumulada	Valor en Libros
0	0	0	\$80,000
1	\$24,000	\$24,000	\$56,000
2	\$18,000	\$42,000	\$38,000
3	\$12,000	\$54,000	\$26,000
4	\$6,000	\$60,000	\$20,000

Ejemplo 2:

El Sr Belis Moreno compró un inmobiliario por \$55,000, se estima una vida útil de 10,000 horas y un valor de recuperación de 5,000. Las horas se van a trabajar de la siguiente manera: primer año 4,000, el segundo 3,000, el tercero 2,000 y el cuarto 1,000. Construir la tabla de depreciación.

Datos:

$$CO = \$ 55,000$$

$$VR = \$5,000$$

$$VUE = 10,000 \text{ horas}$$

$$CD = ?$$

$$DPH = ?$$

Solución 1:

$$CD = \text{Costo depreciable}$$

$$CD = CO - VR$$

$$CD = 55,000 - 5,000$$

$$CD = \$50,000$$

Respuesta:

El costo depreciable es de \$50,000 y la depreciación por hora es de \$5.

Solución 2:

DPH = Depreciación por hora.

$$DPH = \frac{CD}{VUE}$$

$$DPH = \frac{50,000}{10,000}$$

$$DPH = \$5$$

Solución 3:

$$DPP = (DPH) (H)$$

$$DPP1 = (5) (4,000) = \$20,000$$

$$DPP2 = (5) (3,000) = \$15,000$$

$$DPP3 = (5) (2,000) = \$10,000$$

$$DPP4 = (5) (1,000) = \$5,000$$

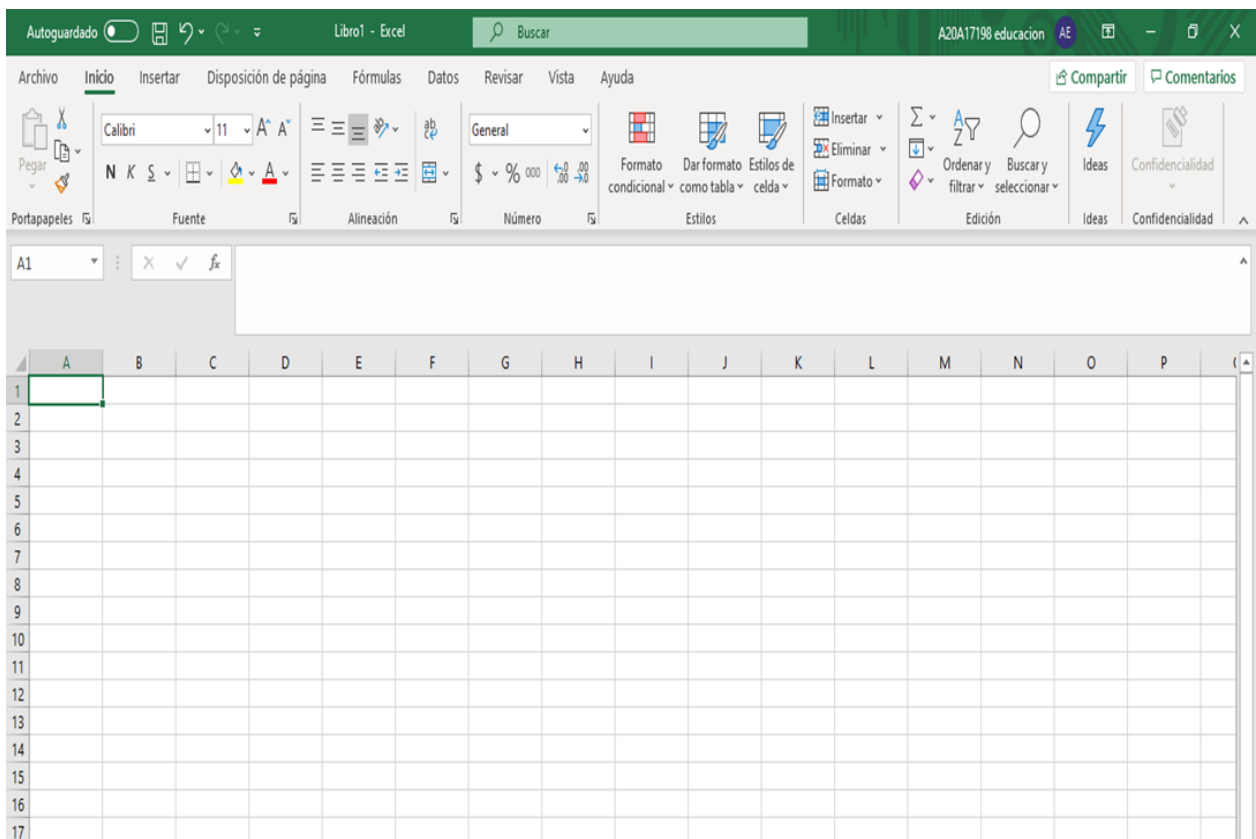
Tabla de depreciación

Período	Depreciación por período	Depreciación Acumulada	Valor en Libros
0	0	0	\$55,000
1	\$20,000	\$20,000	\$35,000
2	\$15,000	\$35,000	\$38,000
3	\$10,000	\$45,000	\$26,000
4	\$5,000	\$50,000	\$5,000

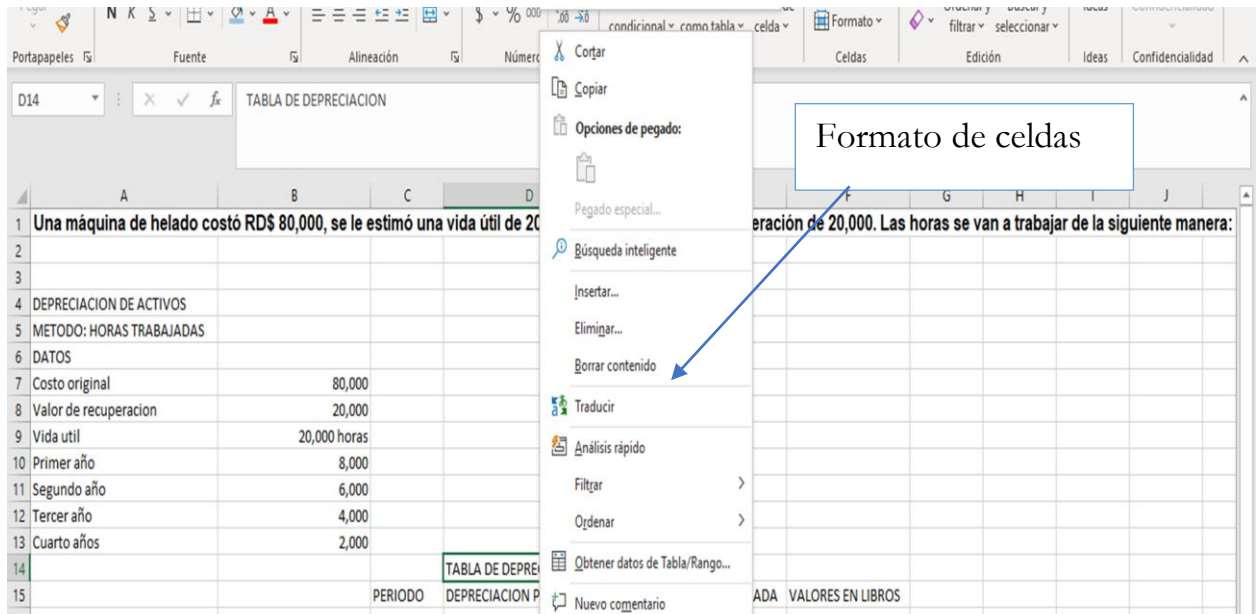
2.2.1.3.1 Formato digital con la hoja de Cálculo de Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo de Excel:

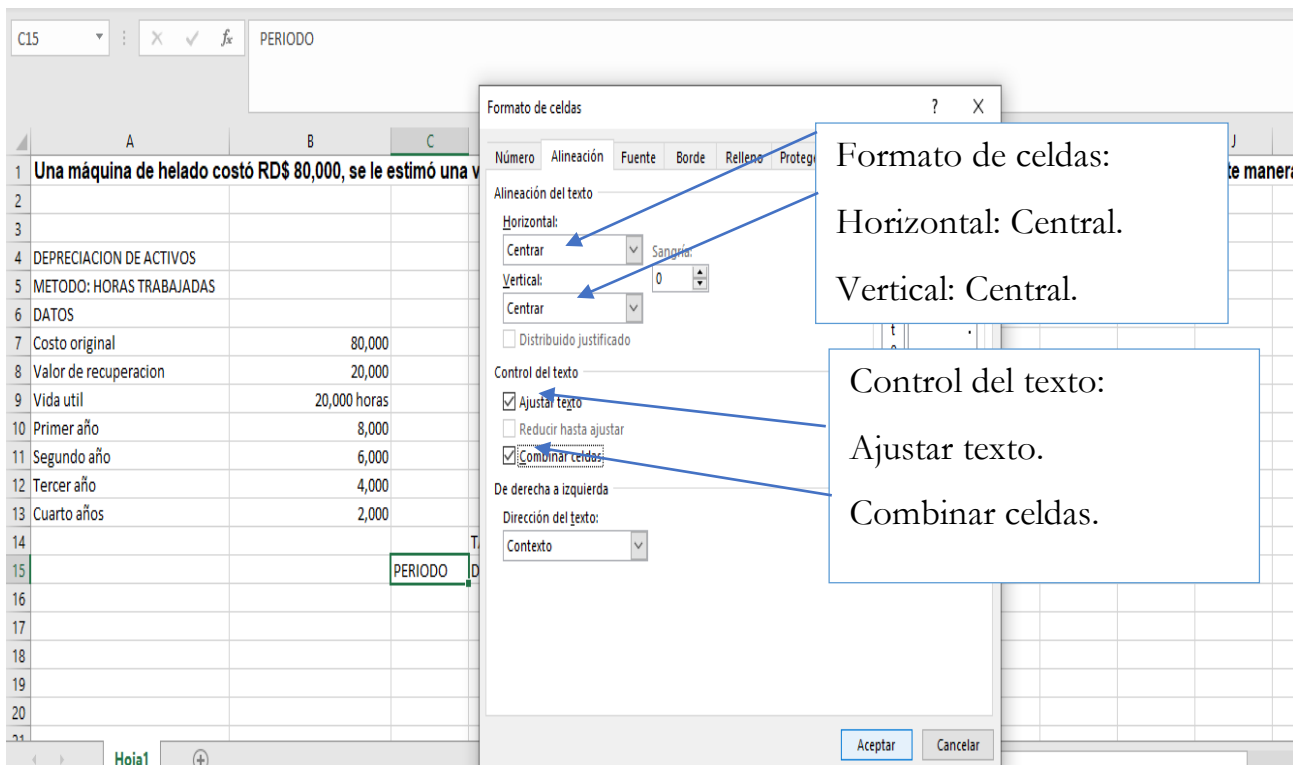
1. Abrir el programa Excel.



- Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes, hacer clic derecho encima de las celdas, para darle formato.



- Hacer clic y escoger la barra de “Alineación” en los casos que sean necesarios, para alinear los textos y combinar las celdas.



4. Seleccionar las celdas y en la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada “Fuente”, hacer clic en bordes y escoger uno, en este caso se elige (todos los bordes), hacer las combinaciones de celdas, para sacar las dos soluciones: costo depreciable y depreciación por horas.

DEPRECIACION DE ACTIVOS		1) SOLUCION		2) SOLUCION																						
METODO: HORAS TRABAJADAS		CD	Costo depreciable	DPH	Depreciación por hora																					
DATOS:		CD	Costo original- valor de recuperación	DPH	Costo depreciable / vida útil																					
Costo original	80,000	CD	80,000-20,000	DPH	60,000/20,000																					
Valor de recuperación	20,000	CD	60,000	DPH	=(F8/C9)																					
Vida útil	20,000 horas																									
Primer año	8,000	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">TABLA DE DEPRECIACION</th> </tr> <tr> <th>PERIODO</th> <th>DEPRECIACION DEL PERIODO</th> <th>DEPRECIACION ACUMULADA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				TABLA DE DEPRECIACION			PERIODO	DEPRECIACION DEL PERIODO	DEPRECIACION ACUMULADA	0			1			2			3			4		
TABLA DE DEPRECIACION																										
PERIODO	DEPRECIACION DEL PERIODO					DEPRECIACION ACUMULADA																				
0																										
1																										
2																										
3																										
4																										
Segundo año	6,000																									
Tercer año	4,000																									
Cuarto año	2,000																									

5. Por último, completar la tabla de depreciación en combinación con los datos y las soluciones.

Problema I

Una máquina de helado costó RD\$ 80,000, se le estimó una vida útil de 20,000 horas y un valor de recuperación de 20,000. Las horas se van a trabajar de la siguiente manera: 8,000 en el primer año, 6,000 en el segundo, 4,000 en el tercero y 2,000 en el cuarto. Construir la tabla de depreciación.

DEPRECIACION DE ACTIVOS		1) SOLUCION		2) SOLUCION																													
METODO: HORAS TRABAJADAS		CD	Costo depreciable	DPH	Depreciación por hora																												
DATOS:		CD	Costo original- valor de recuperación	DPH	Costo depreciable / vida útil																												
Costo original	80,000	CD	80,000-20,000	DPH	60,000/20,000																												
Valor de recuperación	20,000	CD	60,000	DPH	3																												
Vida útil	20,000 horas																																
Primer año	8,000	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">TABLA DE DEPRECIACION</th> </tr> <tr> <th>PERIODO</th> <th>DEPRECIACION DEL PERIODO</th> <th>DEPRECIACION ACUMULADA</th> <th>VALOR EN LIBROS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>80,000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>24000</td> <td>24000</td> <td>56,000</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>18000</td> <td>42000</td> <td>38,000</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>12000</td> <td>54000</td> <td>26,000</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>6000</td> <td>60000</td> <td>20,000</td> </tr> </tbody> </table>				TABLA DE DEPRECIACION				PERIODO	DEPRECIACION DEL PERIODO	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS	0	0	0	80,000	1	24000	24000	56,000	2	18000	42000	38,000	3	12000	54000	26,000	4	6000	60000	20,000
TABLA DE DEPRECIACION																																	
PERIODO	DEPRECIACION DEL PERIODO					DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS																										
0	0					0	80,000																										
1	24000					24000	56,000																										
2	18000	42000	38,000																														
3	12000	54000	26,000																														
4	6000	60000	20,000																														
Segundo año	6,000																																
Tercer año	4,000																																
Cuarto año	2,000																																

Problema II

1) SOLUCION						2) SOLUCION	
METODO: HORAS TRABAJADAS		CD	Costo depreciable	DPH	Depreciación por hora		
DATOS:		CD	Costo original- valor de recuperación	DPH	Costo depreciable / vida útil		
Costo original	55,000	CD	55,000-5,000	DPH	50,000/10,000		
Valor de recuperación	5,000	CD	50,000	DPH	5		
Vida útil	10,000 horas						
Primer año	4,000						
Segundo año	3,000						
Tercer año	2,000						
Cuarto año	1,000						
TABLA DE DEPRECIACION							
PERIODO	DEPRECIACION DEL PERIODO	DEPRECIACION ACUMULADA	VALOR EN LIBROS				
0	0	0	55,000				
1	20000	20000	35,000				
2	15000	35000	20,000				
3	10000	45000	10,000				
4	5000	50000	5,000				

2.2.1.4. Método de la suma de los dígitos

En este método, la depreciación anual es variable, ya que el máximo cargo por depreciación se tiene en el primer año y en el último en el mínimo.

Este método se considera más accesible que el método de la línea recta, debido a que el activo pierde mayor valor al principio de su vida útil.

Para realizar una depreciación usando el método de las sumas de los dígitos hay que hacer los siguientes pasos:

1. Se suman los dígitos en orden descendentes. Si, por ejemplo, la vida útil de un activo es de 7 años, entonces el denominador de la fracción es:

$$S = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$SR = 28$$

2. Se forman fracciones cuyos numeradores sean los dígitos y como denominadores la suma encontrada en el paso 1.

$$1) \frac{7}{28}$$

$$2) \frac{6}{28}$$

$$3) \frac{5}{28}$$

$$4) \frac{4}{28}$$

$$5) \frac{3}{28}$$

$$6) \frac{2}{28}$$

$$7) \frac{1}{28}$$

3. Se multiplica cada fracción por el costo depreciable. Si, por ejemplo, el costo depreciable es de \$20,000. Puedes realizar el proceso de las dos siguientes formas. ¡Observen!

$$DPP_1 = \frac{7}{28} = 0.25 \times \$20,000 = \mathbf{\$5,000}$$

$$DPP_1 = \frac{7}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$5,000}$$

$$DPP_2 = \frac{6}{28} = 0.214 \times \$20,000 = \mathbf{\$4,280}$$

$$DPP_2 = \frac{6}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$4,280}$$

$$DPP_3 = \frac{5}{28} = 0.178 \times \$20,000 = \mathbf{\$3,560}$$

$$DPP_3 = \frac{5}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$3,560}$$

$$DPP_4 = \frac{4}{28} = 0.143 \times \$20,000 = \mathbf{\$2,860}$$

$$DPP_4 = \frac{4}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$2,860}$$

$$DPP_5 = \frac{3}{28} = 0.107 \times \$20,000 = \mathbf{\$2,140}$$

$$DPP_5 = \frac{3}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$2,140}$$

$$DPP_6 = \frac{2}{28} = 0.0714 \times \$20,000 = \mathbf{\$1,428}$$

$$DPP_6 = \frac{2}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$1,428}$$

$$DPP_7 = \frac{1}{28} = 0.0357 \times \$20,000 = \mathbf{\$732}$$

$$DPP_7 = \frac{1}{28} \times \$20,000 = \mathbf{\$732}$$

2.2.1.4.1. Cuadro de depreciación

El cuadro de depreciación es el siguiente que se inicia escribiendo el periodo de los años de vida útil que tiene cada activo, luego se coloca la depreciación por periodo, en la siguiente columna la depreciación acumulada y por último el valor en libro.

Ejemplo 1:

La constructora de Bisonó compró una máquina para hacer block-ladrillo en \$200,000. Se estima que esta tendrá 5 años de vida útil y un valor de recuperación de \$25,000. Realice una tabla de depreciación usando el método de la suma de los dígitos.

Datos:

$$CO = \$200,000$$

$$VUE = 5 \text{ Años}$$

$$VR = \$25,000$$

$$CD = ?$$

$$DPP = ?$$

Solución 1:

$$CD = CO - VR$$

$$CD = \$200,000 - \$25,000$$

$$CD = \$175,000$$

Solución 2: Se suman los dígitos de la vida útil en orden descendentes.

$$S = 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$S = 15$$

Solución 3:

Proceso de forma directa.

$$DPP_1 = \frac{5}{15} \times \$175,000 = \$58,333$$

$$DPP_2 = \frac{4}{15} \times \$175,000 = \$46,667$$

$$DPP_3 = \frac{3}{15} \times \$175,000 = \$35,000$$

$$DPP_4 = \frac{2}{15} \times \$175,000 = \$23,333$$

$$DPP_5 = \frac{1}{15} \times \$175,000 = \$11,667$$

Respuesta:

Esta reflejada a través de la tabla de depreciación mediante el método de la suma de los dígitos.

Solución 4:

Se multiplica cada fracción por el costo depreciable.

$$DPP_1 = \frac{5}{15} = 0.3333... \times \$175,000 = \$58,333$$

$$DPP_2 = \frac{4}{15} = 0.267... \times \$175,000 = \$46,667$$

$$DPP_3 = \frac{3}{15} = 0.2 \times \$175,000 = \$35,000$$

$$DPP_4 = \frac{2}{15} = 0.133... \times \$175,000 = \$23,333$$

$$DPP_5 = \frac{1}{15} = 0.067... \times \$175,000 = \$11,667$$

Tabla de depreciación

Periodo	Depreciación por periodo (DPP)	Depreciación acumulada (DA)	Valor en libros
0	0	0	\$200,000 - DA
1	\$58,333	\$58,333	\$141,667
2	\$46,667	\$105,000	\$95,000
3	\$35,000	\$140,000	\$60,000
4	\$23,333	\$163,333	\$36,667
5	\$11,667	\$175,000	\$25,000

Recuerda que:

- ✓ En la primera columna se coloca el periodo de los años de la vida útil del activo, que en este caso serían 5.
- ✓ En la segunda columna se encuentra la depreciación por periodo, que se obtienen al multiplicar cada fracción por el costo depreciable.

Ejemplo:

$$DPP_1 = \frac{5}{15} = 0.3333... \times \$175,000 = \$58,333$$

- ✓ En la tercera columna está la depreciación acumulada que consta de la suma intercalada de la DA y la depreciación por periodo (DP).

Ejemplo:

Periodo	Depreciación por periodo (DPP)	Depreciación acumulada (DA)
0	0	0
1	\$58,333	\$58,333
2	\$46,667	\$105,000

- ✓ Puedes analizar, que si se realiza la suma de $58,333 + 46,667 = 105,000$.
- ✓ Y por último se encuentra la cuarta columna, donde se le coloca el valor del libro, que no es más que el resultado que se obtiene al restarle al CO por cada una de la depreciación acumulada. $CO-DA$.

Ejemplo 1:

Depreciación acumulada (DA)	Valor en libros
0	$\$200,000 - \$58,333$
$\$58,333$	$\$141,667$

Ejemplo 2:

Se compra una máquina en \$400,000 con una vida útil de 8 años y un valor de recuperación de \$6,000. Calcule la depreciación utilizando el método de la suma de los dígitos.

Datos:

$$CO = \$400,000.$$

$$VUE = 8 \text{ Años.}$$

$$VR = \$ 6,000$$

$$CD = ?$$

$$DPP = ?$$

Solución 1:

$$CD = CO - VR$$

$$CD = \$400,000 - \$6,000$$

$$CD = \$394,000$$

Solución 2:

$$S = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

$$S = 36$$

Respuesta:

Esta reflejada a través de la tabla de depreciación mediante el método de la suma de los dígitos.

Solución 3:

$$\frac{8}{36} \times \$394,000 = \$87,556$$

$$\frac{7}{36} \times \$394,000 = \$76,611$$

$$\frac{6}{36} \times \$394,000 = \$65,667$$

$$\frac{5}{36} \times \$394,000 = \$54,722$$

$$\frac{4}{36} \times \$394,000 = \$43,778$$

$$\frac{3}{36} \times \$394,000 = \$32,833$$

$$\frac{2}{36} \times \$394,000 = \$21,889$$

$$\frac{1}{36} \times \$394,000 = \$10,944$$

Solución 3:

$$\frac{8}{36} = 0.222 \times \$394,000 = \$87,556$$

$$\frac{7}{36} = 0.194 \times \$394,000 = \$76,611$$

$$\frac{6}{36} = 0.1667 \times \$394,000 = \$65,667$$

$$\frac{5}{36} = 0.138 \times \$394,000 = \$54,722$$

$$\frac{4}{36} = 0.111 \times \$394,000 = \$43,778$$

$$\frac{3}{36} = 0.083 \times \$394,000 = \$32,833$$

$$\frac{2}{36} = 0.056 \times \$394,000 = \$21,889$$

$$\frac{1}{36} = 0.027 \times \$394,000 = \$10,944.$$

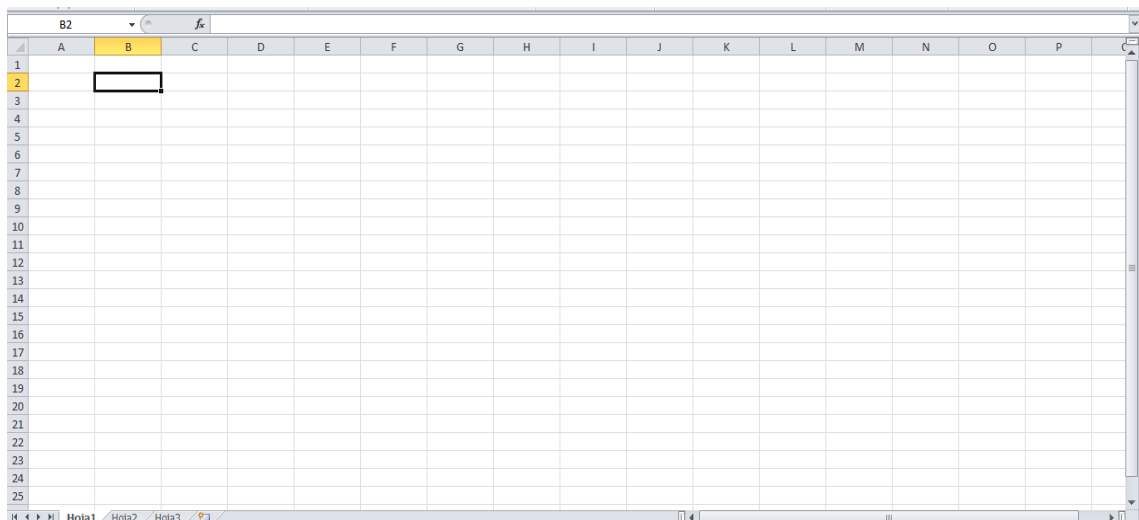
Tabla de depreciación

Periodo	Depreciación por periodo	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	\$400,000.
1	. \$87,556.	\$87,556.	\$312,444.
2	\$76,611.	\$164,167.	\$235,833.
3	\$65,667.	\$229,834.	\$170,166.
4	\$54,722.	\$284,556	\$115,444.
5	\$43,778.	\$328,334.	\$71,666.
6	\$32,833.	\$361,167	\$38,833.
7	\$21,889.	\$383,056	\$16,944.
8	\$10,944.	\$394,000	\$6000

2.2.1.4.2. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema 1 y 2 utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Puede notar como se redujo la cantidad de espacio del problema. Para escribir la depreciación de activo y método de suma de los dígitos se selecciona primero una barra y se escribe en formato de fórmula, luego se realiza los mismos pasos en la segunda barra.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		La constructora de Bisonó compró una máquina para hacer block-ladrillo en \$200,000. Se estima que que está tendrá 5 años de vida útil y una valor de recuperación de \$25,000.									
2											
3											
4		DEPRECIACIÓN DE ACTIVOS									
5		MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS									
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											

3. En el cuadro de datos o la tabla de depreciación seleccione la barra y pasa a digitar todo lo que esté ahí en formato de fórmula.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1		La constructora de Bisonó, compró una máquina para hacer block-ladrillo en \$200,000. Se estima que que está tendrá 5 años de vida útil y una valor de recuperación de \$25,000.									
2											
3											
4		DEPRECIACIÓN DE ACTIVOS									
5		MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS									
6											
7		DATOS									
8		Costo Original				\$200,000					
9		Vida Útil Estimada				5 Años					
10		Valor de Recuperación				\$25,000					
11		Suma de los dígitos de la vida útil				15					
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
3											
4		DEPRECIACIÓN DE ACTIVOS									
5		MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS									
6											
7		DATOS									
8		Costo Original					\$200,000				
9		Vida Útil Estimada					5 Años				
10		Valor de Recuperación					\$25,000				
11		Suma de los dígitos de la vida útil					15				
12											
13		CUADRO O TABLA DE DESPRECIÓN POR EL									
14		MÉTODO DE LA SUMAS DE LOS DÍGITOS.									
15											
16											

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
8		Costo Original					\$200,000						
9		Vida Útil Estimada					5 Años						
10		Valor de Recuperación					\$25,000						
11		Suma de los dígitos de la vida útil					15						
12													
13		CUADRO O TABLA DE DESPRECIÓN POR EL MÉTODO											
14		DE LA SUMAS DE LOS DÍGITOS.											
15		PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR	DEPRECIACIÓN	VALOR EN								
16			PERIODO (DPP)	ACUMULADA (DA)	LIBRO								
17													
18													

- Luego de digitar todos los datos que contiene la tabla, se procede a programar con las reglas que contiene cada uno de los elementos del cuadro, por ejemplo, en la parte de los periodos, se colocan los años de una vida estimada de forma descendente, para que se coloquen todos los años del 0 al 5, se seleccionan las dos primeras celdas, luego continúa hasta el año que te indique los datos y aparecerá de forma automática.

Portapapeles		Fuente	Alineación		Número		
B17		fx		0			
A	B	C	D	E	F	G	H
8	Costo Original				\$200,000		
9	Vida Útil Estimada				5 Años		
10	Valor de Recuperación				\$25,000		
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15		
12							
13		CUADRO O TABLA DE DESPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE LOS DÍGITOS.					
14							
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO			
16							
17	0						
18	1						
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							

Portapapeles		Fuente	Alineación		Número		Estilos
B17		fx		0			
A	B	C	D	E	F	G	H
8	Costo Original				\$200,000		
9	Vida Útil Estimada				5 Años		
10	Valor de Recuperación				\$25,000		
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15		
12							
13		CUADRO O TABLA DE DESPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE LOS DÍGITOS.					
14							
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO			
16							
17	0						
18	1						
19	2						
20	3						
21	4						
22	5						
23							
24							
25							

- Dirijase a la barra de depreciación por periodo, al lado del 1, empiece a programar seleccionando los siguientes símbolos: =(5 donde automáticamente le aparecerá la programación en este caso J17.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
8		Costo Original				\$200,000						
9		Vida Útil Estimada				5 Años			SOLUCIÓN DE LA FORMULA			
10		Valor de Recuperación				\$25,000			CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN			
11		Suma de los dígitos de la vida útil				15			CD= \$200,000 - \$25,000			
12									CD= \$175,000			
13		CUADRO O TABLA DE DESPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE										
14		LOS DÍGITOS.										
15		PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO				VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)			
17		0								5		
18		1	=J17							4		
19		2								3		
20		3								2		
21		4								1		
22		5										

- Luego coloque (/) la barra divisora y selecciona el número 15 que es la suma de los dígitos de la vida útil en donde le presentará F11.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
8		Costo Original				\$200,000						
9		Vida Útil Estimada				5 Años			SOLUCIÓN DE LA FORMULA			
10		Valor de Recuperación				\$25,000			CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN			
11		Suma de los dígitos de la vida útil				15			CD= \$200,000 - \$25,000			
12									CD= \$175,000			
13		CUADRO O TABLA DE DESPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE										
14		LOS DÍGITOS.										
15		PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO				VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)			
17		0								5		
18		1	=J17/F11							4		
19		2								3		
20		3								2		
21		4								1		
22		5										

7. Por último cierre el parentesis y dígame el signo de multiplicación el cual es (*), seleccione la celda que dio como resultado el total de CD=175,000. La programación completa se visualizará así: $= (j17/f11)*j12$.

PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO	VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)
0				5
1	$= (j17/f11)*j12$			4
2				3
3				2
4				1
5				

8. Recuerde darle Enter y le aparecerá el resultado esperado. Se realizarán los mismos pasos en las demás celdas de depreciación por periodo, solo varía los años de la vida útil estimada, por ejemplo 4, 3, 2, 1.

PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO	VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)
0				5
1	\$58,333.33			4
2				3
3				2
4				1
5				

9. En la depreciación acumulada se realiza la suma intercalada, que consta, en la primera celda siempre se coloca el resultado que da la celda 1, esta corresponde a la depreciación por periodo. La suma se efectuará seleccionando la cantidad de \$58,333 que arrojará la programación de D18, luego se coloca el signo + y se procede a elegir la siguiente cifra de \$46,666, que también arrojará un dígito, el cual es C19. La programación completa se visualizará así: =(D18+C19).

Portapapeles		Fuente	Alineación	Numero	Estilos	Celdas	Modificar				
D18		fx =(I17/F11)*J12									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
8	Costo Original				\$200,000						
9	Vida Útil Estimada				5 Años			SOLUCIÓN DE LA FORMULA			
10	Valor de Recuperación				\$25,000			CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN			
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15			CD= \$200,000 - \$25,000			
12								CD=	\$175,000		
13	CUADRO O TABLA DE DESPRECIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE										
14	LOS DÍGITOS.										
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DESPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO				VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)			
16											
17	0									5	
18	1	\$58,333.33	\$58,333.33							4	
19	2	\$46,666.67								3	
20	3	\$35,000.00								2	
21	4	\$23,333.33								1	
22	5	\$11,666.67									
23											
24											

SUMA X ✓ fx =(D18+C19)													
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	La constructora de Bisonó, compró una máquina para hacer block-ladrillo en \$200,000. Se estima que												
2	que está tendrá 5 años de vida útil y una valor de recuperación de \$25,000.												
3													
4	DEPRECIACIÓN DE ACTIVOS												
5	MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS												
6													
7	DATOS												
8	Costo Original				\$200,000								
9	Vida Útil Estimada				5 Años					SOLUCIÓN DE LA FORMULA			
10	Valor de Recuperación				\$25,000					CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN			
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15					CD= \$200,000 - \$25,000			
12										CD= \$175,000			
13	CUADRO O TABLA DE DESPRECIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE												
14	LOS DÍGITOS.												
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DESPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO						VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)			
16	0	\$0.00	0	\$200,000 -DA						5			
17	1	\$58,333.33	\$58,333.33							4			
18	2	\$46,666.67	=(D18+C19)							3			
19	3	\$35,000.00								2			
20	4	\$23,333.33								1			
21	5	\$11,666.67											
22													
23													

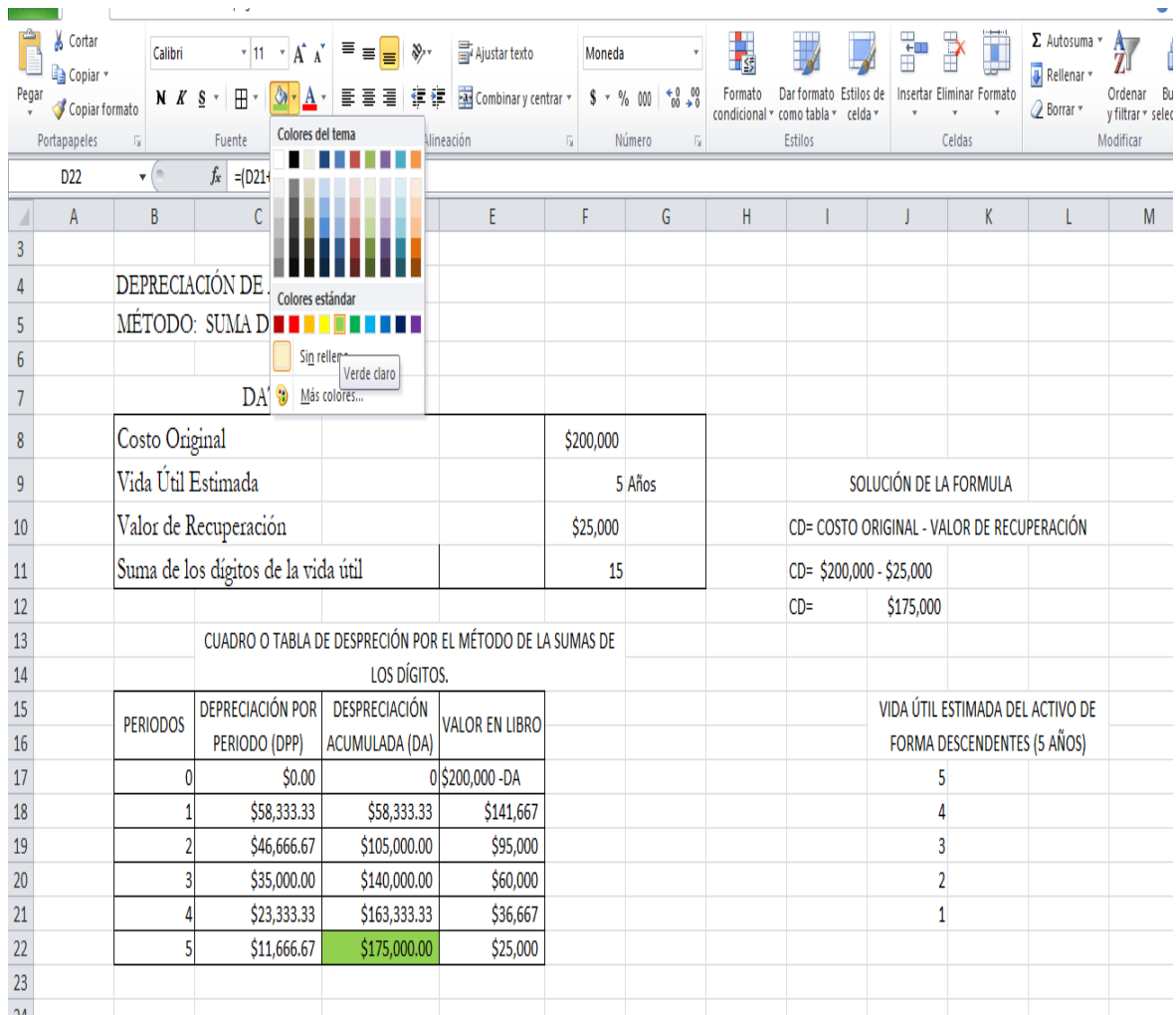
D19 X ✓ fx =(D18+C19)													
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	La constructora de Bisonó, compró una máquina para hacer block-ladrillo en \$200,000. Se estima que												
2	que está tendrá 5 años de vida útil y una valor de recuperación de \$25,000.												
3													
4	DEPRECIACIÓN DE ACTIVOS												
5	MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS												
6													
7	DATOS												
8	Costo Original				\$200,000								
9	Vida Útil Estimada				5 Años					SOLUCIÓN DE LA FORMULA			
10	Valor de Recuperación				\$25,000					CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN			
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15					CD= \$200,000 - \$25,000			
12										CD= \$175,000			
13	CUADRO O TABLA DE DESPRECIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE												
14	LOS DÍGITOS.												
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DESPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO						VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)			
16	0	\$0.00	0	\$200,000 -DA						5			
17	1	\$58,333.33	\$58,333.33							4			
18	2	\$46,666.67	\$105,000.00							3			
19	3	\$35,000.00								2			
20	4	\$23,333.33								1			
21	5	\$11,666.67											
22													
23													
24													

10. El valor en libro, se realizará una resta del total del costo original menos cada una de las cifras que dieron como resultado la depreciación acumulada. Se efectúa igual los pasos de la pasada explicación, solo varía en el signo de (+, -).

SUMA												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
8	Costo Original				\$200,000							
9	Vida Útil Estimada				5 Años			SOLUCIÓN DE LA FORMULA				
10	Valor de Recuperación				\$25,000			CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN				
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15			CD= \$200,000 - \$25,000				
12								CD= \$175,000				
13	CUADRO O TABLA DE DESPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE											
14	LOS DÍGITOS.											
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DESPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO				VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)				
17	0			\$200,000 - DA				5				
18	1	\$58,333.33	\$58,333.33	=F8				4				
19	2	\$46,666.67	\$105,000.00					3				
20	3	\$35,000.00	\$140,000.00					2				
21	4	\$23,333.33	\$163,333.33					1				
22	5	\$11,666.67	\$175,000.00									

SUMA												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
8	Costo Original				\$200,000							
9	Vida Útil Estimada				5 Años			SOLUCIÓN DE LA FORMULA				
10	Valor de Recuperación				\$25,000			CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN				
11	Suma de los dígitos de la vida útil				15			CD= \$200,000 - \$25,000				
12								CD= \$175,000				
13	CUADRO O TABLA DE DESPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE											
14	LOS DÍGITOS.											
15	PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DESPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO				VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)				
17	0			\$200,000 - DA				5				
18	1	\$58,333.33	\$58,333.33	=F8-D18				4				
19	2	\$46,666.67	\$105,000.00					3				
20	3	\$35,000.00	\$140,000.00					2				
21	4	\$23,333.33	\$163,333.33					1				
22	5	\$11,666.67	\$175,000.00									

11. Si deseas resaltar los valores que corresponde a las soluciones del problema, solo tienes que seleccionar la barra que desees sombrear y dirigirte a la opción de colores de relleno y ahí puedes elegir el color que más te agrade.



The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Colores del tema' (Theme Colors) palette open. The palette displays various color options, including 'Sin relleno' (No fill) and 'Verde claro' (Light green). The spreadsheet contains the following data:

PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO	VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)
0	\$0.00	0	\$200,000 - DA	5
1	\$58,333.33	\$58,333.33	\$141,667	4
2	\$46,666.67	\$105,000.00	\$95,000	3
3	\$35,000.00	\$140,000.00	\$60,000	2
4	\$23,333.33	\$163,333.33	\$36,667	1
5	\$11,666.67	\$175,000.00	\$25,000	

Additional data from the spreadsheet:

- Costo Original: \$200,000
- Vida Útil Estimada: 5 Años
- Valor de Recuperación: \$25,000
- Suma de los dígitos de la vida útil: 15
- CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN
- CD= \$200,000 - \$25,000
- CD= \$175,000

12. En estas dos imágenes se pueden visualizar los dos problemas programados en Excel ya concluidos. Recuerda, ambos problemas se realizan con los mismos pasos explicados anteriormente. ¡Adelante!

Problema I

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		DEPRECIACIÓN DE ACTIVOS										
3		MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS										
4								SOLUCIÓN DE LA FORMULA				
5		DATOS:						CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN				
6		Costo Original		\$200.000				CD= \$200,000 - \$25,000				
7		Vida Útil Estimada		5 Años				CD= \$175.000				
8		Valor de Recuperación		\$25.000								
9		Suma de los dígitos de la vida útil		15								
10												
11		CUADRO O TABLA DE DEPRECIACIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE LOS DÍGITOS										
12								VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)				
13		PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO					5		
14										4		
15		0	0	0	\$200,000-DA					3		
16		1	\$58.333,33	\$58.333,33	\$141.667					2		
17		2	\$46.666,67	\$105.000,00	\$95.000					1		
18		3	\$35.000	\$140.000,00	\$60.000							
19		4	\$23.333,33	\$163.333,33	\$36.667							
20		5	\$11.666,67	\$175.000,00	\$25.000							
21												
22												

Problema II

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
3		MÉTODO: SUMA DE LOS DÍGITOS										
4								SOLUCIÓN DE LA FORMULA				
5		DATOS:							CD= COSTO ORIGINAL - VALOR DE RECUPERACIÓN			
6		Costo Original		\$400.000				CD= \$400,000 - \$6,000				
7		Vida Útil Estimada		8 Años				CD= \$394.000				
8		Valor de Recuperación		\$6.000								
9		Suma de los dígitos de la vida út		36								
10												
11		CUADRO O TABLA DE DEPRECIÓN POR EL MÉTODO DE LA SUMAS DE LOS DÍGITOS										
12								VIDA ÚTIL ESTIMADA DEL ACTIVO DE FORMA DESCENDENTES (5 AÑOS)				
13		PERIODOS	DEPRECIACIÓN POR PERIODO (DPP)	DEPRECIACIÓN ACUMULADA (DA)	VALOR EN LIBRO							
14											8	
15		0	0	0	\$400,000-DA						7	
16		1	\$87.555,56	\$87.555,56	\$312.444						6	
17		2	\$76.611,11	\$164.166,67	\$235.833						5	
18		3	\$65.667	\$229.833,33	\$170.167						4	
19		4	\$54.722,22	\$284.555,56	\$115.444						3	
20		5	\$43.777,78	\$328.333,33	\$71.667						2	
21		6	32833,33333	\$361.166,67	\$38.833						1	
22		7	21888,88889	\$383.055,56	\$16.944							
23		8	10944,44444	\$394.000,00	\$6.000							

2.2.1.5. Método de los porcentos variables

Este método es similar al de la suma de los dígitos de los años, es decir, que al activo que se le aplica pierde valor con mayor intensidad al inicio de su vida útil que al final, la única diferencia entre este método y el anterior es que aquí la tasa se expresa en forma porcentual o relativa, en dicho método se utiliza dos fórmulas.

Fórmula 1:

Costo depreciable (CD)

$$CD = CO - VR$$

Pasos para calcular el costo depreciable:

1. Se coloca el costo original (CO) menos el valor de recuperación (VR).
2. Y se resta el valor de recuperación (VR).

Fórmula 2:

Depreciación por período (DPP)

$$DPP = \frac{TE}{100} \times CD$$

Pasos para calcular la depreciación por período:

1. Se coloca la tasa estimada dividida entre 100 (TE/100).
2. Se multiplica por el costo depreciable (CD).

Recuerda: P será el número de unidades producidas en un período.

Ejemplo 1:

Se adquirió un vehículo por \$180,000, se le estima una vida útil de 5 años y un valor de recuperación de \$40,000, también se espera que el valor del carro se reducirá 35% el primer año, 25% el segundo, 20% el tercer año, 15% el cuarto año y 5% el quinto año. Construir una tabla de depreciación usando el método de los porcentajes variables.

Datos:

CO= \$180,000

VUE= 5 años

VR= \$40,000

P₁= 35%

P₂= 25%

P₃= 20%

P₄= 15%

P₅= 5%

CD=?

DPP=?

Solución:

CD = CO - VR

CD = \$180,000 - \$40,000

CD = \$140,000

$$DPP = \frac{TE}{100} \times CD$$

$$DPP1 = \frac{35}{100} = 0.35 \times \$140,000 = \mathbf{\$49,000}$$

$$DPP2 = \frac{25}{100} = 0.25 \times \$140,000 = \mathbf{\$35,000}$$

$$DPP3 = \frac{20}{100} = 0.2 \times \$140,000 = \mathbf{\$28,000}$$

$$DPP4 = \frac{15}{100} = 0.15 \times \$140,000 = \mathbf{\$21,000}$$

$$DPP5 = \frac{5}{100} = 0.05 \times \$140,000 = \mathbf{\$7,000}$$

Respuesta:

El costo depreciable es de \$140,000 y las depreciaciones por períodos son: primer período \$49,000, segundo período \$35,000, tercer período \$28,000, cuarto período \$21,000 y quinto período \$7,000.

Tabla de depreciación

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	\$180,000
1	\$49,000	\$49,000	\$131,000
2	\$35,000	\$84,000	\$96,000
3	\$28,000	\$112,000	\$68,000
4	\$21,000	\$133,000	\$47,000
5	\$7,000	\$140,000	\$40,000

Ejemplo 2:

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0	0	\$340,000
1	\$116,900	\$116,900	\$223,100
2	\$83,500	\$200,400	\$139,600
3	\$66,800	\$267,200	\$72,800
4	\$50,100	\$317,300	\$22,700
5	\$16,700	\$334,000	\$6,000

Se compra una máquina por \$340,000, se estima que su vida útil es de 5 años con un valor de recuperación de \$6,000, se espera que la máquina se deprecie 35% el primer año, 25% en el segundo, 20% en el tercero, 15% en el cuarto y 5% en el quinto año. Hacer una tabla de depreciación usando el método de los porcentajes variables.

Tabla de depreciación

Datos:

$$CO = \$340,000$$

$$VUE = 5 \text{ años}$$

$$VR = \$6,000$$

$$P_1 = 35\%$$

$$P_2 = 25\%$$

$$P_3 = 20\%$$

$$P_4 = 15\%$$

$$P_5 = 5\%$$

$$CD = ?$$

$$DPP = ?$$

Solución:

$$CD = CO - VR$$

$$CD = \$340,000 - \$6,000$$

$$CD = \mathbf{\$334,000}$$

$$DPP = \frac{TE}{100} \times CD$$

$$DPP1 = \frac{35}{100} = 0.35 \times \$334,000 = \mathbf{\$116,900}$$

$$DPP2 = \frac{25}{100} = 0.25 \times \$334,000 = \mathbf{\$83,500}$$

$$DPP3 = \frac{20}{100} = 0.2 \times \$334,000 = \mathbf{\$66,800}$$

$$DPP4 = \frac{15}{100} = 0.15 \times \$334,000 = \mathbf{\$50,100}$$

$$DPP5 = \frac{5}{100} = 0.05 \times \$334,000 = \mathbf{\$16,700}$$

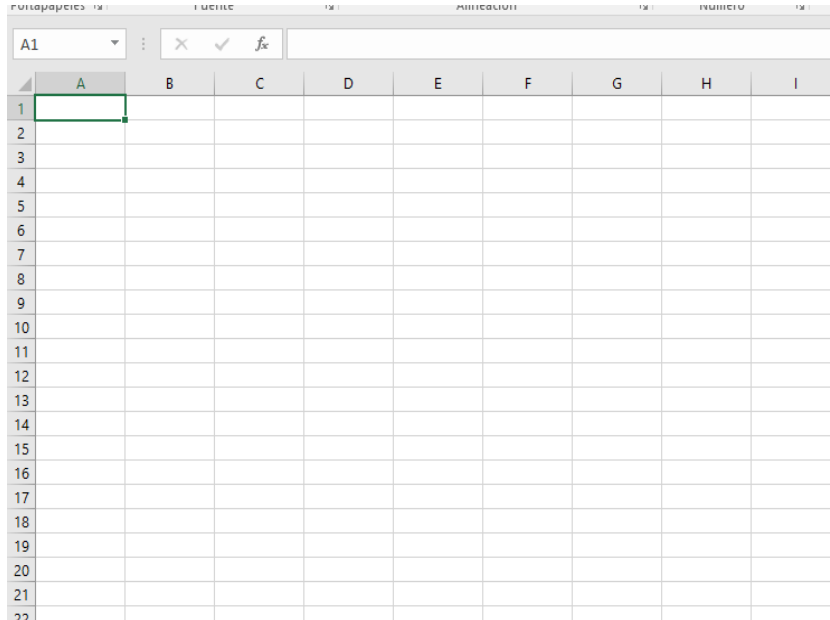
Respuesta:

El costo depreciable es de \$334,000 y las depreciaciones por períodos son: primer período \$116,900, segundo período \$83,500, tercer período \$66,800, cuarto período \$50,100 y quinto período \$16,700.

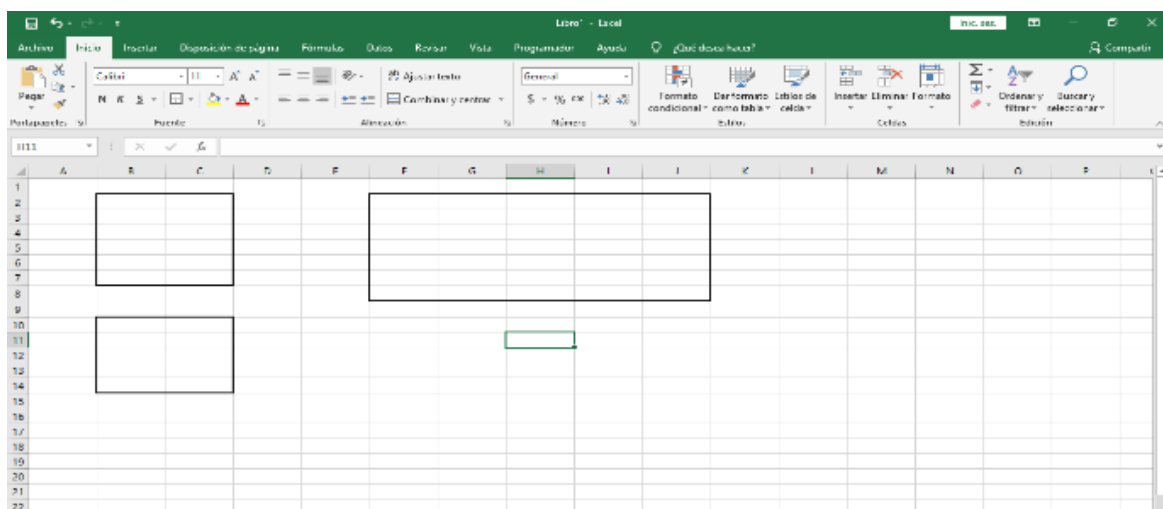
2.2.1.5.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar, luego hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega, haces el mismo procedimiento hasta obtener tres cuadros.



3. Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

The image shows an Excel spreadsheet with several callout boxes providing instructions:

- Top Callout:** "En el primer cuadro hacer clic en una de las celdas escribir 'Método de los porcentos variables' en la celda de abajo escribir 'Costo depreciable' debajo su fórmula y por último escribir 'Depreciación por período' debajo su fórmula."

Método de los porcentos variables	
Fórmula 1:	
Costo depreciable (CD)	$CD = CO - VR$
Fórmula 2:	
Depreciación por período (DPP)	$DPP = \frac{TE}{100} \times CD$
- Bottom-Left Callout:** "Función programada" pointing to the formula bar showing $= (F21 - F28)$.
- Bottom-Right Callout:** "En el segundo cuadro digitar en una celda 'Datos' en la siguiente celda escribir 'CO' en otra celda digitar 'VUE' y dejarle al lado una celda vacía para colocar los datos del problema."

Datos	
CO	
VUE	
P ₁	
P ₂	
- Bottom-Middle Callout:** "En las demás celdas digitar uno debajo del otro 'P₁, P₂, P₃, P₄, P₅' en las siguientes celdas escribir uno debajo del otro 'VR, DPP' y dejarle al lado una celda vacía para colocar los datos del problema."

Datos	
CO	
VUE	
P ₁	
P ₂	
P ₃	
P ₄	
P ₅	
VR	
CD	RDS -
DPP	
- Bottom-Right Callout:** "En la siguiente celda escribir la función programada 'CD' y al lado digite la fórmula $= (F21 - F28)$ " pointing to the cell containing the formula.

=(F23*F29)

D E F G H I J K L

En la columna de período colocar los datos dados en el problema empezando con 0.

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0.00	0.00	RD\$ -
1	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
2	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
3	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
4	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
5	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -

lo (DPP)
r CD

En las celdas señaladas colocar las funciones en su orden “=(F23*F29), =(F24*F29), (F25*F29), =(F26*F29), =(F27*F29)”

En el tercer cuadro en las cuatro celdas distintas escribir “Período, Depreciación por período, Depreciación acumulada y Valor en libro”

G H I J K L

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0.00	0.00	RD\$ -
1	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
2	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
3	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
4	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -
5	RD\$ -	RD\$ -	RD\$ -

En el orden colocado digitar las fórmulas a las celdas seleccionadas “=I4, =(I4+I5), =(J5+I6), =(J6+I7), =(J7+I8)”

En las celdas debajo del valor en libros colocar las fórmulas “=(F21), =(K3-I4), =(K4-I5), =(K5-I6), =(K6-I7), =(K7-I8)”

4. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Fórmula 2:
 Depreciación por período (DPP)

$$DPP = \frac{TE}{100} \times CD$$

Datos	
CO	\$180,000
VUE	5
P ₁	35%
P ₂	25%
P ₃	20%
P ₄	15%
P ₅	5%
VR	RD\$ 40,000.00
CD	RD\$ 140,000.00
DPP	

Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	0.00	0.00	RD\$ 180,000.00
1	RD\$ 49,000.00	RD\$ 49,000.00	RD\$ 131,000.00
2	RD\$ 35,000.00	RD\$ 84,000.00	RD\$ 96,000.00
3	RD\$ 28,000.00	RD\$ 112,000.00	RD\$ 68,000.00
4	RD\$ 21,000.00	RD\$ 133,000.00	RD\$ 47,000.00
5	RD\$ 7,000.00	RD\$ 140,000.00	RD\$ 40,000.00

Problema II

$CD = CO - VR$		5																						
Fórmula 2:																								
Depreciación por período (DPP)																								
$DPP = \frac{TE}{100} \times CD$																								
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Datos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>CO</td> <td style="text-align: right;">\$340,000</td> </tr> <tr> <td>VUE</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td>P₁</td> <td style="text-align: center;">35%</td> </tr> <tr> <td>P₂</td> <td style="text-align: center;">25%</td> </tr> <tr> <td>P₃</td> <td style="text-align: center;">20%</td> </tr> <tr> <td>P₄</td> <td style="text-align: center;">15%</td> </tr> <tr> <td>P₅</td> <td style="text-align: center;">5%</td> </tr> <tr> <td>VR</td> <td style="text-align: right;">RD\$ 6,000.00</td> </tr> <tr> <td>CD</td> <td style="text-align: right;">RD\$ 334,000.00</td> </tr> <tr> <td>DPP</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Datos		CO	\$340,000	VUE	5	P ₁	35%	P ₂	25%	P ₃	20%	P ₄	15%	P ₅	5%	VR	RD\$ 6,000.00	CD	RD\$ 334,000.00	DPP	
Datos																								
CO	\$340,000																							
VUE	5																							
P ₁	35%																							
P ₂	25%																							
P ₃	20%																							
P ₄	15%																							
P ₅	5%																							
VR	RD\$ 6,000.00																							
CD	RD\$ 334,000.00																							
DPP																								

Método de los porcentajes variables	Período	Depreciación por período	Depreciación acumulada	Valor en libros
	0	0.00	0.00	RD\$ 340,000.00
	1	RD\$ 116,900.00	RD\$ 116,900.00	RD\$ 223,100.00
	2	RD\$ 83,500.00	RD\$ 200,400.00	RD\$ 139,600.00
	3	RD\$ 66,800.00	RD\$ 267,200.00	RD\$ 72,800.00
	4	RD\$ 50,100.00	RD\$ 317,300.00	RD\$ 22,700.00
	5	RD\$ 16,700.00	RD\$ 334,000.00	RD\$ 6,000.00

Fórmula 1:

Costo depreciable (CD)
 $CD = CO - VR$

Fórmula 2:

Depreciación por período (DPP)
 $DPP = \frac{TE}{100} \times CD$

2.3. Descuento comercial

Una de las estrategias más utilizadas en las actividades comerciales, es el descuento, que consiste en disminuir los precios establecidos de un producto. Esto con el objetivo de atraer clientes o hacer que una mercancía que no tiene circulación pueda salir a la venta. Además, hay que resaltar que en este proceso el vendedor de una forma u otra adquiere algún margen de beneficio.

El descuento comercial se puede presentar de distintas formas en nuestra vida cotidiana, entre los que podemos citar: el descuento en serie, el descuento por pronto pago y el descuento único o individual. Todos estos fueron creados con un único objetivo, hacer que las personas tengan la facilidad de obtener un producto de una buena calidad a un bajo precio, pero sobre todo vender una buena imagen al público en general.

2.3.1. Descuento único o individual

Es el que se efectúa en base al precio de lista. Es decir, por lo que vale realmente el artículo. Recuerda que este tipo de descuento solo se le realiza una sola vez al precio del artículo.

Las fórmulas que se utilizan en la resolución de problemas de descuentos únicos o individuales son las siguientes:

$$\mathbf{DC = PL \times d}$$

$$\mathbf{PN = PL - DC}$$

$$\mathbf{PL = \frac{PN}{(1 - d)}}$$

Denotaciones:

- ✓ **Descuento único (DC):** es el valor que se le descuenta a un producto.
- ✓ **Precio de lista (PL):** es lo que vale el producto antes de realizar un descuento.
- ✓ **Precio neto (PN):** es la diferencia entre el precio de lista y el descuento comercial.
- ✓ **Porcentaje de un número (d):** se maneja como un porcentaje del precio de lista.

Para encontrar el descuento comercial en un producto lo que se hace es multiplicar el precio de lista por el porcentaje establecido. Luego se calcula el precio neto, buscando la diferencia entre el precio de lista y el descuento comercial.

2.3.1.1. Cálculo del precio neto y el precio de lista

Ejemplo 1:

Un producto está marcado con un precio de lista de \$55,000 y recibe un descuento de un 25%. Calcule el descuento comercial y el precio neto.

Datos:	Solución 1:	Respuesta:
PL = \$55,000	DC = PL x d	El descuento
D =25%=25/100= 0.25	DC = (\$55,000)(0.25)	comercial es de
DC =?	DC = \$13,750	\$13,750,
PN =?	Solución 2:	mientras que el
	PN = PL – DC	precio neto es de
	PN = \$55,000 – \$13,750	
	PN = \$41,250	

Ejemplo 2:

Después de recibir el 25% de descuento, el precio neto de un producto es de \$41,250. Halle el precio de lista y el descuento comercial.

Datos:

$$d = 25\% = 25/100 = 0.25$$

$$PN = \$ 41,250$$

$$DC = ?$$

$$PL = ?$$

Solución 1:

$$PL = \frac{PN}{(1 - d)}$$

$$PL = \frac{\$41,250}{(1 - 0.25)}$$

$$PL = \frac{\$41,250}{0.75}$$

$$PL = \$55,000$$

Respuesta:

El precio de lista del producto es de \$55,000, mientras que el descuento comercial es de \$13,750.

Solución 2:

$$DC = PL \times d$$

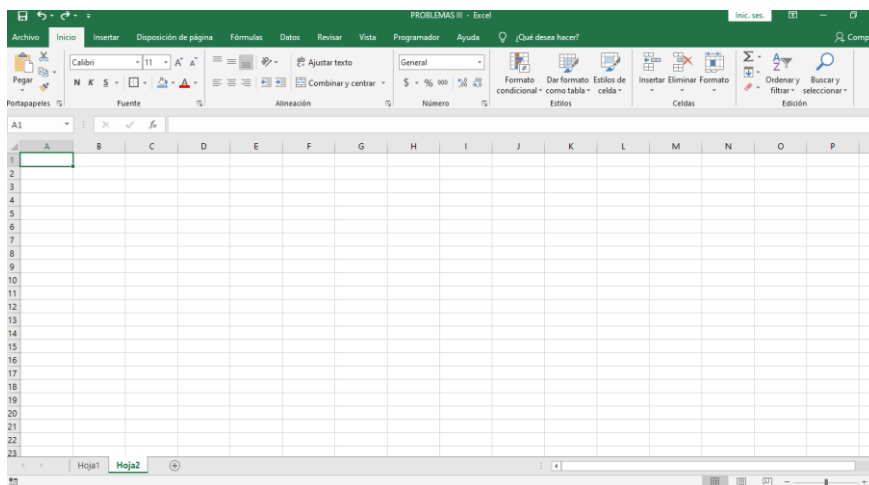
$$DC = (\$55,000)(0.25)$$

$$DC = \$13,750$$

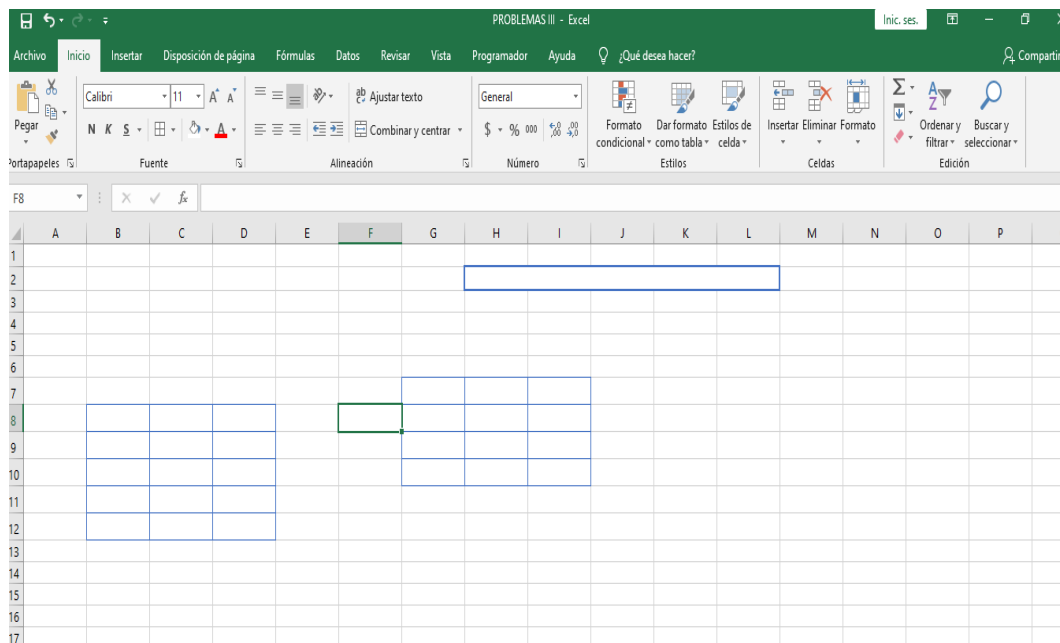
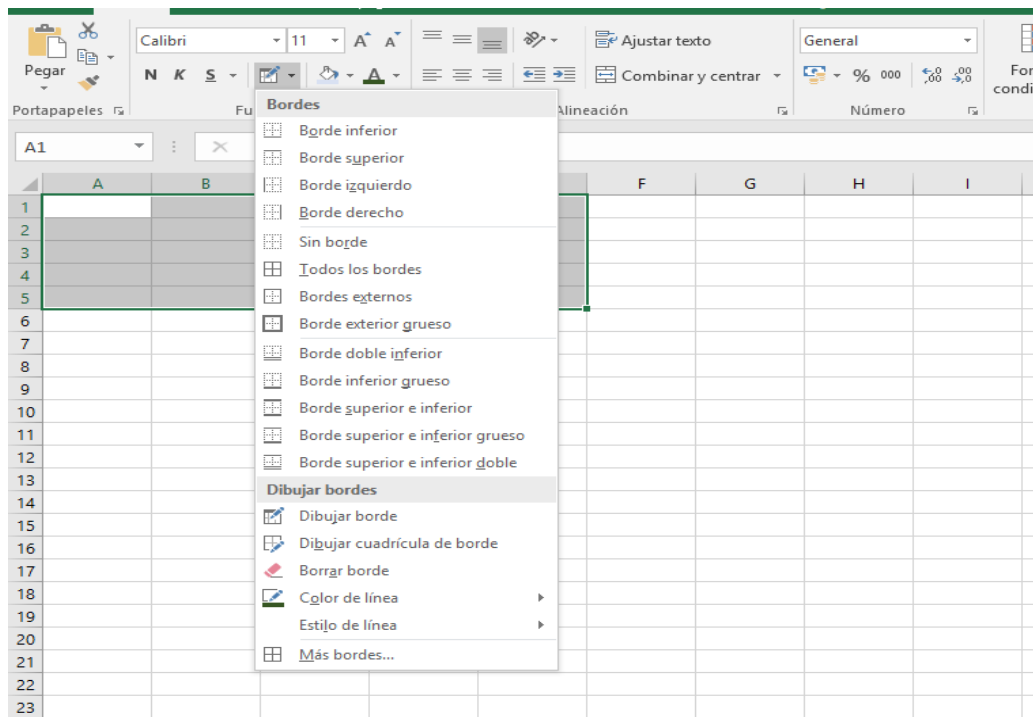
2.3.1.2. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Diríjase a la cinta de opciones y en el grupo de comando denominado “Fuente”, haga clic izquierdo sobre las herramientas bordes, para crear dos tablas de trabajo.



3. Ahora utilice la primera tabla para colocar los datos del problema o las diferentes variables que lo conforman.

Datos	
PL	\$0.00
d	
DC	
PN	

En esta celda
escribe la
función: =G9.
Esto para
vincular esta
celda con la
última celda de la
segunda tabla.

4. La segunda tabla está destinada, para las posibles soluciones de los problemas, además proceda a programar cada una de las funciones.

Respuesta	
PN	\$0.00
DC	\$0.00
PL	\$0.00

En esta celda digite
la siguiente función:
=C8-G8.

En esta celda escriba la siguiente
función: =C11/(1-C9).

En esta celda digite la
siguiente fórmula:
=C8*C9.

5. Ahora proceda a digitar los datos en cada una de las celdas destinadas, para la solución de los problemas y verifique que el resultado sea el mismo.

Problema I

Datos		Respuesta	
PL	\$55,000.00	PN	\$41,250.00
d	25%	DC	\$13,750.00
DC		PL	\$0.00
PN			

Problema II

Datos		Respuesta	
PL		PN	\$0.00
d	25%	DC	\$0.00
DC		PL	\$55,000.00
PN	\$41,250.00		

Descuento Comercial y Precio Neto		
Datos		
PL	\$55,000.00	
d	25%	
DC		
PN	\$41,250.00	
Respuesta		
PN	\$41,250.00	
DC	\$13,750.00	
PL	\$55,000.00	

2.3.2. Descuento sucesivo o en serie

Es cuando un artículo que ha sido descontado se le hace otro descuento. En este descuento se utilizan tres fórmulas, una de ellas es para convertir varios descuentos en uno solo, otra es el descuento comercial y por último el precio neto.

La fórmula para convertir varios descuentos en uno solo es:

$$d = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)$$

Fórmula para el descuento comercial (DC):

$$DC = PL \times d$$

Fórmula para el precio neto (PN):

$$PN = PL - DC$$

Denotaciones:

- ✓ **Varios descuentos convertidos en uno solo (d):** se resta uno menos el producto de todas las diferencias entre uno y cada descuento.
- ✓ **El descuento comercial (DC):** se multiplica el precio de lista (PL) por el descuento sucesivo o en serie (d).
- ✓ **El precio neto (PN):** se resta el precio de lista (PL) menos el descuento comercial (DC).

Ejemplo 1:

Un comerciante vende una factura de cemento cuyo valor es \$10,000 y ofrece los siguientes descuentos: 6% por compra al contado, 2% por compra sin empaque y 3% por compra sin entrega. Determine: el descuento comercial y el precio neto.

Datos:

$$PL = \$10,000$$

$$d_1 = 6\% = 6/100 = 0.06$$

$$d_2 = 2\% = 2/100 = 0.02$$

$$d_3 = 3\% = 3/100 = 0.03$$

$$DC = ?$$

$$PN = ?$$

Solución 1:

$$d = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)$$

$$d = 1 - (1 - 0.06)(1 - 0.02)(1 - 0.03)$$

$$d = 1 - (0.94 \times 0.98 \times 0.97)$$

$$d = 1 - 0.8935$$

$$d = 0.1064$$

Respuesta:

El descuento comercial es de \$1,064 y el precio neto es de \$8,936.

Solución 2:

$$DC = PL \times d$$

$$DC = \$10,000 \times 0.1064$$

$$DC = \$1,064$$

Solución 3:

$$PN = PL - DC$$

$$PN = \$10,000 - \$1,064$$

$$PN = \$8,936$$

Ejemplo 2:

Un comerciante compra papas por un valor de \$2,000 y le ofrecen los siguientes descuentos: 5% por compra al por mayor, 2% por compra sin empaque y un 3% por compra sin entrega. Calcule el descuento comercial y el precio neto.

Datos:

$$PL = \$2,000$$

$$d_1 = 5\% = 5/100 = 0.05$$

$$d_2 = 2\% = 2/100 = 0.02$$

$$d_3 = 3\% = 3/100 = 0.03$$

$$DC = ?$$

$$PN = ?$$

Solución 1:

$$d = 1 - (1 - d_1) (1 - d_2) (1 - d_3)$$

$$d = 1 - (1 - 0.05) (1 - 0.02) (1 - 0.03)$$

$$d = 1 - (0.95 \times 0.98 \times 0.97)$$

$$d = 1 - 0.9030$$

$$d = 0.097$$

Respuesta:

El descuento comercial es de \$194 y el precio neto es de \$1,806.

Solución 2:

$$DC = PL \times d$$

$$DC = \$2,000 \times 0.097$$

$$DC = \$194$$

Solución 3:

$$PN = PL - DC$$

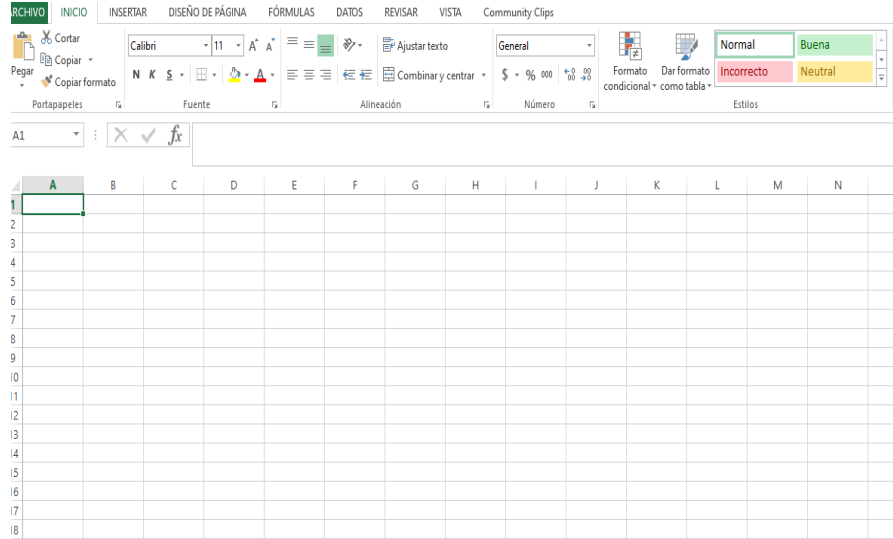
$$PN = \$2,000 - \$194$$

$$PN = \$1,806$$

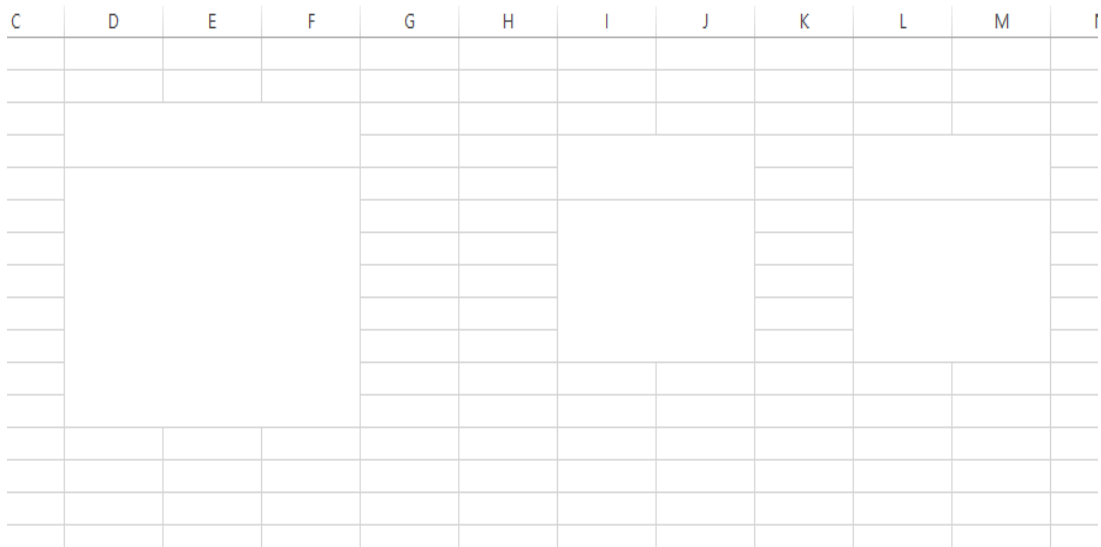
2.3.2.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

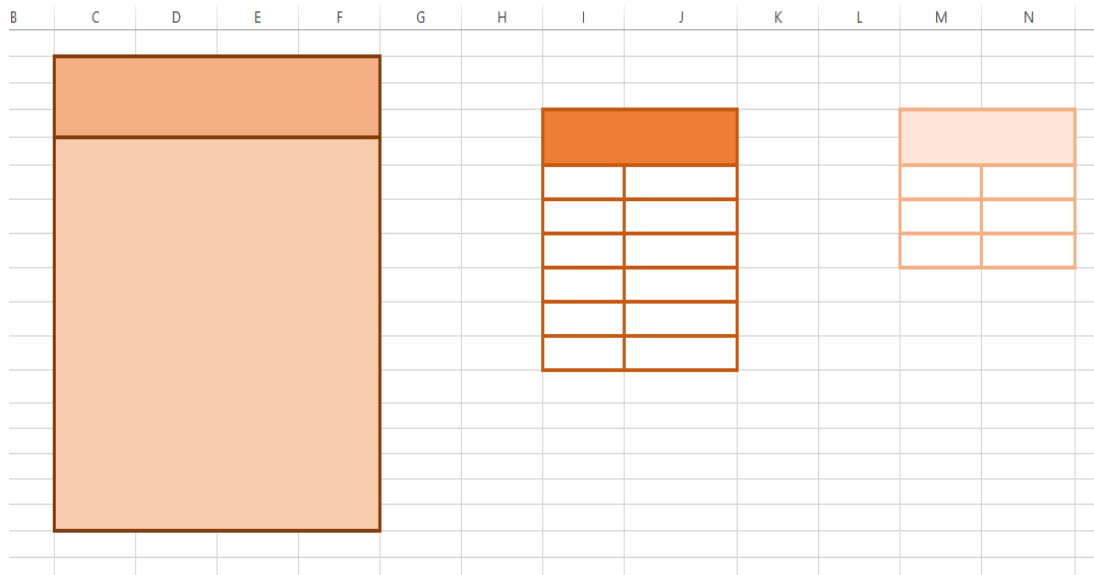
1. Abrir Excel.



2. Dejando presionado el botón izquierdo del mouse, seleccionar las celdas a utilizar y dar clic en la cinta de opciones inicio, luego clic en combinar y centrar, ubicados en el grupo de cinta de alineación, hacer este procedimiento tres veces.



- Diríjase a la cinta de opciones inicio y en el grupo de comando denominado “Fuente”, haga clic izquierdo sobre las herramientas bordes y empiece a dibujar los bordes de los tres cuadros.

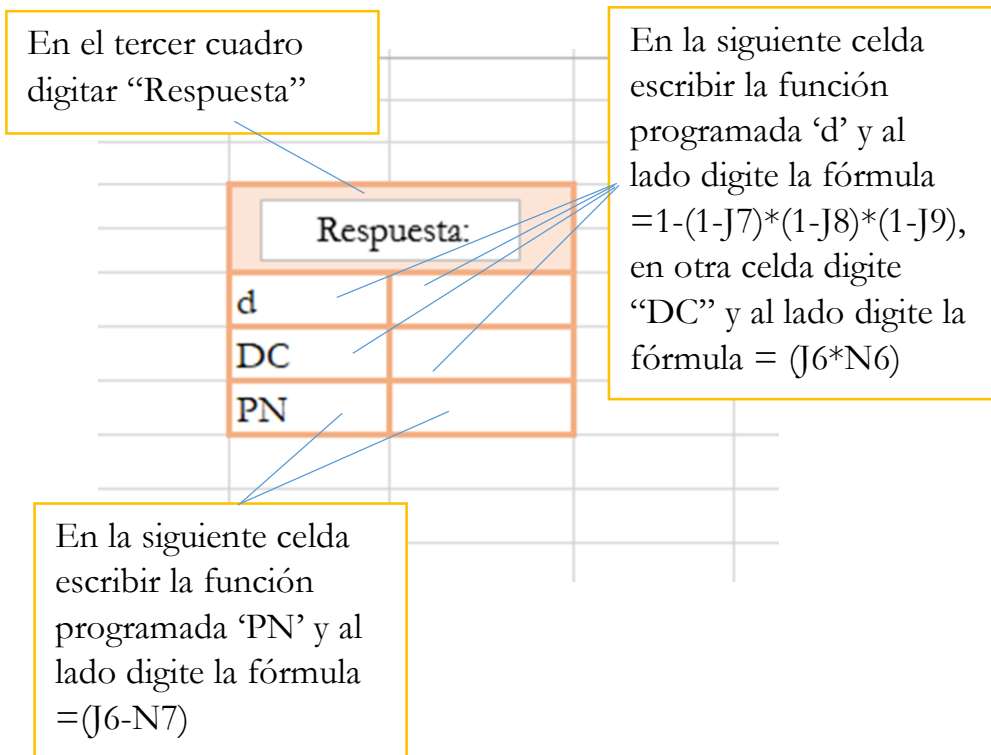
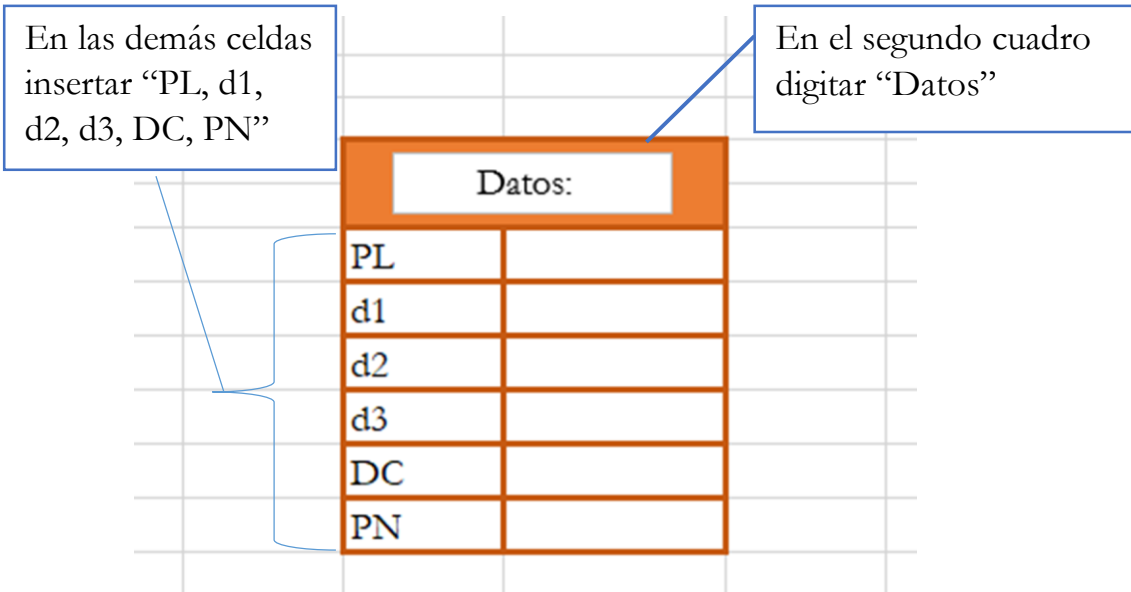


- Hacer clic izquierdo en las celdas para insertar las etiquetas y datos correspondientes.

Descuento sucesivo o en serie				
Fórmula para convertir varios descuentos en uno solo es: $d = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)$				
Fórmula para el descuento comercial (DC): $DC = PL \times d$				
Fórmula para el precio neto (PN): $PN = PL - DC$				

En el primer cuadro digitar “Descuento sucesivo o en serie”

En la segunda parte del primer cuadro digitar “Todas las fórmulas a utilizar”



5. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Descuento sucesivo o en serie		Datos:	
<p>Fórmula para convertir varios descuentos en uno solo es: $d = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)$</p> <p>Fórmula para el descuento comercial (DC): $DC = PL \times d$</p> <p>Fórmula para el precio neto (PN): $PN = PL - DC$</p>		PL	\$10,000
		d1	6%
		d2	2%
		d3	3%
		DC	
		PN	

K	L	M	N	O
		Respuesta:		
		d	0.1064	
		DC	\$1,064	
		PN	\$ 8,936	

Problema II

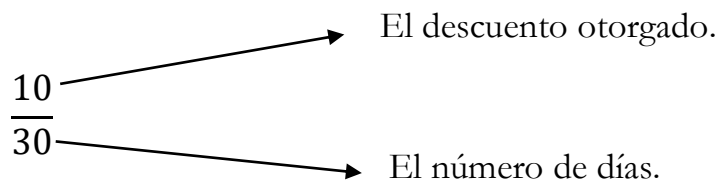
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Descuento sucesivo o en serie									
		<p>Fórmula para convertir varios descuentos en uno solo es: $d = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)$</p> <p>Fórmula para el descuento comercial (DC): $DC = PL \times d$</p> <p>Fórmula para el precio neto (PN): $PN = PL - DC$</p>							
		Datos:							
		PL						\$2,000	
		d1						5%	
		d2						2%	
		d3						3%	
		DC							
		PN							

Respuesta:		
d		0.097
DC		\$194
PN	\$	1,806

2.3.3. Descuento por pronto pago

Este descuento lo usan los comerciantes para recibir con mayor efectividad el dinero de sus ventas, dependiendo la fecha de pago que realice el cliente a la factura. Para efectuar este descuento es sobre el precio neto de la factura en forma de quebrados.

Ejemplo:



Esto significa que si la factura se paga a los 30 días o antes se le otorga un 10% de descuento.

Recuerda: Para saber el número de días, debes iniciar a contar el día siguiente de ser emitida su factura, hasta el último pago.

Ejemplo 1:

Agro-Comercial Toribio compró el día 6 de mayo del año 2020 productos químicos por RD\$80,000, además le ofrecen las siguientes condiciones: $\frac{20}{5}$, $\frac{15}{25}$ y $\frac{10}{30}$ ¿Qué cantidad tendrá que pagar Agro-Comercial Toribio el 2 de junio del año 2020?

Datos:
PL= RD\$ 80,000
Condiciones= $\frac{20}{5}$, $\frac{15}{25}$ y $\frac{10}{30}$
d= 10%
DC=?

Solución 1:
Determinar la cantidad de días que hay entre el 6 de mayo al 2 de junio del mismo año. Son **27** días, entonces corresponde a $\frac{10}{30}$, es decir, se le otorga un 10% de descuento.

Respuesta:
La cantidad que debe pagar Agro-Comercial Toribio es RD\$72,000.

Solución 2:

$$DC = PL \times d$$

$$DC = RD\$80,000 \times 10\%$$

$$DC = RD\$80,000 \times 0.1$$

$$DC = \mathbf{RD\$8,000}$$

Solución 3:

$$PN = PL - DC$$

$$PN = RD\$ 80,000 - 8,000$$

$$PN = \mathbf{RD\$ 72,000}$$

Ejemplo 2:

La señora Dilcia compró una caja de camisas el 20 de agosto del 2020 por RD\$ 55,000, le ofrecieron las siguientes condiciones de pago: $\frac{10}{5}$, $\frac{8}{20}$ y $\frac{5}{25}$ ¿Qué cantidad debe pagar la señora Dilcia el 4 de septiembre?

Datos:

$$PL = RD\$ 55,000$$

$$\text{Condiciones} = \frac{10}{5}, \frac{8}{20} \text{ y } \frac{5}{25}$$

$$d = 8\%$$

$$DC = ?$$

Solución 1:

Determinar la cantidad de días que hay entre el 20 de agosto al 4 de septiembre del mismo año. Son **15** días

y corresponde a $\frac{8}{20}$, es

decir, que se le otorga un 8% de descuento.

Respuesta:

La cantidad que debe pagar la señora Dilcia es RD\$ 50,600.

Solución 2:

$$DC = PL \times d$$

$$DC = RD\$ 55,000 \times 8\%$$

$$DC = RD\$ 55,000 \times 0.08$$

$$DC = \mathbf{RD\$ 4,400}$$

Solución 3:

$$PN = PL - DC$$

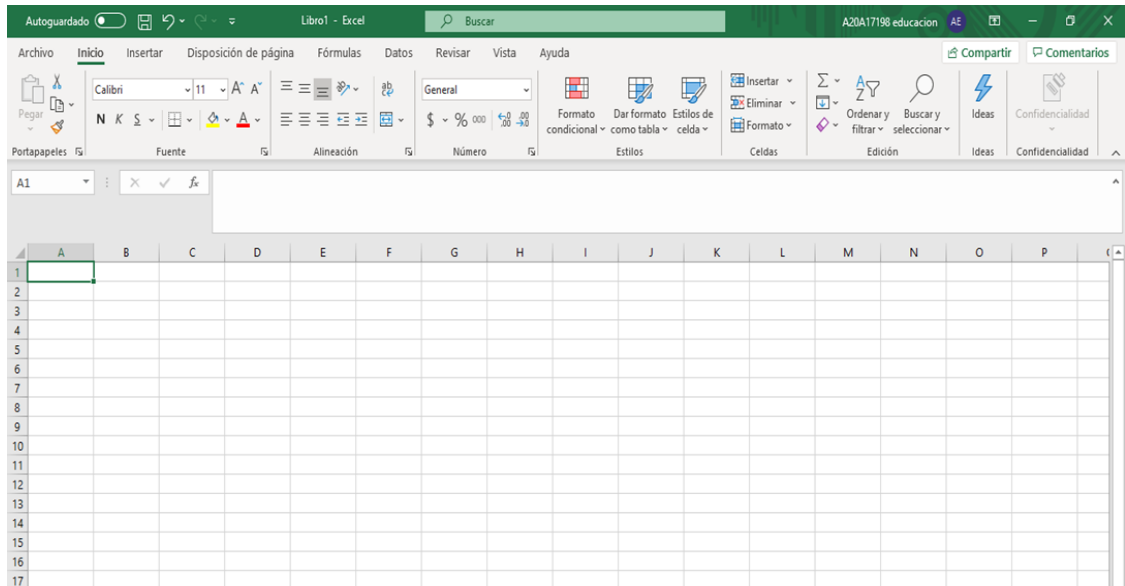
$$PN = RD\$ 55,000 - RD\$ 4,400$$

$$PN = \mathbf{RD\$ 50,600}$$

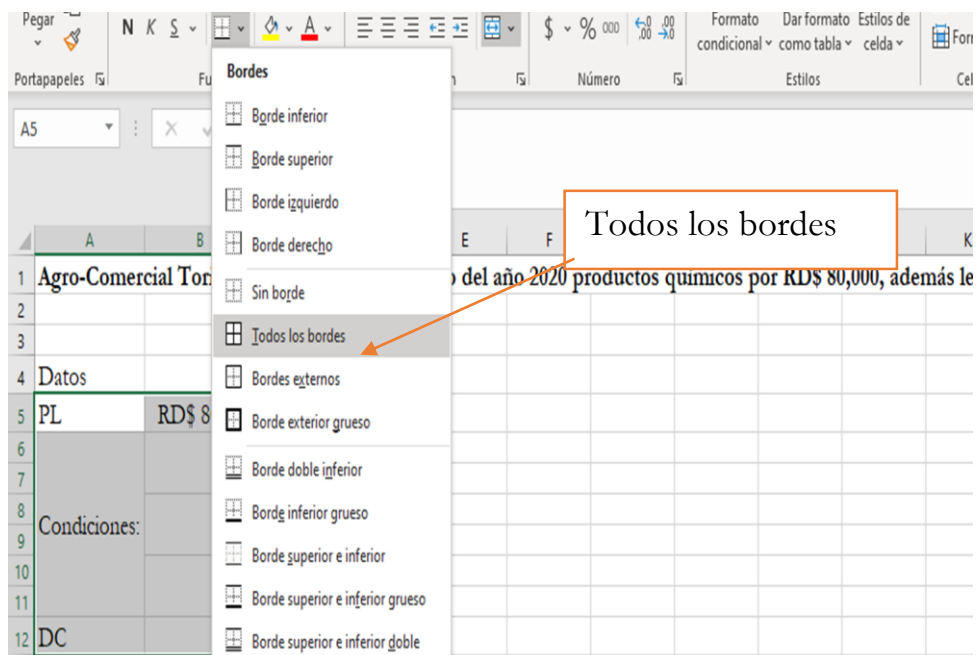
2.3.3.1 Formato digital con la hoja de Cálculo de Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo de Excel:

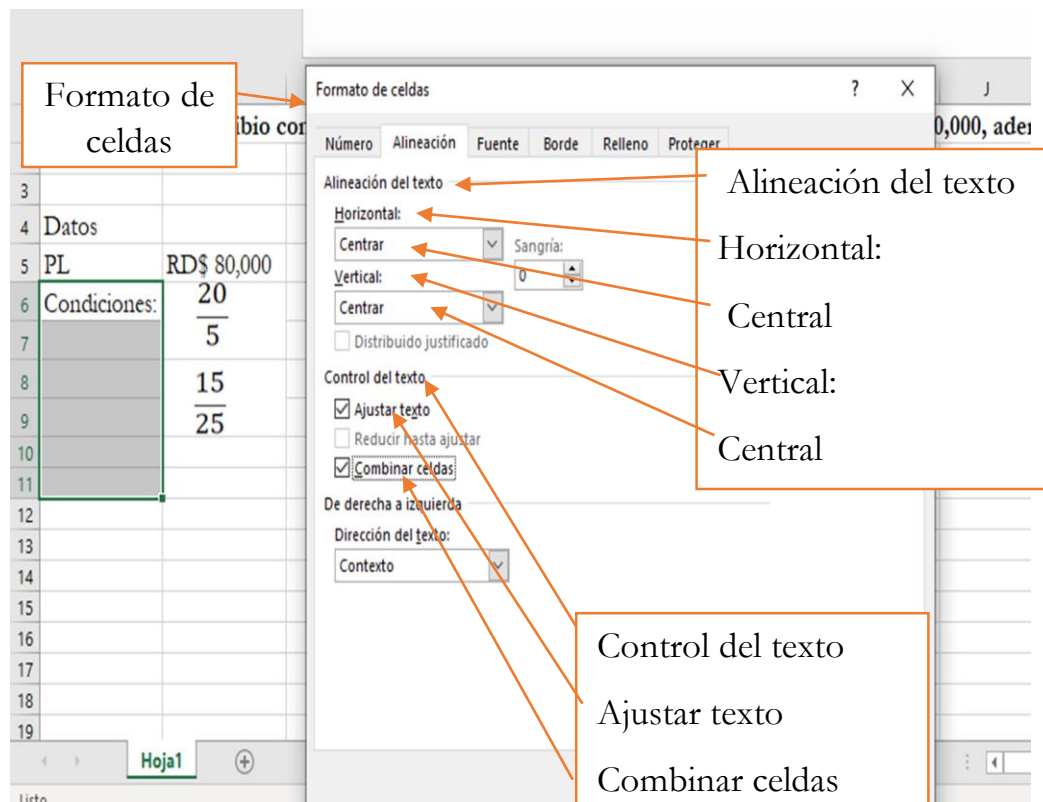
1. Abrir el programa Excel.



2. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes. Seleccionar las celdas y en la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada “Fuente”, hacer clic en bordes y escoger uno, en este caso se elige (todos los bordes).



3. Seleccionar las celdas que desees, darle un clic izquierdo cuando se despliegue el menú, escoger "formato de celdas", luego buscar la barra de "Alineación de celdas".



4. Hacer las combinaciones de celdas, para sacar las soluciones: el porcentaje en decimal, descuento comercial y precio neto.

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1	Agro-Comercial Toribio compró el día 6 de mayo del año 2020 productos químicos por RD\$ 80,000, además le ofrecen las siguientes										
2	condiciones: 20/5.15/25 v 10/30 . ¿Qué cantidad tendrá que pagar Agro-Comercial Toribio el 2 de junio del año 2020?										
3											
4	Datos		Solucion 1:		Solucion 2:		Solucion 3:				
5	PL	80,000	d	10%	DC	Descuento comercial	PN	Precio neto			
6	Condiciones:	20	d	10/100	DC	PL*d	PN	PL - DC			
7		5	d	0.1	DC	8000	PN	=(B5-I7)			
8		15									
9		25									
10		10									
11	30										
12	d	?									
13	DC	?									
14	PN	?									
15											

Problema I

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1	Agro-Comercial Toribio compró el día 6 de mayo del año 2020 productos químicos por RD\$ 80,000, además le ofrecen las siguientes										
2	condiciones: 20/5,15/25 y 10/30 . ¿Qué cantidad tendrá que pagar Agro-Comercial Toribio el 2 de junio del año 2020?										
3											
4	Datos			Solucion 1:			Solucion 2:			Solucion 3:	
5	PL	80,000		d	10%		DC	Descuento comercial		PN	Precio neto
6		$\frac{20}{5}$		d	$\frac{10}{100}$		DC	PL*d		PN	PL - DC
7				d	0.1		DC	8000		PN	72,000
8	Condiciones:	$\frac{15}{25}$									
9											
10		$\frac{10}{30}$									
11											
12	d	?									
13	DC	?									
14	PN	?									
15											

Problema II

	A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1	La señora Dilcia compró una paca el 20 de agosto del 2020 por RD\$ 55,000, le ofrecieron las siguientes condiciones de pago: 10/5,8/20 y										
2	5/25 . ¿Qué cantidad debe pagar la señora Dilcia el 4 de septiembre?										
3											
4	Datos			Solucion 1:			Solucion 2:			Solucion 3:	
5	PL	55,000		d	8%		DC	Descuento comercial		PN	Precio neto
6		$\frac{10}{5}$		d	$\frac{8}{100}$		DC	PL*d		PN	PL - DC
7				d	0.08		DC	4400		PN	50,600
8	Condiciones:	$\frac{8}{20}$									
9											
10		$\frac{5}{25}$									
11											
12	d	?									
13	DC	?									
14	PN	?									
15											

2.4. Margen de utilidad

Es el valor asignado como ganancia de cada producto vendido. El análisis de las relaciones entre precio de costo, precio de venta, precio de lista y margen de beneficios son de gran utilidad para los comerciantes. El propósito de realizar estos cálculos es obtener el mayor beneficio posible e incrementar las ventas.

Se definirá a continuación los conceptos claves, para resolver problemas relacionados con el margen de utilidad:

- ✓ **Precio de costo (PC):** es el costo por el cual le sale el artículo de venta.
- ✓ **Precio de venta (PV):** es la suma del precio de costo y el margen de beneficios.
- ✓ **Margen de beneficios (MB):** es la ganancia que le corresponde al vendedor.
- ✓ **Descuento (D):** es la cantidad que se le resta al precio de un artículo con la finalidad de atraer al comprador.
- ✓ **Precio de lista (PL):** es el precio que se le asigna a un artículo antes de realizar el descuento.

Fórmulas importantes:

PV = PC + MB: Para calcular el precio de venta, se suma el precio de costo más el margen de beneficios.

PL = PV + DC: Para calcular el precio de lista, se suma el precio de venta más el descuento comercial.

MB = % x PV: Para calcular el margen de beneficio, se multiplica el porcentaje de ganancia por precio de venta.

2.4.1. Margen de utilidad bruta sobre el costo

Este cálculo es útil para determinar si una empresa va a tener suficientes fondos para cubrir los gastos futuros, ahorros y un potencial de reinversión.

Ejemplo 1:

El precio de costo de un carro es \$200,000. El vendedor aspira a ganarse un 25% sobre el precio de costo, Hallar el precio de venta.

Datos:	Solución 1:	Respuesta:
PC=\$200,000	MB= 0.25 x PC	El vendedor debe de vender el carro en \$250,000.
d=25%=25/100= 0.25	MB= 0.25 x \$200,000	
PV=?	MB=\$50,000	
MB=?		

Solución 2:

$$PV = PC + MB$$
$$PV = \$200,000 + \$50,000$$

PV = \$250,000

Ejemplo 2:

Un comerciante compra un artículo por \$30,000 y desea ganarse un 20% sobre el precio de costo. Además, va hacer un descuento de un 5% sobre el precio de lista. Hallar el precio de lista.

Datos:	Solución 1:	Respuesta:
PC= \$30,000	MB= 0.20 PC	El comerciante debe vender el artículo en \$36,000
d=20%=20/100= 0.2	MB= 0.2 x \$30,000	
PV=?	MB= \$6,000	
MB=?		

Solución 2:

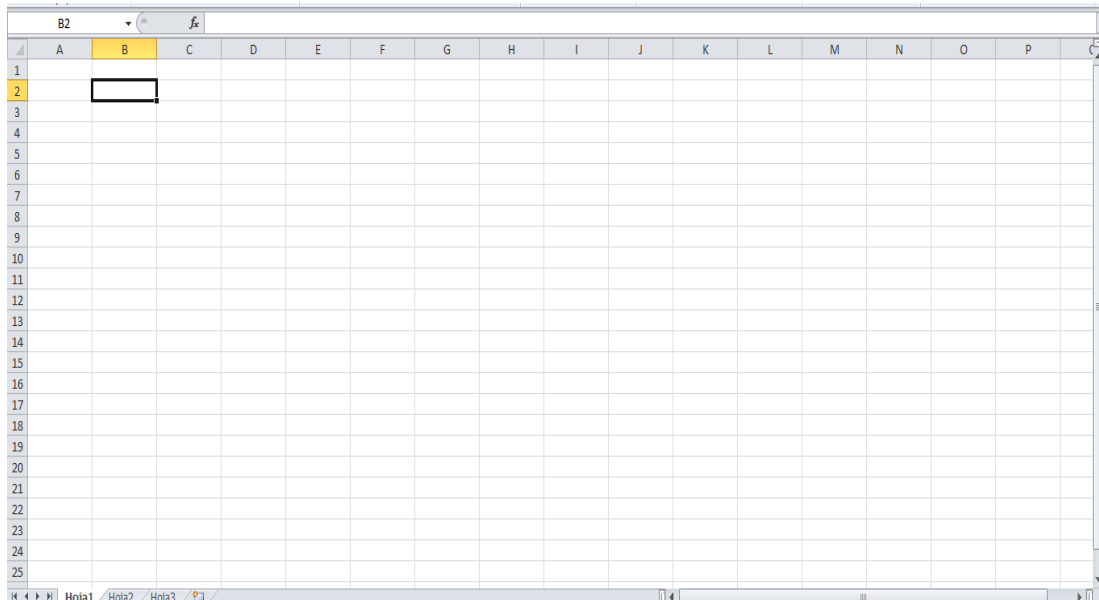
$$PV = PC + MB$$
$$PV = \$30,000 + \$6,000$$

PV = \$36,000

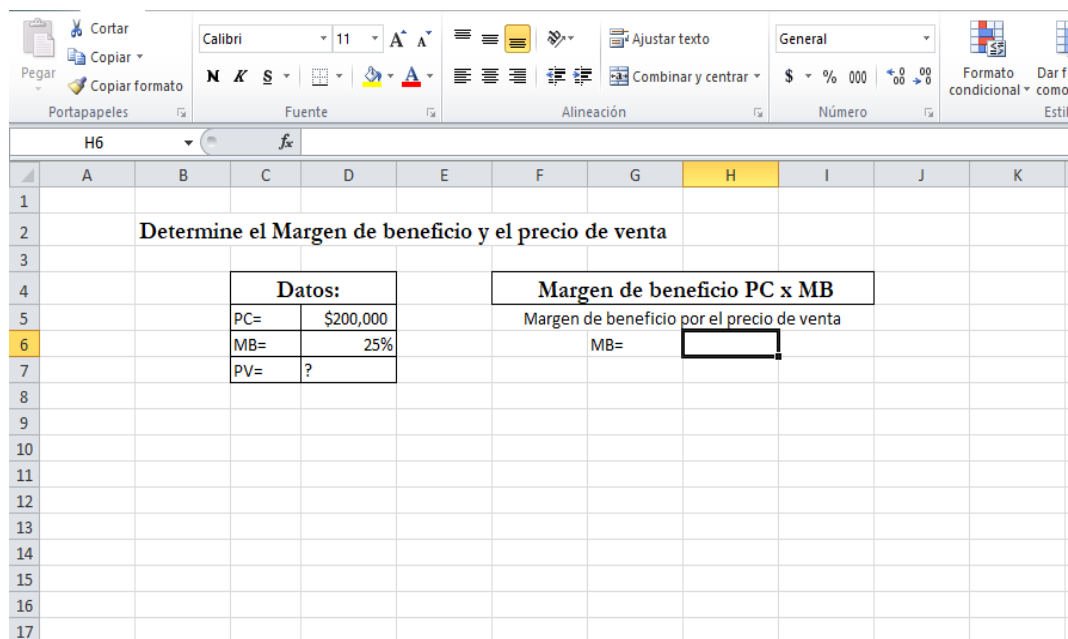
2.4.1.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo de Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Se procede a digitar los datos para determinar el margen de beneficio y el precio de venta.



- Dirijase a tabla de datos y margen de beneficio, empiece a programar seleccionando \$200,000, donde automáticamente le aparecerá la programación, en este caso D5. Debe de colocar los simbolos de =(antes de iniciar a indicar la información.

Determine el Margen de beneficio y el precio de venta

Datos:		Margen de beneficio PC x MB	
PC=	\$200,000	Margen de beneficio por el precio de venta	
MB=	25%	MB=	=D5
PV=	?		

- Si siguiendo los pasos anteriores, luego coloque el signo de multiplicación (*), indique el porcentaje, donde le aparecerá el dígito D6 de la programación.

Determine el Margen de beneficio y el precio de venta

Datos:		Margen de beneficio PC x MB	
PC=	\$200,000	Margen de beneficio por el precio de venta	
MB=	25%	MB=	=D5*D6
PV=	?		

5. Podrán obtener el resultado de la programación, cerrando el paréntesis, y dándole a “Enter” a los datos ya colocados.

Fuente
Alineación
Número

X ✓ fx
)=(D5*D6)

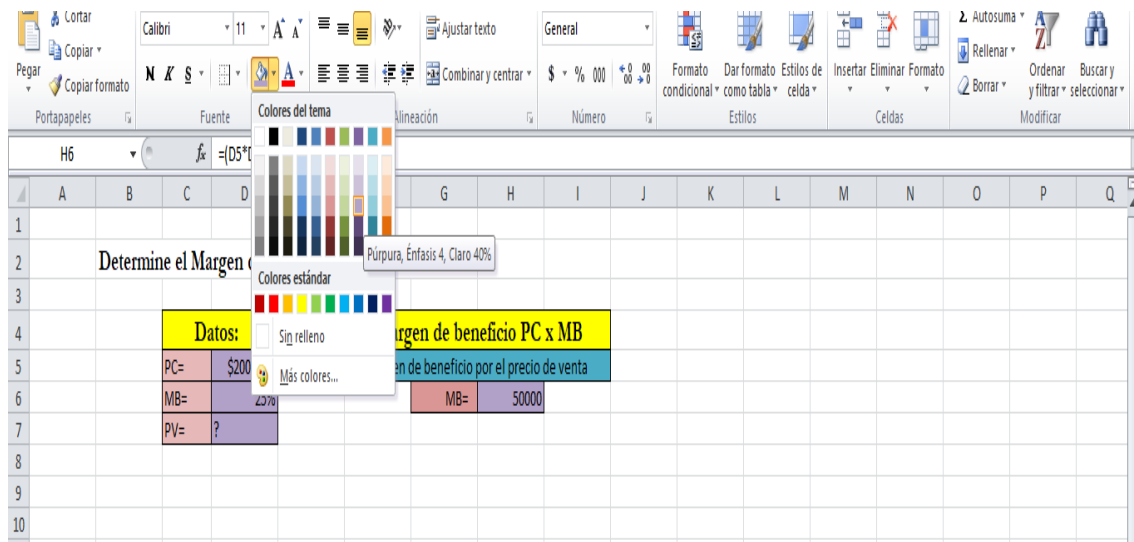
B	C	D	E	F	G	H	I	J
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Determine el Margen de beneficio y el precio de venta

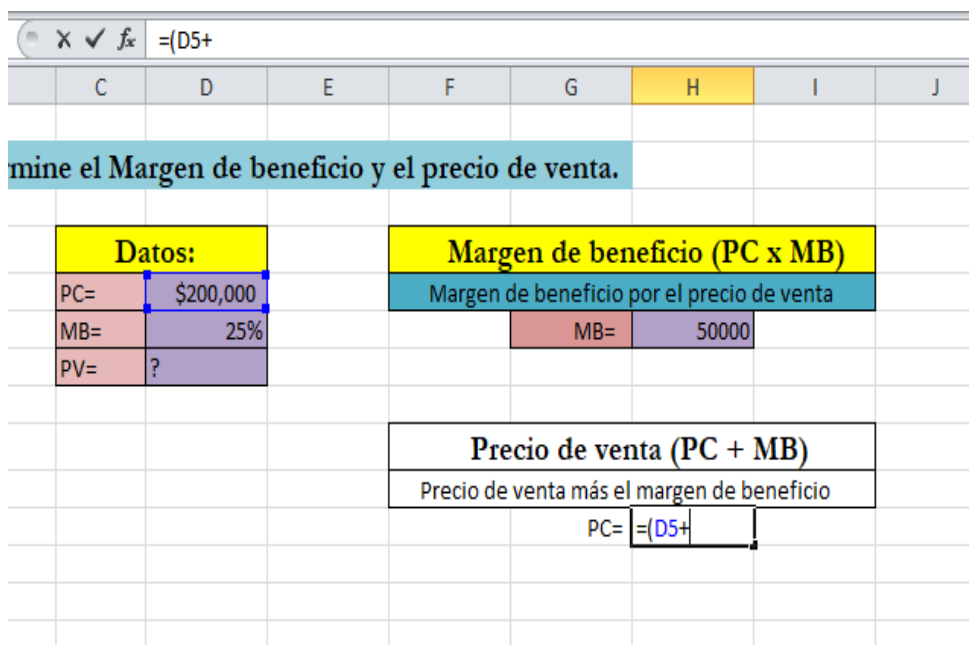
Datos:	Margen de beneficio PC x MB
PC= \$200,000	Margen de beneficio por el precio de venta
MB= 25%	MB= =(D5*D6)
PV= ?	

Margen de beneficio PC x MB	
Margen de beneficio por el precio de venta	
MB=	50000

6. Para resalta la tabla de datos, deben dirigirse a la opción de colores del tema, donde podrá elegir el color que más le agrade.



7. Para determinar el precio de venta se procede a seleccionar \$200,000, donde automáticamente le aparecerá la programación en este caso D5, luego se le coloca el signo de (+).



8. Continuando con los pasos anteriores, luego de colocar el signo de (+), diríjase a la barra de margen de beneficio, específicamente donde tiene la cantidad de \$50,000, le arrojará el dígito de H6. En este caso por la posición en donde se diseñaron las informaciones que están observando, puede que varíe de dígito al instante que otra persona intente realizar los mismos pasos, ya que elegirá los espacios y barra que más les favorezca.

Determine el Margen de beneficio y el precio de venta.

Datos:	
PC=	\$200,000
MB=	25%
PV=	?

Margen de beneficio (PC x MB)	
Margen de beneficio por el precio de venta	
MB=	50000

Precio de venta (PC + MB)	
Precio de venta más el margen de beneficio	
PC=	=(D5+H6)

Precio de venta (PC + MB)	
Precio de venta más el margen de beneficio	
PC=	=(D5+H6)

9. En estas dos imágenes se pueden visualizar los dos problemas programados en Excel, ya concluidos. Recuerda, ambos problemas se realizan con los mismos pasos explicados anteriormente. ¡Adelante!

Problema I

Determine el Margen de beneficio y el precio de venta.									
Datos:		Margen de beneficio (PC x MB)							
PC=	\$200,000	Margen de beneficio por el precio de venta							
MB=	25%	MB=				50000			
PV=	?	Precio de venta (PC + MB)							
		Precio de venta más el margen de beneficio							
		PC=				\$250,000			

Problema II

Determine el Margen de beneficio y el precio de venta.									
Datos:		Margen de beneficio (PC x MB)							
PC=	\$300,000	Margen de beneficio por el precio de venta							
MB=	20%	MB=				60000			
PV=	?	Precio de venta (PC + MB)							
		Precio de venta más el margen de beneficio							
		PC=				\$360,000			

2.4.2. Margen de utilidad bruta en porcentaje

Un mayor porcentaje de margen de utilidad bruta indica un mayor nivel de fondos disponibles, para las necesidades de negocio actuales o futuras.

Ejemplo 1:

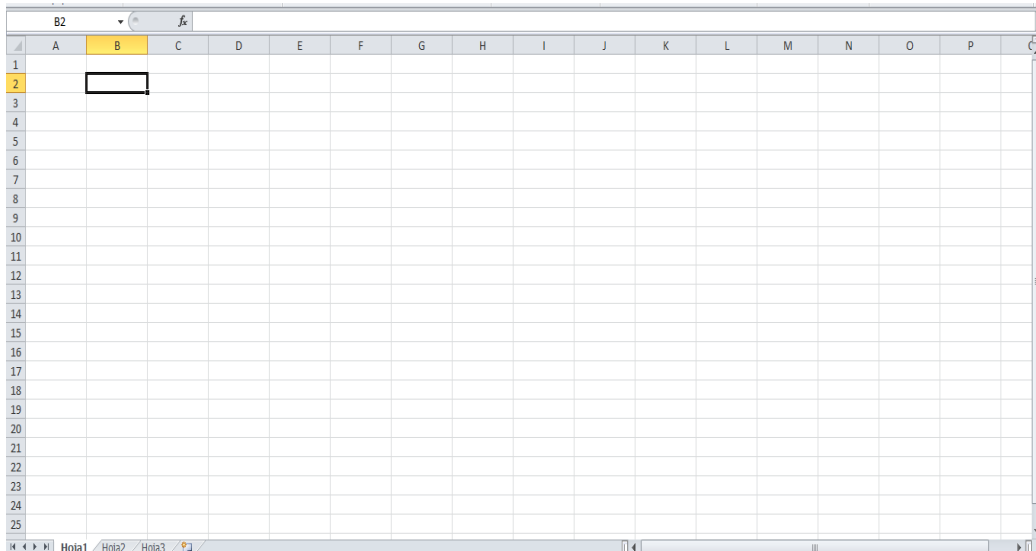
El precio de venta de un artículo ha sido fijado en \$75,000. Si la meta del vendedor es ganarse 20% sobre el precio de venta. Hallar el margen de beneficios y el precio de costo.

Datos:	Solución 1:	Respuesta:
PV= \$75,000	MB= 0.2 x PV	El margen de beneficio del artículo es de \$15,000. Y el precio de costo es de \$60,000.
d= 20% = 20/100= 0.2	MB= 0.2 x \$75,000	
MB=?	MB= \$15,000	
PC=?		
	Solución 2:	
	PV =PC+MB	
	\$75,000= PC + \$15,000	
	\$75,000 - \$15,000=PC	
	\$60,000=PC	
	PC=\$60,000	

2.4.2.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo de Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Proceda a digitar para construir la tabla de datos y soluciones, para determinar el margen de beneficio y el precio de costo, ya realizadas las tablas, proceda a seleccionar el signo de = (=), luego la barra de \$75,000, coloque el signo de multiplicación (*), por último, diríjase a la barra de 20%, donde le arrojará como resultado la cantidad de \$15,000.

Determine el Margen de beneficio y el precio de costo.

Datos:		Margen de beneficio (PC x MB)	
PV=	\$75,000	Margen de beneficio por el precio de venta	
MB=	20%	MB=	15000
MB=	?		
PC=	?		

Precio de venta (PC + MB)	
PV= PC + MB	
75000 = PC + \$15000	
=(D5)	

3. En el precio de venta se procede a realizar una ecuación con los datos y fórmulas, ya colocados de las tablas anteriormente como pueden notar, están todos los pasos detallados que deben de darse, para poder programar.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Determine el Margen de beneficio y el precio de costo.									
3										
4			Datos:			Margen de beneficio (PC x MB)				
5			PV=	\$75,000		Margen de beneficio por el precio de venta				
6			MB=	20%			MB=	15000		
7			MB=	?						
8			PC=	?						
9						Precio de venta (PC + MB)				
10							PV= PC + MB			
11							75000 = PC + \$15000			
12							PC=(D5-H6)			
13							PC=	\$60,000		
14										
15										
16										
17										

4. En esta imagen se puede observar la programación del problema relacionado, con el margen de utilidad bruta en porcentaje.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Determine el Margen de beneficio y el precio de costo.									
3										
4			Datos:			Margen de beneficio (PC x MB)				
5			PV=	\$75,000		Margen de beneficio por el precio de venta				
6			MB=	20%			MB=	15000		
7			MB=	?						
8			PC=	?						
9						Precio de venta (PC + MB)				
10							PV= PC + MB			
11							75000 = PC + \$15000			
12							PC=(D5-H6)			
13							PC=	\$60,000		

2.4.3. Fijación del precio de venta de un producto

Es una estrategia en la que se fija un precio elevado, para un producto nuevo con la finalidad de obtener ingresos máximos, capa por capa, de los segmentos que estén dispuestos a pagar ese precio alto.

Ejemplo 1:

Se compra una bicicleta por \$20,000. El vendedor se gana 10% sobre el precio de costo. ¿Cuál debe ser el precio de lista de la bicicleta, si se concede un descuento de 5% sobre el precio de lista.

Datos:

$$PC = \$20,000$$

$$d = 10\% = 10/100 = 0.1$$

$$PL = ?$$

$$DC = 0.05$$

Solución 1:

$$MB = 0.1 \times PC$$

$$MB = 0.1 \times \$20,000$$

$$\mathbf{MB = \$2,000}$$

Respuesta:

El precio de lista de la bicicleta es de \$23,158.

Solución 2:

$$PV = PC + MB$$

$$PV = \$20,000 + \$2,000$$

$$\mathbf{PV = \$22,000}$$

Solución 3:

$$PL = PV + DC$$

$$PL = \$22,000 + 0.05PL$$

$$PL - 0.05 PL = \$22,000$$

$$PL = 1 - 0.05 = \$22,000$$

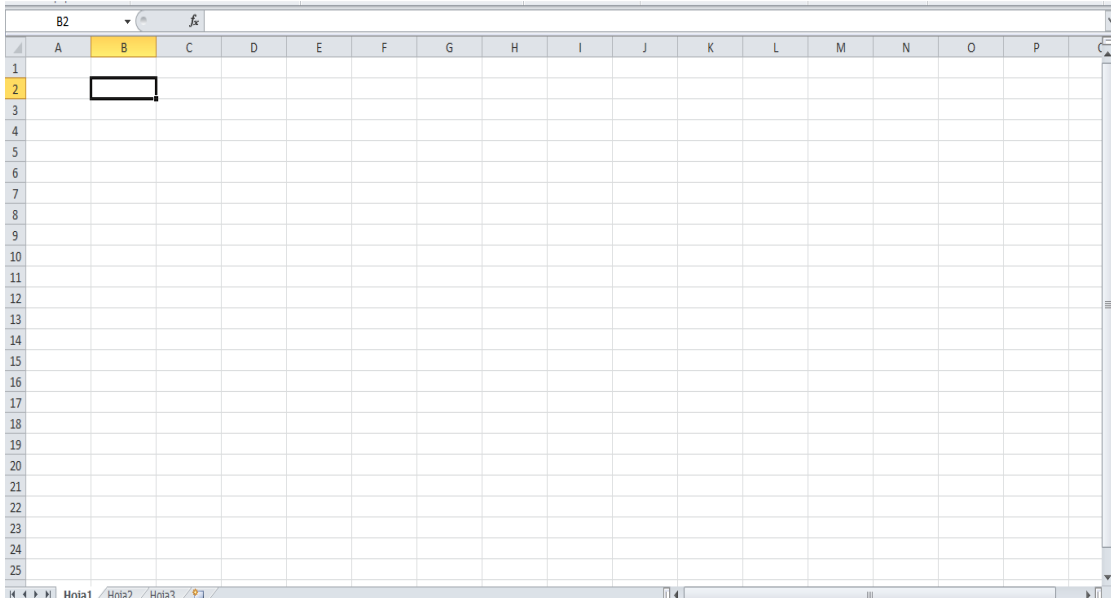
$$PL = \frac{\$22,000}{0.95}$$

$$\mathbf{PL = \$23,158}$$

2.4.3.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo de Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Proceda a digitar para construir la tabla de datos, soluciones y determinar la fijación del precio de venta de un producto, luego al determinar el margen de beneficios, realicen los pasos anteriores explicados en los problemas.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Fijación del precio de venta de un producto.								
3										
4		Datos:			Margen de beneficio (PC x 10%)					
5		PC=	\$20,000		Margen de beneficio por el precio de venta					
6		MB=	10%					MB=	=(D5*D6)	
7		PL=	?							
8		DC=	0.05							

3. Proceda a programar el precio de venta con los datos correspondientes.

SUMA		X ✓ fx		=(D5				
A	B	C	D	E	F	G	H	I
1								
2	Fijación del precio de venta de un producto.							
3								
4		Datos:			Margen de beneficio (PC x 10%)			
5		PC=	\$20,000		Margen de beneficio por el precio de venta			
6		MB=	10%		MB=	2000		
7		PL=	?					
8		DC=	0.05					
9					Precio de venta (PC + MB)			
10					PV= PC + MB			
11		PC=					=(D5	
12								
13								
14								
15								

SUMA		X ✓ fx		=(D5+H6					
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1									
2	Fijación del precio de venta de un producto.								
3									
4		Datos:			Margen de beneficio (PC x 10%)				
5		PC=	\$20,000		Margen de beneficio por el precio de venta				
6		MB=	10%		MB=	2000			
7		PL=	?						
8		DC=	0.05						
9					Precio de venta (PC + MB)				
10					PV= PC + MB				
11		PC=					=(D5+H6		
12									
13									
14									
15									
16									

4. En el precio de lista se determina la programación con la suma del precio de venta y descuento comercial.

		Precio de lista (PV + DC)	
	PL=	\$22,000 + 0.05	
	PL=	=(1-D8	

		Precio de lista (PV + DC)	
	PL=	\$22,000 + 0.05	
	PL=	0.95	\$22,000
	PL=	=(H16/G16)	

5. En esta imagen se puede observar la programación del problema relacionado con la fijación del precio de venta de un producto.

Problema I

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Fijación del precio de venta de un producto.									
3										
4			Datos:			Margen de beneficio (PC x 10%)				
5			PC=	\$20,000		Margen de beneficio por el precio de venta				
6			MB=	10%			MB=	2000		
7			PL=	?						
8			DC=	0.05						
9						Precio de venta (PC + MB)				
10						PV= PC + MB				
11							PC=	\$22,000		
12										
13										
14						Precio de lista (PV + DC)				
15			PL=	$\$22,000 + 0.05$						
16			PL=	0.95	\$22,000					
17			PL=	23157.895						
18										
19										

2.5. Interés Simple

Es la operación financiera en el cual, se aplica una tasa sobre un capital inicial que permanece constante durante el tiempo, que dura la inversión o préstamos y los intereses no se acumulan en el capital inicial.

En el interés simple los intereses no son productivos, por lo que el capital inicial es invariable.

Para el cálculo del interés simple se debe de tomar en cuenta la siguiente fórmula:

$$I = CJT$$

Denotaciones:

- ✓ **I**= Interés simple.
- ✓ **C**= Capital Inicial.
- ✓ **J**= tasa.
- ✓ **T**= Tiempo.

Recuerda: Cuando el tiempo esta expresado en años, meses y días se debe de realizar el siguiente proceso. Los meses se dividen entre 12 y los días entre 360. Aunque, el año cuenta con 365 días, para las áreas de finanzas se toma 360, debido a que un año equivale a 12 meses y se igualan todos a 30 días, esto para que los intereses generados sean los mismos durante todo el periodo.

Para calcular el interés producido por una cantidad durante un periodo de tiempo, se multiplica el capital por la tasa de interés y el tiempo que la operación financiera tendrá.

Ejemplo 1:

¿Qué interés producirá \$100,000 al 23% anual durante 4 años?

Datos:	Solución:	Respuesta:
I=?	I = CJT	El interés generado por \$100,000, a una tasa de 23% anual durante 4 años es de \$92,000.
C= \$100,000	$I = (\$100,000)(0.23)(4)$	
J=23%= 23/100=0.23	I = \$92,000	
¹ T=4 años.		

¿Qué interés producirá \$45,000 al 18% anual durante 3 años?

Datos:

I=?

C= \$45,000

J=18%= 18/100=0.18

T=3 años.

Solución:

$$I = CJT$$

$$I = (\$45,000)(0.18)(3)$$

$$I = \$24,300$$

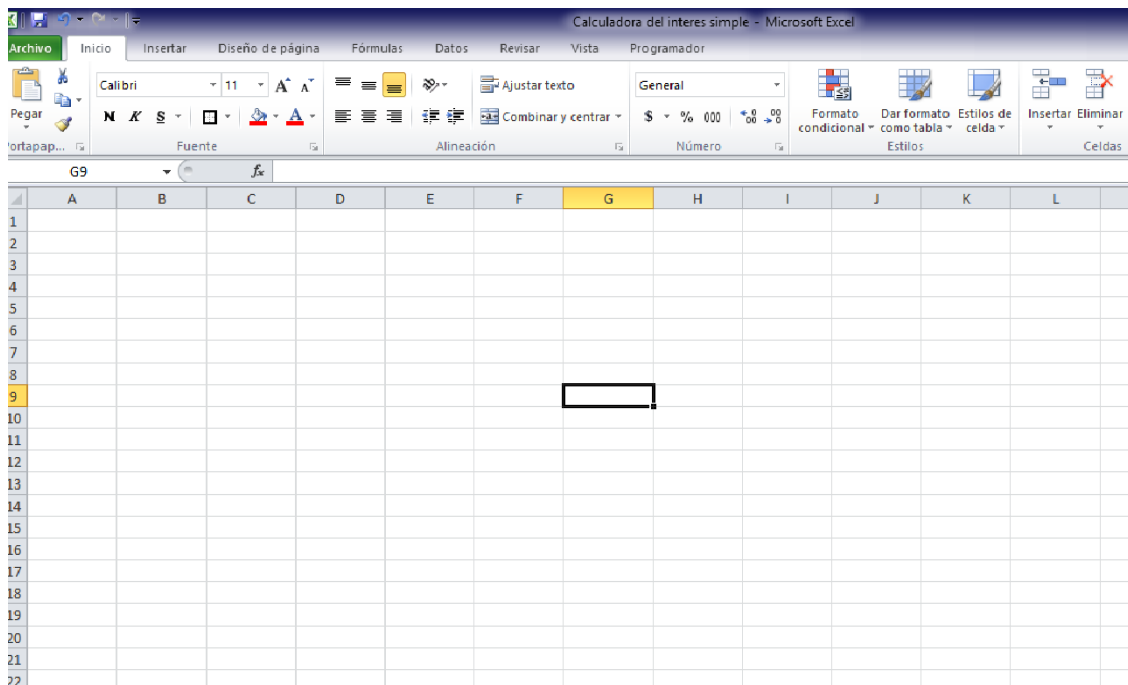
Respuesta:

El interés generado por \$45,000 a una tasa de 18% anual durante 3 años es de \$24,300.

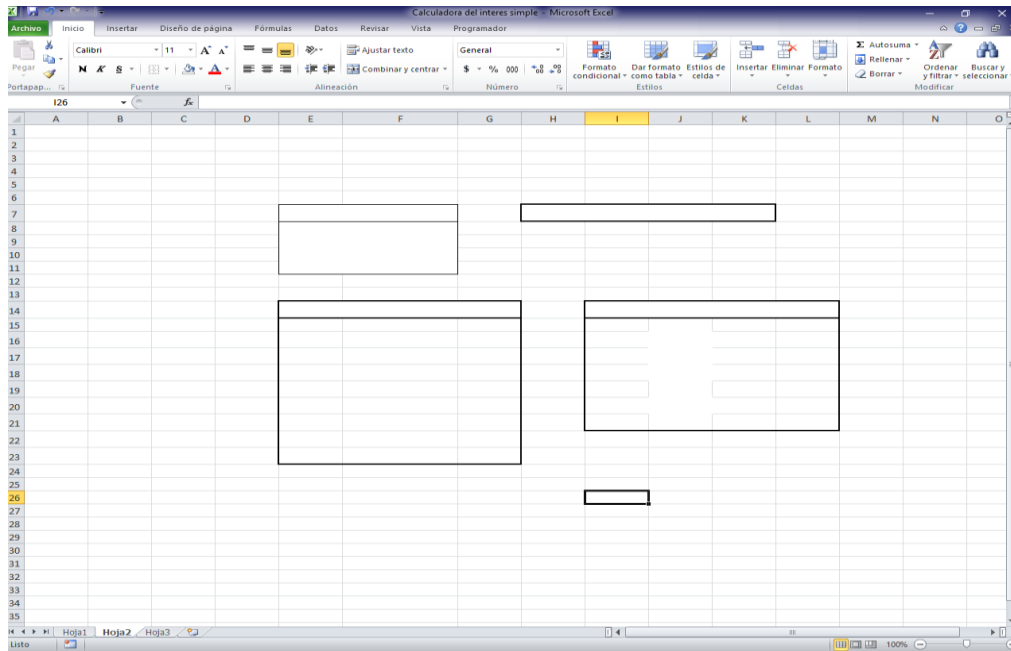
2.5.1. Formato digital en la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

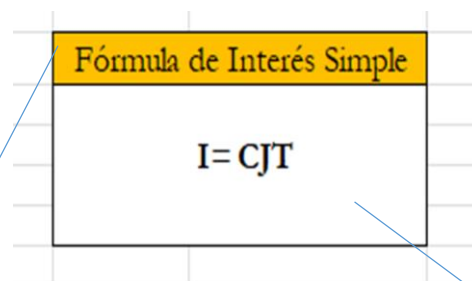
1. Abrir Excel.



2. En la pestaña de inicio diríjase a la cinta de opciones y en el grupo de comando denominado “Fuente”, clic izquierdo sobre la herramienta borde, para crear tres tablas de trabajo.



3. Coloque en la primera tabla la fórmula convencional.



Para colocar el título de arriba, clic izquierdo y seleccione todas las celdas, luego diríjase a la cinta de opciones, en la pestaña de inicio en el grupo de comando denominado “alineación”, clic izquierdo sobre la herramienta combinar y central.

Para insertar la fórmula en la tabla se hace el mismo procedimiento que en la anterior. Luego diríjase a la cinta de opciones y clic izquierdo sobre la pestaña insertar, en el grupo de comando denominado “símbolos”, clic izquierdo y se despliega un menú, elija la opción de insertar ecuaciones y proceda a escribir la fórmula convencional.

4. En la segunda tabla escriba las diferentes variables que conforman la fórmula convencional.

Datos	
I	<input type="text"/>
C	<input type="text"/>
J	<input type="text"/>
T	<input type="text"/>

5. En la tercera tabla proceda a programar las diferentes funciones correspondientes a las soluciones de los problemas planteados.

Datos		Respuesta	
I	<input type="text"/>	Interés Simple (I)	<input "="" type="text" value="=SI(D13>0;(D13)*(D15)*(D17);\"/>
C	<input type="text"/>	Capital Inicial (C)	<input type="text"/>
J	<input type="text"/>	Tasa de Interés (J)	<input type="text"/>
T	<input type="text"/>		

En esta primera celda digite la palabra “Interés Simple (I)” “y al lado programe la siguiente función: =SI(D13>0;(D13)*(D15)*(D17);””). Esta celda sirve para obtener el interés simple.

6. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Fórmula de Interés Simple		Calculadora de Interés Simple	
$I = CJT$			
Datos		Respuesta	
I	<input type="text"/>	Interés Simple (I)	<input type="text" value="\$92,000.00"/>
C	<input type="text" value="\$100,000.00"/>	Capital Inicial (C)	<input type="text" value="\$0.00"/>
J	<input type="text" value="23%"/>	Tasa de Interes (J)	<input type="text" value="0%"/>
T	<input type="text" value="4 Años"/>		

Problema II

Fórmula de Interés Simple		Calculadora de Interés Simple	
$I = CJT$			
Datos		Respuesta	
I	<input type="text"/>	Interés Simple (I)	<input type="text" value="\$24,300.00"/>
C	<input type="text" value="\$45,000.00"/>	Capital Inicial (C)	<input type="text" value="\$0.00"/>
J	<input type="text" value="18%"/>	Tasa de Interes (J)	<input type="text" value="0%"/>
T	<input type="text" value="3 Años"/>		

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

2.5.2. Capital o principal del interés simple

Es la cantidad de dinero que se invierte o se presta, por una persona o entidad financiera. Esta es la base en la cual se genera el interés.

Para encontrar la fórmula del capital o principal en el interés simple, se debe despejar la fórmula general:

$$I = CJT$$

$$\frac{I}{JT} = \frac{CJT}{JT}$$

$$\frac{I}{JT} = C$$

$$C = \frac{I}{JT}$$

En síntesis, para calcular el capital, se divide el interés entre el producto de la tasa por el tiempo.

Ejemplo 1:

¿Qué cantidad de dinero prestado al 12% anual durante 3 años producirá un interés de \$5,400?

Datos:	Solución:	Respuesta:
C=?	$C = \frac{I}{JT}$	La cantidad de dinero prestado al 12% anual durante 3 años que genera un interés de \$5,400 es de \$15,000
J=12%=12/100=0.12	$C = \frac{\$5,400}{(0.12)(3)}$	
I=\$5,400.	$C = \frac{\$5,400}{0.36}$	
T= 3 años.	C = \$15,000	

Ejemplo 2:

¿Qué cantidad de dinero prestado al 16 % anual durante 5 años genera un interés de \$ 8,700?

Datos:

$$C=?$$

$$J=16\%=16/100=0.16.$$

$$I=\$8,700.$$

$$T= 5 \text{ años.}$$

Solución:

$$C = \frac{I}{JT}$$

$$C = \frac{\$8,700}{(0.16)(5)}$$

$$C = \frac{\$8,700}{0.8}$$

$$C = \$10,875$$

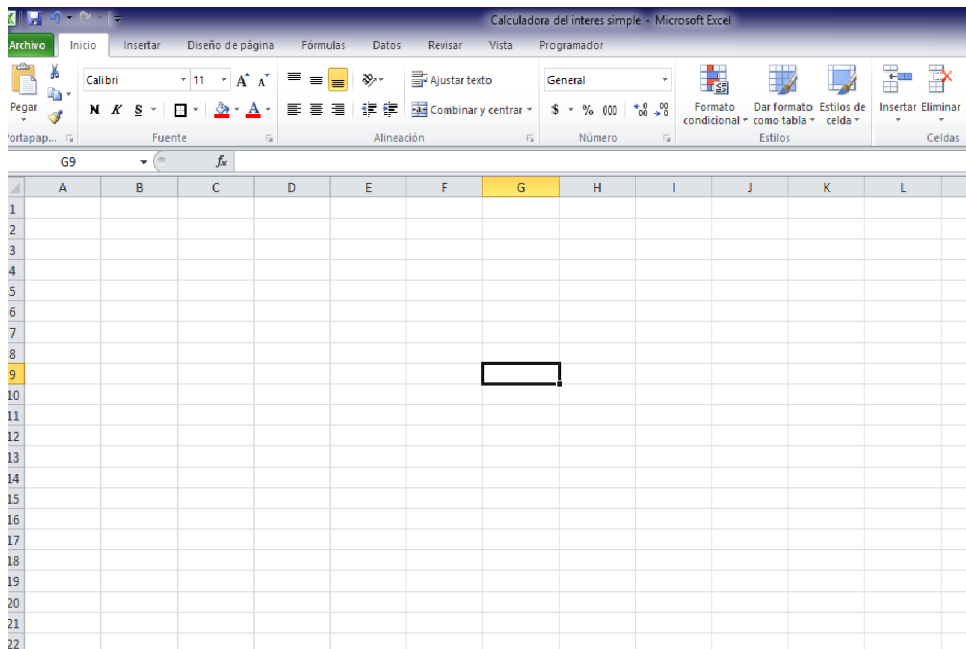
Respuesta:

La cantidad de dinero prestado al 16% anual durante 5 años que genera un interés de \$8,700 es de \$10,875.

2.5.2.1. Formato digital en la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir Excel.



2. Realiza todos los pasos anteriores, para programar la calculadora, que permitirá calcular el capital o principal, solo que en el paso número 5 de la programación anterior, va a variar la función programada y la posición de la celda

Datos		Respuesta	
I	<input type="text"/>	Interés Simple (I)	<input type="text"/>
C	<input type="text"/>	Capital Inicial (C)	=SI(ESERROR(D11/D15*D17);"";D11/(D15*D17))
J	<input type="text"/>	Tasa de Interes (J)	<input type="text"/>
T	<input type="text"/>		

En esta celda digite la palabra "Capital Inicial" y al lado la siguiente función programada: =SI (ESERROR (D11/D15*D17);""; D11/ (D15*D17)). Esta función sirve para calcular el capital inicial.

3. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Fórmula de Interés Simple		Calculadora de Interés Simple	
I= CJT			
Datos		Respuesta	
I	\$5,400.00	Interés Simple (I)	<input type="text"/>
C	<input type="text"/>	Capital Inicial (C)	\$15,000.00
J	12%	Tasa de Interes (J)	<input type="text"/>
T	3 Años		

Fórmula de Interés Simple		Calculadora de Interés Simple	
I = CJT			
Datos		Respuesta	
I	\$8,700.00	Interés Simple (I)	
C		Capital Inicial (C)	\$10,875.00
J	16%	Tasa de Interés (J)	
T	5 Años		

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

2.5.3. Tasa del interés simple

Es la cantidad de dinero expresado en porcentaje devengado durante la operación financiera. La tasa de interés por lo general se suele expresar en años, aunque puede expresarse en meses, quincenas y bimestres.

Para encontrar la fórmula de la tasa de interés, se debe despejar la fórmula general del interés simple:

$$I = CJT$$

$$\frac{I}{CT} = \frac{CJT}{CT}$$

$$\frac{I}{CT} = J$$

$$J = \frac{I}{CT}$$

En conclusión, se puede decir que la tasa de interés se obtiene al dividir el interés entre el producto del capital inicial y el tiempo.

Ejemplo 1:

¿A qué tasa de interés fueron prestados \$15,000 que durante 3 años dejaron un interés de \$5,400?

Datos:

$$J=?$$

$$C=\$15,000$$

$$I=\$5,400.$$

$$T=3 \text{ años.}$$

Solución:

$$J = \frac{I}{CT}$$

$$J = \frac{\$5,400}{(\$15,000)(3)}$$

$$J = \frac{\$5,400}{\$45,000}$$

$$J = 0.12 \times 100$$

$$J=12\%$$

Respuesta:

La tasa de interés fue del 12%.

Ejemplo 2:

¿A qué tasa de interés fueron prestados \$20,000 que durante 4 años dejaron un interés de \$6,900?

Datos:

$$J=?$$

$$C=\$15,000$$

$$I=\$6,900.$$

$$T= 2 \text{ años}$$

Solución:

$$J = \frac{I}{CT}$$

$$J = \frac{\$6,900}{(\$15,000)(2)}$$

$$J = \frac{\$6,900}{\$30,000}$$

$$J = 0.23 \times 100$$

$$J=23\%$$

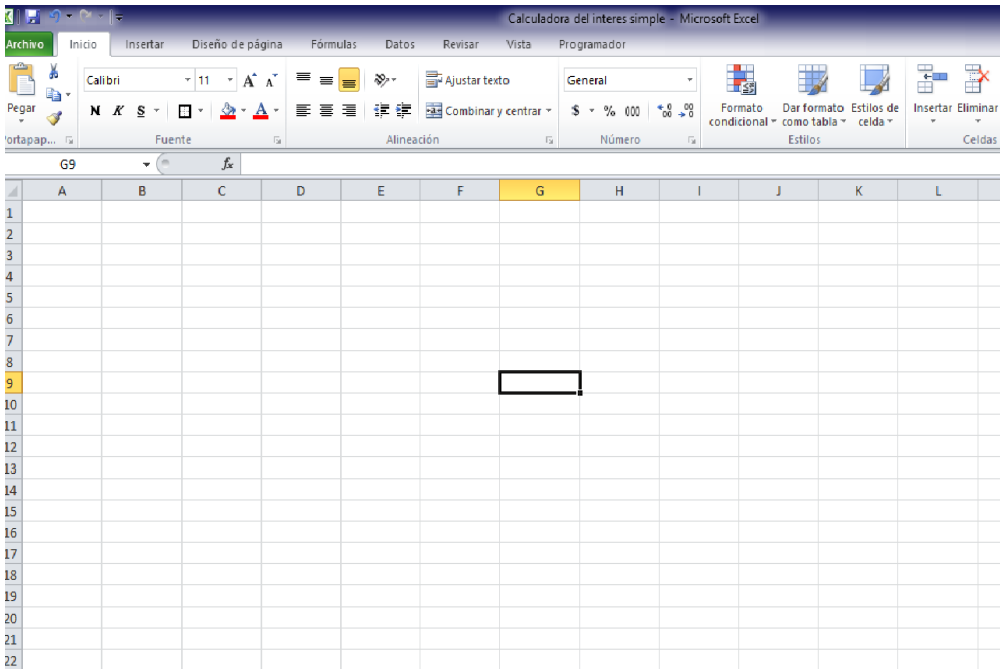
Respuesta:

La tasa de interés fue del 23%.

2.5.3.1. Formato digital en la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir Excel.



2. Realiza todos los pasos anteriores, para programar la calculadora que permitirá calcular la tasa de interés, solo que en el paso número 5 de la programación anterior, va a variar la función programada y la posición de la celda.

Datos		Respuesta	
I	<input type="text"/>	Interés Simple (I)	<input type="text"/>
C	<input type="text"/>	Capital Inicial (C)	<input type="text"/>
J	<input type="text"/>	Tasa de Interés (J)	<input ";d11="" (d13*d17))"="" type="text" value="=SI(ESERROR(D11/D13*D17);"/>

En esta celda digite la palabra "Tasa de Interés" y al lado la siguiente función programada: =SI (ESERROR (D11/D13*D17) ;"";(D11/ (D13*D17)). Esta función sirve para calcular la tasa de interés.

3. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Fórmula de Interés Simple		Calculadora de Interés Simple	
$I = CJT$			
Datos		Respuesta	
I	\$5,400.00	Interés Simple (I)	\$0.00
C	\$15,000.00	Capital Inicial (C)	
J		Tasa de Interes (J)	12%
T	3 Años		

Problema II

Fórmula de Interés Simple		Calculadora de Interés Simple	
$I = CJT$			
Datos		Respuesta	
I	\$6,900.00	Interés Simple (I)	\$0.00
C	\$15,000.00	Capital Inicial (C)	
J		Tasa de Interes (J)	23%
T	2 Años		

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

2.5.4. Tiempo del interés simple

Es la duración (días, meses y años) en que se deduce el interés. Para calcular el tiempo se debe despejar la fórmula del interés simple ($I = Cjt$), todo lo que está multiplicando al tiempo, debemos de pasarlo al otro lado dividiendo.

$$T = \frac{I}{Cj}$$

Ejemplo 1:

Durante qué tiempo una agencia de préstamos, le prestó a la Sra. Yolanda un capital de \$50,000, que le producirá un ingreso de \$17,500, si se invierte al 35% de interés.

Datos:

$$C = \$50,000$$

$$I = \$17,500$$

$$j = 35\% = 35/100 = 0.35$$

$$t = ?$$

Solución:

$$T = \frac{I}{Cj}$$

$$t = \frac{\$17,500}{\$50,000(0.35)}$$

$$t = \frac{\$17,500}{\$17,500}$$

$$t = \mathbf{1 \text{ año}}$$

Respuesta:

El tiempo que le prestó la agencia de préstamos a la Sra. Yolanda fue por un año.

Ejemplo 2:

¿En qué tiempo un capital de \$80,000 en el Banco BHD, producirá un ingreso de \$10,000, si se invierte al 26% de interés?

Datos:

$$C = \$80,000$$

$$I = \$40,000$$

$$j = 20\% = 20/100 = 0.20$$

$$t = ?$$

Solución:

$$T = \frac{I}{Cj}$$

$$t = \frac{\$40,000}{\$80,000(0.20)}$$

$$t = \frac{\$40,000}{\$16,000}$$

$$t = \mathbf{2.5 \text{ años}}$$

Respuesta:

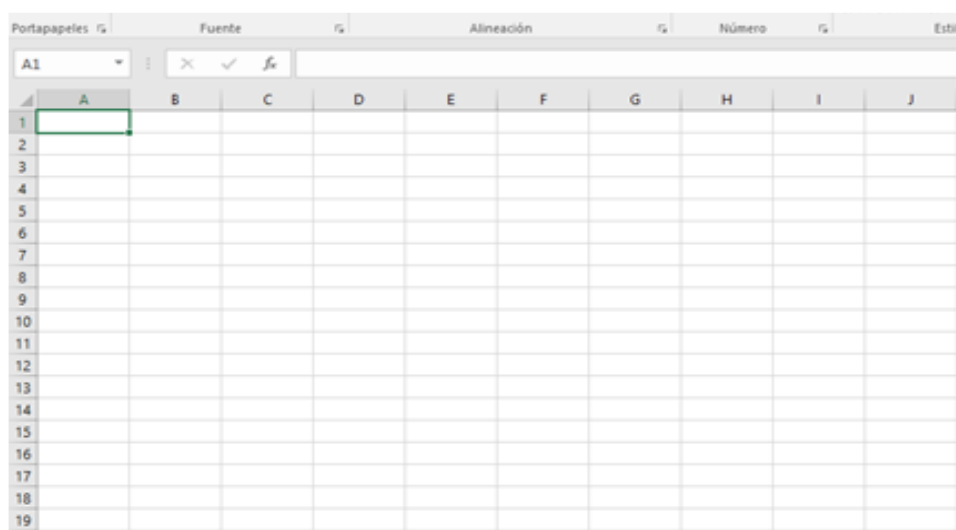
El tiempo en el Banco BHD es de 2 años y 6 meses.

Recuerda: Para encontrar los meses se multiplicó 0.5 por los 12 meses del año ($12 \times 0.5 = 6$).

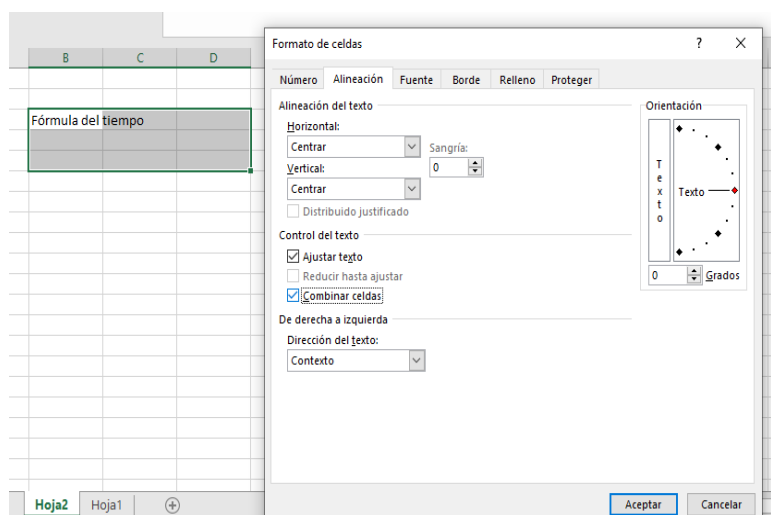
2.5.4. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

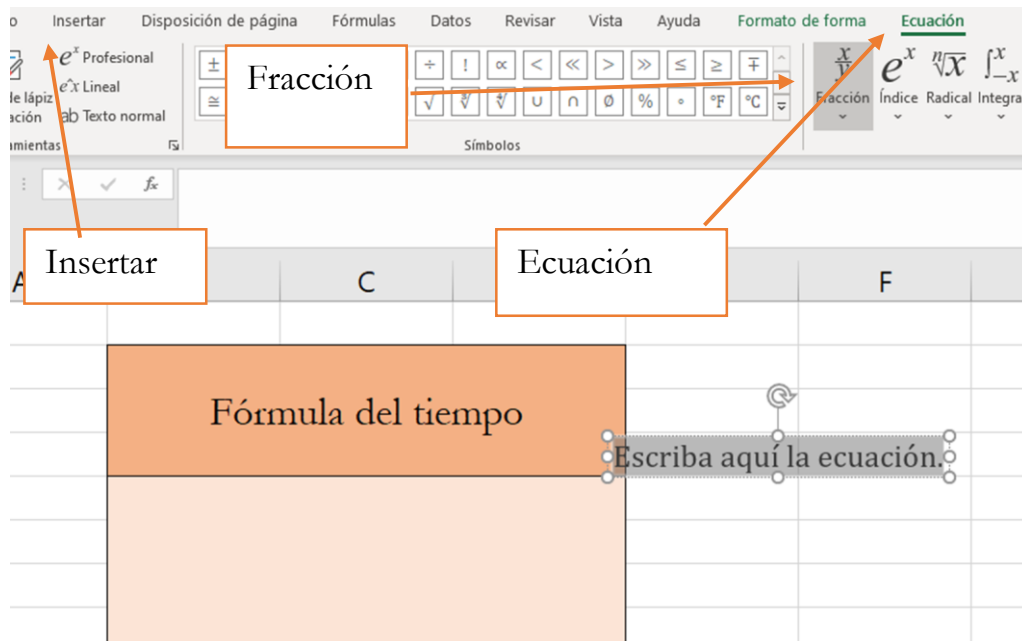
1. Abrir el programa de Excel.



2. Colocar el título, dar clic izquierdo, escoger la opción “Formato de celda” cuando se despliega el menú diríjase a “Alineación”, darle clic a centrar texto, ajustar texto y combinar celdas.



3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada “Fuente”, en donde dice “Insertar” dirijase donde dice “Ecuación”, darle clic encima y luego al lado estan las fracciones para ubicar los datos de la fórmula y centralizar la ecuación en la celda correspondiente.



4. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes, hacer clic derecho encima de las celdas, para darle formato, los bordes correspondientes y el color que desees.

	B	C	D	E	F	G
	Fórmula del tiempo				Datos	
	$t = \frac{I}{Cj}$				C	\$50,000
					I	\$17,500
					j	35.00%
					t	?

5. Por último, la solución con el mismo proceso de las celdas anteriores, se puede observar la combinación de los datos, para obtener el resultado por medio de la fórmula ($=G6/G5*G7$).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
		Fórmula del tiempo				Datos			Solución	
		$t = \frac{I}{Cj}$			C	\$80,000		tempo (t)	$=G6/(G5*G7)$	
					I	\$40,000				
					j	20.00%				
					t	?				

Problema I

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
		Fórmula del tiempo				Datos			Solución	
		$t = \frac{I}{Cj}$			C	\$50,000		tempo (t)	1	
					I	\$17,500				
					j	35.00%				
					t	?				

Problema II

2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									

Fórmula del tiempo		Datos		Solución	
$t = \frac{I}{Cj}$		C	\$80,000	tempo (t)	2.5
		I	\$40,000		
		j	20.00%		
		t	?		

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

2.5.5. Monto del interés simple

Es la adición del capital y el interés ($S = C + I$). Para deducir la fórmula y calcular el monto, se puede decir que: $S = C + Cjt$, sustituyendo.

Es decir, que el capital (C) es el factor común, entonces la fórmula para calcular el monto es:

$$S = C(1 + jt)$$

Ejemplo 1:

El Sr Pedro, deposita en una cuenta de ahorros en la Cooperativa Vega Real un capital de \$40,000 al 23% de interés. ¿Qué monto total recibirá el Sr Pedro al final de 7 años?

Datos:	Solución:	Respuesta:
$C = \$40,000$	$S = C(1 + jt)$	El monto total que recibirá el Sr Pedro al final de 7 años es de: \$104,400.
$j = 23\% = 0.23$	$S = \$40,000(1+0.23(7))$	
$t = 7$ años	$S = \$40,000(1+1.61)$	
$S = ?$	$S = \$40,000(2.61)$	
	$S = \\$104,400$	

Ejemplo 2:

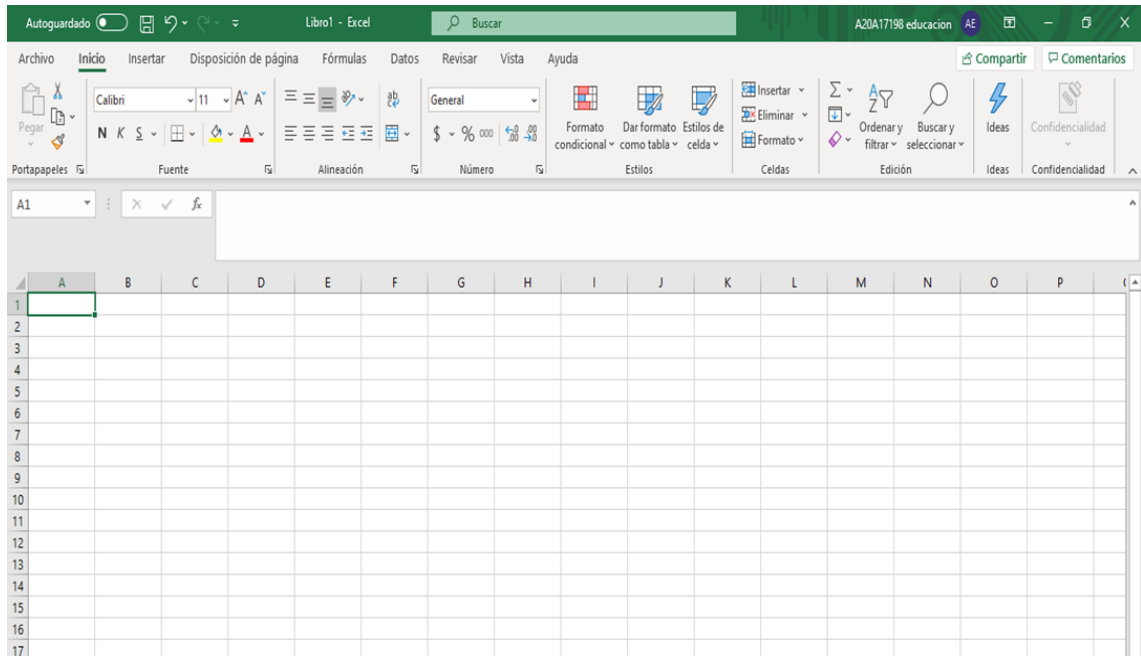
La Agencia de Préstamos Tony, desea encontrar el monto total de un capital \$100,000 prestados al 18%, de interés, durante 5 años al Sr Oliver.

Datos:	Solución:	Respuesta:
$C = \$100,000$	$S = C(1 + jt)$	El monto total que recibirá la agencia de préstamos Tony es de: \$190,000.
$j = 18\% = 0.18$	$S = \$100,000(1+0.18(5))$	
$t = 5$ años	$S = \$100,000(1+0.9)$	
$S = ?$	$S = \$100,000(1.9)$	
	$S = \\$190,000$	

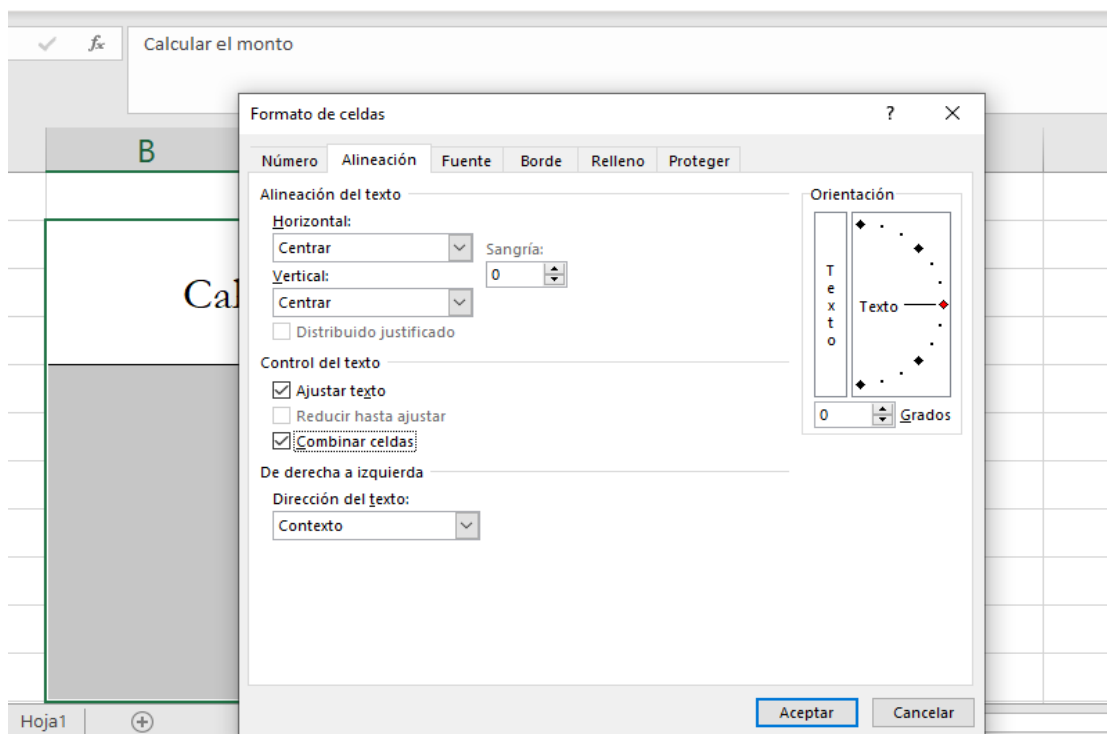
2.5.5.1. Formato digital con la hoja de Cálculo de Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo de Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Colocar el título, darle clic izquierdo, escoger la opción “Formato de celda” cuando se despliega el menú diríjase a “Alineación”, darle clic a centrar texto, ajustar texto y combinar celdas.



3. Escribir los datos de la fórmula, las demás tablas, el color que desees y hacer las combinaciones de celdas para obtener el resultado $=((G5) * (G6*G7)+1)$.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
<p>Fórmula del Monto</p> $S = C(1+jt)$		Datos		Solución						
		C	\$40,000	Monto (S)	$=((G5) * (G6*G7)+1)$					
		j	23%							
		t	7 años							
		S	?							

Problema I

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1										
2										
3	<p>Fórmula del Monto</p> $S = C(1+jt)$		Datos		Solución					
4			C	\$40,000	Monto (S)	\$104,400				
5			j	23%						
6			t	7 años						
7			S	?						
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										

Problema II

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1											
2											
3	Fórmula del Monto			Datos		Solución					
4				C	\$100,000	Monto (\$)	\$190,000				
5	$S = C(1+jt)$			j	18%						
6				t	5 años						
7				S	?						
8											
9											
10											
11											
12											
13											

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

2.5.6. Valor actual del interés simple

Es el capital que, a un tipo de interés dado y un tiempo, ascenderá a esa cantidad futura. El valor de una deuda, en una fecha dada anteriormente a la de su vencimiento, se le llama valor o valor actual de la deuda en dicha fecha.

La fórmula para calcular el valor actual es:

$$C = \frac{S}{1 + Jt}$$

Denotaciones:

- ✓ **C:** es el capital o monto que se invierte.
- ✓ **S:** es el valor presente.
- ✓ **J:** es la tasa de interés.
- ✓ **T:** es el tiempo o plazo.

Ejemplo 1:

Anadina debe pagar \$14,780.50 dentro de 2 años. ¿Qué cantidad debe colocar la joven hoy en un banco que paga 9% de interés para obtener dicha cantidad en la fecha indicada?

Datos:

$$S = \$14,780.50$$

$$t = 2 \text{ años}$$

$$J = 9\% = 9/100 = 0.09$$

$$C = ?$$

Solución:

$$C = \frac{S}{1 + Jt}$$

$$C = \frac{\$14,780.50}{1 + 0.09 \times 2}$$

$$C = \frac{\$14,780.50}{1 + 0.18}$$

$$C = \frac{\$14,780.50}{1.18}$$

$$C = \$12,525.8$$

Respuesta:

La cantidad que debe Anadina de colocar en el banco es de \$12,525.8.

Ejemplo 2:

Una industria debe pagar \$50,000 dentro de 3 años. ¿Qué cantidad debe depositar la industria en un banco que paga 9% de interés para obtener dicha cantidad en la fecha indicada?

Datos:

$$S = \$50,000$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$J = 10\% = 10/100 = 0.1$$

$$C = ?$$

Solución:

$$C = \frac{S}{1 + Jt}$$

$$C = \frac{\$50,000}{1 + 0.1 \times 3}$$

$$C = \frac{\$50,000}{1 + 0.3}$$

$$C = \frac{\$50,000}{1.3}$$

$$C = \$38,461.5$$

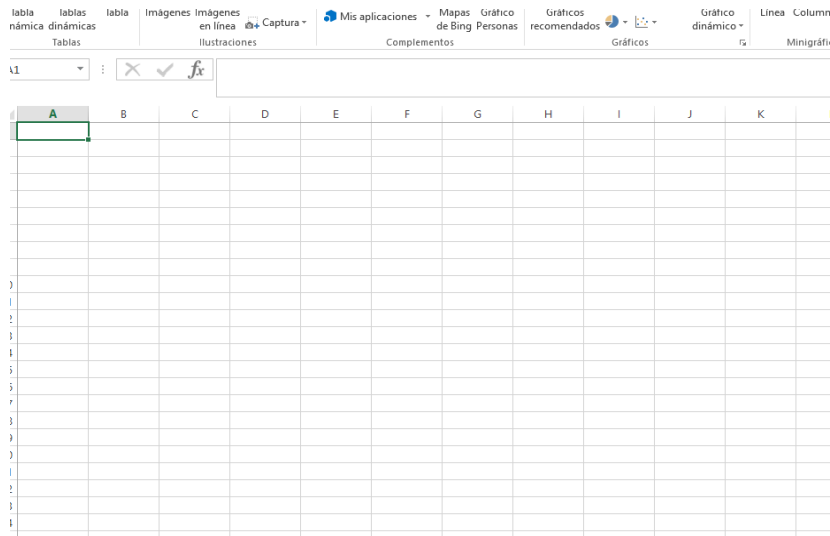
Respuesta:

La cantidad que debe de depositar la industria en el banco es de \$38,461.5.

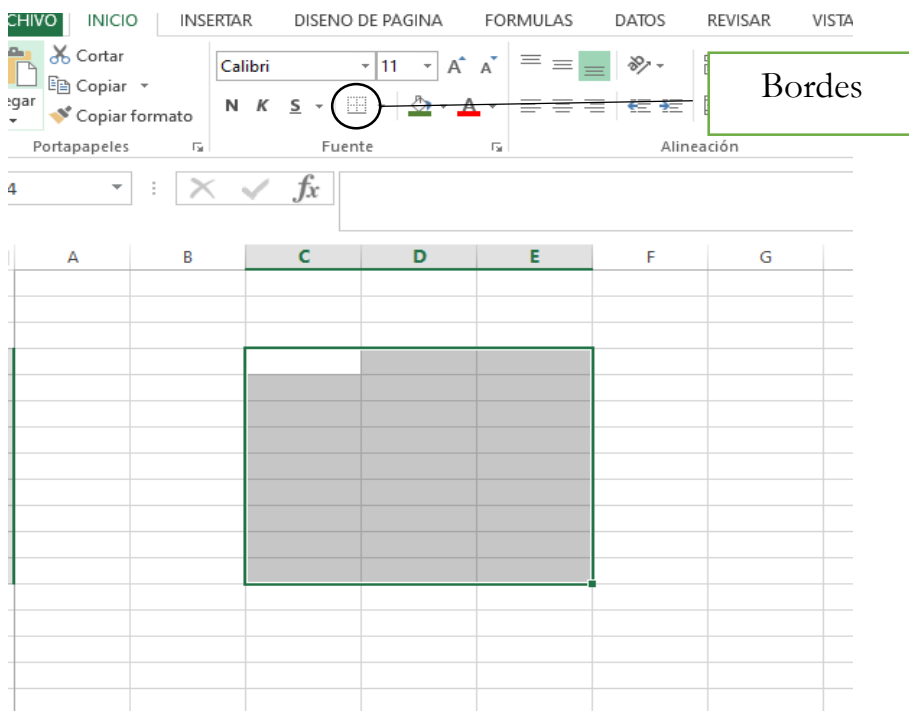
2.5.6.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse, arrastre hasta obtener la cantidad de celdas deseadas, luego hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega con los colores deseados, hacer el mismo procedimiento hasta obtener tres cuadros.



3. En los cuadros realizados hacer clic izquierdo con ayuda del mouse para colocar las etiquetas.

En la parte superior digitar “Valor actual” y en la parte inferior colocar la fórmula.

Valor actual
La fórmula es: $C = \frac{S}{1 + Jt}$

En el segundo cuadro digitar en la parte superior “Datos”, en las demás celdas insertar “Monto a pagar (S), Tiempo (t), Tasa de interés (J), Capital (C)”.

Datos:	
Monto a pagar (S)	
Tiempo (t)	
Tasa de interes (J)	
Capital (C)	?

En el último cuadro insertar en la parte superior “Respuesta”, en otra celda digitar “Capital (C)” y en la otra celda digitar la fórmula “=(D6)/(1+D8*D7)”

Respuesta:	
Capital (C)	=(D6)/(1+D8*D7)

5. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

fx		=(D6)/(1+D8*D7)			
C	D	E	F	G	H
Datos:					
Monto a pagar (S)	\$ 14,780.50				
Tiempo (t)	2				
Tasa de interes (j)	9%				
Capital (C)	?				
		Respuesta:			
		Capital (C)		12525.8	

Problema II

Datos:					
Monto a pagar (S)	\$ 50,000.00				
Tiempo (t)	3				
Tasa de interes (j)	10%				
Capital (C)	?				
		Respuesta:			
		Capital (C)		38461.5	

Valor actual

La fórmula es:

$$C = \frac{S}{1 + j^t}$$

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

2.5.7. Descuentos Bancarios

Es el interés del valor nominal, se determina mediante el interés entre el vencimiento de la deuda y la fecha de descuento a cierta tasa, valuada esta sobre el valor nominal. Para entender claramente el concepto anterior, es conveniente encontrar la diferencia entre una tasa de interés y una tasa de descuento.

La diferencia entre una tasa de interés y una tasa de descuento, radica en el hecho de que la primera se define como el cociente de la cantidad de interés, ganada durante el año entre el capital inicial o principal, mientras que en una tasa de descuento es el cociente de la cantidad de interés (o descuento) ganada durante el año, dividida entre el monto al final del año. Es importante decir, que al descuento bancario se le conoce también como interés pagado por adelantado.

Para encontrar la fórmula del descuento bancario, es necesario aplicar al capital nominal sobre el cual se concede el descuento, la tasa de descuento correspondiente, es decir:

$$\mathbf{Db = Sd(t_1 - t_2)}$$

Para calcular el descuento bancario, se multiplica el monto por el descuento, por la diferencia entre los tiempos.

Denotaciones:

- ✓ **Db**= descuento bancario.
- ✓ **s**= valor nominal de descuento.
- ✓ **d**= tasa de descuento.
- ✓ **t**= tiempo.
- ✓ **Ve**= valor efectivo.
- ✓ **S**= el monto.

Es el valor de mercado obtenido mediante la compra o venta de un bien o derecho financiero, como título de crédito o letra de cambio.

El valor efectivo es la diferencia entre el monto y el descuento bancario.

$$\mathbf{Ve = Db}$$

Ejemplo 1:

Un negociante tiene un pagaré de \$400,000 al 25% de interés por 180 días. El negociante descuenta el pagaré a los 80 días de su emisión a una tasa de descuento de 15%. Halla el descuento bancario y el valor efectivo.

Datos:	Solución 1:	Respuesta:
$C = \$400,000$	$S = C(1 + JT)$	El negociante tiene un descuento bancario de \$18,765, y un valor efectivo de \$431,235.
$J = 25\% = 25/100 = 0.25$	$S = \$400,000(1 + 0.25 \times \frac{180}{360})$	
$T_1 = \frac{180}{360}$	$S = \$400,000 (1.25 \times 0.5)$	
$T_2 = \frac{80}{360}$	$S = \$400,000 (1.125)$	
$d = 15\% = 15/100 = 0.15$	$S = \\$450,000$	
$Db = ?$	Solución 2:	
$Ve = ?$	$Db = Sd(t_1 - t_2)$	
	$Db = \$450,000 \times 0.15 \times \frac{180}{360} - \frac{80}{360}$	
	$Db = \$450,000 \times 0.15 \times \frac{100}{360}$	
	$Db = \$250,000 \times 0.15 \times \frac{100}{360}$	
	Solución 3:	
	78	
	$Ve = S - Db$	
	$Ve = \$450,000 - \$18,765$	
	$Ve = \\$431,235.$	

Ejemplo 2:

Un comerciante tiene una cuenta pendiente de \$1,000,000 al 30% de interés por 200 días. El comerciante descuenta la cuenta pendiente a los 90 días de su emisión a una tasa de descuento de 20%. Halla el descuento bancario y el valor efectivo.

Datos:

$$C = \$1,000,000$$

$$J = 30\% = 30/100 = 0.30$$

$$T_1 = \frac{200}{360}$$

$$T_2 = \frac{90}{360}$$

$$d = 20\% = 20/100 = 0.2$$

$$Db = ?$$

$$Ve = ?$$

Solución 1:

$$S = C(1 + JT)$$

$$S = \$1,000,000 \left(1 + 0.30 \times \frac{200}{360}\right)$$

$$S = \$1,000,000 (1.30 \times 0.556)$$

$$S = \$1,000,000 (1.17)$$

$$\mathbf{S = \$1,170,000}$$

Solución 2:

$$Db = Sd (t_1 - t_2)$$

$$Db = \$1,170,000 \times 0.2 \times \left(\frac{200}{360} - \frac{90}{360}\right)$$

$$Db = \$1,170,000 \times 0.2 \times \frac{110}{360}$$

$$\mathbf{Db = \$71,500}$$

Solución 3:

$$Ve = S - Db$$

$$Ve = \$1,170,000 - \$71,500$$

$$\mathbf{Ve = \$1,098,500}$$

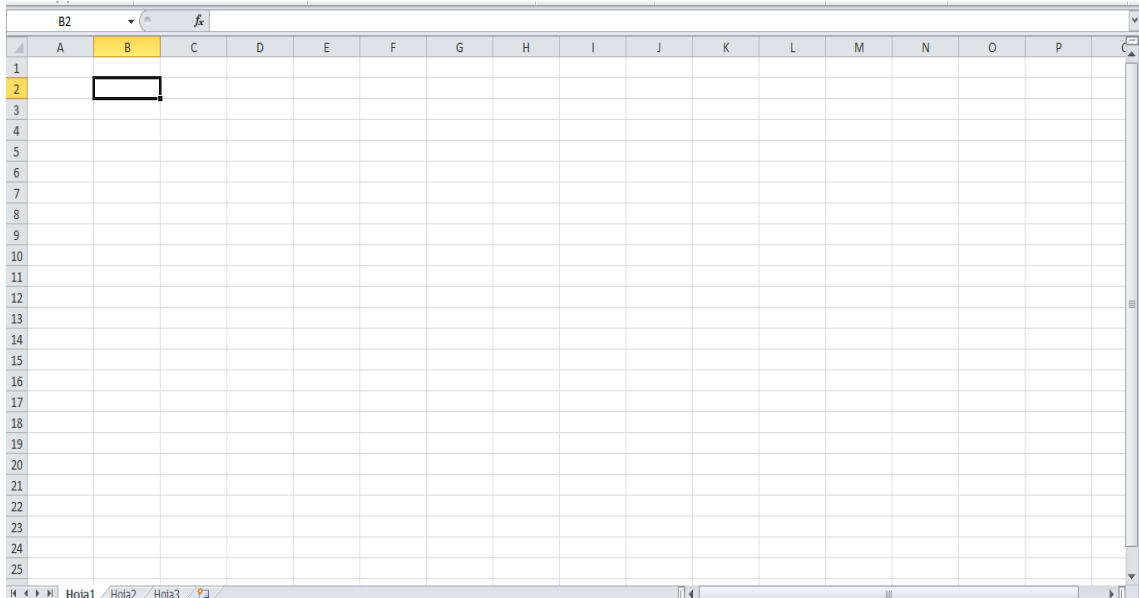
Respuesta:

El negociante tiene un descuento bancario de \$71,500 y un valor efectivo de \$1,098,500.

2.5.7.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para trabajar en la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.



2. Seleccione los tres primeros espacios, para trabajar la tabla de datos y las dos primeras fórmulas para proceder a programar cada uno de los dígitos.

Datos		Fórmula 1: $C(1+JT)$	Fórmula 2: $Sd(t1-t2)$
C	\$400,000	Se determina el monto	Se determina el descuento bancario
J	25%		
$T1=180/360$	0.5		
$T2=80/360$	0.2		
$100/360$	0.278		
d	0.5		
$1+JT$	1.125		
Db	?		
Ve	?		

3. Para calcular el monto, diríjase a la barra con la cantidad de \$400.000, luego coloque el signo de multiplicación (*). Recuerda que antes de empezar a programar deben de colocar los signos de: = (los cuales son los signos de igual y el paréntesis abierto.

SUMA		X ✓ fx		=(D5*							
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											

Determine el descuento bancario y el valor efectivo

Datos		Fórmula 1: C(1+JT)	Fórmula 2: Sd(t1-t2)
C	\$400,000	Se determina el monto	Se determina el descuento bancario
J	25%	=(D5*	
T1=180/360	0.5		
T2=80/360	0.2		
100/360	0.278		
d	0.5		
1+JT	1.125		
Db	?		
Ve	?		

4. Ya colocado el signo de multiplicación, haga clic en la solución directa de 1+JT, que en este caso es de 1.125. Proceda a cerrar el paréntesis, para que el cálculo ya programado le arroje la cantidad esperada.

SUMA		X ✓ fx		=(D5*D11)							
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											

Determine el descuento bancario y el valor efectivo

Datos		Fórmula 1: C(1+JT)	Fórmula 2: Sd(t1-t2)
C	\$400,000	Se determina el monto	Se determina el descuento bancario
J	25%	=(D5*D11)	
T1=180/360	0.5		
T2=80/360	0.2		
100/360	0.278		
d	0.5		
1+JT	1.125		
Db	?		
Ve	?		

5. Para determinar el descuento bancario, ubíquese en la barra de la cantidad total que le arrojó el monto, en este caso es \$450,000, coloque el signo de multiplicación (*), luego haga clic en la barra de tasa de descuento que es de 0.15.

SUMA X ✓ fx =(G6*D10)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2						Determine el descuento bancario y el valor efectivo							
3													
4			Datos			Fórmula 1: C(1+JT)		Fórmula 2: Sd(t1-t2)					
5			C	\$400,000		Se determina el monto		Se determina el descuento bancario					
6			J	25%		450000		=(G6*D10)					
7			T1= 180/360	0.5									
8			T2=80/360	0.2									
9			100/360	0.278									
10			d	0.15									
11			1+JT	1.125									
12			Db	?									
13			Ve	?									
14													
15													
16													
17													

6. Nuevamente coloque el signo de multiplicación (*), haga clic en la barra que se obtiene como resultado de la división de $100/360 = 0.278$ y cierra el paréntesis.

SUMA X ✓ fx =(G6*D10*D9)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2						Determine el descuento bancario y el valor efectivo						
3												
4			Datos			Fórmula 1: C(1+JT)		Fórmula 2: Sd(t1-t2)				
5			C	\$400,000		Se determina el monto		Se determina el descuento bancario				
6			J	25%		450000		=(G6*D10*D9)				
7			T1= 180/360	0.5								
8			T2=80/360	0.2								
9			100/360	0.278								
10			d	0.15								
11			1+JT	1.125								
12			Db	?								
13			Ve	?								
14												

7. Para determinar el valor efectivo, diríjase a la barra del total que arrojó la programación del monto, que es de \$450,000, continúe colocando el signo de sustracción (-). Luego vaya a la barra con la cantidad exacta del descuento bancario, cierre el paréntesis.

SUMA		=(G6-K6)									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1											
2					Determine el descuento bancario y el valor efectivo						
3											
4		Datos			Fórmula 1: $C(1+JT)$		Fórmula 2: $Sd(t1-t2)$				
5		C	\$400,000		Se determina el monto		Se determina el descuento bancario				
6		J	25%		450000		18765				
7		$T1=180/360$	0.5								
8		$T2=80/360$	0.2								
9		$100/360$	0.278								
10		d	0.15		Fórmula 3: $(S - Db)$		Se determina el valor efectivo				
11		$1+JT$	1.125		=(G6-K6)		3				
12		Db	?								
13		Ve	?								
14											
15											
16											
17											

8. En esta imagen se puede visualizar la solución completa de la programación del problema número 1.

1											
2	PROBLEMA #1.				Determine el descuento bancario y el valor efectivo						
3											
4		Datos			Fórmula 1: $C(1+JT)$		Fórmula 2: $Sd(t1-t2)$				
5		C	\$400,000		Se determina el monto		Se determina el descuento bancario				
6		J	25%		450000		18765				
7		$T1=180/360$	0.5								
8		$T2=80/360$	0.2								
9		$100/360$	0.278		Fórmula 3: $(S - Db)$		Se determina el valor efectivo				
10		d	0.15		431235						
11		$1+JT$	1.125								
12		Db	?								
13		Ve	?								

Recordar: la calculadora está programada en base a años.

9. En la segunda imagen, puede de igual forma visualizar el segundo problema completo ya programado. Recuerda los dos problemas se solucionan de la misma forma como se te ha explicado hasta ahora, paso por paso.

G9 fx Se determina el valor efectivo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		PROBLEMA #2.					Determine el descuento bancario y el valor efectivo						
3													
4			Datos			Fórmula 1: $C(1+JT)$		Fórmula 2: $Sd(t_1-t_2)$					
5			C	\$1,000,000		Se determina el monto		Se determina el descuento bancario					
6			J	30%			1170000				71510.4		
7			T1= 200/360	0.556									
8			T2=90/360	0.25				Fórmula 3: $(S - Db)$					
9			110/360	0.3056				Se determina el valor efectivo					
10			d	0.2							1098489.6		
11			1+JT	1.17									
12			Db	?									
13			Ve	?									
14													
15													
16													

2.5.8. Aplicación del interés simple

- ✓ La utilización del interés simple en área como las financieras, ha hecho que se pueda calcular con exactitud el valor que se puede pagar en deudas a medida que pasa el tiempo.
- ✓ Se emplea para calcular cuánto es el incremento en cierto tiempo de año y con grandes sumas de dinero.
- ✓ Se utiliza para medir la rentabilidad de los ahorros e inversiones.

- ✓ Se puede medir el costo de un crédito bancario.
- ✓ Se puede calcular el interés generado en un dinero depositado en una entidad bancaria según pasan los años.

2.6. Interés Compuesto

Es la acumulación de interés que se ha generado de un periodo determinado por un capital, a una tasa de interés. Además, el interés puede ser convertido: anualmente, semestralmente, trimestralmente, cuatrimestralmente, entre otros.

Denotaciones para resolver problemas con interés compuesto:

- ✓ **Capitalización (C):** Proceso de sumar los intereses al capital.
- ✓ **Frecuencia de capitalización (m):** es el número de veces que los intereses se convierten en un año.
- ✓ **Tasa de interés nominal (j):** Es la tasa de interés cobrada en un trabajo. En la mayoría de los casos son tasas anuales.
- ✓ **Tasa de interés por periodo (i):** Es la tasa de interés de un periodo y se obtiene dividiendo la tasa de interés nominal entre la frecuencia de capitalización ($i = \frac{j}{m}$).
- ✓ **Tiempo (t):** es el intervalo en que se efectúa. Siempre se expresa en año, lo que significa que los meses se dividen entre 12 y los días entre 360.

- ✓ **Número de periodo (n):** Es la multiplicación de la frecuencia de capitalización por el tiempo ($n = m \times t$), dependiendo del valor de la capitalización. En las mayorías de los casos se utiliza anual.

Los diferentes valores de frecuencia de capitalización (m)

Capitalización	m
Anual	1
Semestral	2
Cuatrimestral	3
Trimestral	4
Bimestral	6
Mensual	12
Diario	360

2.6.1. Monto del interés compuesto

Es la multiplicación del capital por uno (1) más la tasa por el periodo elevado al número de periodos.

$$S = C(1 + i)^n$$

Ejemplo 1:

La Sra. Patricia desea calcular el monto de \$5,000 al 12% anual durante 3 años capitalizado anualmente.

Datos:

$$S = ?$$

$$C = \$5,000$$

$$j = 12\% = 12/100 = 0.12$$

$$m = 1$$

$$i = \frac{j}{m} = \frac{0.12}{1} = 0.12$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$n = m \times t = 1 \times 3 = 3$$

Solución:

$$S = C(1 + i)^n$$

$$S = \$5,000(1 + 0.12)^3$$

$$S = \$5,000(1.12)^3$$

$$S = \$5,000(1.404928)$$

$$S = \$7,024.64$$

Respuesta:

El monto es de \$7,024.64

Ejemplo 2:

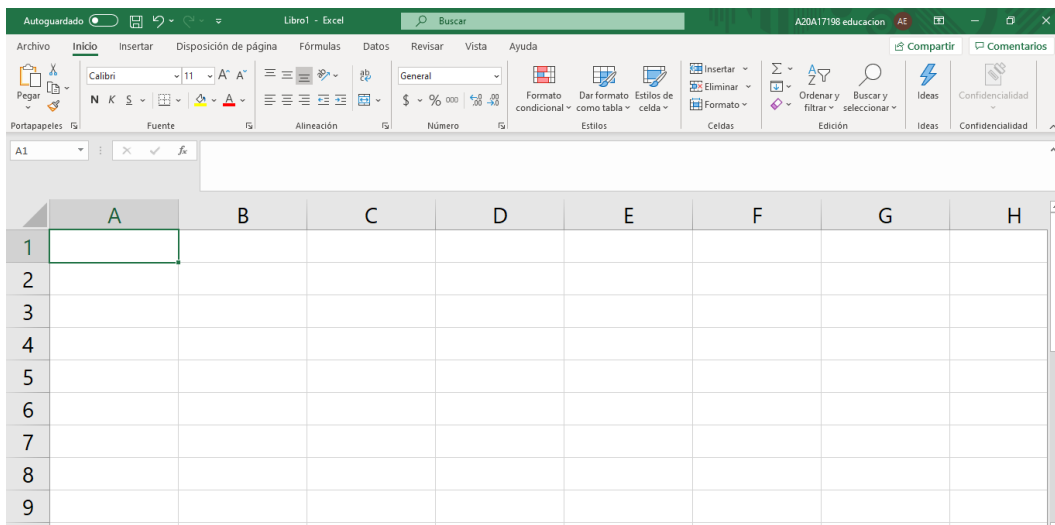
¿Cuál es el monto que obtendrá la Sta. Anasamel dentro de 6 meses en una cuenta de ahorro al 2% mensual, si invierte en un banco la cantidad de \$100,000?

Datos:	Solución:	Respuesta:
$S = ?$	$S = C(1 + i)^n$	El monto que
$C = \$100,000$	$S = \$100,000(1 + 0.0016667)^{72}$	obtendrá la Sta.
$j = 2\% = 2/100 = 0.02$	$S = \$100,000(1.0016667)^{72}$	Anasamel es de
$m = 12$	$S = \$100,000(1.127384233)$	\$112,738.42
$i = \frac{j}{m} = \frac{0.02}{12} = 0.0016667$	$S = \\$112,738.42$	
$t = 6$ meses		
$n = m \times t = 12 \times 6 = 72$		

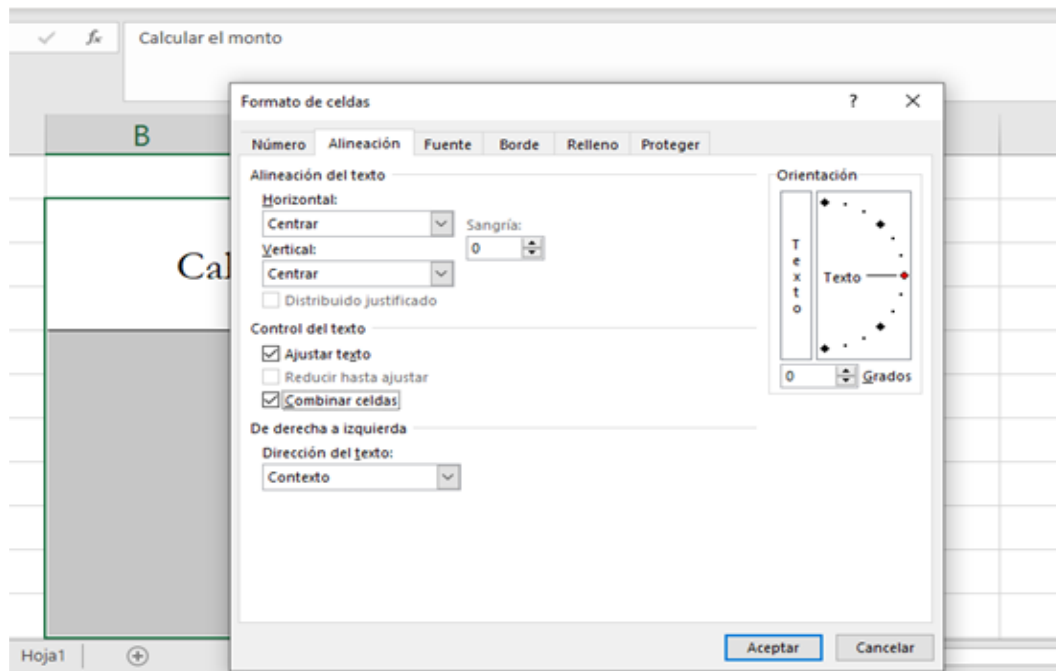
2.6.1.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

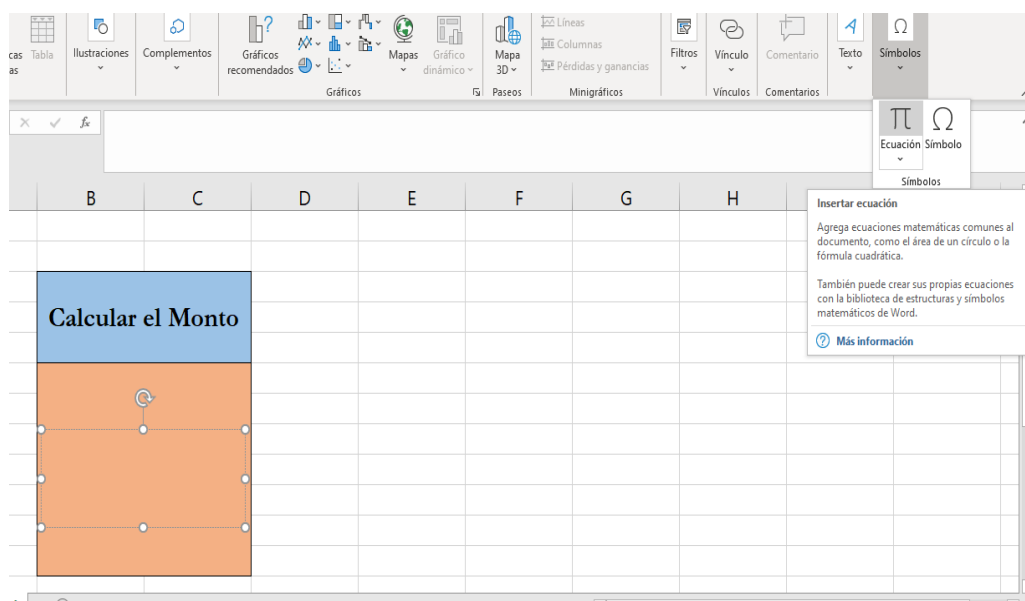
1. Abrir el programa Excel.



- Colocar el título, dar clic izquierdo, escoger la opción “Formato de celda” cuando se despliega el menú diríjase a “Alineación”, dar clic a centrar texto, ajustar texto y combinar celdas.



- En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada “Fuente”, en donde dice “Insertar” diríjase donde dice “Ecuación”, dar clic encima para ubicar los datos de la fórmula y centralizar la ecuación en la celda correspondiente.



4. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes, hacer clic derecho encima de las celdas, para encontrar a “m” use la combinación de celdas (F8/F9) y obtiene el resultado.

	A	B	C	D	E	F	G
3							
4		Calcular el Monto			Datos		
5							
6					S	?	
7					C	\$ 5,000.00	
8					j	12%	
9					m	1	
10					i	= (F8/F9)	
11							
12							
13							

5. Buscar el valor de “n” usando la combinación de celda (F9*F11).

	A	B	C	D	E	F	G
3							
4		Calcular el Monto			Datos		
5							
6					S	?	
7					C	\$ 5,000.00	
8					j	12%	
9					m	1	
10					i	0.12	
11					t	3 años	
12					n	= (F9*F11)	
13							

6. Por último, completar la celda de la solución y hacer la combinación de las celdas para obtener el resultado, mediante la fórmula $((F7)*(1+F10) ^F12)$. En la pestaña de inicio, diríjase a la cinta de opciones llamada “Fuente” y seleccione los bordes y colores de relleno deseados.

Calcular el Monto	Datos		Solución	
$S = C(1+i)^n$	S	?	Monto (S)	$=((F7)*(1+F10)^F12)$
	C	\$ 5,000.00		
	j	12%		
	m	1		
	i	0.12		
	t	3 años		
	n	3		

Problema I

B	C	D	E	F	G	H	I	
Calcular el Monto		Datos		Solución				
$S = C(1+i)^n$		S	?	Monto (S)	\$	7,024.64		
		C	\$ 5,000.00					
		j	12%					
		m	1					
		i	0.12					
		t	3 años					
		n	3					

Problema II

Calcular el Monto	Datos		Solución	
$S = C(1 + i)^n$	S	?	Monto (\$)	\$112,738.42
	C	\$100,000		
	j	2%		
	m	12		
	i	0.0016667		
	t	6 meses		
	n	72		

2.6.2. Valor actual o presente del interés compuesto

Hace referencia al valor que tiene hoy una cantidad de dinero que recibiremos en el futuro. Es decir, es la cantidad de dinero que hay que invertir el día de hoy, para obtener un monto dado en una fecha futura.

La fórmula para obtener el valor actual o presente es la siguiente:

$$VP = \frac{FN}{(1 + r)^n}$$

Denotaciones:

- ✓ **VP**= valor actual o presente.
- ✓ **FN**= cantidad futura.
- ✓ **n**= número de periodos que abarca la operación financiera.
- ✓ **r**= tasa aplicada por periodo.

Para calcular el valor actual o presente se divide la cantidad futura, entre uno más la tasa elevado al número de periodos, que dura la operación financiera.

Ejemplo 1:

Hallar el valor actual de \$65,000 que debe ser pagado dentro de 2 años al 25% capitalizable cuatrimestralmente.

Datos:

$$VP=?$$

$$r=?$$

$$FN= \$65,000$$

$$T= 2 \text{ años}$$

$$m= 3$$

$$J= 25\%= 25/100=0.25$$

Solución:

$$r = \frac{J}{M}$$

$$r = \frac{0.25}{3}$$

$$r = \mathbf{0.0833}$$

$$N = m \times t$$

$$N = (3)(2)$$

$$N = \mathbf{6}$$

Respuesta:

El valor actual es de \$40,217.79.

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}$$

$$VP = \frac{\$65,000}{(1 + 0.0833)^6}$$

$$VP = \frac{\$65,000}{(1.0833)^6}$$

$$VP = \frac{\$65,000}{1.6162}$$

$$VP = \mathbf{\$40,217.79}$$

Ejemplo 2:

Patricia, desea saber qué cantidad de dinero debe colocar en un banco que paga 15% capitalizable trimestralmente para obtener \$2,000,000 dentro de 6 años.

Datos:

$$VP=?$$

$$r=?$$

$$FN= \$2, 000,000$$

$$T= 6 \text{ años}$$

$$m= 4$$

$$J= 15\%= 15/100=0.15$$

Solución:

$$r = \frac{J}{M}$$

$$r = \frac{0.15}{4}$$

$$r = \mathbf{0.0375}$$

$$N = m \times t$$

$$N = (4)(6)$$

$$N = \mathbf{24}$$

Respuesta:

El valor actual es de \$826,651.24.

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}$$

$$VP = \frac{\$2,000,000}{(1 + 0.0375)^{24}}$$

$$VP = \frac{\$2,000,000}{(1.0375)^{24}}$$

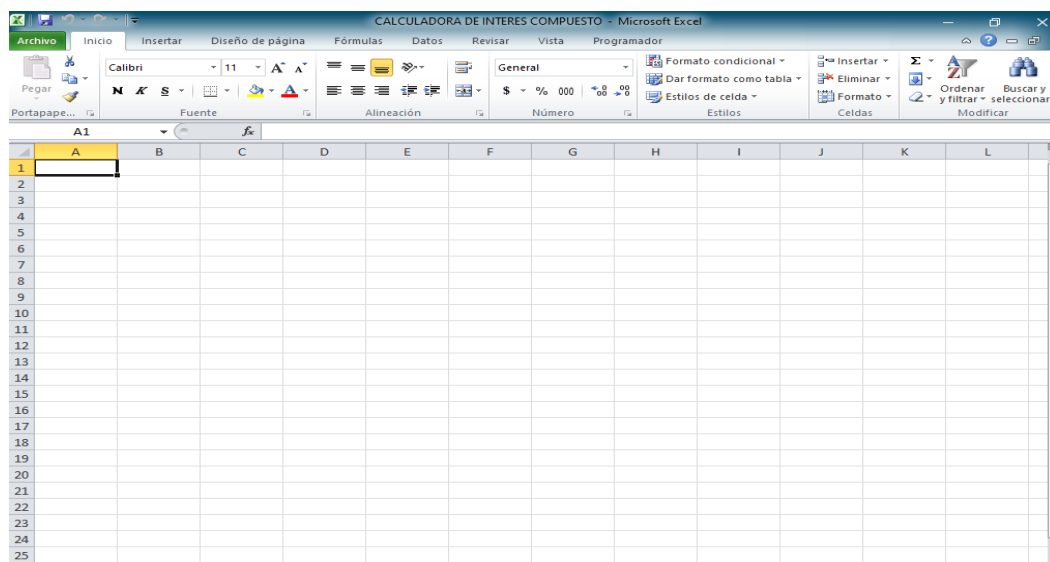
$$VP = \frac{\$2,000,000}{2.4194}$$

$$VP = \mathbf{\$826, 651. 24}$$

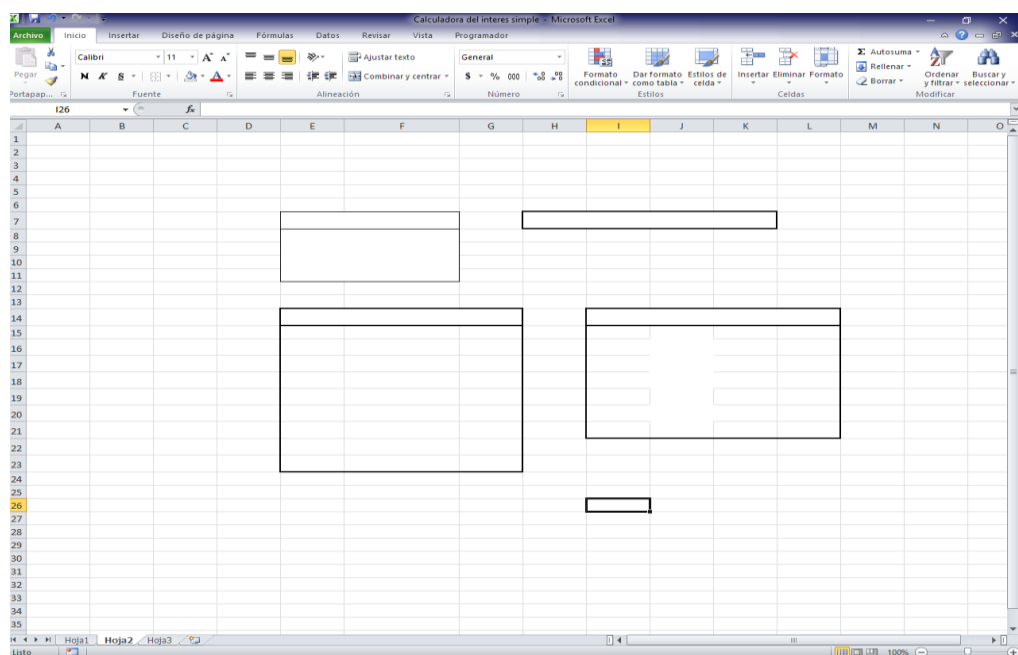
2.6.2.1. Formato digital utilizando la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir Excel.



2. En la pestaña de inicio diríjase a la cinta de opciones y en el grupo de comando denominado “Fuente”, clic izquierdo sobre la herramienta borde, para crear tres tablas de trabajo.



3. Coloque en la primera tabla la fórmula convencional.

Fórmula del Valor Actual
$VP = \frac{VF}{(1+r)^n}$

Para colocar el título de arriba, clic izquierdo y seleccione todas las celdas, luego diríjase a la cinta de opciones, en la pestaña de inicio en el grupo de comando denominado “alineación”, clic izquierdo sobre la herramienta combinar y central.

Para insertar la fórmula en la tabla se hace el mismo procedimiento que en la anterior. Luego diríjase a la cinta de opciones y clic izquierdo sobre la pestaña insertar, en el grupo de comando denominado “símbolos”, clic izquierdo y se despliega un menú, elija la opción de insertar ecuaciones y proceda a escribir la fórmula convencional.

4. En la segunda tabla escriba las diferentes variables que conforman la fórmula convencional y programe algunas funciones.

En esta celda digite la letra “n” y al lado la siguiente función programada: =C19*C17. Esta permite calcula el número de periodos.

Datos	
VP	<input style="width: 50px;" type="text" value="?"/>
r	<input style="width: 50px;" type="text"/>
VF	<input style="width: 50px;" type="text"/>
T	<input style="width: 50px;" type="text"/>
m	<input style="width: 50px;" type="text"/>
n	<input 0"="" style="width: 50px; value=" type="text"/>
J	<input style="width: 50px;" type="text"/>

En esta celda digite la letra “r” y al lado la siguiente función: =SI (ESERROR (C23/C19);" ";(C23/C19)). Esta celda permite calcular la tasa aplicada por periodo.

5. En la tercera tabla proceda a programar la función correspondiente a la solución del problema planteado.

Datos			Respuesta
VP	<input style="width: 80%;" type="text" value="?"/>		<input ";c15="" (1+c13)^c21))"="" type="text" value="=SI(ESERROR(C15/(1+C13)^C21);"/>
r	<input style="width: 80%;" type="text"/>		
VF	<input style="width: 80%;" type="text"/>		
T	<input style="width: 80%;" type="text"/>		
m	<input style="width: 80%;" type="text"/>		
n	<input style="width: 80%;" type="text" value="0"/>		
J	<input style="width: 80%;" type="text"/>		

En esta celda digite la letra "VP" y al lado la siguiente función programada: =SI (ESERROR (C15/ (1+C13) ^C21) ;"";C15/ (1+C13) ^C21)). Esta permite calcular el valor presente.

6. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Fórmula del Valor Actual

$$VP = \frac{VF}{(1+r)^n}$$

Calculadora del Valor Actual o Presente

Datos			Respuesta
VP	<input style="width: 80%;" type="text" value="?"/>		<input type="text" value="\$40,210.62"/>
r	<input style="width: 80%;" type="text" value="0.0833"/>		
VF	<input style="width: 80%;" type="text" value="\$65,000.00"/>		
T	<input style="width: 80%;" type="text" value="2 Años"/>		
m	<input style="width: 80%;" type="text" value="3"/>		
n	<input style="width: 80%;" type="text" value="6"/>		
J	<input style="width: 80%;" type="text" value="25%"/>		

Problema II

Fórmula del Valor Actual	
$VP = \frac{VF}{(1+r)^n}$	

Calculadora del Valor Actual o Presente	
VP	<input data-bbox="373 510 504 539" type="text" value="?"/>
r	<input data-bbox="373 568 504 598" type="text" value="0.0375"/>
VF	<input data-bbox="373 627 504 656" type="text" value="\$2,000,000.00"/>
T	<input data-bbox="373 685 504 714" type="text" value="6 Años"/>
m	<input data-bbox="373 743 504 772" type="text" value="4"/>
n	<input data-bbox="373 801 504 831" type="text" value="24"/>
J	<input data-bbox="373 860 504 889" type="text" value="15%"/>

Respuesta	
VP	<input data-bbox="783 510 895 539" type="text" value="\$826,638.19"/>

Recuerda: la calculadora fue trabajada en base a años. Además, puede ocurrir que el resultado obtenido por esta, sea un poco distinto al que se obtuvo de manera convencional, debido al proceso de redondeo.

2.6.3. Tasa efectiva del interés compuesto

Es la tasa de interés que se obtiene o que se debe pagar en una inversión o préstamos, como resultado de la capitalización en un periodo de tiempo determinado. Es decir, es la tasa que se obtiene al final de cada año.

Esta se utiliza para comparar el interés anual entre préstamos con diferentes periodos de capitalización. Además, es una forma de ratificar la tasa de interés anual para que se pueda observar los efectos de la capitalización.

La fórmula para calcular la tasa efectiva es la siguiente:

$$e = (1 + i)^m - 1$$

Denotaciones:

- ✓ **e**= tasa efectiva.
- ✓ **i**= tasa aplicada por periodo.
- ✓ **m**= número de capitalización.

Para calcular la tasa efectiva se debe de elevar uno más la tasa aplicada por periodo al número de capitalización en años, menos uno.

Ejemplo 1:

Halla la tasa efectiva equivalente a una tasa de 15% capitalizable bimestralmente.

Datos:	Solución:	Respuesta:
e=?	$i = \frac{J}{m}$	La tasa efectiva es de 15.97%.
J= 15%= 15/100=0.15	$i = \frac{0.15}{6}$	
M= 6	$i = 0.025$	
	$e = (1 + i)^m - 1$	
	$e = (1 + 0.025)^6 - 1$	
	$e = (1.025)^6 - 1$	
	$e = 1.1597 - 1$	
	$e = 0.1597 \times 100$	
	$e = 15.97\%$	

Ejemplo 2:

Halla la tasa efectiva equivalente a una tasa de 25% capitalizable semestralmente.

Datos:

$$e=?$$

$$J= 25\%=25/100=0.25$$

$$M= 2$$

Solución:

$$i = \frac{J}{m}$$

$$i = \frac{0.25}{2}$$

$$i = 0.125$$

$$e = (1 + i)^m - 1$$

$$e = (1 + 0.125)^2 - 1$$

$$e = (1.125)^2 - 1$$

$$e = 1.266 - 1$$

$$e = 0.2656 \times 100$$

$$e = 26.56\%$$

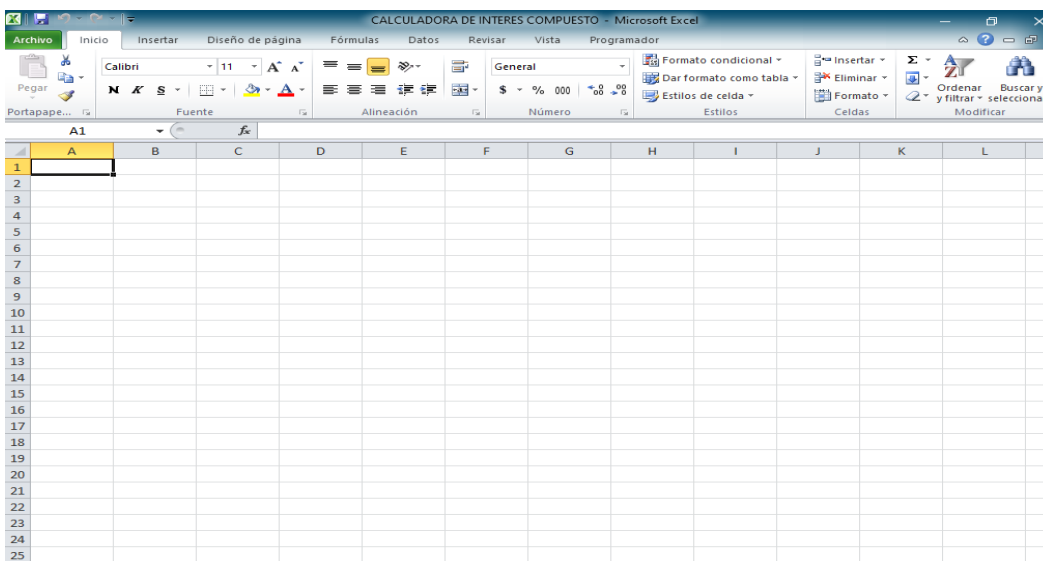
Respuesta:

La tasa efectiva es de 26.56%.

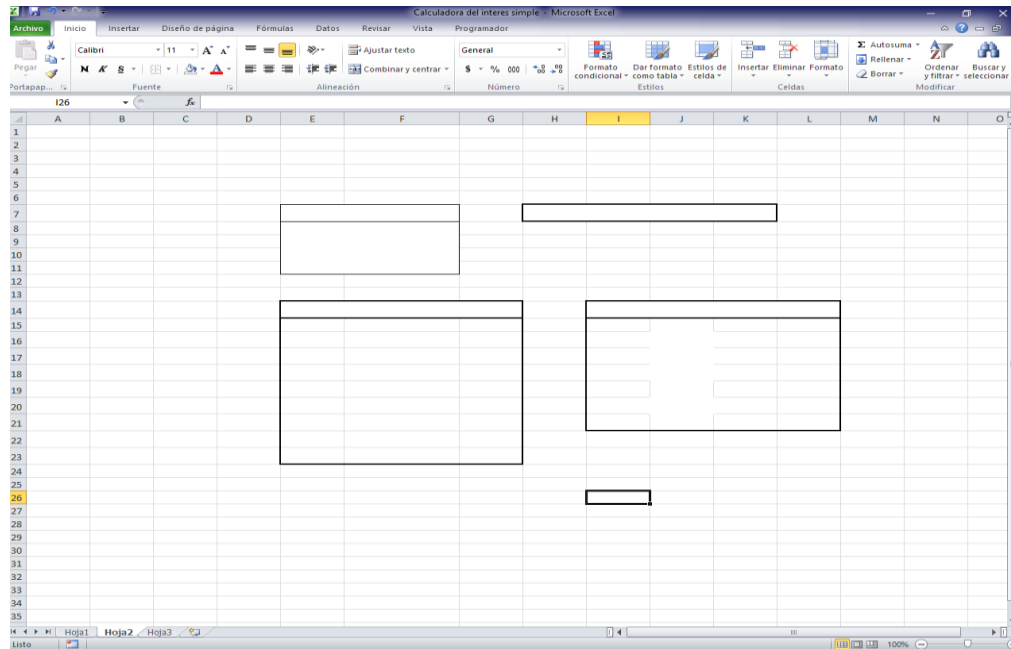
2.6.3.1. Formato digital utilizando la hoja de Cálculo Excel

Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir Excel.



2. En la pestaña de inicio diríjase a la cinta de opciones y en el grupo de comando denominado “Fuente”, clic izquierdo sobre la herramienta borde, para crear tres tablas de trabajo.



3. Coloque en la primera tabla la fórmula convencional.

Fórmula de la Tasa Efectiva
$e = (1 + i)^m - 1$

Para colocar el título de arriba, clic izquierdo y seleccione todas las celdas, luego diríjase a la cinta de opciones, en la pestaña de inicio en el grupo de comando denominado “alineación”, clic izquierdo sobre la herramienta combinar y central.

Para insertar la fórmula en la tabla se hace el mismo procedimiento que en la anterior. Luego diríjase a la cinta de opciones y clic izquierdo sobre la pestaña insertar, en el grupo de comando denominado “símbolos”, clic izquierdo y se despliega un menú, elija la opción de insertar ecuaciones y proceda a escribir la fórmula convencional.

4. En la segunda tabla escriba las diferentes variables que conforman la fórmula convencional y programe algunas funciones.

Datos	
e	<input style="width: 100px;" type="text" value="?"/>
J	<input style="width: 100px;" type="text"/>
M	<input style="width: 100px;" type="text"/>
i	<input style="width: 100px;" type="text"/>

En esta celda digite la letra “i” y al lado la siguiente función programada: =SI (ESERROR (C14/C16);"";(C14/C16)). Esta permite calcular la tasa aplicada por periodos.

5. En la tercera tabla proceda a programar la función correspondiente a la solución del problema planteado.

Datos	
e	<input style="width: 100px;" type="text" value="?"/>
J	<input style="width: 100px;" type="text"/>
M	<input style="width: 100px;"/>
i	<input style="width: 100px;"/>

Respuesta	
e	<input style="width: 100px;"/>

En esta celda digite la letra “e” y al lado la siguiente función programada: = (1+C18) ^C16-1. Esta permite calcular la tasa efectiva.

6. Coloque los datos del problema planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo.

Problema I

Fórmula de la Tasa Efectiva

$$e = (1 + i)^m - 1$$

Calculadora de la Tasa Efectiva

Datos	
e	<input type="text" value="?"/>
J	<input type="text" value="15%"/>
M	<input type="text" value="6"/>
i	<input type="text" value="0.025"/>

Respuesta	
e	<input type="text" value="15.97%"/>

Problema II

Fórmula de la Tasa Efectiva

$$e = (1 + i)^m - 1$$

Calculadora de la Tasa Efectiva

Datos	
e	<input type="text" value="?"/>
J	<input type="text" value="25%"/>
M	<input type="text" value="2"/>
i	<input type="text" value="0.125"/>

Respuesta	
e	<input type="text" value="26.56%"/>

2.6.4. Anualidades

Aunque literalmente la palabra anualidad indica periodos anuales, no necesariamente los pagos se realizan cada año, sino que su frecuencia puede ser cualquier otra: mensual, semanal, semestral o diaria.

Anualidad es una sucesión de pagos generalmente iguales que se realizan a intervalos de tiempos iguales y con interés compuesto.

2.6.4.1. Anualidades vencidas

Son aquellas que son utilizadas con mayor frecuencia en la actividad financiera y comercial. También son conocidas como anualidades ciertas, simples e inmediatas.

Las características de este tipo de anualidades son:

- ✓ Los pagos o abonos se realizan al final de cada intervalo de pago.
- ✓ Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad.
- ✓ Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago.
- ✓ El plazo inicia con la firma del convenio.

Para hallar el monto de una anualidad vencida se calcula el interés acumulado sobre cada pago, luego se suma el total de interés y el total de los pagos.

El monto de una anualidad es igual a la suma de los montos compuestos de cada pago hasta el final de cada plazo.

La fórmula que se utiliza en las anualidades vencidas es la siguiente:

$$S = \frac{r[(1+i)^n - 1]}{i}$$

Ejemplo 1:

Encontrar el monto de una anualidad vencida de \$30,000 al final de cada año al 10% anual, durante 3 años.

Datos:

$$r = \$30,000$$

$$i = 10\% = 10/100 = 0.1$$

$$n = 3$$

Solución:

$$S = \frac{r[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$S = \frac{\$30,000[(1 + 0.1)^3 - 1]}{0.1}$$

$$S = \frac{\$30,000[(1.1)^3 - 1]}{0.1}$$

$$S = \frac{\$30,000[1.331 - 1]}{0.1}$$

$$S = \frac{\$30,000[0.331]}{0.1}$$

$$S = \frac{\$9,930}{0.1}$$

$$S = \$99,300$$

Respuesta:

El monto anual al final del año es de \$99,300.

Ejemplo 2:

Encontrar el monto de una anualidad vencida de \$50,000 al final de cada año al 15% anual, durante 6 años.

Datos:

$$r = \$50,000$$

$$i = 15\% = 15/100 = 0.15$$

$$n = 6$$

Solución:

$$S = \frac{r[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$S = \frac{\$50,000[(1+0.15)^6 - 1]}{0.15}$$

$$S = \frac{\$50,000[(1.15)^6 - 1]}{0.15}$$

$$S = \frac{\$50,000[2.313060766 - 1]}{0.15}$$

$$S = \frac{\$50,000[1.313060766]}{0.15}$$

$$S = \frac{\$65,653.04}{0.15}$$

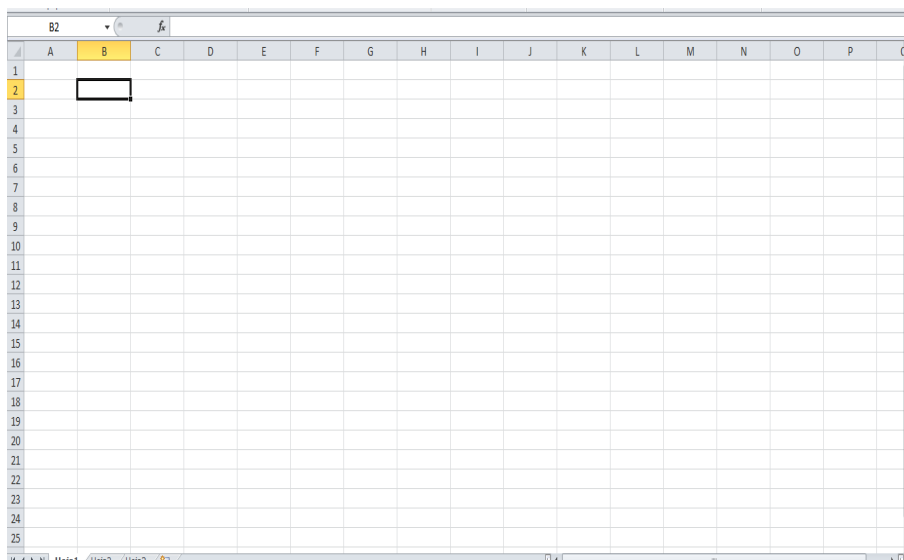
$$S = \$437,687$$

Respuesta:

El monto anual al final del año es de \$437,687.

2.6.4.1.1. Formato digital con la hoja de Cálculo Excel**Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:**

1. Abrir el programa Excel.



2. Seleccione los dos primeros espacios, para trabajar la tabla de datos y la fórmula, para proceder a programar cada uno de los dígitos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1						El monto de una anualidad vencida							
2													
3			Datos:			Fórmula de una anualidad vencida: $S = \frac{r[(1+i)^n - 1]}{i}$							
4			r	\$30,000									
5			i	0.10%									
6			n	3									
7			(1+0.1) ³	1.331									
8			(1.331-1)	0.331									
9													
10													
11													
12													
13													
14													

3. Para calcular el monto de una anualidad vencida, diríjase a la barra con la cantidad de \$30,000, luego coloque el signo de multiplicación (*). Recuerda que debes antes de empezar a programar colocar los signos de: = (los cuales son los signos de igual y el paréntesis abierto).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1						El monto de una anualidad vencida						
2												
3			Datos:			Fórmula de una anualidad vencida: $S = \frac{r[(1+i)^n - 1]}{i}$						
4			r	\$30,000					=D4*			
5			i	0.10%								
6			n	3								
7			(1+0.1) ³	1.331								
8			(1.331-1)	0.331								
9												
10												
11												
12												

4. Ya colocado el signo de multiplicación, haga clic en la solución directa de (1.331-1), que en este caso es de 0.331 proceda a cerrar el paréntesis.

SUMA		X ✓ fx		=(D4*D8)								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												

5. Ya luego de cerrar el paréntesis, proceda a colocar el signo de división (/), y diríjase a la barra del porcentaje de ganancia, que en este caso es de 0.10. cierre el paréntesis, para que la programación le arroje el resultado esperado.

SUMA		X ✓ fx		=(D4*D8)/D5								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												

6. En esta imagen se puede visualizar la solución de una anualidad vencida completa de la programación del problema número 1.

A12		fx										
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1					El monto de una anualidad vencida							
2												
3		Datos:			Fórmula de una anualidad vencida: $S = (r[(1+i)^n - 1]) / i$							
4		r	\$30,000		Respuesta	\$ 9,930,000.00						
5		i	0.10%									
6		n	3									
7		$(1+0.1)^3$	1.331									
8		$(1.331-1)$	0.331									
9												
10												
11	PROBLEMA #1											

7. En la segunda imagen, pueden de igual forma visualizar el segundo problema completo ya programado.

F8		fx										
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1					El monto de una anualidad vencida							
2												
3		Datos:			Fórmula de una anualidad vencida: $S = (r[(1+i)^n - 1]) / i$							
4		r	\$50,000		Respuesta	\$ 43,768,692.20						
5		i	0.15%									
6		n	6									
7		$(1+0.15)^6$	2.313060766									
8		$2.313060766-1$	1.313060766									
9												
10												
11	PROBLEMA #2											

Recuerda: los dos problemas se solucionan de la misma forma, como se te ha explicado hasta ahora, paso por paso.

2.6.4.1.2. Valor actual de una anualidad vencida

Es aquel valor que se obtiene al inicio del plazo, es decir las anualidades que se harán en el futuro.

Su fórmula es:

$$A = \frac{r [1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

Denotaciones:

- ✓ **(R):** es cada uno de los pagos que se realizan en forma periódica, se les llama renta o cociente.
- ✓ **(T):** tiempo transcurrido entre un pago y otro.
- ✓ **(J):** es la tasa dada en por ciento.
- ✓ **(A):** es el valor actual de una anualidad.
- ✓ **(i):** es la tasa por periodo que se obtiene al dividir J/M .
- ✓ **(M):** es el total de meses de un año, por ende, siempre se coloca 12.
- ✓ **(n):** es el número elevado al opuesto del número de periodos, el cual se obtiene al multiplicar el total de meses en un año por el tiempo $n = m \times t$.

Ejemplo 1:

Una casa puede adquirirse mediante un pago inicial de \$10,000 recordando que cada fin de mes durante 4 años pagara lo mismo. Hallar el precio descontado de la casa, si el precio del dinero será capitalizado mensualmente al 18%.

Datos:

$R = \$10,000$

$T = 4 \text{ años}$

$J = 18\% = 18/100 = 0.18$

$M = 12$

$A = ?$

Solución 1:

$$i = \frac{J}{M}$$

$$i = \frac{0.18}{12}$$

$$i = 0.015$$

Respuesta:

Se concluye que el precio descontado de la casa será de \$340,225.54

Solución 2:

$$n = m \times t$$

$$n = 12 \times 4$$

$$n = 48$$

Solución 3:

$$A = \frac{r [1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$A = \frac{\$10,000}{0.015} [1 - (1 + 0.015)^{-48}]$$

$$A = \$666,666.67 [1 - (1.015)^{-48}]$$

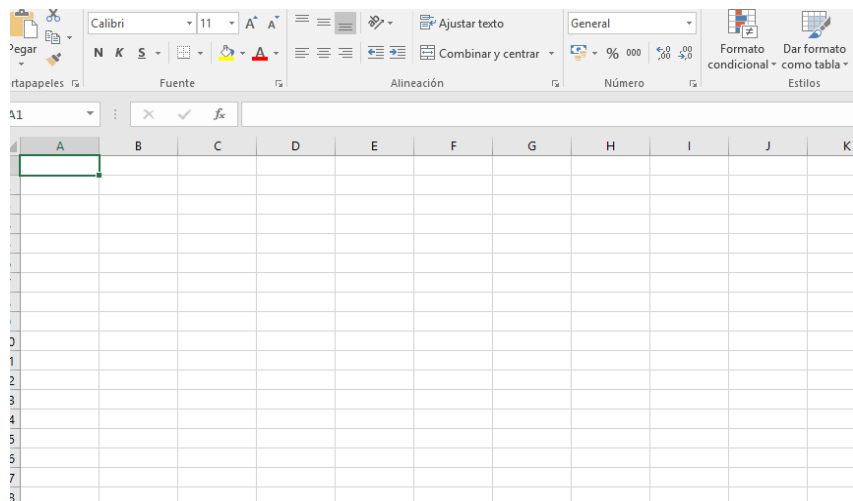
$$A = \$666,666.67 [1 - 0.48936170]$$

$$A = \$666,666.67 [0.51063830]$$

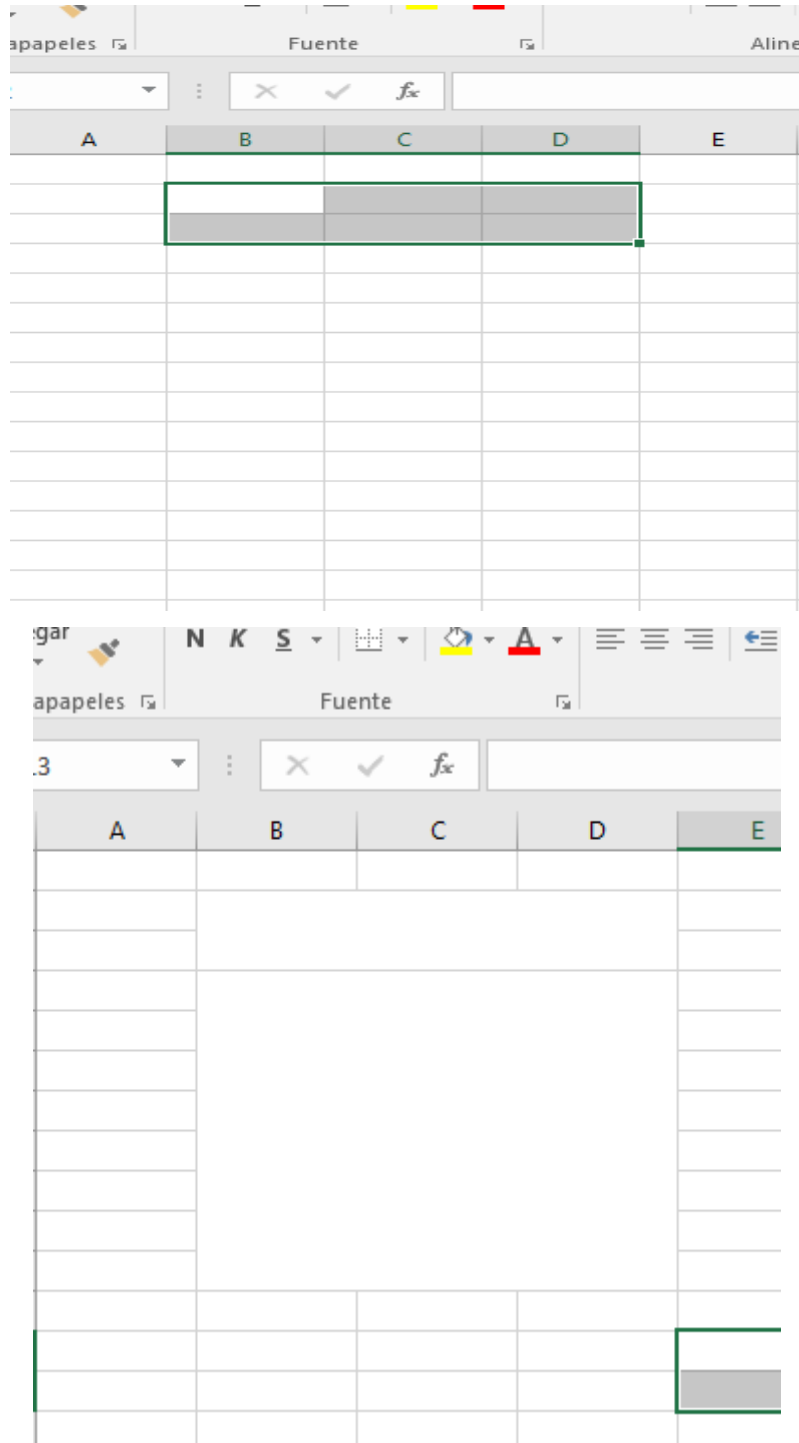
$$A = \$340,425.54$$

2.6.4.1.2.1. Formato digital utilizando la hoja de Cálculo Excel**Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:**

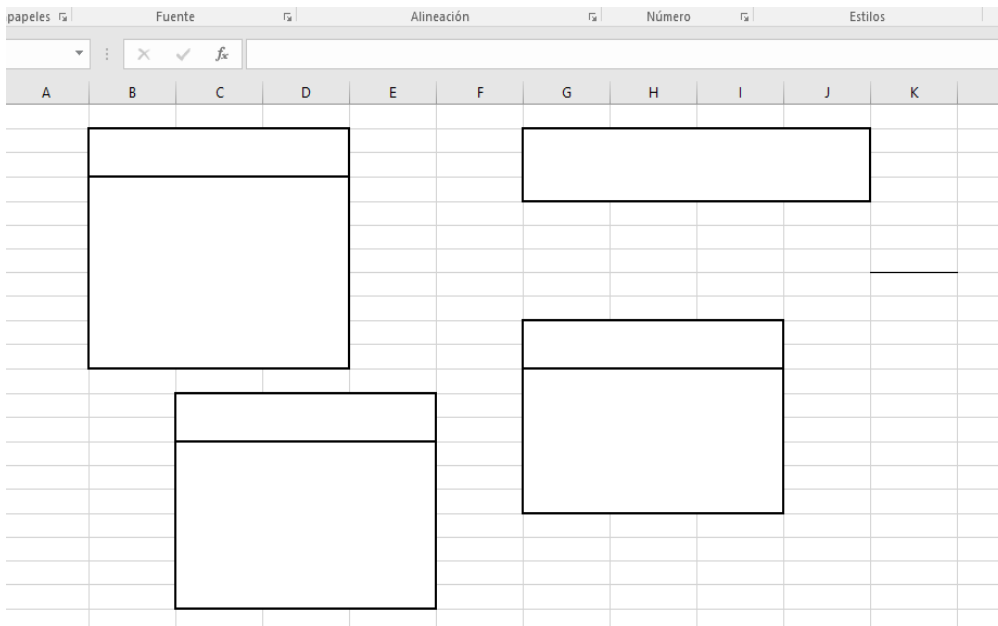
1. Abrir Excel.



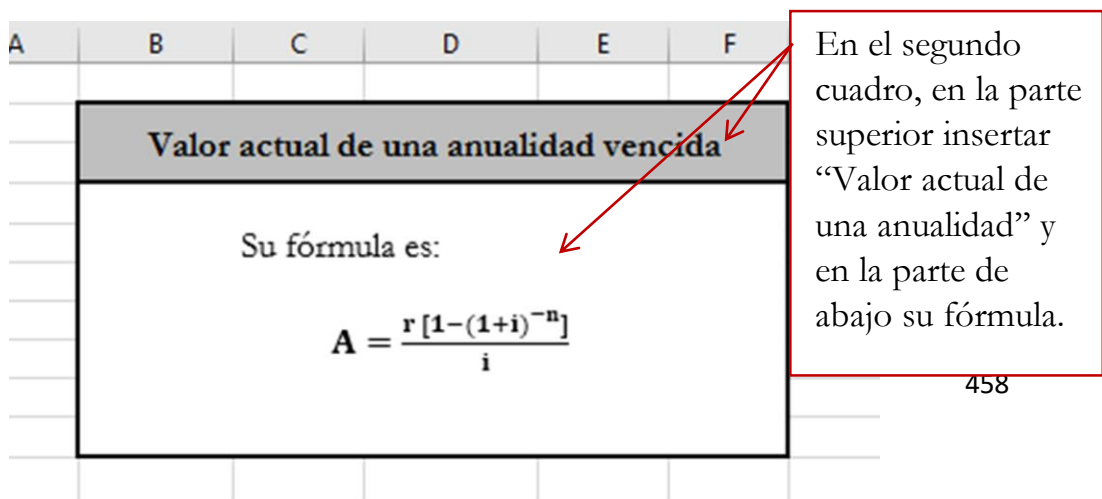
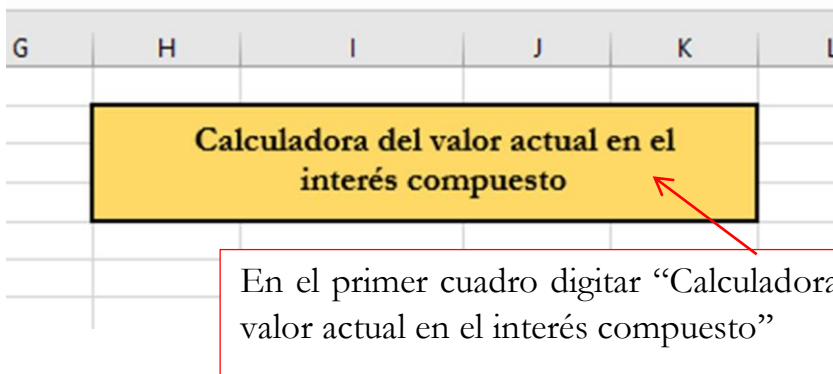
2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar, luego ir la pestaña de inicio, estando ahí diríjase a la cinta de opciones llamada (Alineación), hacer clic en la opción de (Combinar y centrar), hasta obtener un cuadro dividido en dos. Hacer el procedimiento cuatro veces.



- En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



- Después de haber insertado cuatro cuadros con el grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio (explicado anteriormente) proceder a insertar la información requerida.



Datos	
R	<input type="text"/>
T	<input type="text"/>
J	<input type="text"/>
M	<input type="text"/>
A	<input type="text" value="?"/>

En el tercer cuadro digitar "Datos" y en las demás celdas colocar "R, T, J, M, A" con ayuda del grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio, resaltar las celdas restantes.

Respuesta	
i	<input type="text"/>
n	<input type="text" value="0"/>
A	<input type="text"/>

En el último cuadro escribir "Respuesta" y en las demás celdas colocar "i, n, A" con ayuda del grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio, resaltar las celdas restantes.

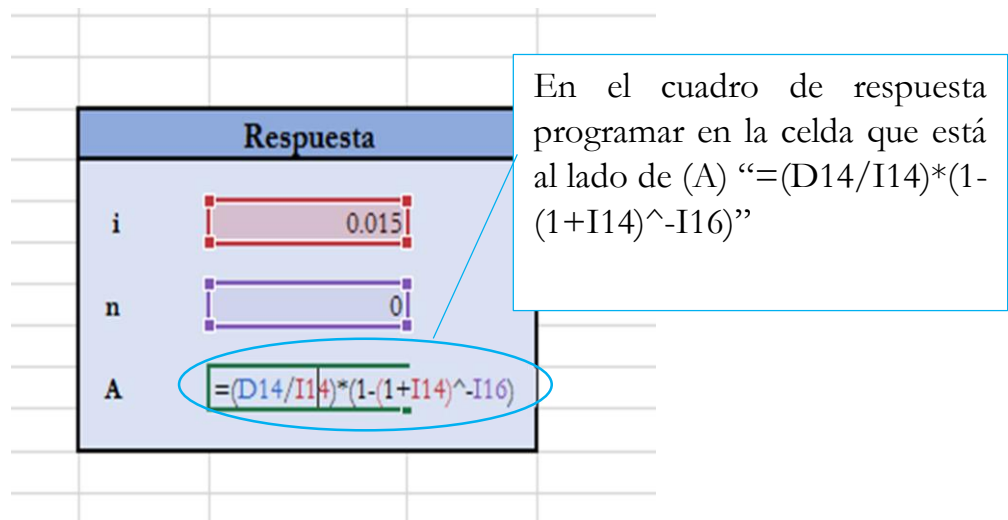
5. Proceda a ingresar las programaciones, haciendo clic izquierdo en las celdas correspondiente y seguir las instrucciones indicadas.

Respuesta	
i	<input type="text" value="=D18/D20"/>
n	<input type="text" value="0"/>
A	<input type="text" value="\$ -"/>

En el cuadro de respuesta programar en la celda que está al lado de (i) " $=D18/D20$ "

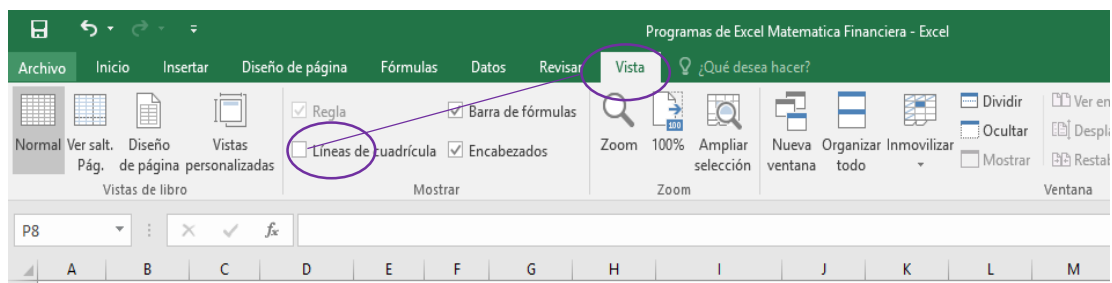
Respuesta	
i	<input type="text" value="0.015"/>
n	<input type="text" value="=D20*D16"/>
A	<input type="text" value="\$ -"/>

Programar en la celda que está al lado de (n) " $=D20*D16$ "



6. Proceda a colocar los datos del problema que se ha planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo. Para darle una mejor visualización al problema, diríjase a la pestaña de vista y en la cinta de opciones llamada (Mostrar), hacer clic en líneas de cuadrículas.

Recuerda: la calculadora fue trabajada en base a años.



Problema I

Valor actual de una anualidad vencida
Su fórmula es: $A = \frac{r[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

Calculadora del valor actual en el interés compuesto

Datos	
R	\$ 10,000.00
T	4 años
J	18%
M	12
A	?

Respuesta	
i	0.015
n	48
A	\$ 340,425.54

Recuerda: si quieres encontrar la magnitud de los pagos debes de despejar a (r)

de esta fórmula: $A = \frac{r[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

Realizado el despeje, la fórmula que obtendrás es: $r = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$

Ejemplo 2:

Frenaldy compró un solar por \$440,000 y acuerda pagarlo mediante pagos mensuales durante 3 años y medio al 19% capitalizable mensualmente. Determine la magnitud de los pagos.

Datos:

$$A = \$440,000$$

$$T = 3 \text{ años}$$

$$J = 19\% = 19/100 = 0.19$$

$$M = 12$$

$$r = ?$$

Solución 1:

$$i = \frac{J}{M}$$

$$i = \frac{0.19}{12}$$

$$i = 0.0158$$

Respuesta:

Se concluye que la magnitud de los pagos será de \$16,119.75

Solución 2:

$$n = m \times t$$

$$n = 12 \times 3$$

$$n = 36$$

Solución 3:

$$r = \frac{A \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$r = \frac{\$440,000 \times 0.0158}{1 - (1 + 0.0158)^{-36}}$$

$$r = \frac{\$6,952}{1 - (1.0158)^{-36}}$$

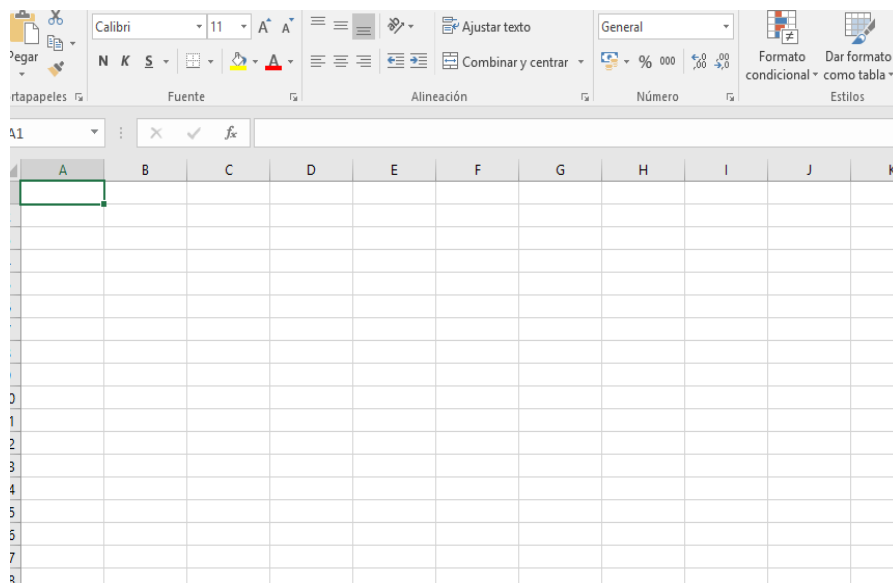
$$r = \frac{\$6,952}{0.43127215}$$

$$r = \$16,119.75$$

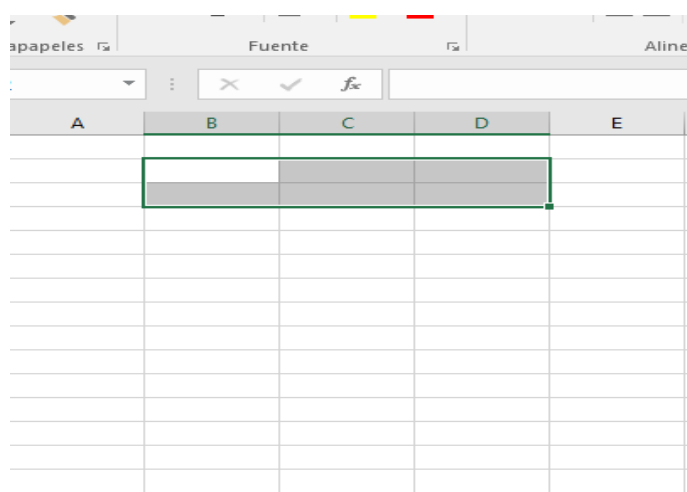
Formato digital utilizando la hoja de Cálculo Excel

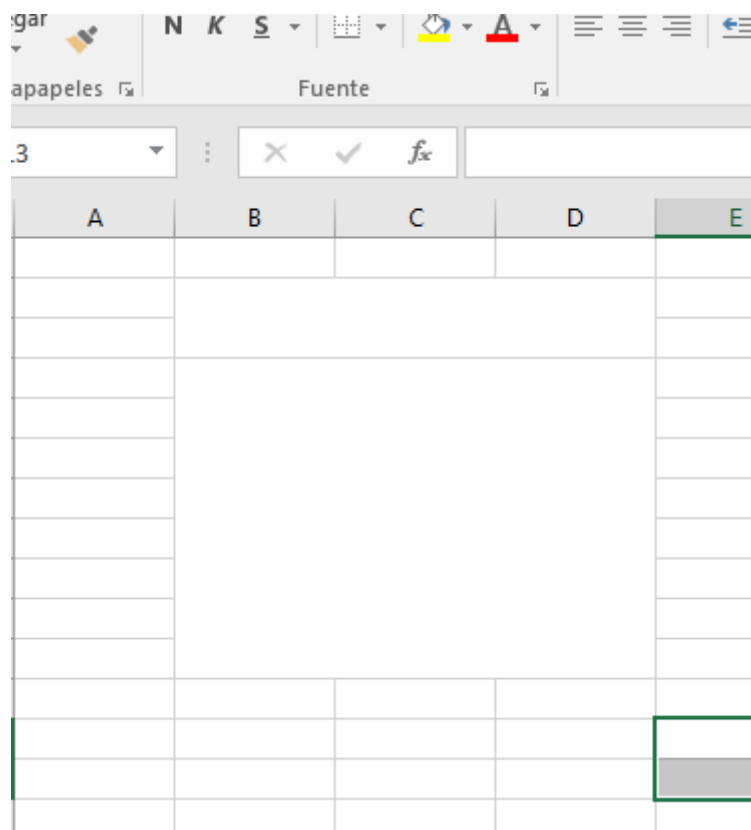
Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.

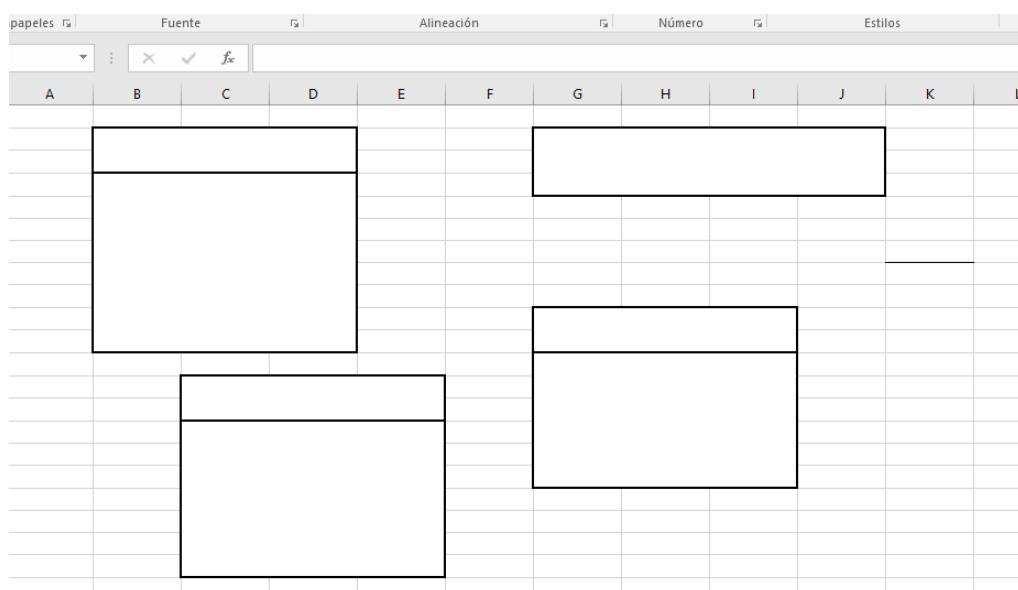


2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar, luego ir a la pestaña de inicio, estando ahí diríjase a la cinta de opciones llamada (Alineación), hacer clic en la opción de (Combinar y centrar), hasta obtener un cuadro dividido en dos. Hacer el procedimiento cuatro veces.






3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.

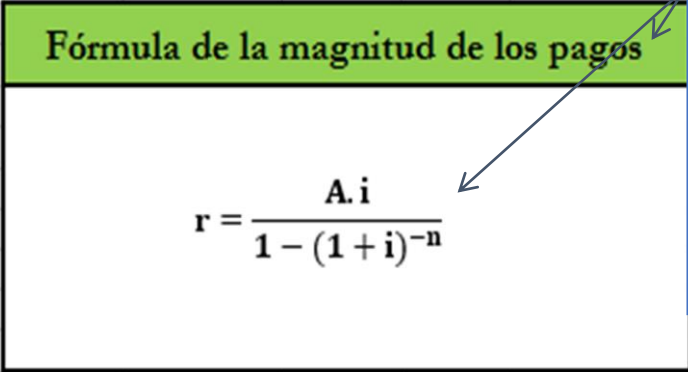


4. Después de haber insertado cuatro cuadros con el grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio (explicado anteriormente) proceder a insertar la información requerida.



Calculadora del valor actual en el interés compuesto sobre la magnitud de los pagos

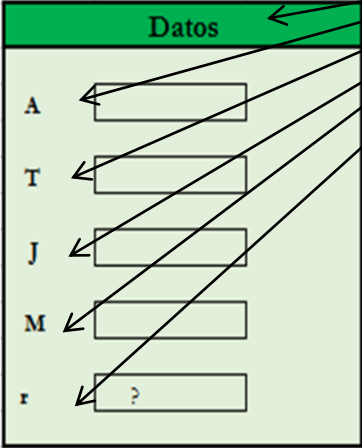
En el primer cuadro digitar “Calculadora del valor actual en el interés compuesto sobre la magnitud de los pagos”



Fórmula de la magnitud de los pagos

$$r = \frac{A \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

En el segundo cuadro, en la parte superior insertar “Fórmula” y en la parte de abajo su fórmula.



Datos

A

T

J

M

r

En el tercer cuadro digitar “Datos” y en las demás celdas colocar “A, T, J, M, r” con ayuda del grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio, resaltar las celdas restantes.

5. Proceda a ingresar las programaciones, haciendo clic izquierdo en las celdas correspondiente y seguir las instrucciones indicadas.

En el último cuadro escribir “Respuesta” y en las demás celdas colocar “i, n, A” con ayuda del grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio, resaltar las celdas restantes.

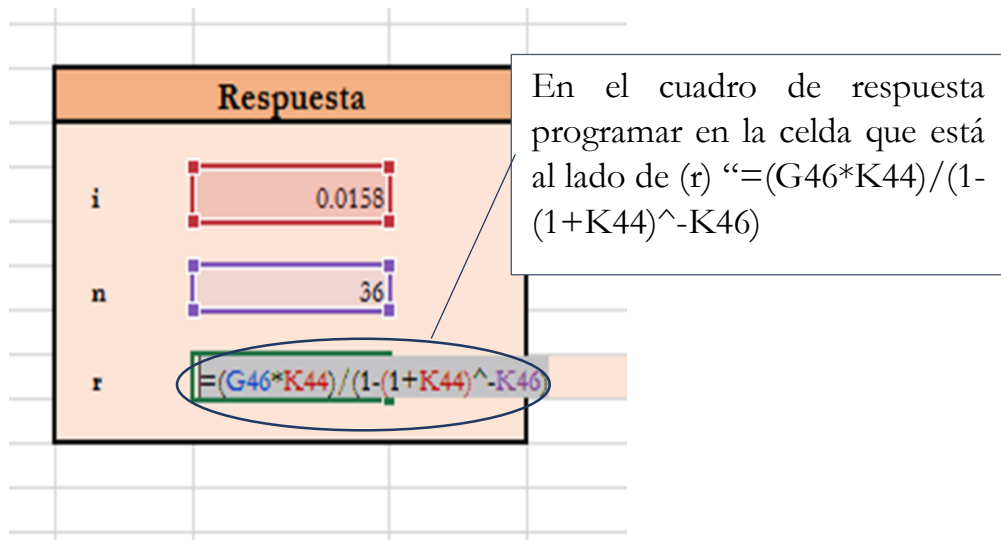
Respuesta	
i	<input type="text"/>
n	<input type="text" value="0"/>
r	<input type="text"/>

En el cuadro de respuesta programar en la celda que está al lado de (i) “=G50/G52”

Respuesta	
i	=G50/G52
n	<input type="text" value="0"/>
r	<input type="text"/>

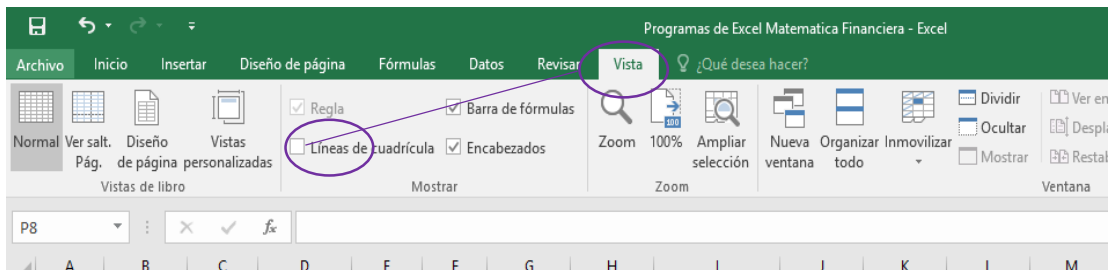
Programar en la celda que está al lado de (n) “=(G52*G48)”

Respuesta	
i	0.0158
n	=G52*G48
r	<input type="text"/>



Proceda a colocar los datos del problema que se ha planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo. Para darle una mejor visualización al problema, diríjase a la pestaña de vista y en la cinta de opciones llamada (Mostrar), hacer clic en líneas de cuadrículas.

Recuerda: la calculadora fue trabajada en base a años.



Problema II

Fórmula de la magnitud de los pagos	
$r = \frac{A \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$	

Calculadora del valor actual en el interés compuesto sobre la magnitud de los pagos

Datos	
A	\$ 440,000
T	3 años
J	19%
M	12
r	?

Respuesta	
i	0.0158
n	36
r	\$ 16,119.75

Recuerda: para determinar cuántos pagos deberá realizar para saldar su deuda, debe despejar a (n) de esta fórmula: $A = \frac{r [1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$

Realizado el despeje, la fórmula que obtendrás es: $N = \frac{\text{Log} \frac{r}{r - A \cdot i}}{\text{Log} 1 + i}$

Ejemplo 3:

Alexandra tomó prestado \$100,000 al 22% capitalizable trimestralmente y acuerda hacer pagos trimestrales de \$12,000. Determine cuántos pagos deberá realizar para saldar la deuda.

Datos:

$$A = \$100,000$$

$$r = \$12,000$$

$$J = 22\% = 22/100 = 0.22$$

$$M = 4$$

$$N = ?$$

Solución 1:

$$i = \frac{J}{M}$$

$$i = \frac{0.22}{4}$$

$$i = 0.055$$

Solución 2:

$$N = \text{Log} \frac{r}{r - A \cdot i} \frac{1}{\text{Log} 1 + i}$$

$$N = \text{Log} \frac{\$12,000}{\$12,000 - \$100,000 \times 0.055} \frac{1}{\text{Log}(1 + 0.055)}$$

$$N = \text{Log} \frac{\$12,000}{6,500} \frac{1}{\text{Log} 1.055}$$

$$N = \frac{\text{Log} 1.8462}{\text{Log} 1.055}$$

$$N = \frac{0.26627875}{0.0232524}$$

$$N = 11.45$$

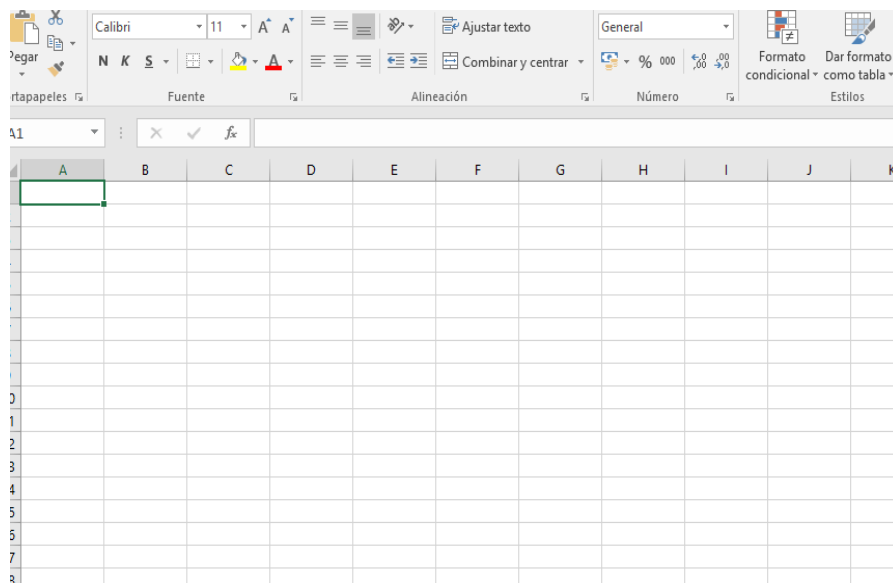
Respuesta:

Alexandra deberá realizar 11 pagos completos y un último pago de menor cantidad que la renta establecida.

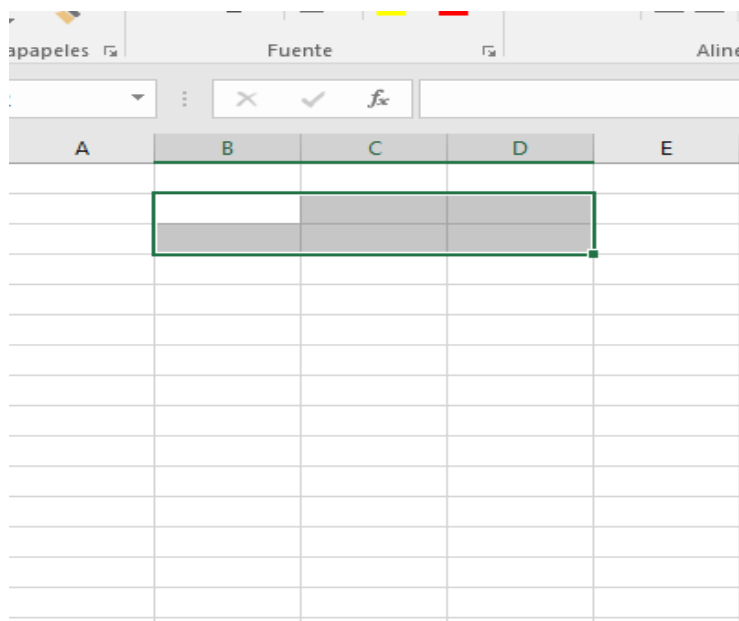
Formato digital utilizando la hoja de Cálculo Excel.

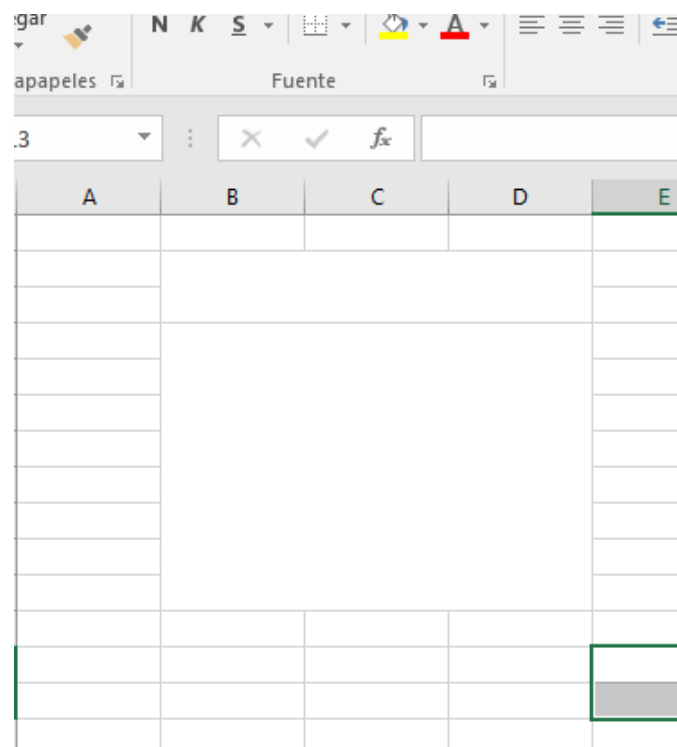
Pasos para resolver problemas utilizando la hoja de Cálculo Excel:

1. Abrir el programa Excel.

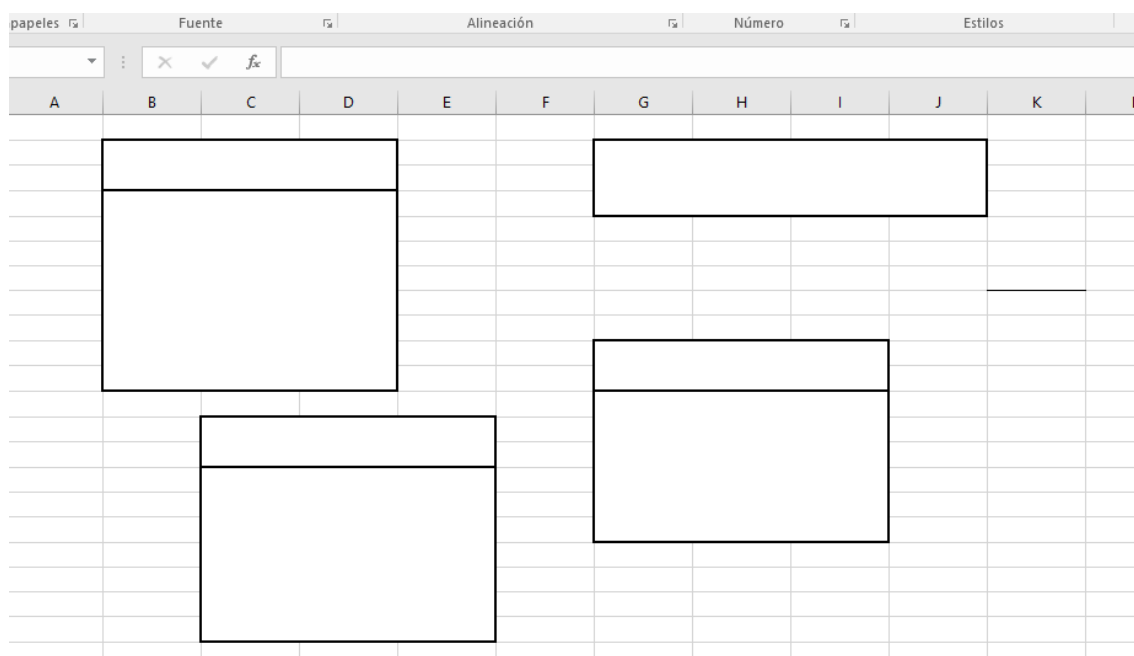


2. Dejar presionado el clic izquierdo del mouse y con la mano derecha arrastrar para seleccionar las celdas a utilizar, luego ir la pestaña de inicio, estando ahí diríjase a la cinta de opciones llamada (Alineación), hacer clic en la opción de (Combinar y centrar), hasta obtener un cuadro dividido en dos. Hacer el procedimiento cuatro veces.





3. En la pestaña de inicio dirigirse a la cinta de opciones llamada (fuente), hacer clic en la opción de bordes y escoger uno de los bordes presentes en el menú que se despliega.



4. Después de haber insertado cuatro cuadros con el grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio (explicado anteriormente) proceder a insertar la información requerida.

Calculadora para encontrar la cantidad de pagos

En el primer cuadro digitar “Calculadora para encontrar la cantidad de pagos”

Fórmula para encontrar la cantidad de pagos

$$N = \frac{\text{Log} \frac{r}{r - A \cdot i}}{\text{Log} 1 + i}$$

En el segundo cuadro, en la parte superior insertar “Fórmula para encontrar la cantidad de pagos” y en la parte de abajo su fórmula.

Datos	
A	<input type="text" value="\$ -"/>
r	<input type="text" value="\$ -"/>
J	<input type="text" value="0%"/>
M	<input type="text"/>
N	<input style="border: 2px solid green;" type="text" value="?"/>

En el tercer cuadro digitar “Datos” y en las demás celdas colocar “A, r, J, M, N” con ayuda del grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio, resaltar las celdas restantes.

Respuesta	
i	<input type="text"/>
r-A.i	<input type="text"/>
N	<input type="text"/>

En el último cuadro escribir “Respuesta” y en las demás celdas colocar “i, r-A.i, N” con ayuda del grupo de bordes, ubicado en la pestaña de inicio, resaltar las celdas restantes.

5. Proceda a ingresar las programaciones, haciendo clic izquierdo en las celdas correspondiente y seguir las instrucciones indicadas.

Respuesta	
i	<input type="text" value="=AC19/AC21"/>
r-A.i	<input type="text"/>
N	<input type="text"/>

En el cuadro de respuesta programar en la celda que está al lado de (i) “=AC19/AC21”

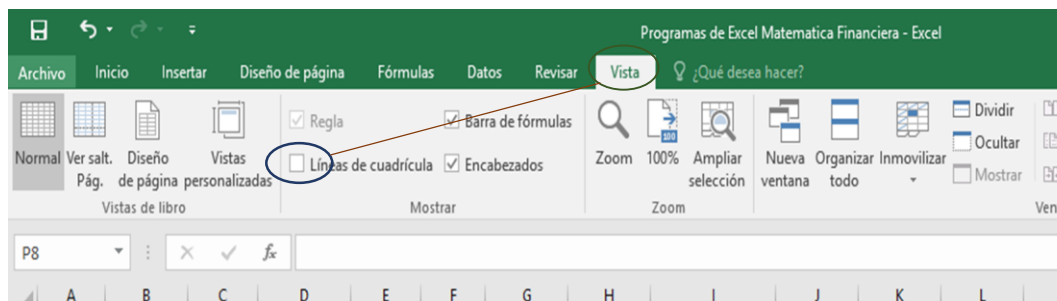
Respuesta	
i	<input type="text"/>
r-A.i	<input type="text" value="=AC17-(AC15*AG15)"/>
N	<input type="text"/>

Programar en la celda que está al lado de (r-A.i) “=AC17-(AC15*AG15)”

Respuesta	
i	<input type="text"/>
r-A.i	<input type="text"/>
N	<input type="text" value="=LOG(AC17/AG17)/LOG(1+AG15)"/>

En el cuadro de respuesta programar en la celda que está al lado de (A) “=LOG(AC17/AG17)/LOG(1+AG15))”

6. Proceda a colocar los datos del problema que se ha planteado en cada una de las celdas correspondientes y se observará que el resultado es el mismo. Para darle una mejor visualización al problema, diríjase a la pestaña de vista y en la cinta de opciones llamada (Mostrar), hacer clic en líneas de cuadrículas.



Problema III

Fórmula para encontrar la cantidad de pagos

$$N = \text{Log} \frac{r}{\frac{r - A \cdot i}{\text{Log } 1 + i}}$$

Calculadora para encontrar la cantidad de pagos

Datos	
A	\$ 100,000
r	\$ 12,000
J	22%
M	4
N	?

Respuesta	
i	0.055
r-A.i	6500
N	11.45

Recuerda: la calculadora fue trabajada en base a años.

2.6.5. Aplicaciones del interés compuestos

- ✓ Ayuda a tomar decisiones de inversión.
- ✓ Es una herramienta que ayuda a maximizar el valor financiero del capital de los accionistas, mediante su aplicación y simulación en diferentes escenarios.

Resumen de la unidad II

La razón es resultado de la comparación determinada entre dos cantidades u objetos de un conjunto diferente de manera fraccionaria, mientras que la razón aritmética se representa de la siguiente manera R_a , y es simplemente la diferencia o la resta entre dos cantidades de la misma especie. La proporción se define como la igualdad de dos razones y aparece frecuentemente en notación fraccionaria.

El por ciento de un número es lo que se considera las partes que se tomaron de un número entero que se dividió en 100 partes, en este se encuentran: las conversiones de fracciones y las conversiones de decimales en porcientos.

Se denomina progresión aritmética a una sucesión de números que se obtiene a partir de la diferencia del término anterior que es una constante, mientras que la progresión geométrica es una sucesión de números reales, donde el término posterior al primero se encuentra multiplicando el término anterior por una constante llamada razón.

La depreciación es la pérdida de valor de un bien o de un activo como consecuencia de su desgaste con el paso del tiempo, o también por su uso, la cual contiene diversos métodos como son: método de línea recta, método de los porcientos variables, método de unidades producidas y método de la suma de los dígitos.

El descuento es el incremento negativo que sufre un capital al anticipar su pago, existen diversos descuentos como: el descuento comercial, el descuento único o individual, el descuento sucesivo o en serie y el descuento por pronto pago.

El margen de utilidad es el valor asignado como ganancia de cada producto vendido. La fijación del precio de venta de un producto es una estrategia en la que se fija un precio elevado, para un producto nuevo con la finalidad de obtener ingresos máximos, capa por capa, de los segmentos que estén dispuestos a pagar ese precio alto.

El interés simple se aplica una tasa sobre un capital inicial que permanece constante durante el tiempo, que dura la inversión o préstamos y los intereses no se acumulan en el capital inicial. En este interés se encuentra el capital o principal, la tasa, el tiempo, el monto, el valor actual, y descuentos bancarios.

El interés compuesto es la acumulación de interés que se ha generado de un periodo determinado por un capital, a una tasa de interés. En este interés se encuentra el monto, el valor actual o presente y la tasa efectiva.

Las anualidades indican periodos anuales, no necesariamente los pagos se realizan cada año, sino que su frecuencia puede ser cualquier otra: mensual, semanal, semestral o diaria.

Ejercicios de autoevaluación de la unidad II

I) Completa el siguiente cuadro

Por ciento	Fracción con denominadores 100	Fracción simplificada	Decimal
20%			
	$\frac{30}{100}$		
		$\frac{2}{5}$	
			0.40
70%			

II) A continuación, se te presentan una serie de enunciados, escribe una V, en los verdaderos y una F, en los falsos

- 1) ____ Se le llama razón al cociente entre dos números.
- 2) ____ Se le llama proporción a la igualdad de dos razones.
- 3) ____ El por ciento de un número es lo que se considera las partes que se tomaron de un número entero que se dividió en 100 partes.
- 4) ____ La razón geométrica se representa R_a .
- 5) ____ La razón aritmética se representa R_g .
- 6) ____ Se puede buscar el porcentaje de dos números.
- 7) ____ Las progresiones aritméticas son una sucesión de números.

- 8) ____ La depreciación es la pérdida de valor de un bien o de un activo como consecuencia de su desgaste con el paso del tiempo, o también por su uso.
- 9) ____ Un activo al ser utilizado en las operaciones de una empresa para general ingresos no sufre un desgaste natural.
- 10) ____ En la depreciación existen diversos métodos que se integran por un fondo, para tener al final de la vida útil la diferencia entre el costo original del activo y el valor de salvamento.
- 11) ____ La depreciación no necesita de métodos, para la solución de cada problema.
- 12) ____ El método de la línea recta la depreciación se calcula en base al tiempo de utilidad del activo y no de su uso.
- 13) ____ El método de las unidades producidas se considera que el activo pierde el valor por el uso que se le dé, por lo que la vida útil que se ha estimado no es un tiempo, sino que es el número de unidades producidas.
- 14) ____ El método de las horas trabajadas es parecido al método de las unidades producidas, sino está en su uso no pierde su valor.
- 15) ____ El método de la suma de los dígitos, la depreciación anual es variable, ya que el máximo cargo por depreciación se tiene en el primer año y en el último en el mínimo.
- 16) ____ El precio neto es la diferencia entre el precio de lista y el descuento.
- 17) ____ El descuento comercial no es una estrategia de mercado.
- 18) ____ El precio de lista es lo que vale un artículo antes de un descuento.

- 19) ____ En el descuento único se pueden realizar más de dos descuentos seguidos.
- 20) ____ El descuento sucesivo es llamado descuento comercial.
- 21) ____ El descuento por pronto pago lo usan los comerciantes para generar más dinero.
- 22) ____ Para saber el número de días, debes iniciar a contar el día siguiente de ser emitida su factura, hasta el último pago.
- 23) ____ En el interés simple los intereses son productivos y por lo tanto se acumulan en el capital.
- 24) ____ El capital es la cantidad de dinero que se invierte o se presta.
- 25) ____ La tasa de interés es la cantidad de dinero expresado en porcentaje.
- 26) ____ El valor actual del interés simple es un capital que a un tiempo de interés dado y un tiempo ascenderá a esa cantidad futura.

III) Realiza las siguientes operaciones de depreciación

1. Se compra un activo por \$175,000. Se le estima una vida útil de 5 años y un valor de recuperación de \$25,000. Hacer una tabla de depreciación usando el método de la suma de los dígitos.
2. Se compra una máquina por \$130, 000. Se le estima una vida útil de 6 años y un valor de recuperación de \$15,500. Construir una tabla de depreciación usando el método de la suma de los dígitos.

IV) Resuelve los siguientes problemas sobre descuentos

1. Un carro tiene un precio de lista de RD\$250,000 y recibe un descuento de un 15%. Halle el descuento comercial y el precio neto.
2. Una nevera recibe un 12% de descuento, el precio neto de facturación es de RD\$33,000. Calcule el descuento comercial y el precio de lista.
3. Un comerciante vende una factura de varillas cuyo valor es \$10,000 y ofrece los siguientes descuentos: 13%, 10% y 8%. Determine el descuento comercial y el precio neto.
4. Si el precio de lista de una factura es \$100,000, dicha factura recibió descuentos sucesivos de 6% y 3%. Calcule el descuento comercial y el precio neto.
5. Casa Mora compró el día 2 de octubre del año 2020, mercancía por \$35,000, le conceden un 8% de descuento y le ofrecen las siguientes condiciones: $\frac{10}{5}$, $\frac{9}{25}$ y $\frac{7}{60}$. ¿Qué cantidad tiene que pagar Casa Mora el 20 de octubre del año 2020?
6. El precio de venta de un artículo ha sido fijado en \$40,000. Si la meta del vendedor es ganarse 17% sobre el precio de venta. Halla el margen de beneficios y el precio de costo.
7. Halla el precio de costo de un artículo cuyo precio de venta es \$73,000 y el vendedor desea ganarse un 15% sobre el precio de costo.
8. Halla el precio de lista de un comerciante cuyo precio de venta es \$43,000 y se concede un descuento de un 8% sobre el precio de lista.

V) Resuelve los siguientes problemas sobre interés simple

- 1) ¿Qué interés producirán \$30,000 al 10% anual durante 5 años?
- 2) ¿A qué tasa de interés fueron prestados \$90,000 que durante 3 años dejaron un interés de \$ 77,000?
- 3) ¿Qué cantidad de dinero prestado al 12% anual durante 4 años produce un interés de \$6,300?
- 4) Ricardo tiene un capital de \$ 15,000 en una cuenta de ahorro, que producirá un ingreso de \$ 6,000, en un 20% de interés. Ricardo desea saber cuál es el tiempo asignado.
- 5) Carmen le presta a Susi \$25,000 a un 15% de interés. ¿Qué monto obtendrá Carmen al final de 1 año?
- 6) Una empresa debe pagar \$800,000 en 3 años. ¿Qué cantidad debe colocar la empresa en un banco que paga 3% de interés para obtener dicha cantidad en la fecha indicada?
- 7) Fredian tiene que pagar \$400,000 dentro de 10 años. ¿Qué cantidad debe depositar el joven en un banco que paga 8% de interés para obtener dicha cantidad en la fecha indicada?
- 8) Un comerciante tiene un pagaré de \$160,000 al 28% de interés por 180 días. El comerciante descuenta el pagaré a los 60 días de su emisión a una tasa de descuento de 15%. Halla el descuento bancario y el valor efectivo.
- 9) Un negociante posee un pagaré de \$100,000 al 20% de interés por 125 días. El pagaré fue emitido el 5 de abril de 2008 y descontado el 16 de junio del 2008. El banco cobra un 9% por las operaciones de descuento. Halla el descuento bancario y el valor efectivo.

VI) Resuelve los siguientes problemas sobre interés compuestos

- 1) El Sr. Eladio quiere saber el monto que genera un capital de \$15,000 a un 10% anual, durante 5 años.
- 2) Luisa deposita en una cuenta de ahorro la suma de \$50,000, por lo que le ofrecen un 25%, durante 6 años, ella necesita saber el monto que va a generar dicha cantidad.
- 3) Halla el valor actual de \$100,000 que deben ser pagados dentro de 5 años al 25% capitalizable trimestralmente.
- 4) Halla la tasa efectiva equivalente a una tasa de 20% capitalizable mensualmente.

VII) Resuelve los siguientes problemas sobre anualidades vencidas

- 1) Halla el monto de una anualidad vencida de \$7,500 al final de cada año, al 22% anual, durante 3 años.
- 2) Halla el monto de \$6300 al inicio de cada trimestre durante 4 años y tres meses al 20%.
- 3) Determine el valor actual de una anualidad de \$18,000 al inicio de cada semestre durante 5 años al 25% capitalizable semestralmente.
- 4) Halla el valor actual de una anualidad de \$10,000 al final de cada trimestre durante 5 años al 15% capitalizable trimestralmente, si se ofrece un periodo de gracia de 6 meses.

Actividades de la unidad II

I) Contesta las siguientes preguntas

- 1) ¿Qué es una razón?
- 2) ¿Qué es una proporción?
- 3) ¿Cuál es la diferencia entre una progresión aritmética y una geométrica?
- 4) ¿Cuáles son los métodos de depreciación?
- 5) ¿Explica la importancia del descuento comercial en el sector empresarial?
- 6) Establece la diferencia entre el precio de lista y el precio neto.
- 7) ¿Qué es el descuento único o individual?
- 8) ¿Qué es el descuento en serie?
- 9) ¿Cuál es el objetivo del descuento por pronto pago?
- 10) ¿A qué llamamos interés simple?
- 11) ¿Por qué en las actividades financieras se toman 360 días y no 365 días?
- 12) Explica las características del interés simple.
- 13) ¿En cuál operación financiera se utiliza el interés simple?
- 14) ¿Qué debemos hacer para buscar el tiempo y el monto del interés simple?
- 15) ¿Cuál es la diferencia entre el interés simple y el interés compuesto?

II) Determine las siguientes razones

- 1) Un corredor recorre 80KM en 4 horas.
- 2) Por cada 140KM el carro de Antonio consume 8 galones de gasolina.

III) Resuelve los siguientes problemas

- 1) Ros Ángela es supervisora de una fábrica de zapato, ella supervisa a 15 mujeres ya fija en el trabajo y a 5 mujeres que están realizando la pasantía. ¿Cuál es la razón?

- 2) A Luisa y Pamela les interesa determinar cuál es la razón geométrica y aritmética de 30 y 6.
- 3) Un vendedor de ropa salió con 100 piezas de las cuales vendió el 25%. ¿Qué porcentaje de ropa vendió?
- 4) En la finca del abuelo de Luis hay 20 caballos y 10 yeguas, Luis necesita determinar la razón de los caballos y yeguas.
- 5) ¿Qué porcentaje representa 300 de 9,000?
- 6) En una clase hay 27 estudiante; si hay 15 alumnas, ¿Qué porcentaje total representan los alumnos y las alumnas?
- 7) Rosa rebajo el precio de unas zapatillas, ha pasado de 1050 a 924 pesos ¿Qué porcentaje ha bajado las zapatillas?

IV) Resuelva los siguientes problemas sobre depreciación

- 1) Una maquinaria de palos de escobas cuesta \$150,000. Se le estima una vida útil de 50,000 unidades y un valor de recuperación de \$25,000. Las unidades se piensan producir de la siguiente manera: 18,000 el primer año, 12,000 el segundo año, 10,000 en el tercero, 7,000 en el cuarto y el quinto año 3,000. Hacer una tabla de depreciación usando el método de las unidades producidas.
- 2) Se compra una camioneta por \$400,000. Se le estima una vida útil de 5 años y un valor de recuperación de \$10,000. Se espera que el vehículo se depreciará 35% en el primer año, 25% en el segundo, 20% en el tercero, 15% en el cuarto y el quinto año 5%. Hacer la tabla de depreciación usando el método de los porcentos variables.

- 3) Luis compró un equipo de cómputo por RD\$ 30,500, se espera que tenga una vida útil de 4 años y un valor de recuperación de RD\$ 5,000. Determine: la depreciación anual y la tabla de depreciación, usando el método de la línea recta.
- 4) La factoría Miranda compró una maquina cuyo costo fue de RD\$ 77,000. La máquina tiene una vida útil de 150,000 horas y un valor de recuperación de RD\$ 8,000. Si las horas trabajadas fueron: 25,000, 40,000, 35,000 y 25,000. Elabore la tabla de depreciación.

V) Resuelva los siguientes problemas relacionados con descuentos

- 1) Un motor tiene un precio de lista de RD\$45,000 y recibe un descuento de un 18%. Calcule el descuento comercial y el precio neto.
- 2) Después de recibir un 20% de descuento, el precio de neto de facturación de una lámpara es de RD\$25,000. Halle el descuento comercial y el precio de lista.
- 3) Un comerciante compra manzanas por un valor de \$48,000 y le ofrecen los siguientes descuentos: 12% por compra al por mayor y 8% por compra sin empaque. Calcule el descuento comercial y el precio neto.
- 4) Una factura de \$580.50 recibe descuentos sucesivos de 20%, 15% y 5%. Hallar el descuento comercial y el precio neto.
- 5) La Sra. García compró el día 1 de agosto del año 2020, productos de belleza por RD\$ 40,000, además en la factura le ofrecieron las siguientes condiciones: $\frac{10}{5}$, $\frac{8}{10}$ y $\frac{5}{20}$ ¿Qué cantidad tendrá que pagar la Sra. García?
- 6) Un comerciante desea vender un artículo que le cuesta \$130,000 con un margen de beneficios de 22% sobre el precio de venta. Determina el precio de venta y el margen de beneficio.

- 7) El precio de venta de un artículo ha sido fijado en \$40,000. Si la meta del vendedor es ganarse 13% sobre el precio de venta. Halla el margen de beneficios y el precio de costo.
- 8) Un comerciante compra un artículo por \$25,000 y desea ganarse un 15% sobre el precio de costo, además desea hacer un descuento de un 14% sobre el precio de lista. Hallar el precio de lista.

VI) Resuelve los siguientes problemas sobre interés simple

- 1) ¿Qué interés producirán \$50,000 al 15% anual durante 5 años?
- 2) ¿A qué tasa de interés fueron prestados \$100,000 que durante 3 años dejaron un interés de \$ 90,000?
- 3) ¿Qué cantidad de dinero prestado al 10% anual durante 4 años produce un interés de \$7,300?
- 4) ¿En qué tiempo un capital de \$60,000 producirá un ingreso de \$16,000, si se invierte al 40% de interés?
- 5) Esteban deposita en una cuenta bancaria un capital de \$90,000 a un 30% de interés. ¿Qué cantidad obtendrá Esteban al final de 6 años?
- 6) Memo debe pagar \$250,000 en 4 años. ¿Qué cantidad debe colocar si el banco paga 10% de interés?
- 7) Una industria ha de pagar \$350,000 en 4 años. Calcular la cantidad que debe de depositar al banco, el cual paga 7% de interés.

- 8) Un descuento bancario posee un pagaré de \$300,000 al 20% de interés por 145 días. El pagaré fue emitido el 10 de abril del 2010 y descontado el 16 de julio del 2010. El banco cobra un 10% por las operaciones de descuento. Halla el descuento bancario y el valor efectivo.
- 9) Un comerciante tiene una deuda de \$600,000 al 35% de interés por 200 días. El comerciante descuenta el pagaré a los 70 días de su emisión a una tasa de descuento de 15%. Halla el descuento bancario y el valor efectivo.

VII) Resuelve los siguientes problemas sobre interés compuestos

- 1) Encontrar el monto de \$40,000 al 15% capitalizado cuatrimestralmente por 2 años.
- 2) Encontrar el monto de \$25,500 capitalizado mensualmente por 1 año.
- 3) Halla el valor actual de \$200,000 que deben ser pagados dentro de 6 años al 15% capitalizable bimestralmente.
- 4) Halla la tasa efectiva equivalente a una tasa de 15% capitalizable cuatrimestralmente.

VIII) Resuelve los siguientes problemas de anualidades vencida

- 1) Determine el valor actual de una anualidad de \$18,000 al inicio de cada semestre durante 5 años al 25% capitalizable semestralmente.
- 2) Halla el valor actual de una anualidad de \$10,000 al final de cada trimestre durante 5 años al 15% capitalizable trimestralmente, si se ofrece un periodo de gracia de 6 meses.

- 3) Una señora compra un apartamento y paga por el \$20,000 mensualmente durante 6 años al 20% capitalizable mensualmente. Halla el precio de contado del apartamento.

- 4) Un señor compra una casa por \$1, 000,000 y acuerda pagarlo mediante 20 pagos mensualmente al 24% capitalizable mensualmente. Halla el precio de contado de la casa.

Bibliografía de la unidad II

Artacho A. (2020). Progresiones Aritméticas. Matemáticas Cercanas. Recuperado el día 16 de septiembre del año 2020 de <https://matematicascercanas.com/>

Bonilla, O. (s.f). Matemáticas Financieras. Ediciones Impresos Computarizados, República Dominicana.

Martínez, E. (2011). Matemática Financiera. Ediciones UAPA, Santiago de los Caballeros, República Dominicana.

Herrera, J. (2001). Matemática Financiera. Ediciones Impresora Editora Teófilo, S.A. Santiago de los Caballeros, República Dominicana.

Julian, P. y Ana, G. (2017). Definición de descuento. Definición. De. Recuperado el 29 de septiembre del año 2020 de <https://definicion.de/descuento/>.

Luna, G. (2020). Como aplicamos el interés compuesto. Recuperado el día 15 de Octubre del año 2020 de <https://es.coursera.org/>

Portal.Edu. (s.f). Progresiones Aritméticas. Recuperado el día 16 de septiembre del año 2020 de <https://www.portaleducativo.net/>

Sanchis, C. (2009). Progresiones Geométricas. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Recuperado el día 16 de septiembre del año 2020 de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Progresiones_geometricas_3eso/index.html

Steven, P. (s.f).Definiciones de interés simple. Recuperado el día 4 de Octubre del año 2020 de <https://economipedia.com>.

Viaña, E. (2012). Manual de matemáticas financieras para técnicos. Ediciones Pearson, México.

Villalobos, J. (2012). Matemática Financiera. Ediciones Pearson Educación, México.

Vanesa. (2020). Interés Simple. Recuperado el día 4 de Octubre del año 2020 de <https://finanzascontabilidad.com>.

Proceso didáctico de la estadística y su tecnología

AUTORES:

- Alba Miriam Colón Victoriano
- Saira Bello Beato
- Jesús Franelly Nova Vásquez
- Álvaro Luciano Espinal Núñez

UNIDAD III

Estadística

Orientaciones de unidad III

En esta unidad se presenta la Estadística del Segundo Ciclo de la Salida Matemática y Tecnología con la finalidad de aplicar definiciones, reglas, procedimientos, representaciones e interpretaciones del área bajo estudio.

En esta unidad se aborda lo relacionado a la Estadística y las TIC que se pueden integrar al desarrollo de la misma en el ámbito educativo. En ese mismo orden, se presentan ejemplos teóricos y prácticos sobre los diferentes temas afines y cómo estas situaciones impactan de manera significativa en el diario vivir.

El participante está comprometido a ser su propio facilitador, es decir, debe saber auto dirigirse, auto motivarse y autoevaluarse de tal manera que no se desatienda de su meta, haciendo que su aprendizaje sea significativo.

Este documento ha sido elaborado con la finalidad de ofrecer problemáticas estadísticas en diferentes contextos, que se puedan resolver utilizando medios tecnológicos.

Competencias de unidad III

- ✓ Aplica las medidas de tendencia central para resolver situaciones problemáticas en diferentes contextos.
- ✓ Clasifica las medidas de variación para resolver aplicaciones del diario vivir.
- ✓ Modela situaciones del diario vivir a través de tablas de frecuencia, medidas de variación, posición y sistemas informáticos.
- ✓ Realiza cálculos de probabilidades con eventos y fenómenos naturales como modelos para predecir otras situaciones.
- ✓ Utiliza la calculadora para inferir resultados precisos de situaciones que impliquen las medidas de variación, posición y probabilidades.
- ✓ Reconoce diferentes formas para calcular probabilidades de eventos simples y compuestos.
- ✓ Utiliza herramientas tecnológicas para resolver diferentes situaciones problemáticas en el campo de la estadística.

Esquema de la unidad III

- 3.1 Historia de la estadística.
 - 3.1.1 Concepto e importancia de estadística.
- 3.2 Clasificación de la estadística.
- 3.3 Población y muestra.
- 3.4 Variable y clasificación.
 - 3.4.1 Variables cualitativas
 - 3.4.2 Variables cuantitativas.
 - 3.4.2.1 Cuantitativas discretas
 - 3.4.2.2 Cuantitativas continuas
- 3.5 Medidas de posición.
 - 3.5.1 Medidas de posición central o medidas tendencia central.
 - 3.5.1.1 Moda.
 - 3.5.1.1.1 Calcula la moda haciendo uso de Excel.
 - 3.5.1.1.2 Calcula la moda haciendo uso de Symbolab.
 - 3.5.1.2 Mediana.
 - 3.5.1.2.1 Calcula la mediana haciendo uso de Excel.
 - 3.5.1.2.2 Calcula la mediana haciendo uso de Symbolab.
 - 3.5.1.3 Media aritmética o promedio.
 - 3.5.1.3.1 Calcula la media aritmética o promedio haciendo uso de Excel.
 - 3.5.1.3.2 Calcula la media aritmética o promedio haciendo uso de Symbolab.
 - 3.5.1.4 Número de clases.
 - 3.5.1.5 Rango.
 - 3.5.1.5.1 Calcula el rango haciendo uso de Excel.
 - 3.5.1.5.2 Calcula el rango haciendo uso de Symbolab.
 - 3.5.1.6 Valor del intervalo (i).
- 3.6 Distribución de frecuencias cualitativas.
 - 3.6.1 Frecuencia absoluta (f_i).
 - 3.6.1.1 Ordena los datos haciendo uso de Excel.
 - 3.6.1.1.1 Calcula la frecuencia absoluta haciendo uso de Excel.

- 3.6.2 Frecuencia acumulada (F_i).
- 3.6.2.1 Calcula el frecuencia acumulada haciendo uso de Excel.
- 3.6.3 Frecuencia relativa ($Fr.$).
- 3.6.3.1 Calcula la frecuencia relativa haciendo uso de Excel.
- 3.6.4 Frecuencia relativa porcentual.
- 3.7 Distribución de frecuencias cuantitativas.
- 3.7.1 Puntos medios o marcas de clases (x_i).
- 3.7.1.1 Calcula los puntos medios o marcas de clases (x_i) haciendo uso de Excel.
- 3.8 Gráficas.
- 3.8.1 Inserta gráfico de línea haciendo uso de Excel.
- 3.8.2 Inserta gráfico circular haciendo uso de Excel.
- 3.8.3 Inserta diagrama de pareto haciendo uso de Excel.
- 3.8.4 Inserta diagrama de caja haciendo uso de Excel.
- 3.8.5 Inserta un histograma haciendo uso de Excel.
- 3.8.6 Inserta un polígono de frecuencia haciendo uso de Excel.
- 3.8.7 Elabora un histograma, diagramas barras y diagrama de caja haciendo uso de GeoGebra.
- 3.9 Interpretación de gráficos estadísticos.
- 3.10 Medidas de tendencia central para datos no agrupados.
- 3.10.1 Mediana (Me) en una tabla de datos no agrupados en clases.
- 3.10.2 Media o media aritmética (\bar{x})
- 3.11 Medidas de tendencia central para datos agrupados.
- 3.11.1 Calcula la media o media aritmética \bar{x} para datos agrupados.
- 3.11.1.1 Calcula la media para datos agrupados haciendo uso de Excel.
- 3.11.2 Mediana (Me) para datos agrupados.
- 3.11.2.1 Calcula la mediana para datos agrupados haciendo uso de Excel.
- 3.11.3 Cálculo de la moda (Mo) en una tabla de frecuencia de datos agrupados en clases.

- 3.11.4 Calcula la moda para datos agrupados haciendo uso de Excel.
- 3.12 Medidas de posición no centrales.
 - 3.12.1 Cuartiles.
 - 3.12.1.2 Calcula el primer cuartil haciendo uso de Excel.
 - 3.12.1.3 Calcula el primer cuartil haciendo uso de Symbolab.
 - 3.12.1.4 Calcula el segundo cuartil haciendo uso de Excel.
 - 3.12.1.5 Calcula el segundo cuartil haciendo uso de Symbolab.
 - 3.12.1.6 Calcula el tercer cuartil haciendo uso de Excel.
 - 3.12.1.7 Calcula el tercer cuartil haciendo uso de Symbolab.
 - 3.12.2 Deciles.
 - 3.12.2.1 Calcula el decil 4 haciendo uso de Excel.
 - 3.12.2.2 Calcula el decil 7 haciendo uso de Excel.
 - 3.12.3 Percentiles.
 - 3.12.3.1 Calcula el percentil 18 haciendo uso de Excel.
- 3.13 Medidas de posición no centrales en una tabla de datos no agrupados.
 - 3.13.1 Calcula el primer cuartil en una tabla datos no agrupados haciendo uso de Excel.
 - 3.13.2 Calcula el séptimo decil en tabla de datos no agrupados haciendo uso de Excel.
 - 3.13.3 Calcula el percentil 81 en una tabla de datos no agrupados haciendo uso de Excel.
- 3.14 Medidas de dispersión.
 - 3.14.1 Dispersión o variabilidad.
 - 3.14.1.2 Recorrido intercuartílico.
 - 3.14.1.2.1 Calcula el rango o recorrido intercuartílico haciendo uso de Symbolab.
 - 3.14.2 Desviación media de un dato X_i .
 - 3.14.2.1 Desviación media (D_m).

3.14.3 Varianza y desviación típica (estándar).

3.14.3.1 La varianza.

3.14.3.2.1 Calcula la varianza haciendo uso de Excel.

3.14.3.2 La desviación típica o estándar.

3.14.3.2.1 Calcula la varianza haciendo uso de Excel.

3.14.3.2.2 Calcula la desviación estándar haciendo uso de Excel.

3.14.3.3 Interpretación de la desviación estándar.

3.14.3.3.1 Diagrama de caja y bigotes (diagrama de caja).

3.14.3.3.1.1 Elabora un diagrama de caja haciendo uso de Excel.

3.15 Probabilidades.

3.15.1 Experimento aleatorio.

3.15.2 Espacio muestral.

3.15.2.1 Calcula el espacio muestral haciendo uso de Excel.

3.15.2 Probabilidad simple.

3.15.2.1 Calcula la probabilidad simple haciendo uso de Excel.

3.15.3 Población.

3.15.4 Muestra.

3.15.4.1 Determina el tamaño de la muestra.

3.15.4.2 Calcula el tamaño de la muestra finita haciendo uso de Excel.

3.15.4.3 Calcula el tamaño de la muestra infinita haciendo uso de Excel.

3.15.5 Probabilidad normal.

3.15.5.1 Elabora la tabla de distribución normal haciendo uso de Excel.

3.15.6 Probabilidad compuesta.

3.15.6.1 Diagrama de Veen.

3.15.6.1.1 Inserta un diagrama de Venn haciendo uso de Microsoft Word.

3.15.7 Propiedad con intervalos.

3.15.8 Distribución binomial.

3.15.8.1 Calcula la distribución binomial haciendo uso de Excel.

3.15.9 Campana de Gauss.

3.15.9.1 Propiedades de la distribución normal.

3.15.9.2 Determinación gráfica de la probabilidad.

3.15.10 Distribución de poisson.

3.15.10.1 Variables discretas.

3.15.10.2 Formulación para la distribución de poisson.

3.15.11.3 Distribución de poisson haciendo uso de Excel.

Resumen de la unidad III.

Ejercicios de autoevaluación de la unidad III.

Actividades de la unidad III.

Bibliografía.

Unidad III

Proceso didáctico de la Estadística y su tecnología

3.1 Historia de la Estadística

La necesidad de poseer datos cifrados sobre la población y sus condiciones materiales de existencia han debido hacerse sentir desde que se establecieron sociedades humanas organizadas.

Es difícil conocer los orígenes de la Estadística. Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personal, animales o ciertas cosas.

Durante la edad media, en Europa, la iglesia empieza a mantener registros civiles, pero la estadística progresa realmente a partir del siglo XVI junto con las monarquías absolutas y su poderosa estructura administrativa centralizada. También empiezan a aparecer las primeras obras de estadísticas que son más bien descriptivas; una de las más influyentes fue la de Jean Bodin (Francia, 1530-1596) que explica así la importancia de los censos.

La estadística da un gran salto cualitativo a mediados del siglo XVII. Por un lado los datos estadísticos empiezan a ser utilizados por los bancos y por las nacientes compañías de seguros; por otro lado, se inventa en Inglaterra el concepto de aritmética política y empiezan a matematizar otras disciplinas.

3.1.1 Concepto e importancia de estadística

La **estadística** es una de las ramas de la ciencia matemática que se centra en el trabajo con datos e informaciones que son ya de por sí numéricas o que ella misma se encarga de transformar en números.

A diferencia de otras ramas de la matemática que poseen una parte importante de abstracción, la estadística tiene aplicaciones directas y concretas en la vida real ya que toma los números y cifras de diferentes fenómenos sociales como por ejemplo la desocupación, la tasa de mortalidad, de natalidad y muchos otros datos incluso más complejos.

La **importancia** de la estadística se puede decir que se basa en facilitar al hombre el estudio de datos masivos tales como: una serie de hechos, un grupo de individuos, la probabilidad de que ocurra un suceso, etcétera. Para así deducir de ello gracias al análisis de estos datos, nuevos datos más precisos o unas previsiones para el futuro.

3.2 Clasificación de la estadística

La estadística **descriptiva** o deductiva, se encarga de resumir listas largas de datos, para obtener características generales de un determinado grupo.

La estadística **inferencial** o descriptiva se encarga de resumir listas largas de datos con el objetivo de obtener las características generales de un determinado grupo. La estadística inferencial analiza y estudia los datos de una población a partir de una muestra de esta.

3.3 Población y muestra

Una **población o universo** es el conjunto completo de individuos, objetos, o medidas que serán considerados en un estudio, los cuales poseen una característica común observable.

Teniendo en cuenta las razones que pueden dificultar un estudio estadístico con la población total, siempre será posible realizar el mismo con un subconjunto de ellas, siempre que las informaciones obtenidas de este subconjunto sean representativas con respecto a la población.

Una **muestra** es un subconjunto o una porción de la población, que se elige de tal forma que las características de la población están representadas en ella.

Ejemplo:

Para la realización de un estudio sobre la prevención del dengue, lo ideal sería recolectar los datos de todos los habitantes de la provincia, pero esto no siempre es posible por múltiples razones, como son: tamaño de la población, logística del levantamiento de datos, el tiempo empleado, el costo, entre otras.

Al conjunto de todos los habitantes de la provincia en el cual se está realizando el estudio en estadística se le conoce como la **población**.

En este ejemplo se observa que el estudio para la validación y forma de implementación del programa de prevención del dengue, se pretende realizar con una parte de la población (30 familias de diferentes comunidades de la provincia); para este caso, estas 30 familias se consideran una **muestra** de la población.

3.4 Variables y clasificación

Una **variable estadística** es una característica o fenómeno de una población o muestra que se pretende estudiar, la cual puede tomar diferentes valores.

Las variables estadísticas pueden ser de dos tipos:

3.4.1 Variables cualitativas

Las **variables cualitativas** son aquellas que describen una cualidad o atributo, es decir, que no toman valores numéricos.

Ejemplos:

- ✓ El tipo de sangre (**A+**, **A-**, **AB+**, **AB-**, **B+**, **B-**, **O+**, **O-**)
- ✓ El estado civil. (Casado o soltero).
- ✓ En el caso presentado, una variable cualitativa es el sexo.

3.4.2 Variables cuantitativas

Las **variables cuantitativas** son aquellas que se expresan en forma numérica. Estas pueden ser de dos tipos: **discretas** y **continuas**.

3.4.2.1 Cuantitativas discretas

Las variables **cuantitativas discretas** son aquellas que solo asumen números enteros en general, como resultado del conteo.

Ejemplos:

- ✓ Números de miembros de una familia.
- ✓ Números de estudiantes de un curso.
- ✓ Número de vivienda de una comunidad.

3.4.2.2 Cuantitativas continuas

Las variables **cuantitativas continuas** son aquellas que pueden asumir cualquier valor dentro de un intervalo, en general, como resultado de una medición.

Ejemplos:

- ✓ El peso de una persona.
- ✓ La estatura.
- ✓ La temperatura.

3.5 Medidas de posición

Las medidas de posición nos permiten conocer varias características de un grupo de datos en análisis, así como la obtención de informaciones importantes en los estudios, estadísticos, ya sea de una población o muestra.

Las medidas de posición pueden ser de dos tipos:

3.5.1 Medidas de posición central o medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central son valores que nos indican en torno a qué número se distribuyen o se concentran todos los datos.

Las medidas de tendencia central más comunes son: **La media aritmética** (\bar{x}), **la mediana** (Me) y **la moda** (Mo).

3.5.1.1 Moda

La **moda** de un conjunto de datos es el dato que tiene mayor frecuencia.

Ejemplo:

Determina la moda el peso de 17 estudiantes de 6to grado está recogido en el siguiente cuadro.

Datos:

Pesos de 17 estudiantes.

76	78	80	82	81	80	89	78	93
90	92	84	92	80	95	86	91	

Solución:

76, 78, 78, **80, 80, 80**, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95.

Respuesta: El dato que más se repite, y el que tiene más frecuencia es el **80**.

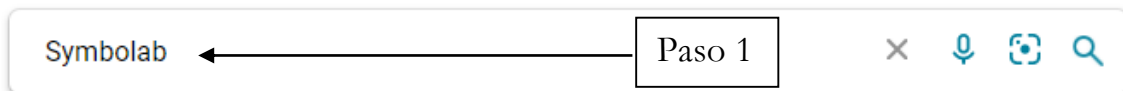
3.5.1.1.1 Calcula la moda haciendo uso de Excel:

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de moda.
2. Haz clic en la opción (fórmula) insertar función (**f_x**).
3. En la ventana resultante elige la función (**MODA**).
4. Después selecciona los valores.
5. Haz clic en **Aceptar**.

The screenshot illustrates the process of calculating the mode in Excel. It shows a spreadsheet with two rows of data: 76, 78, 80, 82, 81, 80, 89, 78, 93 in the first row and 90, 92, 84, 92, 80, 95, 86, 91 in the second row. The formula bar shows '=MODA(A1:I2)'. A dialog box titled 'Argumentos de función' is open, showing the 'MODA' function with 'Número1' set to 'A1:I2'. The result of the formula is displayed as '= 80'. Five callout boxes labeled 'Paso 1' through 'Paso 5' indicate the sequence of actions: 'Paso 1' points to the 'MODA' function in the list; 'Paso 2' points to the 'fx' button in the ribbon; 'Paso 3' points to the 'MODA(A1:I2)' formula in the bar; 'Paso 4' points to the 'A1:I2' range in the 'Número1' field; and 'Paso 5' points to the 'Aceptar' button.

3.5.1.1.2 Calcula la moda haciendo uso de Symbolab:

1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (**Estadística**).
4. Haz clic en **Moda**.
5. Y agrega los datos, luego haz clic en Ir para tener el resultado.

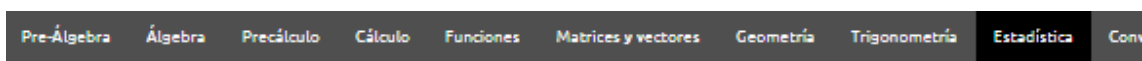


Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

Related **Symbolab** blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Notebooks. Symbolab way. Math notebooks have been around for hundreds of years.

Paso 2



Calculadora de Moda

A screenshot of the Symbolab mode calculator interface. The page title is "Calculadora de Moda" and the subtitle is "Encontrar la moda de un conjunto de datos paso por paso". The interface includes a sidebar with various statistical functions, a main input area, and a solution area. A box labeled "Paso 3" points to the input area, "Paso 4" points to the sidebar, and "Paso 5" points to the "Ir" button.

panel completo »

Acciones más usadas: media, moda, mediana, varianza, rango, Ver todo ▾

moda 76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95

Ir

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos ▾

Moda de 76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95: 80

Pasos

Moda Ocultar definición

La moda es el termino que aparece la mayor cantidad de veces dentro de un conjunto de datos. Si hay mas de un termino que aparece la mayor cantidad de veces, entonces no hay moda.

Contar el número de ocasiones que aparece cada elemento en la lista

76	81	82	86	84	89	90	91	93	95	78	92	80
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3

El elemento más común en la lista es 80

3.5.1.2 Mediana

La **mediana** de un conjunto de datos es un valor tal que, el número de datos menores a la izquierda de él, es igual al número de datos mayores a la derecha de él.

La **mediana** de un número impar de datos es el valor central.

Si los datos están en cantidades par, se ordenan de menor a mayor. Y se calcula la media de los datos centrales.

Ejemplo:

Determina la mediana de: 15, 18, 16, 14, 15, 17, 18, 15, 14, 16.

Datos:

Ordenado de menor a mayor:

14, 14, 15, 15, 15, 16, 16, 17, 18, 18.

Solución:

$$Me = \frac{15 + 16}{2}$$

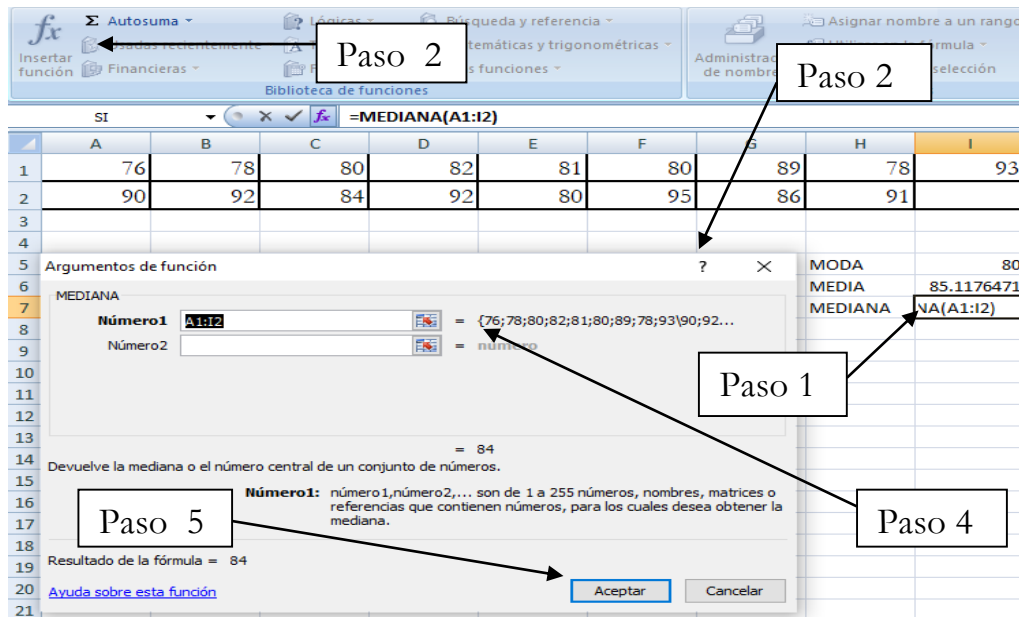
$$Me = \frac{31}{2}$$

$$Me = 15.5$$

Respuesta: La mediana es 15.5

3.5.1.2.1 Calcula la mediana haciendo uso de Excel:

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de la mediana.
2. Haz clic en la opción **(fórmula)** insertar función (**f_x**).
3. En la ventana resultante elige la función **(MEDIANA)**.
4. Después selecciona los valores para que obtenga el resultado.
5. Haz clic en **Aceptar**.



3.5.1.2.2 Calcula la mediana haciendo uso de Symbolab:

1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (**Estadística**).
4. Haz clic en **Mediana**.
5. Y agrega los datos, luego haz clic en **Ir** para tener el resultado.



Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

Related **Symbolab** blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Notes
 Math notebooks have been around for hundreds of years.

Paso 2

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo Cálculo Funciones Matrices y vectores Geometría Trigonometría **Estadística** Com

Calculadora de mediana Encontrar la mediana de un conjunto de datos paso por paso

Media aritmética
Media geométrica
Media cuadrática
Mediana
Moda
Ordenar
Mínimo
Máximo
Probabilidad
Rango medio
Rango
Desviación Estándar
Varianza
Primer cuartil
Tercer cuartil
Rango intercuartílico
Promedio intercuartílico

panel completo »

Paso 1

Acciones más usadas
media moda mediana varianza rango Ver todo ▾

mediana 76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95] Ir

Ejemplos »

Solución

Mostrar pasos ▾

Mediana de 76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95: 84

Pasos

Mediana *Ocultar definición*

La mediana es el valor central que separa la mitad superior de un conjunto de datos de la mitad inferior. Si el número de datos es impar, la mediana es el elemento central del conjunto ordenado de datos. Si el número de datos es par, entonces la mediana será la media aritmética de los dos elementos centrales del conjunto ordenado.

Ordenar los elementos en orden ascendente

76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 84, 86, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95

Encontrar la mediana del conjunto ascendente de datos: 84 *Mostrar pasos*

84

Paso 2

Paso 3

3.5.1.3 Media aritmética o promedio

La **media aritmética o promedio** es la suma de todos los datos, y luego se divide por el número de datos.

Fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

\bar{x} = media aritmética o promedio

$x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ = Datos o valores.

n = Cantidad de datos

Ejemplo:

Determina la media aritmética o el promedio de la tabla.

Datos:

\bar{x} = media aritmética o promedio

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_n$$

= Valor de la variable (76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 84, 86, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95)

n = Cantidad de datos (17).

Solución:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{76 + 78 + 78 + 80 + 80 + 80 + 81 + 82 + 84 + 86 + 89 + 90 + 91 + 92 + 92 + 93 + 95}{17}$$

$$\bar{x} = \frac{1,447}{17}$$

$$\bar{x} = 85.11$$

Respuesta: La media aritmética o promedio es 85.11.

3.5.1.3.1 Calcula la media aritmética o promedio haciendo uso de Excel:

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de la media aritmética o promedio.
2. Haz clic en la opción (fórmula) insertar función (**f_x**).
3. En la ventana resultante elige la función (**PROMEDIO**).
4. Después selecciona los valores para que obtenga el resultado.
5. Haz clic en **Aceptar**.

Argumentos de función

PROMEDIO

Número1: A1:I2 = {76;78;80;82;81;80;89;78;93;92;90;92}

Número2: = número

= 85.11764706

Devuelve el promedio (media aritmética) de los argumentos, los cuales pueden ser números, nombres, matrices o referencias que contengan números.

Número1: número1,número2,... son entre 1 y 255 argumentos numéricos de los que se desea obtener el promedio.

Resultado de la fórmula = 85.11764706

Aceptar Cancelar

3.5.1.3.2 Calcula la media aritmética o promedio haciendo uso de Symbolab:

1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (Estadística).
4. Haz clic en **Media Aritmética o Promedio**.
5. Y agrega los datos, y haz clic en **Ir** para tener el resultado.

Symbolab

Paso 1

Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

Related **Symbolab** blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Notebooks are the Symbolab way. Math notebooks have been around for hundreds of years.

Paso 2

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo Cálculo Funciones Matrices y vectores Geometría Trigonometría Estadística Con

Calculadora de media aritmética (promedio) Encontrar la media (promedio) de un conjunto de datos paso por

Media aritmética
Media geométrica
Media cuadrática
Mediana
Moda
Ordenar
Mínimo
Máximo
Probabilidad
Rango medio
Rango
Desviación Estándar
Varianza
Primer cuartil
Tercer cuartil
Rango intercuartílico
Promedio intercuartílico

panel completo »

Paso 1

Acciones más usadas: media, moda, mediana, varianza, rango, Ver todo

media aritmética 76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95 Ir

Ejemplos »

Solución

Paso 3

Media aritmética (promedio) de 76, 78, 78, 80, 80, 80, 81, 82, 86, 84, 89, 90, 91, 92, 92, 93, 95: 85.11764...

Pasos

Media aritmética Ocultar definición

La media aritmética (promedio) es la suma de los valores en un conjunto divididos entre el número de elementos del mismo

Si nuestro conjunto de datos contiene los valores a_1, \dots, a_n (n elementos) entonces el promedio = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$

Calcular la suma del conjunto de datos: $\sum_{i=1}^n a_i = 1447$ Mostrar pasos

Calcular el número de elementos en el conjunto de datos: $n = 17$ Mostrar pasos

Dividir la suma entre el número de elementos y simplificar: $85.11764...$ Mostrar pasos

= 85.11764...

Paso 2

3.5.1.4 Número de clase

Es el número de subconjuntos en que se han agrupado los datos. Cada clase se puede denominar mediante una letra, un número o alguna característica del subconjunto.

El número de clases en que se agrupan los datos se determina con la raíz cuadrada del número de datos cuando este es menor de 200.

$$\text{Número de clase} = \sqrt{\text{Número de datos}}$$

Para muestras con 200 o más datos el número de clases se determina con la raíz cúbica del número de datos.

$$\text{Número de clase} = \sqrt[3]{\text{Número de datos}}$$

3.5.1.5 Rango

El **rango**, el cual se calcula simplemente como la diferencia entre el mayor y el menor de los valores o, en otras palabras, es igual al máximo valor menos el menor y, como puede apreciarse, mide qué tan separados están los datos en esta sencilla forma:

$$R = \text{valor mayor} - \text{valor menor.}$$

El rango se emplea mucho en aplicaciones de control de procesos estadísticos (CPE), debido a que resulta fácil de calcular y entender.

Por otro lado, y como consecuencia de lo anterior, su principal inconveniente es que es sensible únicamente a los valores extremos de la distribución. De esta manera, este índice no captura la poca o mucha dispersión que pueda existir entre los restantes valores, que son la gran mayoría de las puntuaciones. Aun así, en el análisis de datos se recomienda incluir el valor del rango como información complementaria de otras medidas de dispersión más relevantes.

Ejemplo:

Determina los pesos de una muestra de estudiantes en libras (95, 103, 105, 110, 104, 105, 112, 90).

Datos:

Valor mayor=112

Valor menor=90

Solución:

$R = \text{valor mayor} - \text{valor menor}$

$R = 112 - 90$

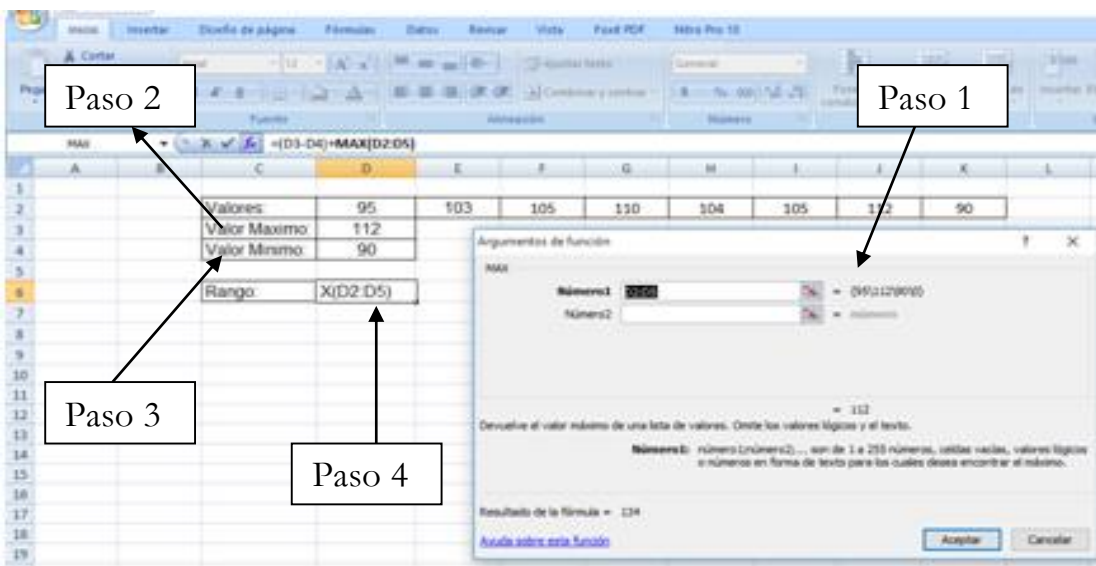
$R=22$ libras.

Respuesta: El peso es 22 libras.

3.5.1.5.1 Calcula el rango haciendo uso de Excel:

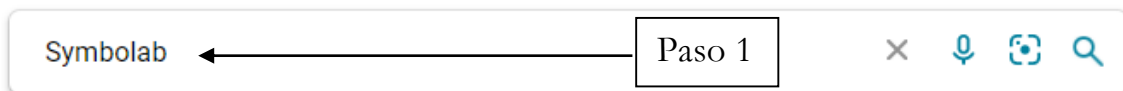
1. Se introduce cada valor.
2. Se calcula el Valor Máximo, para ello se escribe =Max, abre paréntesis, selecciona los valores y se cierra paréntesis.
3. Se calcula el valor mínimo =Min, abre paréntesis, selecciona de todos los valores y se cierra paréntesis.

Para el rango se le resta al valor máximo el valor mínimo = (D3-D4).



3.5.1.5.2 Calcula el rango haciendo uso de Symbolab.

1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (Estadística).
4. Haz clic en Rango.
5. Y agrega los datos, y haz clic en Ir para tener el resultado.



Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

Related **Symbolab** blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Notebooks Math notebooks have been around for hundreds of years.

Paso 2

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo Cálculo Funciones Matrices y vectores Geometría Trigonometría **Estadística** Conv

Calculadora de rango Encontrar el rango de un conjunto de datos paso por paso

Media aritmética
Media geométrica
Media cuadrática
Mediana
Moda
Ordenar
Mínimo
Máximo
Probabilidad
Rango medio
Rango
Desviación Estándar
Varianza
Primer cuartil
Tercer cuartil
Rango intercuartílico
Promedio intercuartílico

panel completo »

x^2 x^{-2} \log_{10} $\sqrt{\quad}$ $\sqrt[n]{\quad}$ \leq \geq $\frac{\square}{\square}$ \cdot \div

$(\square)'$ $\frac{d}{dx}$ $\frac{\partial}{\partial x}$ \int \int_n^{\square} \lim Σ ∞ θ $(f \cdot g)$

Acciones más usadas

media moda mediana varianza rango Ver todo ▾

rango 95, 103, 105, 110, 104, 105, 112, 90 Ir

Ejemplos »

Solución

Rango de datos de 95, 103, 105, 110, 104, 105, 112, 90: 22

Pasos

Rango de datos Ocultar definición

El rango de datos es la diferencia entre el elemento más grande y el elemento más pequeño de un conjunto de datos

Elemento más pequeño de 95, 103, 105, 110, 104, 105, 112, 90: 90 Mostrar pasos

Elemento más grande de 95, 103, 105, 110, 104, 105, 112, 90: 112 Mostrar pasos

Calcular la diferencia entre 112 y 90: 22 Mostrar pasos

22

Paso 1

Paso 2

Paso 3

3.5.1.6 Valor del intervalo (i)

Para determinar el ancho de las clases se obtiene al dividir el rango entre el número de clases, y se representa con la letra (i)

$$Tamaño = \frac{Rango}{Número\ de\ clases}$$

$$i = \frac{R}{\sqrt{Número\ de\ datos}}$$

Para la tabla en construcción la amplitud sería:

$$i = \frac{23}{6} = 3.8333 \dots \approx 4 \rightarrow i = 4$$

El ancho de cada clase es 4. Ahora, la primera clase tendrá como límite inferior el valor mínimo de los datos dados, o sea 18 y el límite superior de esta clase será 22, que se obtiene de sumar el límite inferior a la amplitud de la clase: $18+4 = 22$

3.6 Distribución de frecuencias cualitativas

3.6.1 Frecuencia absoluta (f_i)

La frecuencia absoluta es una medida estadística que nos da información acerca de la cantidad de veces que se repite un suceso al realizar un número determinado de experimentos aleatorios. Esta medida se representa mediante las letras f_i . La letra f se refiere a la palabra frecuencia y la letra i se refiere a la realización i -ésima del experimento aleatorio.

$$f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = N$$

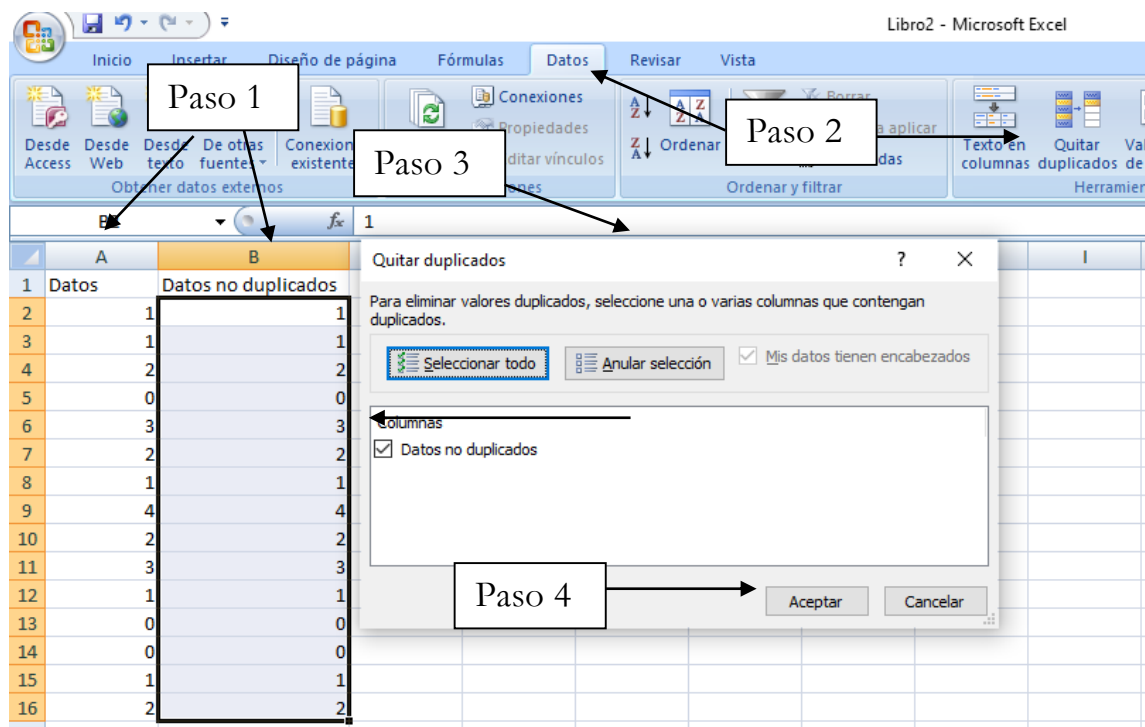
Ejemplo:

La cantidad de hermanos de 15 estudiantes, calcula la frecuencia.

Hermanos	Valor	Frecuencias Absoluta
1	0	3
1	1	5
2	2	4
0	3	2
3	4	1
2		
1		
4		
2		
3		
1		
0		
0		
1		
2		

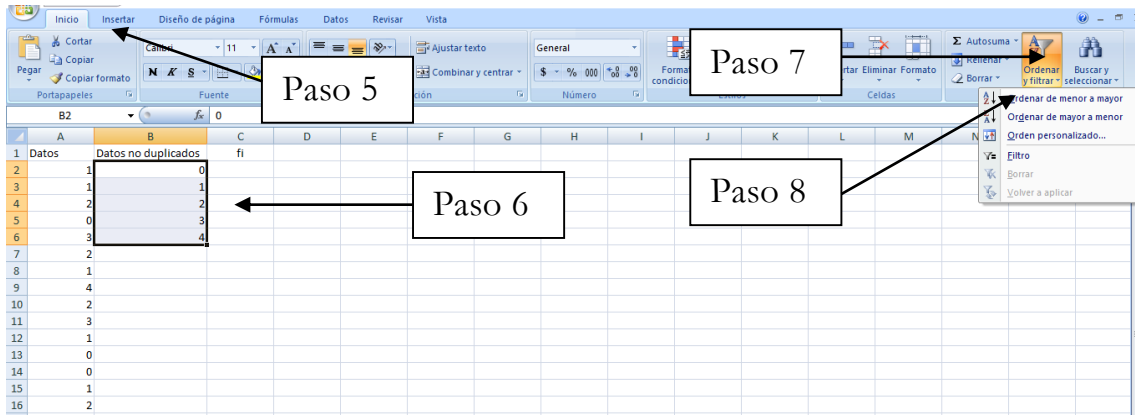
3.6.1.1 Ordena los datos haciendo uso de Excel:

1. Ubica en las celdas donde quiere los datos, y en las otras celdas para que quite los duplicados.
2. Haz clic en la opción (**Datos**) quitar datos duplicados.
3. En la ventana resultante selecciona los valores con duplicados.
4. Después selecciona los valores. Y haz clic en **Aceptar**.



Continuación:

5. Haz clic en la opción Inicio.
6. Selecciona los datos.
7. Luego haz clic en **Ordenar y filtrar**.
8. Haz clic en menor a mayor).



3.6.1.1.1 CALCULA LA FRECUENCIA ABSOLUTA HACIENDO USO DE EXCEL:

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de la frecuencia absoluta.
2. Haz clic en la opción insertar función (f_x).
3. Elige la función (**CONTAR.SI**).
4. Después selecciona los valores (**A2:A16, D2**), y haz clic en el valor 0 para que obtenga el resultado (**Enter**).
5. Para obtener las demás frecuencias debe congelar la fórmula con el símbolo de \$ desde **\$A\$2:A\$16** y luego arrastrarla.

	A	B	C	D	E
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta
2	1	0		0	3
3	1	1		1	
4	2	2		2	
5	0	3		3	
6	3	4		4	
7	2			Total	
8	1				
9	4				
10	2				
11	3				
12	1				
13	0				
14	0				
15	1				
16	2				

Formula bar: f_x =CONTAR.SI(\$A\$2:\$A\$16,D2)

Diagram labels: Paso 1 (points to cell E2), Paso 2 (points to cell B2), Pasos 3 (points to formula bar), Pasos 4 (points to range A2:A16), Paso 5 (points to cell D2).

E2		fx = =CONTAR.SI(\$A\$2:\$A\$16,D2)			
	A	B	C	D	E
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta
2	1	0		0	3
3	1	1		1	5
4	2	2		2	4
5	0	3		3	2
6	3	4		4	1
7	2			Total	
8	1				
9	4				
10	2				
11	3				
12	1				
13	0				
14	0				
15	1				
16	2				

Paso 5
Congelar
y
arrastrar
la fórmula

3.6.2 Frecuencia acumulada (fi)

La frecuencia acumulada es el resultado de sumar sucesivamente las frecuencias absolutas o relativas, desde el menor al mayor de sus valores.

Hermanos	Fi	Fi
1	3	3
2	5	3+5
3	4	8+4
4	2	12+2
5	1	14+1
Σ	15	

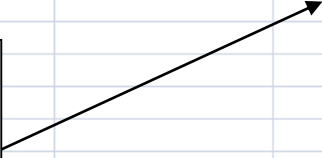
3.6.2.1 Calcula la frecuencia acumulada haciendo uso de Excel:

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de la frecuencia acumulada (la primera frecuencia acumulada será la primera de la frecuencia absoluta).
2. Haz clic en la opción insertar función (f_x).
3. Después selecciona los valores ($+F2+E3$) para que obtenga el resultado.
4. Haz clic en **Enter**.
5. Y luego arrastra para agregar el resto de las frecuencias acumuladas.

	A	B	C	D	E	F
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acomulada
2	1	0		0	3	3
3	1	1	Paso 2	1	4	7
4	2	2		2	4	11
5	0	3		3	2	13
6	3	4		4	1	14
7	2			Total		
8	1		Paso 1			
9	4					
10	2					
11	3					
12	1					
13	0					
14	0					
15	1					
16	2					

	A	B	C	D	E	F
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acomulada
2	1	0		0	3	3
3	1	1		1	5	8
4	2	2		2	4	12
5	0	3		3	2	14
6	3	4		4	1	15
7	2			Total	15	
8	1					
9	4					
10	2					
11	3					
12	1					
13	0					
14	0					
15	1					
16	2					

Paso 5
Arrastrar la
fórmula



3.6.3 Frecuencia relativa (fr)

La frecuencia relativa es una medida estadística que se calcula como el cociente de la frecuencia absoluta de algún valor de la población/muestra (f_i) entre el total de valores que componen la población/muestra (N).

3.6.3.1 Calcula la frecuencia relativa haciendo uso de Excel:

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de la frecuencia relativa.
2. Haz clic en la opción insertar función (f_x).
3. Después selecciona los valores ($+E2/E7$) de frecuencia absoluta entre el total de datos para que obtenga el resultado.
4. Haz clic en **Enter**.
5. Luego congeló la fórmula con el total de datos con el símbolo \$ ($+E2/SE7$) y arrastra para agregar el resto de las frecuencias relativas.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acomulada	Frecuencia Relativa
2	1	0		0	3	3	=+E2/\$E\$7
3	1			1	5	8	
4	2			2	4	12	
5	0	3		3	2	14	
6	3	4		4	1	15	
7	2			Total	15		
8	1						
9	4						
10	2						
11	3						
12	1						
13	0						
14	0						
15	1						
16	2						

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acomulada	Frecuencia Relativa
2	1	0		0	3	3	0.20
3	1	1		1	5	8	0.33
4	2	2		2	4	12	0.27
5	0				2	14	0.13
6	3				1	15	0.07
7	2				15		
8	1						
9	4						
10	2						
11	3						
12	1						
13	0						
14	0						
15	1						
16	2						

3.6.4 Frecuencia relativa porcentual

La frecuencia porcentual se obtiene al dividir el 100% entre el total de frecuencia y luego multiplicar el resultado de dicha división por cada una de las frecuencias con las que se esté trabajando.

1. Ubica en la celda donde quiere el resultado de la frecuencia porcentual.
2. Haz clic en la opción insertar función (f_x).
3. Después selecciona el valor (**+G2**).
4. Haz clic en **Enter**, y pásalo a porcentaje.
5. Luego se arrastra para agregar el resto de las frecuencias porcentuales.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acomulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Porcentual
2	1	0		0	3	3	0.20	+G2
3	1	1		1	5	8	0.33	
4	2	2		2	4	12	0.27	
5	0	3		3	2	14	0.13	
6	3	4		4	1	15	0.07	
7	2			Total	15			

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Datos	Datos no duplicados		Valores	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acomulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Porcentual	
2	1	0		0	3	3	0.20	20%	
3	1	1		1	5	8	0.33	33%	
4	2	2		2	4	12	0.27	27%	
5	0	3		3	2	14	0.13	13%	
6	3	4		4	1	15	0.07	7%	
7	2			Total	15				

3.7 Distribución de frecuencia cuantitativa

3.7.1. Puntos medios o marcas de clases (xi)

El punto medio es el valor medio de un conjunto de datos. Para un conjunto de datos con un número impar de miembros, es el miembro del conjunto de datos con apenas tantos valores menos que su valor como mayor que él. Para un conjunto de datos con un número par de miembros, es el promedio de los valores medios del conjunto de datos. El punto medio se utiliza en estadística para analizar un conjunto de datos.

1. para encontrar el punto medio de un conjunto de datos, pida a todos los miembros del conjunto de datos de lo más bajo posible a lo más arriba posible.
2. Cuente el número de miembros del conjunto de datos.
3. Divida el número de miembro del conjunto de datos por 2

Ejemplo:

Calcule el promedio de los 5tos y 6tos miembros del conjunto de datos.

(1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9)

Fórmula:

$$x_i = \frac{\text{Límite inferior de la clase} + \text{límite superior de la clase}}{2}$$

Datos:

Límite inferior de la clase = 1

Límite superior de la clase = 9

Solución:

$$x_i = \frac{9 + 1}{2}$$

$$x_i = \frac{10}{2}$$

$$x_i = 5$$

(1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9)

Respuesta = 5

3.7.1.1 Calcula los puntos medios o marcas de clases (xi) haciendo uso de Excel:

1. Se introduce cada valor y se ubica una celda vacía para la formulación o respuesta.
2. Se busca el valor mínimo de nuestro rango de datos (**=MIN**) para identificar el límite inferior.
3. Se busca el valor máximo de nuestro rango de datos (**=MAX**) para identificar el límite superior.
4. Luego selecciona todos los datos y se escribe **=SUMA**, se selecciona el valor de cada límite y se divide (/) entre 2.

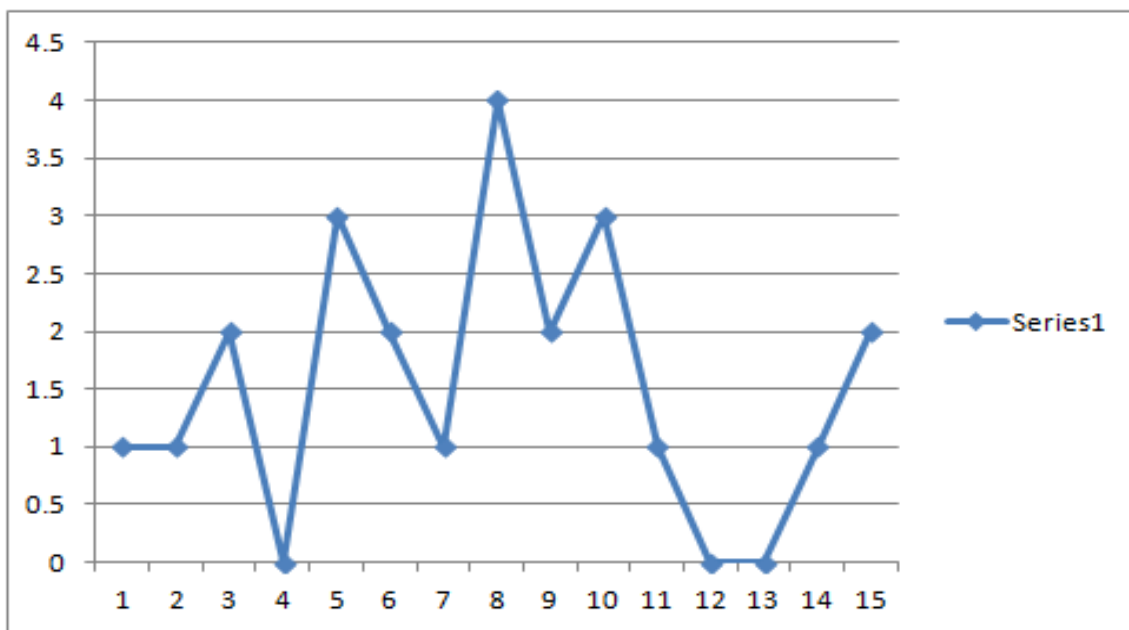
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Datos:		Límite Inferior:	1	
4		1		Límite Superior:	9	
5		2		Marca de Clase:	5	
6		3				
7		3				
8		4				
9		5				
10		6				
11		7				
12		8				
13		9				
14						

3.8 Gráficas

Un **gráfico (gráfica)** es el recurso de representar los datos numéricos por medio de líneas, diagramas, dibujos, etc. La representación gráfica es un importante suplemento al análisis y estudio estadístico.

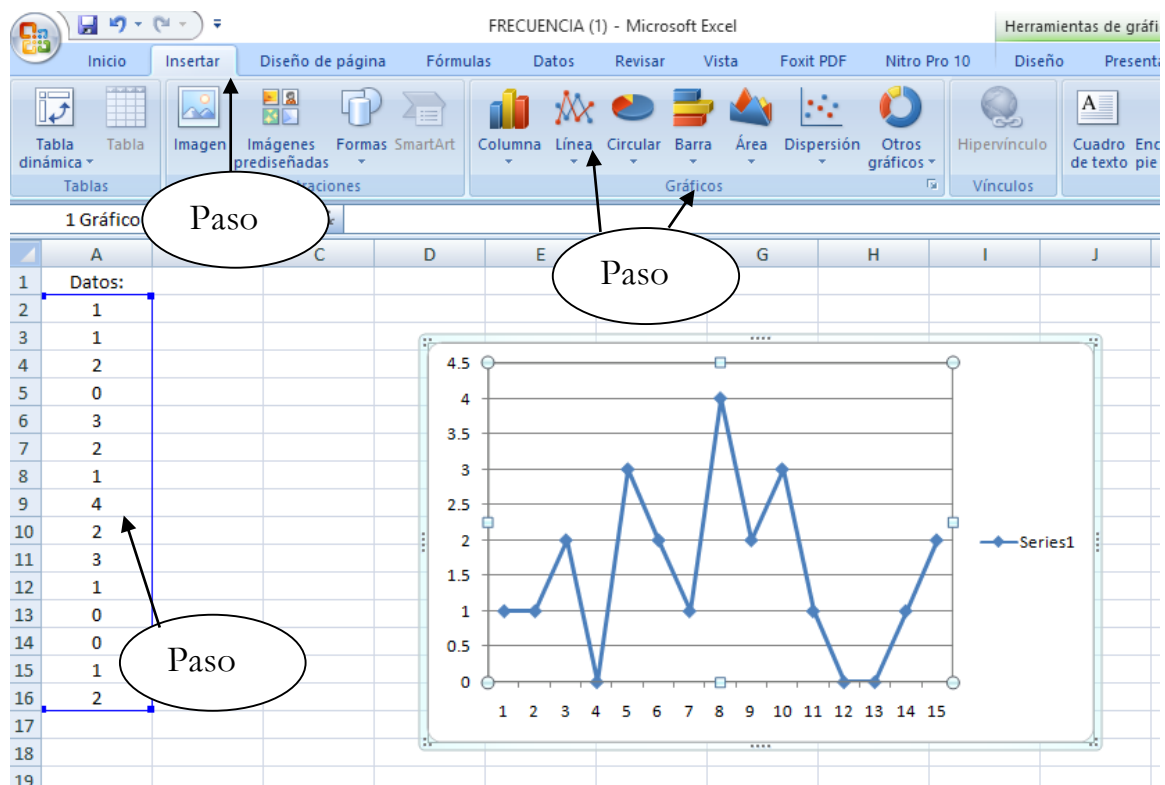
El **gráfico lineal** (diagrama lineal) se compone de una serie de datos representados por puntos, unidos por segmentos lineales. En este gráfico se puede comprobar el cambio de tendencia de los datos.

Se usa con variables cuantitativas, para ver su comportamiento en el transcurso del tiempo. Por ejemplo, en las series temporales mensuales, anuales, trimestrales, etc.



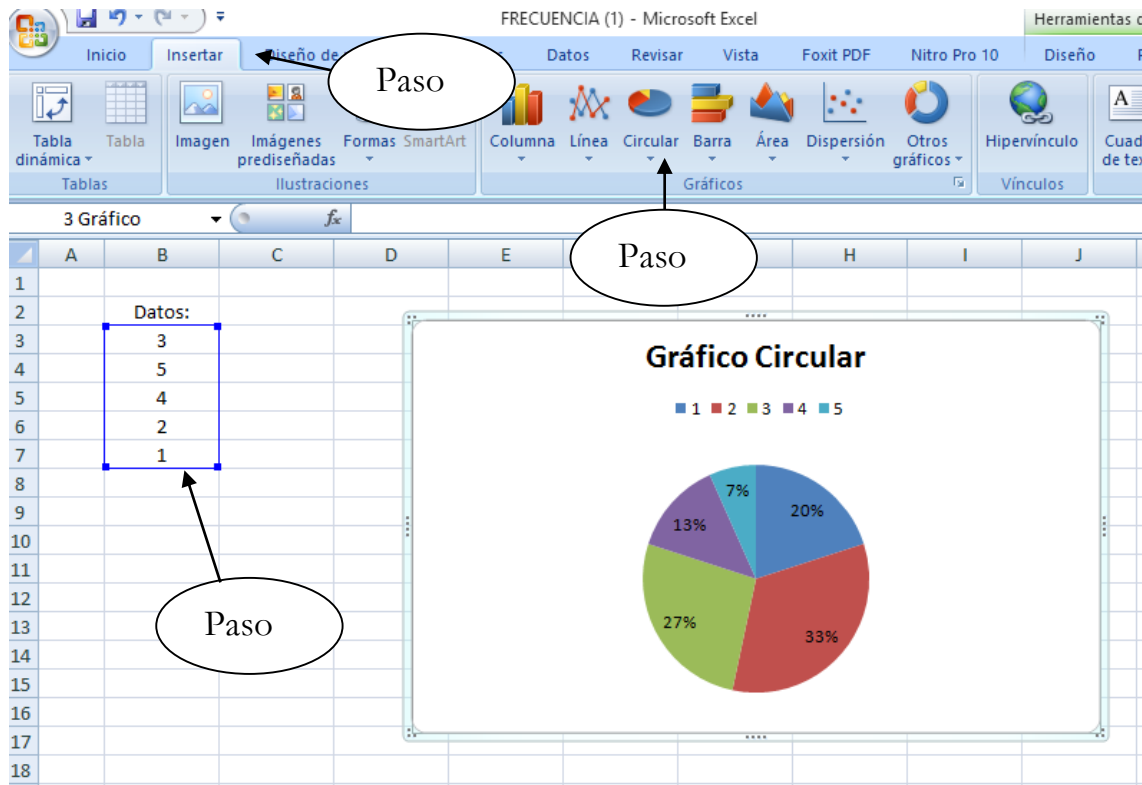
3.8.1 Inserta gráfico de línea haciendo uso de Excel:

1. Selección de los datos.
2. Clic en la opción insertar.
3. Luego en el menú de Gráficos se da clic en Línea y por último clic en Aceptar.



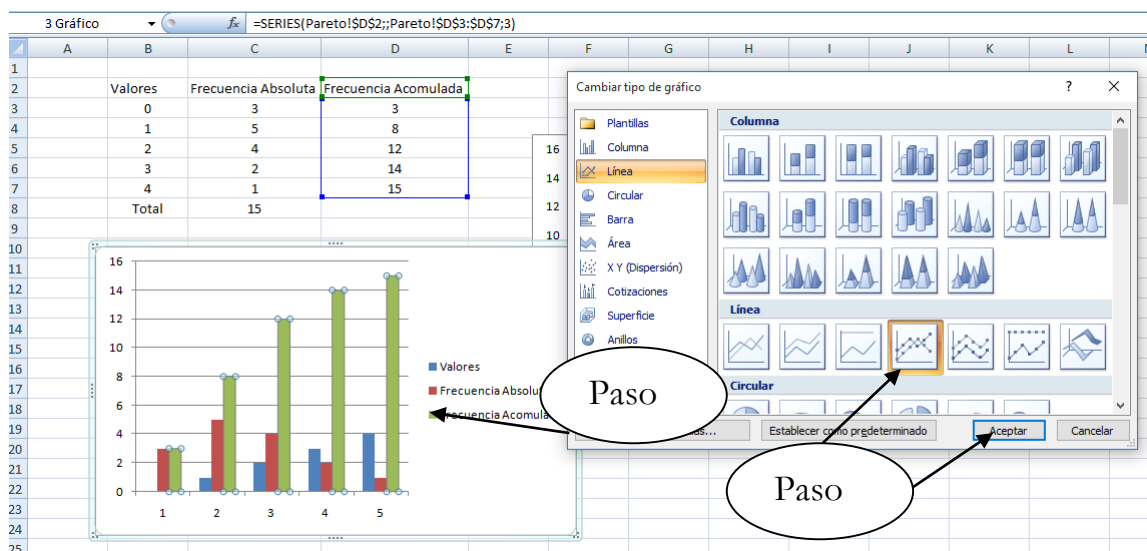
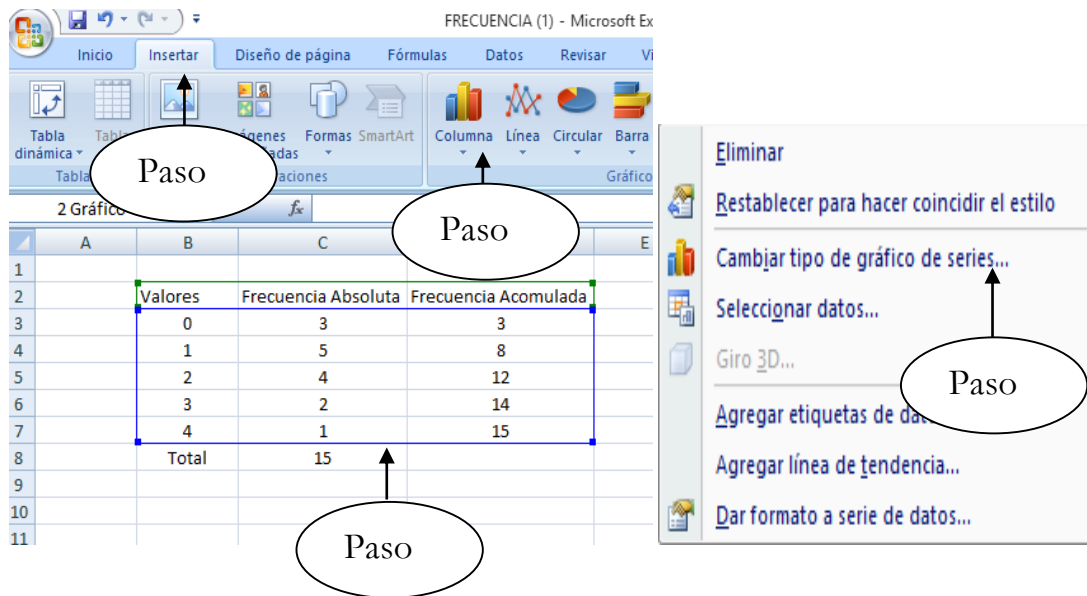
3.8.2 Inserta gráfico de circular haciendo uso de Excel:

1. Selección de los datos.
2. Clic en la opción insertar.
3. Luego en el menú de Gráfico, clic en Circular y por último clic en Aceptar.



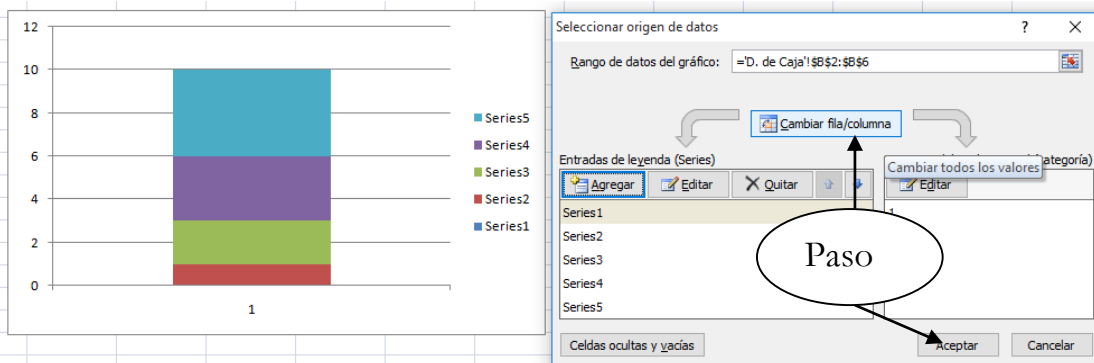
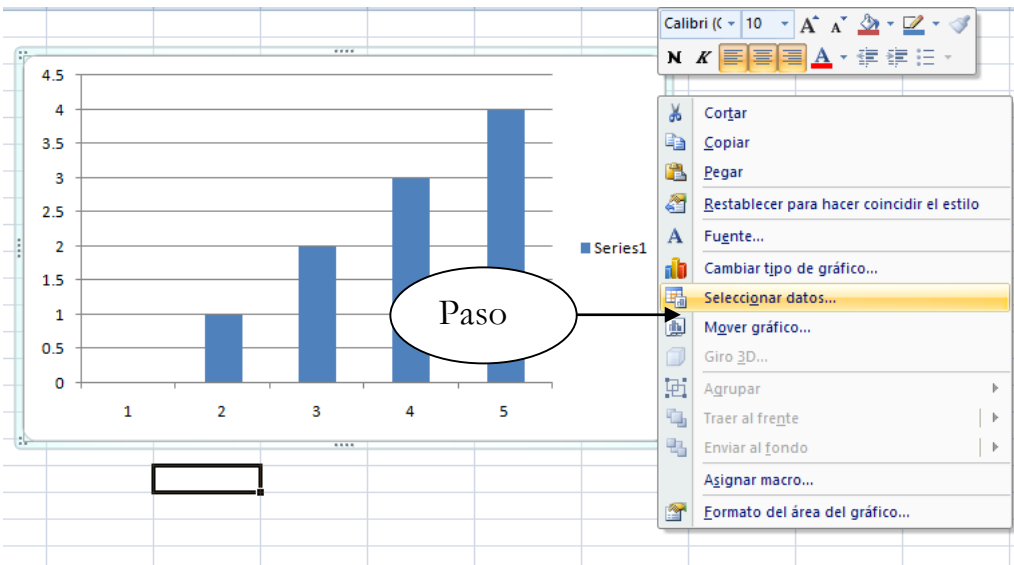
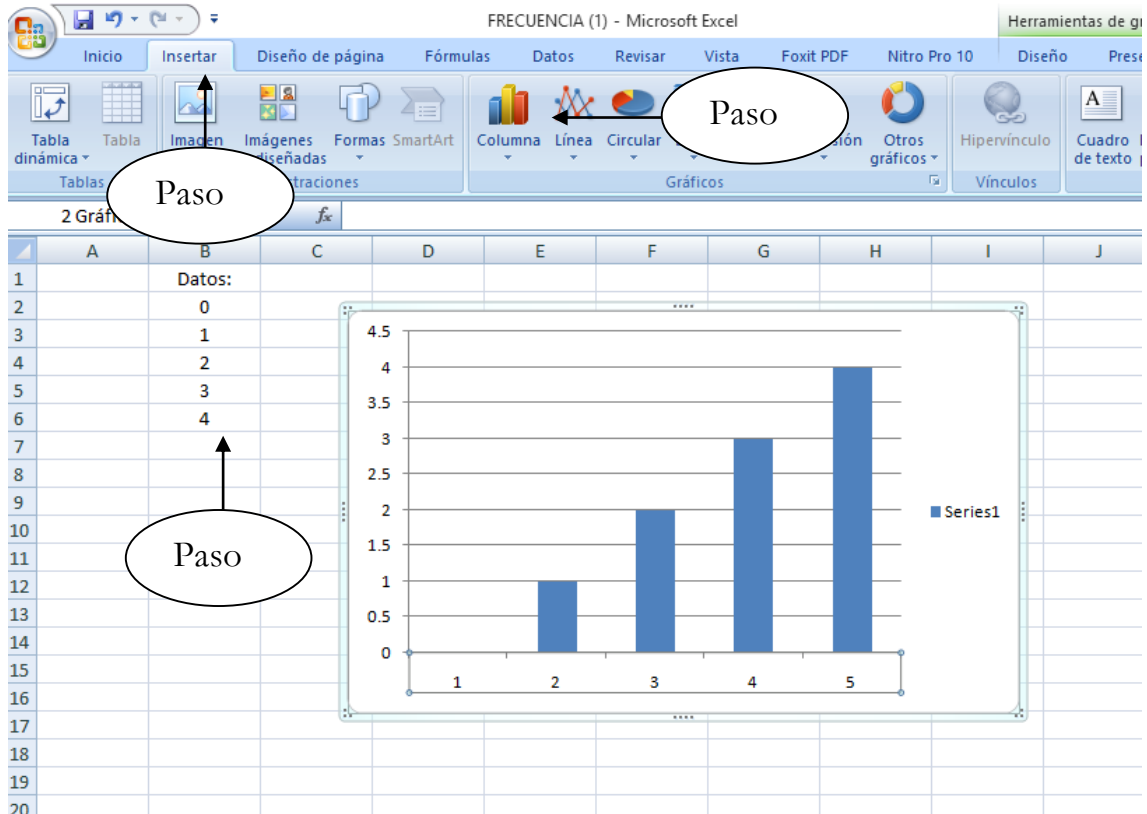
3.8.3 Inserta el diagrama de pareto haciendo uso de Excel:

1. Selección de los datos.
2. Clic en la opción Insertar.
3. Luego en el menú de Gráfico, clic en Columna y se hace clic en Aceptar.
4. Después se hace clic derecho de la tercera barra, Cambiar tipo de gráficos de serie.
5. Por último se hace clic en la opción Línea con marcadores, y luego clic en Aceptar.



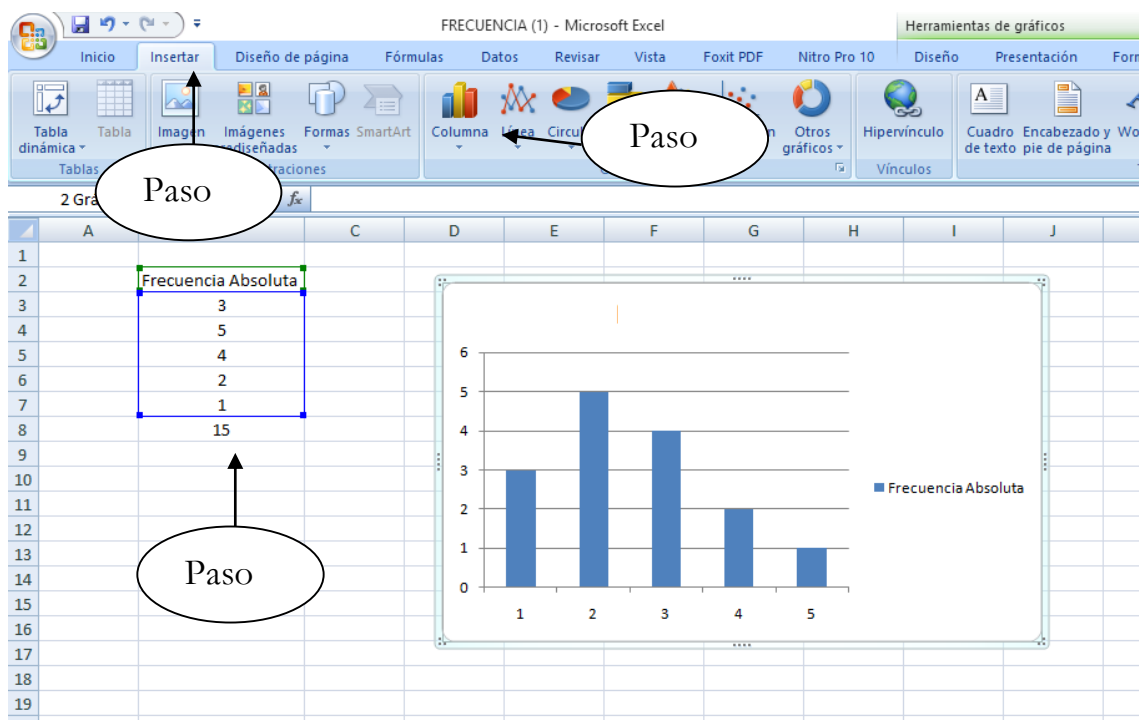
3.8.4 Inserta un diagrama de caja haciendo uso de Excel:

1. Selección de los datos.
2. Clic en la opción insertar.
3. Luego en el menú de Gráficos, clic en Columna y por ultimo clic en Aceptar.
4. Después se da clic derecho sobre el grafico, y se selecciona la opción Seleccionar datos.
5. Por último se da clic en Cambiar fila/columna y clic en Aceptar.



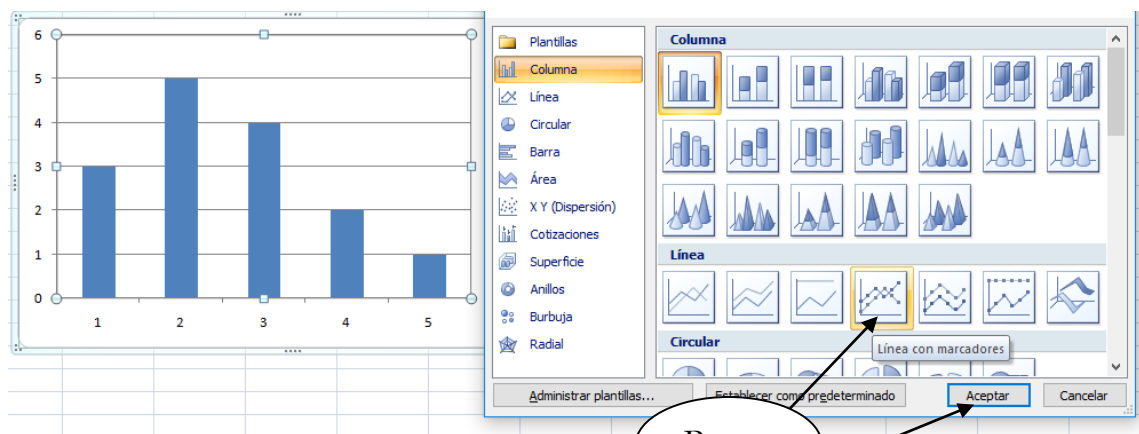
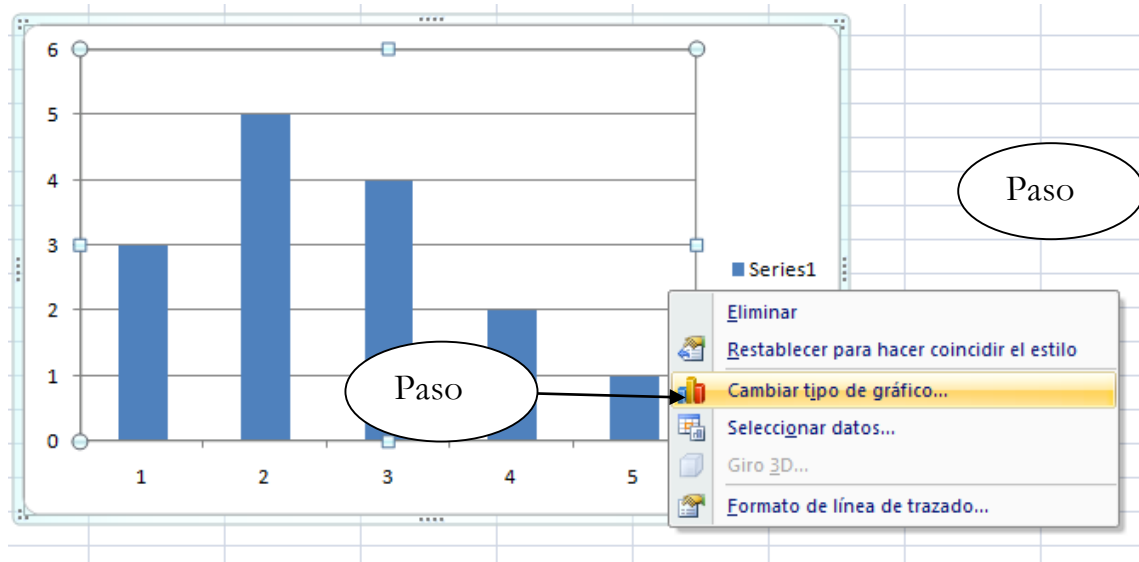
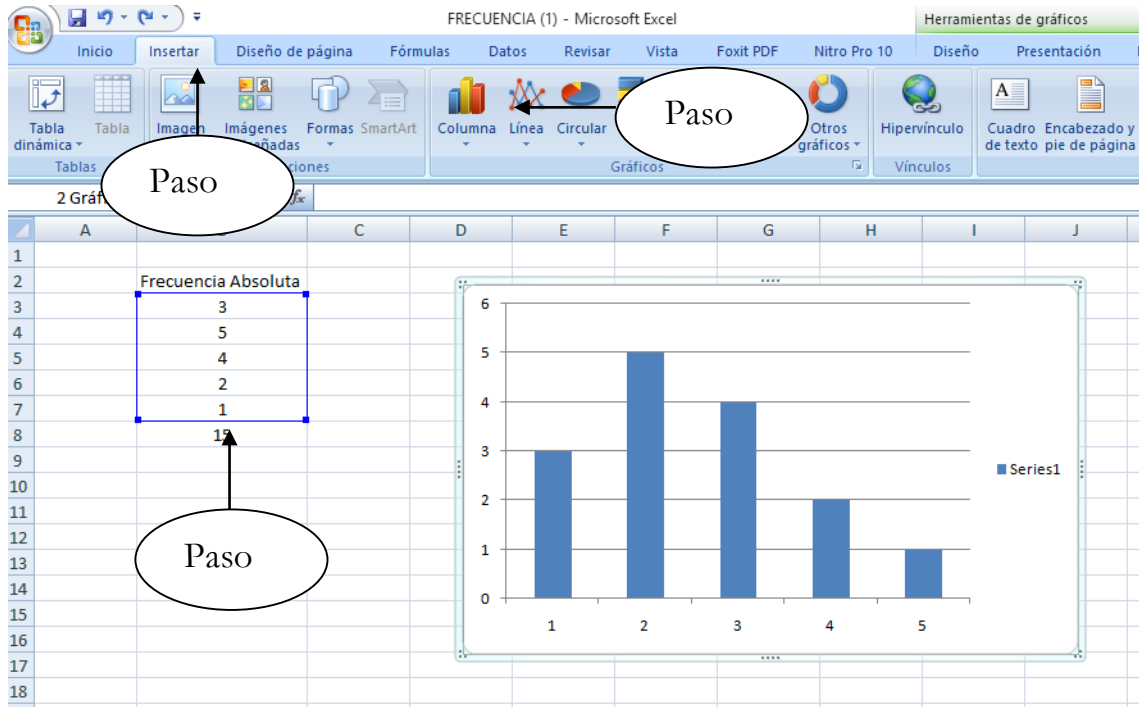
3.8.5 Inserta histograma haciendo uso de Excel:

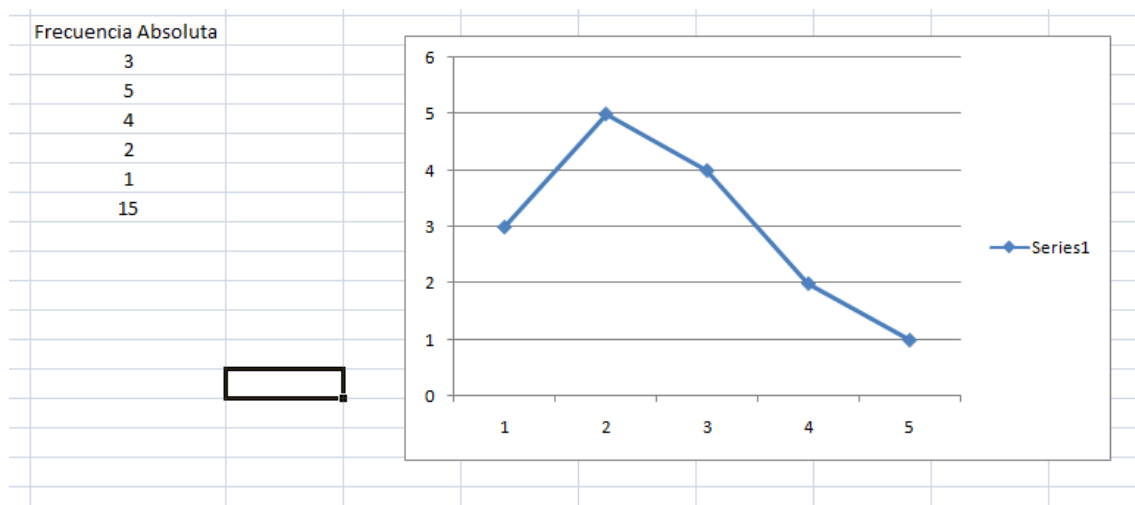
1. Selección de los datos.
2. Clic en la opción Insertar.
3. Luego en el menú de Gráficos, clic en Columna y por ultimo clic en aceptar.
4. Después se hace clic sobre una de las barras del gráfico, se hace clic derecho y se selecciona la opción Dar formato a serie de datos.
5. Por último en la opción Ancho del intervalo se reduce a 0% y se hace clic en Cerrar.



3.8.6 Inserta un polígono de frecuencia haciendo uso de Excel:

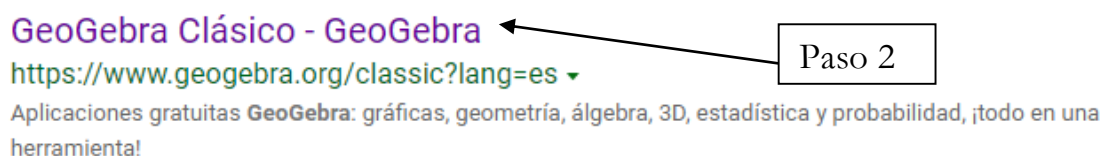
1. Se hace selección de los datos.
2. Se hace clic en la opción insertar.
3. Luego en el menú de Gráfico, clic en Barra y por ultimo clic en Aceptar.
4. Después se hace clic derecho sobre el grafico y se selecciona la opción Cambiar tipo de gráfico.
5. Por último, clic en la opción Línea con marcadores y clic en Aceptar.

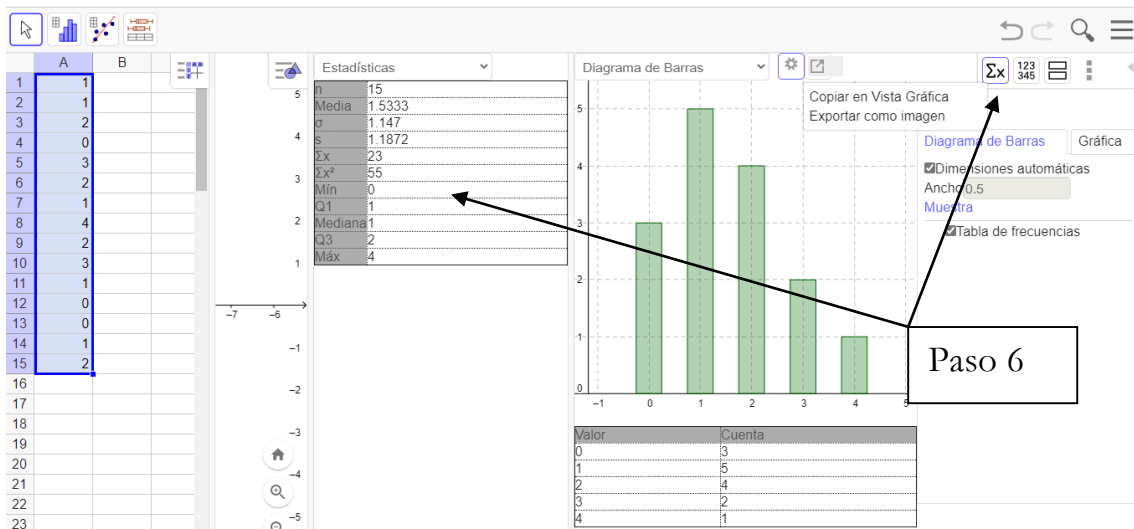
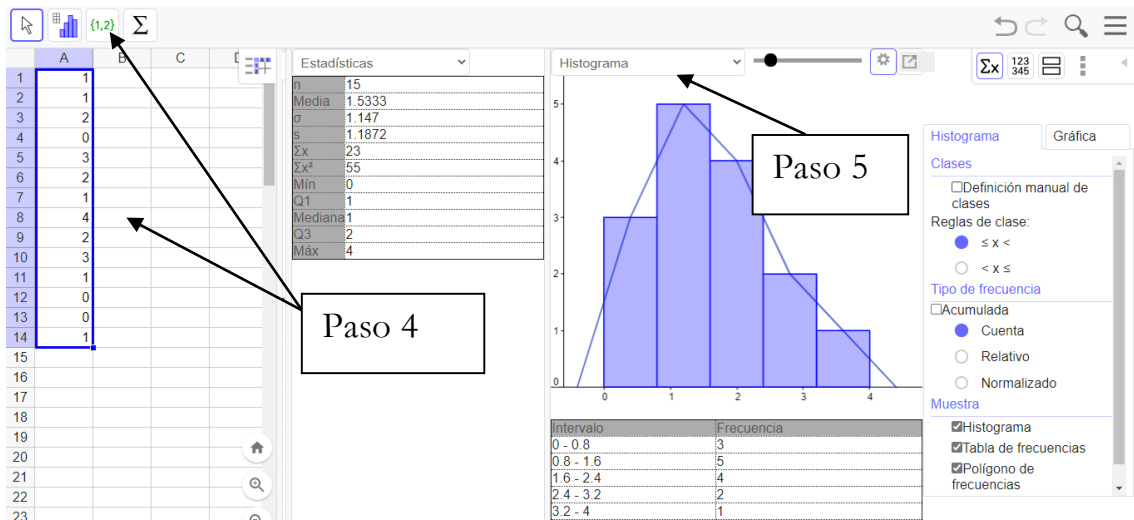
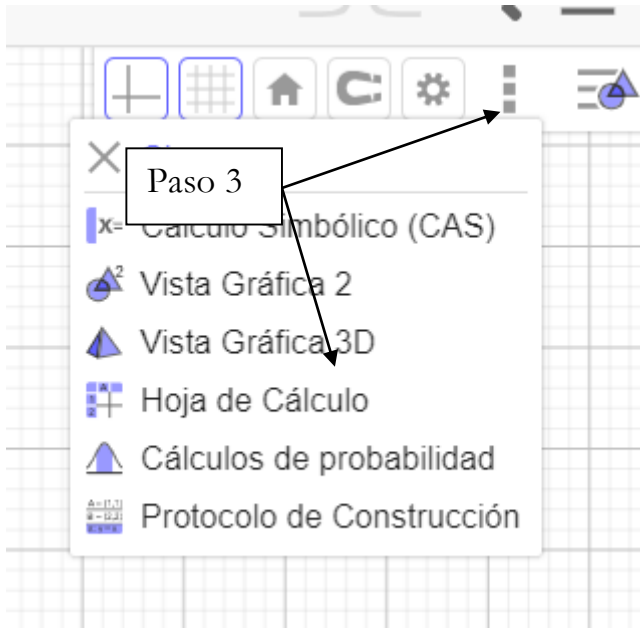


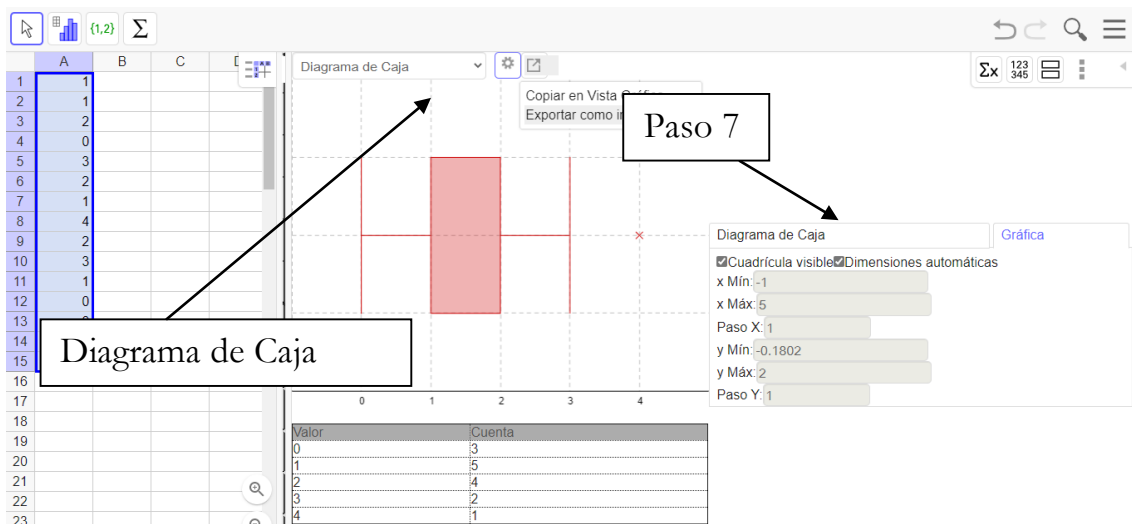


3.8.7 Elabora un histograma, diagramas de cajas y diagramas de barras haciendo uso de GeoGebra:

1. En el navegador escribe GeoGebra.
2. Selecciona en GeoGebra Clásico – GeoGebra.
3. Elige la **Hoja de Cálculo** para ingresar los datos.
4. Selecciona los datos y haz clic en **Análisis de una variable**.
5. Después de Análisis, obtendrá el resultado (**Histograma**), puede cambiar las gráficas (**Diagramas de Cajas o de Barras**)
6. Haz clic en **Mostrar Estadísticas**.
7. Haz clic en **Opciones** para agregar **Clases**, **Tipo de frecuencia** y **Muestra**.





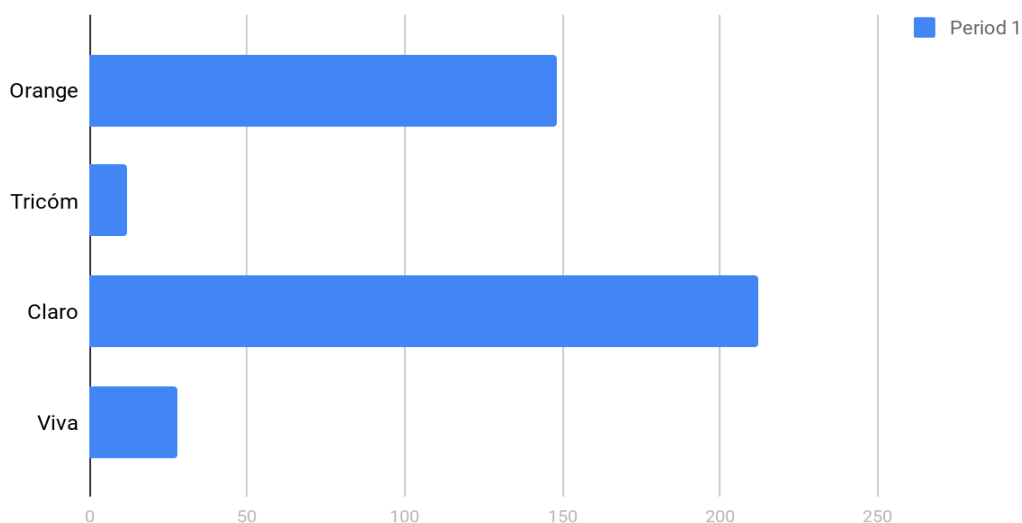


3.9 Interpretación de gráficos estadísticos

La interpretación de gráficos estadísticos es útil para comprender la información sobre diversos temas que proporcionan los medios de comunicación, oficinas privadas e instancias estatales y permite entender la realidad social, económica o política contenida en la información. Además, inferir, opinar y/o tomar decisiones sobre alguna investigación o información presentada.

Si quieres interpretar el siguiente gráfico.

Compañía de telefónica móvil de preferencia



Para la interpretación de gráficos estadísticos, se parte de la lectura de informaciones que suministran los gráficos, tal y como se plantean. En este caso, el gráfico correspondiente a la preferencia de telefonía móvil, nos permite dar respuesta a preguntas como las siguientes:

¿Cuál es el nombre de este gráfico estadístico? ¿Qué tipo de variable estadística se presenta en el gráfico? ¿Cuáles son las diferentes categorías de la variable estadística? ¿Las diferentes categorías de la variable estadística presentadas en el gráfico, representan una población o una muestra?

Al seguir con la interpretación, se puede evaluar las informaciones, sin buscar causas posibles, con preguntas como las siguientes:

¿Cuál es la compañía que tiene mayor preferencia? ¿Cuál es la compañía que tiene menor preferencia? ¿Cuántas personas fueron consultadas para el estudio?

Por último, para completar la interpretación se pueden hacer inferencias de las informaciones encontradas, con preguntas como las siguientes:

En tu opinión, ¿Cuáles son las causas por las que una compañía tiene mayor o menor preferencia?

Realiza una investigación para ver si tu opinión del punto anterior responde a la realidad.

Si fueras a elegir una de las compañías de telefonía móvil para contratar una línea nueva, ¿Cuál elegirías y por qué?

3.10 Medidas de tendencia central para datos no agrupados

Con la finalidad de analizar el número de hijos por familia de una población, se ha seleccionado una muestra de 110 familias. Los datos crudos (brutos) de esta muestra se presentan a continuación.

Ejemplo:

Número de hijos de las 110 familias seleccionadas

7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6
2	4	7	8	6	5	5	5	5	2	3
9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4
9	5	6	7	1	8	2	6	2	5	4
1	6	3	8	4	3	1	7	6	4	4
8	5	1	2	5	5	4	7	2	4	1
6	2	3	2	1	4	4	1	1	9	1
7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4
5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2
1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1

Datos:

Organiza los datos en una tabla

Xi	Conteo	fi absoluta	Fi Acumulada	Xi * fi
1	14	14	14	14
2	12	12	26	24
3	14	14	40	42
4	20	20	60	80
5	16	16	76	80
6	14	14	90	84
7	9	9	99	63
8	6	6	105	48
9	5	5	110	45
Total.		110		480

O3 f_x =CONTAR.SI(\$A\$2:\$K\$11,N3)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
1	Número de hijos de las 110 familias seleccionadas															
	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6			Xi	Conteo	
2																
3	2	4	7	8	6	5	5	5	5	2	3			1	14	
4	9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4			2	12	
5	9	5	6	7	2	6	2	5	2	5	4			3	14	
6	1	6	3	8	4	3	1	7	6	4	4			4	20	
7	8	5	1	2	5	5	4	7	2	4	1			5	16	
8	6	2	3	2	1	4	4	1	1	9	1			6	14	
9	7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4			7	9	
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2			8	6	
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1			9	5	
12															Total.	

MODA 4.3

MEDIANA 4.4

PROMEDIO 4.36363636

Fórmula

S1 f_x =O11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Número de hijos de las 110 familias seleccionadas															
	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6			Xi	Conteo	fi absoluta
2																
3	2	4	7	8	6	5	5	5	2	3				1	14	14
4	9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4			2	12	12
5	9	5	6	7	2	6	2	5	2	5	4			3	14	14
6	1	6	3	8	4	3	1	7	6	4	4			4	20	20
7	8	5	1	2	5	5	4	7	2	4	1			5	16	16
8	6	2	3	2	1	4	4	1	1	9	1			6	14	14
9	7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4			7	9	9
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2			8	6	6
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1			9	5	=O11
12														Total.		110

MODA 4.3

MEDIANA 4.4

PROMEDIO 4.36363636

El conteo tiene los mismos números de Frecuencia Absoluta

Fórmula

S1 f_x =Q10+P11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Número de hijos de las 110 familias seleccionadas																
	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6			Xi	Conteo	fi absoluta	Fi Acumulada
2																	
3	2	4	7	8	6	5	5	5	2	3				1	14	14	14
4	9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4			2	12	12	26
5	9	5	6	7	2	6	2	5	2	5	4			3	14	14	40
6	1	6	3	8	4	3	1	7	6	4	4			4	20	20	60
7	8	5	1	2	5	5	4	7	2	4	1			5	16	16	76
8	6	2	3	2	1	4	4	1	1	9	1			6	14	14	90
9	7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4			7	9	9	99
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2			8	6	6	105
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1			9	5	5	=Q10+P11
12														Total.		110	

MODA 4.3

MEDIANA 4.4

PROMEDIO 4.36363636

Número de hijos de las 110 familias seleccionadas											Organiza los datos					
												Xi	Conteo	fi absoluta	Fi Acumulada	Xi * fi
1	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6					
2																
3	2	4	7	8	6	5	5	5	5	2	3	1	14	14	14	14
4	9	6	7	8		1	2	4	5	3	4	2	12	12	26	24
5	9	5	6	7	1	8	2	6	2	5	4	3	14	14	40	42
6	1	6	3	8				7	6	4	4	4	20	20	60	80
7	8	5	1	2				7	2	4	1	5	16	16	76	80
8	6	2	3	2				1	1	9	1	6	14	14	90	84
9	7	6	3	4				3	6	8	4	7	9	9	99	63
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2	8	6	6	105	48
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1	9	5	5	110	480
12												Total		110		480

Determina la moda (M_o) en una tabla de datos no agrupados que contiene la información de las familias, el número que más se repite.

Sabes que la **moda** en una serie de datos o valores estadísticos, ordenados en una tabla de frecuencia, es el valor de la variable que más se repite, es decir, el que tiene la mayor frecuencia absoluta.

En la tabla, el 4 es el valor que más se repite. La frecuencia absoluta 20, corresponde al dato que más se repite, por tanto, la **moda** es 4, $M_o = 4$

Respuestas: La moda del número de hijos de las 110 familias es $M_o = 4$

Número de hijos de las 110 familias seleccionadas													
1	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6		
2													
3	2	4	7	8	6	5	5	5	5	2	3		
4	9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4		
5	9	5			1	8	2	6	2	5	4	MODA	4
6	1	6			4	3	1	7	6	4	4	MEDIANA	
7	8	5			5	5	4	7	2	4	1	PROMEDIO	
8	6	2	3	2	1	4	4	1	1	9	1		
9	7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4		
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2		
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1		

Nota: recuerda que un grupo de datos puede tener más de una moda

DEBES SABER:
Recuerda la simbología usada en la tabla anterior. X_i = Número de hijos. f_i = Frecuencia absoluta. F_i = Frecuencia acumulada. $X_i * f_i$ = Número de hijos por el número de personas.

Debes recordar, que, si dos datos se repiten con la misma frecuencia absoluta y esta resulta ser la mayor frecuencia de repetición de todos los datos, entonces el grupo se conoce como **bimodal (multimodal)**, que tiene más de una moda.

En el ejemplo anterior solo hay un dato que tiene la mayor frecuencia absoluta (20) por lo que se considera que este grupo de datos solo tiene una moda, es **unimodal**.

3.10.1 Mediana (Me) en una tabla de datos no agrupados en clases

Obtén el cociente de dividir el tamaño de la muestra o población entre dos (2).

Calcula $\frac{n}{2}$.

Después, ubica la primera frecuencia acumulada (F_i) que sea mayor o igual a $\frac{n}{2}$.

Que el valor de $\frac{n}{2}$ sea igual que una de las frecuencias acumuladas. Para este caso, la **mediana** será el promedio entre el dato que tiene la frecuencia acumulada igual a $\frac{n}{2}$ y el siguiente dato.

Ejemplo 1:

Calcula la mediana (Me) de la siguiente tabla que contiene los resultados de una prueba a 36 estudiantes evaluada en base a 3 puntos.

Datos

X_i	F_i	F_i
0	6	6
1	12	18
2	15	33
3	3	36
Total	$n = 36$	

Solución:

Primero calcula $\frac{n}{2} = \frac{36}{2} = 18$, como este número coincide con la frecuencia acumulada de los estudiantes que tienen la nota de 1 punto, debe promediar las notas de los que tienen 1 punto con las notas de los que tienen 2 puntos.

$$Me = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Respuesta: La mediana de las calificaciones de los 36 estudiantes es $Me = 1.5$

Qué valor de $\frac{n}{2}$ no coincida con ninguna de las frecuencias acumuladas.

Para este caso la mediana será el dato que tiene la frecuencia acumulada mayor a $\frac{n}{2}$.

Ejemplo 2:

Calcula la mediana (Me) de los datos de la tabla que organiza el número de hijos de las 110 familias.

Datos:

Xi	Conteo	fi absoluta	Fi Acumulada	Xi * fi
1	14	14	14	14
2	12	12	26	24
3	14	14	40	42
4	20	20	60	80
5	16	16	76	80
6	14	14	90	84
7	9	9	99	63
8	6	6	105	48
9	5	5	110	45
Total.		110		480

Solución:

$$\frac{n}{2}$$

$$\frac{110}{2} = 55$$

Este número no coincide con ninguna de las frecuencias acumuladas, debe buscar la primera frecuencia acumulada que sea mayor que 55.

Para este caso es la frecuencia acumulada 60, que corresponde a las familias que tienen 4 hijos, es decir, $X_i = 4$. En esta situación la mediana se obtiene directamente y es $Me = 4$.

Respuestas: la mediana del número de hijos de las 110 familias es $Me = 4$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Número de hijos de las 110 familias seleccionadas												
2	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6		
3	2	4	7	8	6	5	5	5	5	2	3		
4	9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4		
5	9	5	6			8	2	6	2	5	4	MODA	4
6	1	6	3	Fórmula		3	1	7	8	4	4	MEDIANA	4
7	8	5	1			5	4	7	2	4	1	PROMEDIO	
8	6	2	3	2	1	4	4	1	1	9	1		
9	7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4		
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2		
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1		

Debes saber que...

Si la mediana del número de hijos de las 110 familias es igual a 4, esto significa que aproximadamente la mitad de las familias tienen 4 hijos o menos.

Recuerda que para calcular la mediana: **Primero:** organiza los datos en orden creciente. **Segundo:** si el número de datos es impar, el dato del centro es la mediana. **Tercero:** si el número de datos es par, la mediana es la semisuma de los dos datos centrales.

3.10.2 Media o media aritmética (\bar{x})

La media de datos no agrupados se simboliza \bar{x} y es el cociente que resulta de dividir la suma total de todos los valores que toma la variable (X_i) entre la frecuencia total de los datos.

Cuando los datos están presentados en tablas de frecuencia, la media es el cociente de la sumatoria de los productos de cada uno de los datos por sus respectivas frecuencias absolutas entre el número total de datos, esto es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 * f_1 + x_2 * f_2 + x_3 * f_3 + \dots + x_m * f_m}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i * f_i}{n}$$

\bar{x} : la media aritmética o promedio.

m : es el número de categoría diferentes de la variable x .

n : Es el número total de datos.

Σ : es el símbolo de sumatoria.

Ejemplo 1:

Determina la media de la tabla que contiene los resultados obtenidos por 36 estudiantes en una prueba evaluada en base a 3 puntos, del ejemplo anterior.

Datos:

Observa la tabla y fíjate en los datos de la columna $(x_i * f_i)$ que han sido obtenidos de multiplicar cada dato por su frecuencia:

X_i	F_i	F_i	$X_i * f_i$
0	6	6	0
1	12	18	12
2	15	33	30
3	3	36	9
Total	n = 36		51

Solución:

Fíjate que la sumatoria de la columna $(x_i * f_i)$ es igual a 51, es decir, que:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i * f_i}{n} = 51$$

Divide este valor entre el número de datos: $n = 36$, determina la nota promedio.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i * f_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{51}{36}$$

$$\bar{x} = 1.41\bar{6}$$

$$\bar{x} = 1.4$$

Respuestas: la nota promedio de los 36 estudiantes es $\bar{x} = 1.4$

Ejemplo 2:

La media de los datos de la tabla, también se calcula con la expresión:

$$\bar{x} = \frac{x_1 * f_1 + x_2 * f_2 + x_3 * f_3 + \dots + x_m * f_m}{n}$$

Sustituye cada dato, su frecuencia y realiza la operación:

$$\bar{x} = \frac{0(6) + 1(12) + 2(15) + 3(3)}{36}$$

$$\bar{x} = \frac{0 + 12 + 30 + 9}{36}$$

$$\bar{x} = \frac{51}{36}$$

$$\bar{x} = \frac{1.41\bar{6}}{36}$$

$$\bar{x} = 1.4$$

Calcula el número promedio de hijos de la tabla de las 110 familias en

Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Número de hijos de las 110 familias seleccionadas												
2	7	4	6	9	1	4	6	5	7	3	6		
3	2	4	7	8	6	5	5	5	5	2	3		
4	9	6	7	8	4	1	2	4	5	3	4		
5	9	5	6	7	4	2	6	2	5	4			
6	1	6	3	8	7	1	7	6	4	4		MODA	4
7	8	5	1	2	2	4	7	2	4	1		MEDIANA	4
8	6	2	3	2	2	4	1	1	9	1		PROMEDIO	4.36363636363636
9	7	6	3	4	4	3	6	3	6	8	4		
10	5	2	5	3	7	9	5	5	2	6	2		
11	1	3	4	3	1	4	5	4	3	3	1		

Cuando usas la media aritmética no se pierde ninguna información, porque se utilizan todos los datos, sin embargo, esta puede ser condicionada por la

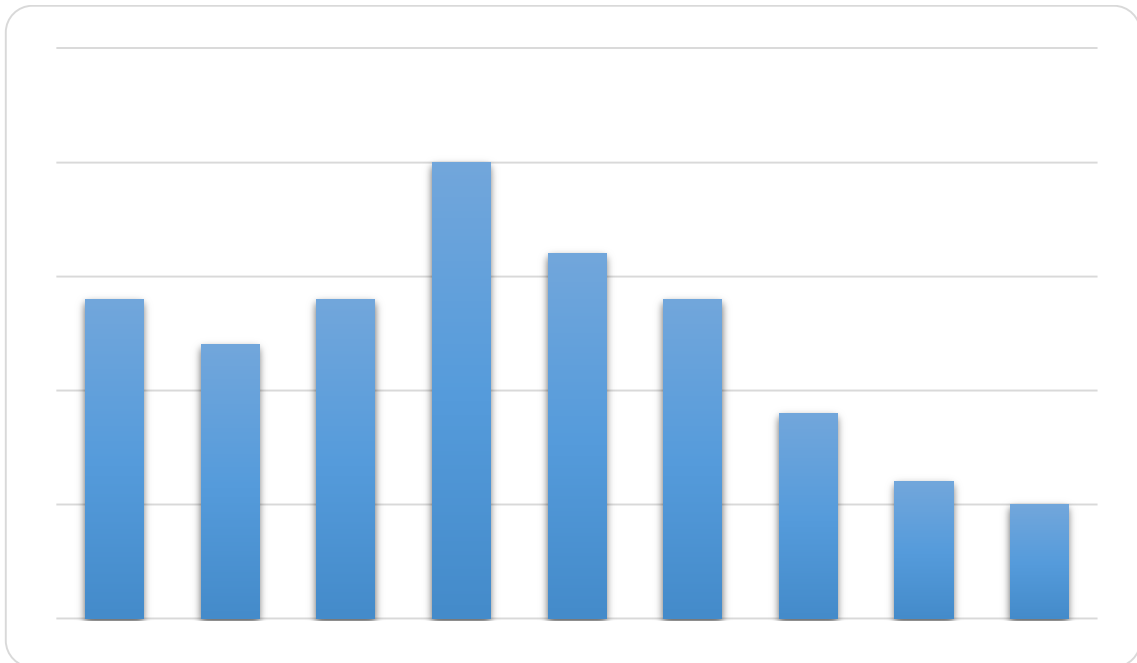
presencia de valores muy grandes o muy pequeños, que de alguna forma alteran el valor de la media aritmética.

Ejemplo:

El siguiente gráfico de barras, contiene los datos de la tabla de frecuencias que utilizamos para organizar el número de hijos de las 110 familias.

X_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F_i	14	12	14	20	16	14	9	6	5

Gráfico de barras



Los resultados en el cálculo de las medidas de tendencia central para estos datos y escribe un comentario sobre lo que puedes observar en la gráfica sobre la moda, la mediana, y la media

Elabora un gráfico de pastel

Determina las frecuencias relativas y su relación porcentual. Observa la tabla.

Datos:

Xi	Fi absoluta	Fi Acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa %
1	14	14	0.13	13%
2	12	26	0.11	11%
3	14	40	0.13	13%
4	20	60	0.18	18%
5	16	76	0.15	15%
6	14	90	0.13	13%
7	9	99	0.08	8%
8	6	105	0.05	5%
9	5	110	0.04	4%
	110		1	100%

Solución:

Calcula el ángulo que corresponde a cada por ciento (%). Recuerda que para el gráfico de pastel usa un círculo y los ángulos centrales correspondientes a la circunferencia.

100 → 11	39.6
360 → x	

Para 18%

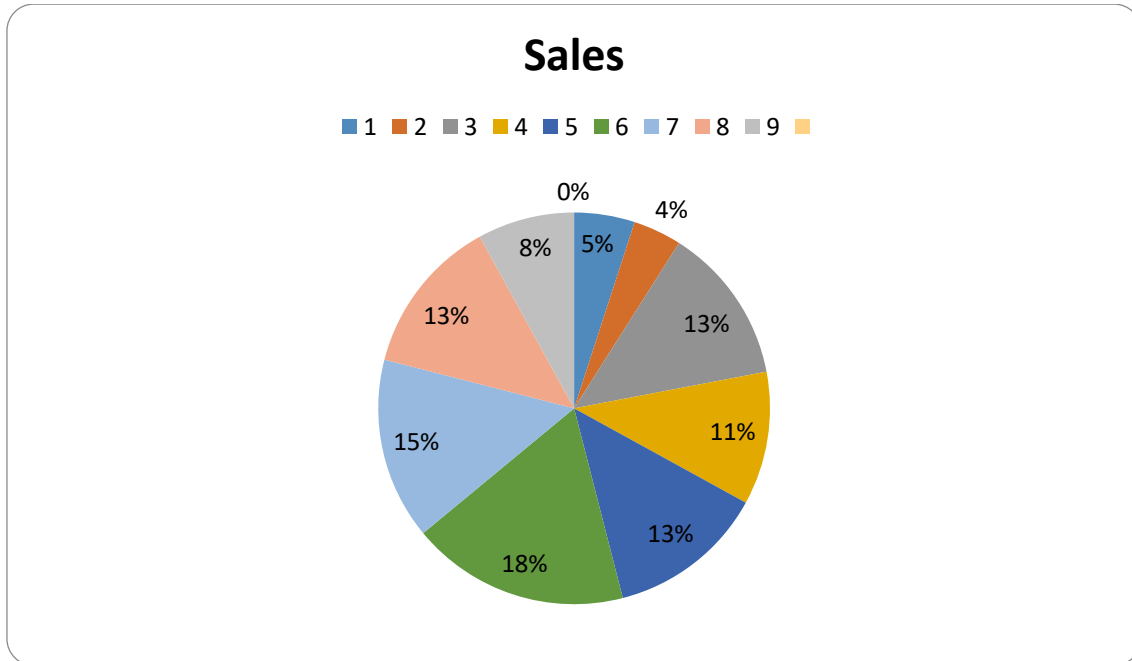
100 → 18	64.8
360 → x	

Para 18%

100 → 13	46.8
360 → x	

Para 13%

Completa los cálculos y verifica el gráfico que te presenta. Debes usar un transportador para medir los ángulos.



3.11 Medidas de tendencia central para datos agrupados

Se presenta las edades de una muestra de 40 habitantes de una comunidad, ordena en una tabla de frecuencia de datos agrupados y calcula la edad promedio de estos habitantes. Toma en cuenta las medidas de tendencia central, y la tabla de datos agrupados en clases.

Para construcción de las clases de las distribuciones de frecuencias para datos agrupados, sigue estas instrucciones.

Asegúrate de que cada dato esté en una, y solamente en una clase.

- ✓ Calcula el rango (R)
- ✓ Se conoce como rango a la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de la muestra o población.

Fórmula para el rango:

$R = \text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}$.

Construcción el rango será:

$R = 41 - 18 = 23$.

$R = 23$

Construye todas las clases del mismo ancho.

Asegúrate de que las clases sean mutuamente excluyentes.

Utiliza de 5 a 12 clases. Muy pocas clases o demasiadas clases pueden conducir a una mala interpretación de los datos.

Calcula los puntos medios o marcas de clases (xi)

Clases	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (fr)	Puntos medios o marcas de clases (Xi)
18 – 22	5	5	$5/40 = 0.125$	20
22 – 26	12	17	$12/40 = 0.3$	24
26 – 30	10	27	$10/40 = 0.25$	28
30 – 34	7	34	$7/40 = 0.175$	32
34 – 38	4	38	$4/40 = 0.1$	36
38 – 42	2	40	$2/40 = 0.1$	40
Total	n = 40		1	

Observa que para la clase 18 – 22, solo se consideraron los habitantes de la comunidad que tienen las siguientes edades: (18, 19, 20, 21).

Los habitantes de la muestra con 22 años, no son considerados en el intervalo 18 – 22 sino en el 22 – 26.

Gráfico de barras (un gráfico de barras también puede ir horizontal).

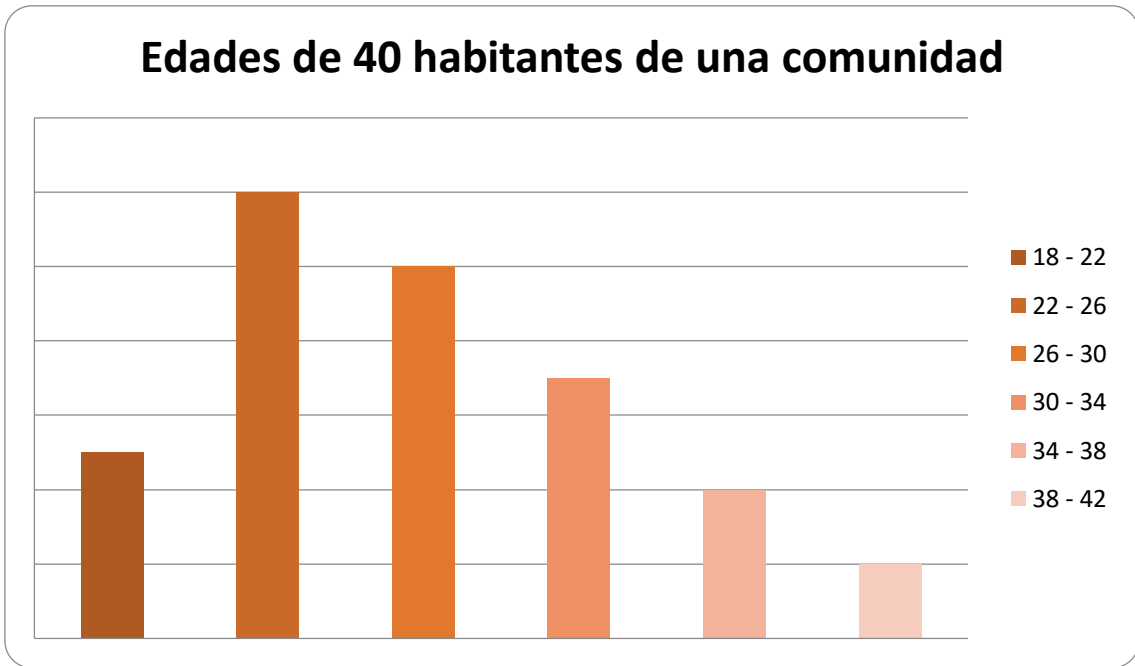
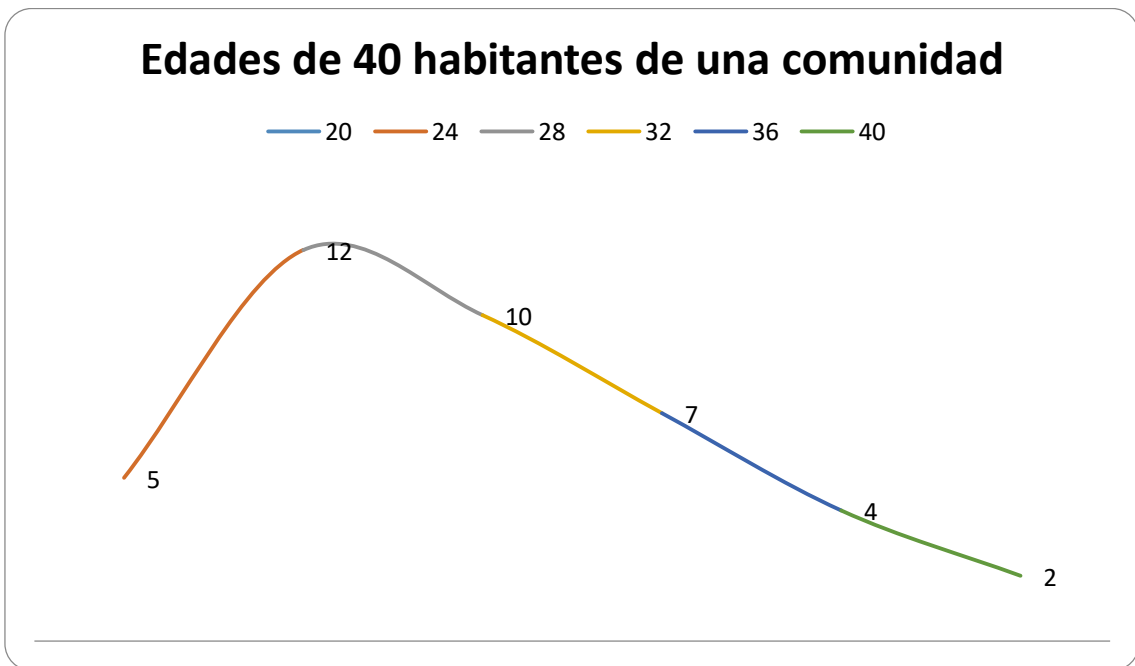
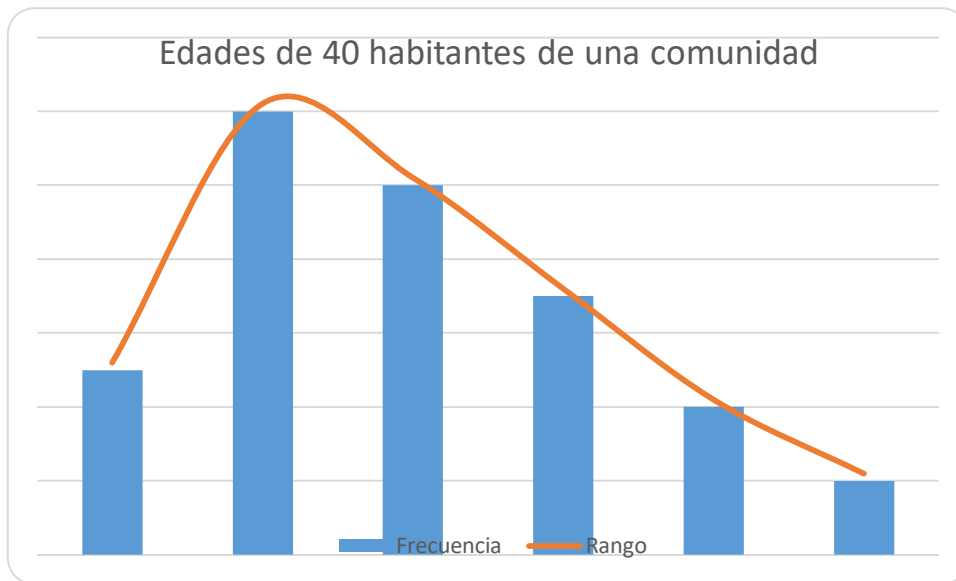


Gráfico de línea



Elabora un polígono de frecuencia, el mismo se construye a partir de un histograma, uniendo los puntos medios o marcas de clases con sus frecuencias absolutas correspondientes.

Elabora 3 columnas en Excel, la primera con los intervalos, la segunda con la frecuencia y la tercera con el rango como punto medio de cada frecuencia ejemplo frecuencia = 2, su punto medio es 2.2, frecuencia = 5, punto medio 5.2.



3.11.1 Calcula la media o media aritmética \bar{x} para datos agrupados

La media aritmética para datos agrupados es igual a la sumatoria de los productos entre cada marca de clase (**X_i**) por su frecuencia absoluta (**f_i**) dividido entre el número total (**n**) de datos de la muestra. Esto es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 * f_1 + x_2 * f_2 + x_3 * f_3 + \dots x_m * f_m}{f_1 + f_2 + \dots f_m}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i * f_i}{n}$$

Ejemplo:

Determina la edad promedio de los 40 habitantes de la comunidad.

Datos:

X_i : Es la marca de clase del intervalo i -ésimo.

f_i : Es la frecuencia absoluta del intervalo i -ésimo.

n : Es el número de datos de la muestra.

m : Es el número de intervalos.

Solución:

$$\bar{x} = \frac{x_1 * f_1 + x_2 * f_2 + x_3 * f_3 + \dots x_m * f_m}{f_1 + f_2 + \dots f_m}$$

$$\bar{x} = \frac{5(20) + 12(24) + 10(28) + 7(32) + 4(36) + 2(40)}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{100 + 288 + 280 + 224 + 144 + 80}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{1,116}{40}$$

$$\bar{x} = 27.9$$

Respuestas: La edad promedio de los 40 habitantes es aproximadamente 28 años.

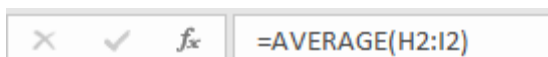
3.11.1.1 Calcula la media para datos agrupados haciendo uso de Excel:

1. Determina la sumatoria de la frecuencia absoluta.



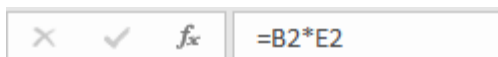
Excel formula bar showing the formula: `=SUM(B2:B7)`

2. Determinar la marca de la clase o el punto medio.



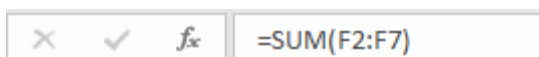
Excel formula bar showing the formula: `=AVERAGE(H2:I2)`

3. Determina el producto de la marca de clase y la frecuencia absoluta.



Excel formula bar showing the formula: `=B2*E2`

4. Determina la sumatoria del producto de la marca de clase y la frecuencia absoluta.



Excel formula bar showing the formula: `=SUM(F2:F7)`

5. Determina la media.



Excel formula bar showing the formula: `=F8/B8`

Clases	fi	Fi	fr	Xi	fi(xi)
18 - 22	5	5	0.125	20	100
22 - 26	12	17	0.3	24	288
26 - 30	10	27	0.25	28	280
30 - 34	7	34	0.175	32	224
34 - 38	4	38	0.1	36	144
38 - 42	2	40	0.05	40	80
Total	40		1		1116

Media

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i * f_i}{n}$$

27.9

3.11.2 Mediana (Me) para datos agrupados

La mediana en una tabla de datos agrupados, primero determina la clase o intervalo de la mediana.

La clase o intervalo de la mediana es la primera clase cuya frecuencia acumulada es mayor o igual que el cociente de $\frac{n}{2}$, donde "n" es igual al tamaño de la muestra o población. Luego, usa la fórmula de la mediana para datos agrupados.

$$Me = Li + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{F_i} \right) a$$

i: Es el primer intervalo cuya frecuencia acumulada supera $\frac{n}{2}$.

Li: Es el límite inferior del intervalo de la mediana.

n: Es el número de datos:

F_{i-1} : Es la frecuencia acumulada del intervalo anterior al intervalo de la mediana.

F_i : Es la frecuencia absoluta del intervalo de la mediana.

a : Amplitud del intervalo de la mediana.

Ejemplo:

Determina mediana (Me) de las edades de los 40 habitantes de la comunidad observa la tabla y sigue el procedimiento.

Clases	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia acumulada (Fi)
18 – 22	5	5
22 – 26	12	17
26 – 30	10	27
30 – 34	7	34
34 – 38	4	38
38 – 42	2	40
Total	n = 40	

Primero, determina la clase de la mediana:

Como $n = 40$

Entonces: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$

Observando la tabla, en la primera clase cuya frecuencia acumulada es mayor o igual que 20 es: **26 – 30**, cuya frecuencia acumulada es **27**. Entonces, 26 – 30 es la clase de la mediana.

Datos:

La clase de la mediana es: 26 – 30; Su límite inferior es: $L_i = 26$

La frecuencia absoluta de la clase de la mediana es: $f_i = 10$

Su amplitud o ancho de clase es: $30 - 26 = 4 \rightarrow a = 4$

La Frecuencia acumulada de la clase anterior a la clase de la mediana es: $F_{i-1} = 17$

Solución:

$$Me = Li + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{fi} \right) a$$

$$Me = 26 + \left(\frac{20 - 17}{10} \right) 4$$

$$Me = 26 + \left(\frac{3}{10} \right) 4$$

$$Me = 26 + (0.3)4 = 26 + 1.2$$

$$Me = 27.2$$

Respuesta: $Me = 27.2$ años, la mitad de la población tiene 27 años o menos.

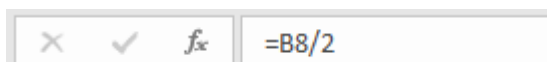
3.11.2.1 Calcula la mediana para datos agrupados haciendo uso de Excel:

1. Determina los valores de la frecuencia absoluta.
2. Determina la frecuencia acumulada.



Excel formula bar showing the formula: $=C2+B3$

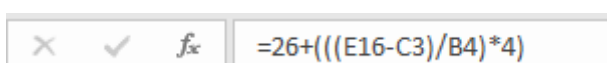
3. Divide la sumatoria de la frecuencia absoluta entre dos.



Excel formula bar showing the formula: $=B8/2$

4. Determina en la frecuencia acumulada el dato mayor o igual que el resultado del cociente entre la sumatoria de la frecuencia absoluta entre dos. (Esa fila es la que se va a usar para sustituir en los datos).

5. Determina la mediana.



Excel formula bar showing the formula: $=26+(((E16-C3)/B4)*4)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Clases	fi	Fi	fr	Xi	fi(xi)				
2	18 - 22	5	5	0.125	20	100		18	22	
3	22 - 26	12	17	0.3	24	288		22	26	
4	26 - 30	10	27	0.25	28	280		26	30	
5	30 - 34	7	34	0.175	32	224		30	34	
6	34 - 38	4	38	0.1	36	144		34	38	
7	38 - 42	2	40	0.05	40	80		38	42	
8	Total	40		1		1116				

Mediana

$$Me = Li + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) a$$

20 ← Paso 3
27.2 ← Paso 5

3.11.3 Cálculo de la moda (Mo) en una tabla de frecuencia de datos agrupados en clases

Primero determina la clase o intervalo de la moda.

La **clase o intervalo de la moda** es la clase que tiene la frecuencia absoluta más alta.

$$Mo = J_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) * a$$

Donde:

i : Es el intervalo de mayor frecuencia absoluta.

f_i : Es la frecuencia absoluta de la clase de la moda.

f_{i-1} : Es la frecuencia absoluta de la clase anterior a la clase de la moda.

f_{i+1} : Es la frecuencia absoluta de la clase siguiente a la clase de la moda.

a : Amplitud del intervalo de la clase de la moda.

Ejemplo:

Determina la moda (M_o) de las edades de los 40 habitantes de la comunidad.

Observa la tabla y sigue el procedimiento:

Clases	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia acumulada (F_i)
18 – 22	5	5
22 – 26	12	17
26 – 30	10	27
30 – 34	7	34
34 – 38	4	38
38 – 42	2	40
Total	$n = 40$	

Primero determina la clase de la moda en la tabla de datos agrupados.

Observando la tabla, la clase que tiene la frecuencia absoluta más alta: 22 – 26, cuya frecuencia absoluta es 12.

La clase de la moda es 22 – 26

Datos:

Su límite inferior es: $J_i = 22$

Su frecuencia absoluta es $f_i = 12$

Su amplitud o ancho de clase es $a = 4$

La frecuencia absoluta de la clase anterior es $f_{i-1} = 5$

La frecuencia absoluta de la clase siguiente es $f_{i+1} = 10$

Solución:

$$Mo = J_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) * a$$

$$Mo = 22 + \left(\frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 10)} \right) * 4$$

$$Mo = 22 + \left(\frac{7}{7 + 2} \right) * 4$$

$$Mo = 22 + \left(\frac{7}{9} \right) * 4$$

$$Mo = 22 + (0.7) * 4$$

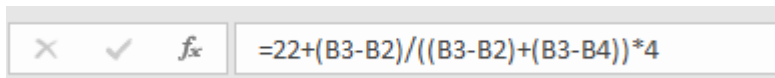
$$Mo = 22 + 3.11$$

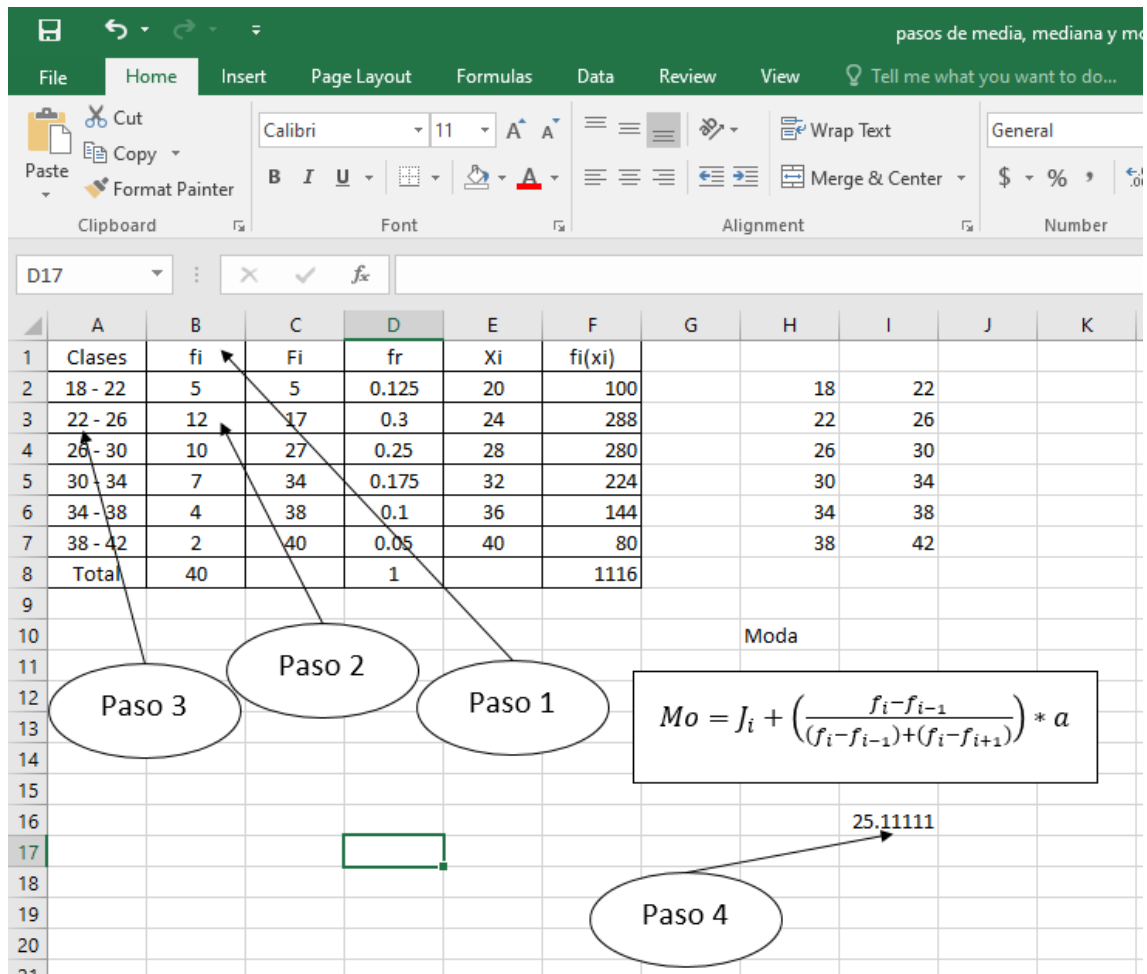
$$Mo = 25.11$$

Respuestas: La moda de las edades de los 40 habitantes es $Mo = 25.11$ años.

3.11.4 Calcula la moda para datos agrupados haciendo uso de Excel.

1. Determina los datos de la frecuencia absoluta.
2. Determina el dato más alto de la frecuencia absoluta.
3. Determina el límite inferior de esa fila.
4. Determina la moda.





3.12 Medidas de posición no centrales o cuartiles

Las medidas de posición no centrales o cuartiles son valores que dividen la muestra (población) en conjuntos que tiene el mismo número de elementos. Se utilizan para obtener información sobre valores de las distribuciones que están fuera del alcance de las medidas de tendencia central, es decir, información de valores que no son centrales.

Las medidas de posición más comunes son: **los cuartiles** (Q_k), **los deciles** (D_k), **los percentiles** (P_k).

3.12.1 Cuartiles

Los cuartiles son los tres valores que dividen una serie de datos ordenada en cuatro porciones iguales. El primer cuartil (Q1) deja a la izquierda el 25% de los datos. El segundo (Q2) deja a izquierda y derecha el 50% y coincide con la mediana. El tercero (Q3) deja a la derecha el 25% de valores.

Para calcular cuartiles para datos no agrupados

1ero: Se ordenan los datos de menor a mayor.

2do: Se calcula la posición del cuartil deseado (P_{Qk}), utilizando la siguiente fórmula.

$P_{Qk} = \frac{k*n}{4}$, donde k puede ser 1, 2, o 3 dependiendo cuál de los tres cuartiles se está calculando. Esta fórmula se utiliza cuando los datos son pares, si los datos son impares se utiliza la siguiente: $P_{Qk} = \frac{k(n+1)}{4}$

3ero: Se obtiene el valor del cuartil buscando Qk dependiendo de que el número del dato correspondiente a su posición (P_{Qk}) sea un número entero o un número decimal bajo el siguiente criterio:

Si el número correspondiente a P_{Qk} es entero, entonces el cuartil Qk será el promedio entre el número que se encuentra en la posición de P_{Qk} y el número que se encuentra en la posición siguiente a este ($P_{Qk} + 1$).

a) Si el número correspondiente a P_{Qk} es decimal, se aproxima al entero superior más cercano y el cuartil Qk será el número que ocupe esa posición.

Ejemplo:

El siguiente grupo de datos, recoge el resultado de una evaluación de ingreso de 15 estudiantes. Determina los cuartiles para este grupo de datos.

50, 62, 72, 74, 81, 85, 91, 68, 53, 64, 70, 73, 74, 76, 80.

Los tres cuartiles son:

(Q1) Primer cuartil:

Primero se organiza los datos de menor a mayor

50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91

Calcula su posición.

Como son 15 datos $n = 15$, determina el primer cuartil, entonces $k = 1$, sustituyendo en la fórmula:

Fórmula:

$$P_{Qk} = \frac{k * (n + 1)}{4}$$

Datos:

$$k = 1$$

$$k = 15$$

Solución:

$$P_{Q1} = \frac{1 * (15 + 1)}{4}$$

$$P_{Q1} = \frac{16}{4}$$

$$P_{Q1} = 4$$

Respuesta:

Ubica $Q1$ en los datos, como el valor que ocupa la posición número 4, es decir $Q1 = 64$

50, 53, 62, **64**, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91

La interpretación, es que el 25% de los estudiantes obtuvo de 64 puntos o menos en la evaluación.

3.12.1.2 Calcula el primer cuartil haciendo uso de Excel:

1. En una columna coloca los datos suministrados
2. Luego organiza los datos de menor a mayor, utilizando la función Datos (ubicada en la parte superior de Excel).
3. Ubica la celda donde desea el resultado del primer cuartil.
4. Haz clic en la opción (**Fórmula**) insertar función (**f_x**).
5. En la ventana resultante elige la función **CUARTIL.EXC**.
6. Selecciona los datos ordenados
7. Luego escribe el número del cuartil que se desea buscar (el 1 en este caso).
8. Por último se presiona **Aceptar**.

The screenshot illustrates the process of calculating the first quartile in Excel. The spreadsheet contains two columns of data: 'Datos sin ordenar' (A3:A17) and 'Datos ordenados' (C3:C17). The formula bar shows the function `=CUARTIL.EXC(C3:C17;1)`. A dialog box titled 'Argumentos de función' is open, showing the function name 'CUARTIL.EXC', the array 'C3:C17', and the quartile number '1'. The result of the formula is shown as 64. Eight numbered callouts (Paso 1 to Paso 8) point to specific elements in the interface:

- Paso 1: Points to the 'Datos sin ordenar' column.
- Paso 2: Points to the 'Datos ordenados' column.
- Paso 3: Points to the formula bar.
- Paso 4: Points to the 'Fórmula' tab in the ribbon.
- Paso 5: Points to the 'CUARTIL.EXC' function in the dialog box.
- Paso 6: Points to the 'Matriz' field in the dialog box.
- Paso 7: Points to the 'Cuartil' field in the dialog box.
- Paso 8: Points to the 'Aceptar' button in the dialog box.

3.12.1.3 Calcula el primer cuartil haciendo uso de Symbolab:

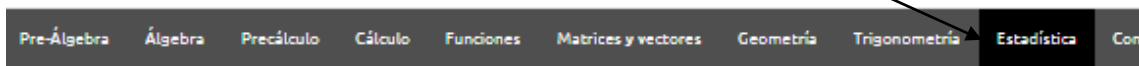
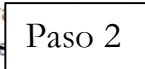
1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (Estadística).
4. Haz clic en Primer cuartil.
5. Y agrega los datos, y haz clic en Ir para tener el resultado.



Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

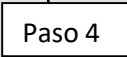
Related **Symbolab** blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Note... **Symbolab** way. Math notebooks have been around for hundreds of years.



Calculadora del primer cuartil

Encontrar el primer cuartil de un conjunto de datos paso por paso

A screenshot of the Symbolab calculator interface. On the left is a sidebar with various statistical functions. The main area contains a calculator keypad, a list of actions, an input field with the data set "primer cuartil 50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91", and a red "Ir" button. Below the input field are examples and a solution section showing the steps to find the first quartile, resulting in 64. Callout boxes "Paso 3" and "Paso 5" point to the "Estadística" menu and the "Ir" button respectively. A callout box "Paso 4" points to the "Primer cuartil" option in the sidebar.



(Q2) Segundo cuartil:

Calcula su posición.

Como vamos a calcular el segundo cuartil Q_2 . Sustituye, $k = 2$, en la fórmula para el cálculo de cuartiles y tenemos:

Fórmula:

$$P_{Qk} = \frac{k(n + 1)}{4}$$

Datos:

$$n = 15$$

$$k = 2$$

Solución:

$$P_{Q2} = \frac{2(15 + 1)}{4}$$

$$P_{Q2} = \frac{32}{4}$$

$$P_{Q2} = 8$$

Respuesta:

$$P_{Q2} = 8$$

50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, **73**, 74, 74,76, 80, 81, 85, 91

La interpretación, es que el 50% de los estudiantes obtuvo 73 puntos o menos en la evaluación.

3.12.1.4 Calcula el segundo cuartil; haciendo uso de Excel:

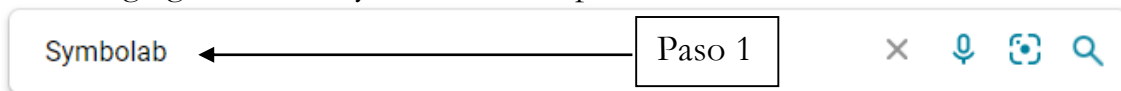
1. En una columna coloca los datos suministrados
2. Luego organiza los datos de menor a mayor, utilizando la función Datos (ubicada en la parte superior de Excel).
3. Ubica la celda donde desea el resultado del primer cuartil.
4. Haz clic en la opción **(fórmula)** insertar función (**f_x**).
5. En la ventana resultante elige la función **CUARTIL.EXC**.
6. Selecciona los datos ordenados
7. Luego escribe el número del cuartil que se desea buscar (el 2 en este caso).
8. Por último presiona aceptar.

The screenshot illustrates the process of calculating the second quartile in Excel. The spreadsheet shows two columns of data: 'Datos sin ordenar' (unsorted) and 'Datos ordenados' (sorted). The formula bar displays the function `=CUARTIL.EXC(C3:C17;2)`. A dialog box for the `CUARTIL.EXC` function is open, showing the array `C3:C17` and the quartile number `2`. The result of the function is `73`. Eight numbered callouts (Paso 1 to Paso 8) indicate the steps: Paso 1 points to the unsorted data, Paso 2 to the sorted data, Paso 3 to the formula bar, Paso 4 to the 'Formulas' ribbon, Paso 5 to the 'Insert Function' button, Paso 6 to the 'CUARTIL.EXC' function in the dialog, Paso 7 to the 'Cuartil' input field, and Paso 8 to the 'Aceptar' (Accept) button.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Datos sin ordenar		Datos ordenados		Cuartiles Q						
1										
2										
3	50	50								
4	62	53								
5	72	62								
6	74	64								
7	81	68								
8	85	70								
9	91	72								
10	68	73								
11	53	74								
12	64	74								
13	70	76								
14	73	80								
15	74	81								
16	76	85								
17	80	91								
18										
19										
20										
21										

3.12.1.5 Calcula el segundo cuartil haciendo uso de Symbolab:

1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (Estadística).
4. Haz clic en Mediana (El segundo cuartil coincide con la mediana).
5. Y agrega los datos, y haz clic en Ir para tener el resultado.

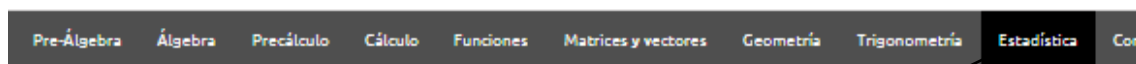


Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

Related **Symbolab** blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice, lots of practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Notebook, the **Symbolab** way. Math notebooks have been around for hundreds of years.

Paso 2



Calculadora de mediana

A screenshot of the Symbolab median calculator interface. The page title is "Calculadora de mediana" with the subtitle "Encontrar la mediana de un conjunto de datos paso por paso". On the left is a sidebar menu with various statistical options, with "Mediana" highlighted in red. The main area has a "panel completo" with a mathematical keypad. Below the keypad are "Acciones mas usadas" buttons: "media", "moda", "mediana", "varianza", "rango", and "Ver todo". A text input field contains the numbers "50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91". A red "Ir" button is to the right of the input field. Below the input field is a "Solución" section. It shows the median of the set as 73. A "Pasos" section defines the median and shows the sorted data: 50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91. It also shows the calculation: "Encontrar la mediana del conjunto ascendente de datos: 73".

Paso 4

Paso 3

Paso 5

(Q3) Tercer cuartil:

Calcula su posición.

Como vamos a calcular el tercer cuartil Q_3 . Sustituye, $k = 3$, y tenemos:

Fórmula:

$$P_{Qk} = \frac{k(n + 1)}{4}$$

Datos:

$$n = 15$$

$$k = 3$$

Solución:

$$P_{Q3} = \frac{3(15 + 1)}{4}$$

$$P_{Q3} = \frac{48}{4}$$

$$P_{Q3} = 12$$

Respuesta:

$$P_{Q3} = 12$$

50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74,76, **80**, 81, 85, 91

La interpretación, es que el 75% de los estudiantes obtuvo 80 puntos o menos en la evaluación.

3.12.1.6 Calcula el tercer cuartil; haciendo uso de Excel:

1. En una columna coloca los datos suministrados
2. Luego organiza los datos de menor a mayor, utilizando la función Datos (ubicada en la parte superior de Excel).
3. Ubica la celda donde desea el resultado del primer cuartil.
4. Haz clic en la opción **(fórmula)** insertar función (**f_x**).
5. En la ventana resultante elige la función **CUARTIL.EXC**.
6. Selecciona los datos ordenados
7. Luego escribe el número del cuartil que se desea buscar (el 3 en este caso).
8. Por último presiona aceptar.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Datos sin ordenar		Datos ordenados		Curtiles Q						
2											
3		50	50		Tercer Cuartil. Q3	=CUARTIL.EXC(C3:C17;3)					
4		62	53								
5		72	62								
6		74	64								
7		81	68								
8		85	70								
9		91	72								
10		68	73								
11		53	74								
12		64	74								
13		70	76								
14		73	80								
15		74	81								
16		76	85								
17		80	91								
18											
19											
20											
21											
22											
23											

3.12.1.7 Calcula el tercer cuartil haciendo uso de Symbolab:

1. En el navegador escribe Symbolab.
2. Selecciona en Calculadora paso por paso – Symbolab.
3. Elige el área que desea (Estadística).
4. Haz clic en Tercer cuartil.
5. Y agrega los datos, y haz clic en Ir para tener el resultado.



Calculadora paso por paso - Symbolab

<https://es.symbolab.com/solver>

Related Symbolab blog posts. Practice Makes Perfect. Learning math takes practice. Just like running, it takes practice and dedication. If you want... Read More. My Notebooks. Symbolab way. Math notebooks have been around for hundreds of years.

Paso 2

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo Cálculo Funciones Matrices y vectores Geometría Trigonometría Estadística Con

Calculadora del tercer cuartil

Encontrar el tercer cuartil de un conjunto de datos paso por paso

Medias aritméticas
Media geométrica
Media cuadrática
Mediana
Moda
Ordenar
Mínimo
Máximo
Probabilidad
Rango medio
Rango
Desviación Estándar
Varianza
Primer cuartil
Tercer cuartil
Rango intercuartilico
Promedio intercuartilico

panel completo »

Paso 3

Acciones más usadas: media, moda, mediana, varianza, rango, Ver todo

tercer cuartil 50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91 Ir

Ejemplos »

Solución

Paso 5

Mostrar pasos

Tercer cuartil de 50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91: 80

Pasos

Tercer cuartil *Ocultar definición*

El tercer cuartil es el valor que separa los tres cuartos inferiores y los cuartos superiores de un conjunto de datos.
El tercer cuartil se calcula tomando la mediana de la mitad superior de un conjunto ordenado de datos.

Ordenar los elementos en orden ascendente
50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91

Mostrar pasos

Tomar la mitad superior del conjunto ordenado de manera ascendente: 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91

Mostrar pasos

Mediana de 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91: 80

80

Paso 4

3.12.2 Deciles

Los deciles (D_k) son 9 valores (números reales) que dividen a un conjunto de datos ordenados (generalmente de menor a mayor) en diez partes iguales. Se

simbolizan: $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$ y determinan los valores correspondientes al 10%, 20%, ..., Y 90% respectivamente.

El valor del quinto decil es igual a la mediana, es decir, $D_5 = Me$

Para calcular deciles de datos no agrupados, se utilizan los mismos criterios usados para el cálculo de los cuartiles, aplicando la fórmula para determinar la posición deseada.

La posición del decil D_k es:

$P_{Dk} = \frac{k*n}{10}$, esto para cuando los datos son pares, en caso de ser impares se

utiliza la fórmula $P_{Dk} = \frac{k(n+1)}{10}$

Donde k puede ser: 1, 2 y 3... 8 y 9, dependiendo cuál de los nueve deciles se está calculando.

Ejemplo:

Calcula los deciles D_4 y D_7 de los siguientes datos no agrupados.

50, 53, 62, 64, 68, 70, 72, 73, 74, 74, 76, 80, 81, 85, 91

Fórmula:

$$P_{Dk} = \frac{k(n + 1)}{10}$$

Datos:

Para el D_4

k = 4

n = 15

Solución:

$$P_{D4} = \frac{4(15 + 1)}{10}$$

$$P_{D4} = \frac{64}{10}$$

$$P_{D4} = 6.4$$

Como nos da una posición intermedia, se calcula el promedio del valor anterior y posterior a la cantidad.

Respuesta:

El valor $D4 = 71$ indica que el 40% de los estudiantes obtuvo 71 puntos o menos en la evaluación.

3.12.2.1 Calcula el decil 4 haciendo uso de Excel

1. En una columna coloca los datos suministrados
2. En una celda coloca el número del decil que se desea buscar, (el 4 en este caso) se procede a dividirlo entre 10; y se coloca el resultado.
3. Ubica la celda donde desea el resultado del decil 4
4. Haz clic en la opción **(fórmula)** insertar función (**f_x**).
5. En la ventana resultante elige la función **PERCENTIL.EXC.**
6. Selecciona los datos suministrados
7. Luego selecciona el resultado de la división realizada en el paso 2 (0,40 en este caso).
8. Por último presiona aceptar.

Fórmula:

$$P_{Dk} = \frac{k * n}{10}$$

Datos:

Para el D_7

$$n = 15$$

$$k = 7$$

Solución:

$$P_{D7} = \frac{7 * 15}{10}$$

$$P_{D7} = \frac{105}{10}$$

$$P_{D7} = 10.5$$

Respuesta:

Como P_{D7} es 10.5, un número decimal, debe aproximar al entero próximo superior que es 11.

El valor $D7 = 76$ indica que el 70% de los estudiantes obtuvo 76 puntos o menos en la evaluación.

3.12.2.2 Calcula el decil 7 haciendo uso de Excel

1. En una columna coloca los datos suministrados
2. En una celda coloca el número del decil que se desea buscar, (el 7 en este caso) se procede a dividirlo entre 10; y se coloca el resultado.
3. Ubica la celda donde desea el resultado del decil 7
4. Haz clic en la opción **(Fórmula)** insertar función (**f_x**).
5. En la ventana resultante elige la función percentil.EXC.
6. Selecciona los datos suministrados
7. Luego selecciona el resultado de la división realizada en el paso 2 (0,70 en este caso).

The image shows an Excel spreadsheet with the following data in column A:

1	50
2	53
3	62
4	64
5	68
6	70
7	72
8	73
9	74
10	74
11	76
12	80
13	81
14	85
15	91

Column C contains: 7, Decil, 10, 0,7. The formula bar shows `=PERCENTIL.EXC(A1:A15;C4)`. The dialog box shows the function arguments: Matriz: A1:A15, K: C4, Resultado de la fórmula = 76,8.

3.12.3 Percentiles

Los percentiles (P_k) son noventa y nueve valores (números reales) que dividen a un conjunto de datos ordenados (generalmente de menor a mayor) en cien partes iguales. Se simbolizan: $P_1, P_2, P_3 \dots P_{98}, P_{99}$ y determinan los valores correspondientes al 1%, 2%, 3%, ..., y 98%, 99% respectivamente. El valor del percentil cincuenta es igual a la mediana, es decir, $P_{50} = Me$

Para calcular percentiles de datos no agrupados, se utilizan los mismos criterios usados para el cálculo de los cuartiles y deciles, aplicando la fórmula para determinar la posición deseada.

3.12.4 La posición del percentil P_k es:

$P_{Pk} = \frac{k \cdot n}{100}$, esto cuando los datos son pares, en caso de ser impares se usa la fórmula: $P_{Pk} = \frac{k(n+1)}{100}$

Donde k puede ser: 1, 2 y 3... 98 y 99, dependiendo cuál de los noventa y nueve percentiles se está calculando.

Ejemplo:

Dado los siguientes datos, determine P_{18} .

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.

Fórmula:

$$P_{Pk} = \frac{k \cdot n}{100}$$

Datos:

Para el P_{18}

$$n = 24$$

$$k = 18$$

Solución:

$$P_{P18} = \frac{18 \cdot 24}{100}$$

$$P_{P18} = \frac{432}{100}$$

$$P_{P18} = 4.3$$

Respuesta:

Como la respuesta no es un entero, se dice que la posición está entre el cuarto y quinto lugar.

3.12.3.1 Calcula el percentil 18 haciendo uso de Excel

1. En una columna coloca los datos suministrados.
2. Ubica la celda donde desea el resultado del percentil 18.
3. Haz clic en la opción **(fórmula)** insertar función (**f_x**).
4. En la ventana resultante elige la función **PERCENTIL.EXC**.
5. Selecciona los datos suministrados
6. Luego escribe el número del percentil que se desea buscar, teniendo en cuenta que no se debe colocar como un número entero, sino como decimal (0,18 en este caso).
7. Por último presiona **Aceptar**.

The image shows a screenshot of the Microsoft Excel interface. The ribbon at the top includes 'Archivo', 'Inicio', 'Insertar', 'Diseño de página', 'Fórmulas', 'Datos', 'Revisar', and 'Vista'. The 'Fórmulas' ribbon is active, showing the 'Insertar función' button (fx) and the formula bar containing '=PERCENTIL.EXC(A1:A24;0,18)'. The spreadsheet grid shows columns A through J and rows 1 through 25. Column A contains the numbers 1 through 24. Cell C1 is labeled 'Percentil'. Cell C3 contains the formula '=PERCENTIL.EXC(A1:A24;0,18)'. A dialog box titled 'Argumentos de función' is open, showing the function 'PERCENTIL.EXC' with 'Matriz' set to 'A1:A24' and 'K' set to '0,18'. The result of the formula is shown as '4,5'. Arrows point from labels 'Paso 1' through 'Paso 7' to various elements in the spreadsheet and the dialog box.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1		Percentil							
2	2									
3	3		Percentil 18.P18		=PERCENTIL.EXC(A1:A24;0,18)					
4	4									
5	5									
6	6									
7	7									
8	8									
9	9									
10	10									
11	11									
12	12									
13	13									
14	14									
15	15									
16	16									
17	17									
18	18									
19	19									
20	20									
21	21									
22	22									
23	23									
24	24									
25										

3.13 Medidas de posición no centrales en una tabla de datos no agrupados

Sabes que la mediana (Me) es una medida de tendencia central, además es una medida de posición especial, que coincide con Q_2 , D_5 , y P_{50} .

Para obtener cualquiera de las tres medidas de posición, debe seguir un procedimiento similar para el cálculo de la mediana, aplica la fórmula que se utiliza para la ubicación de la mediana deseada.

Los pasos para ubicar medidas de posición en una tabla para datos no agrupados, primero se determina la posición de la medida buscada.

Luego ubicas en la tabla la primera frecuencia acumulada (F_i) que sea mayor o igual que el valor del cociente calculado en el paso anterior. Se pueden presentar dos situaciones.

1. Que el valor obtenido del cociente sea igual que una de las frecuencias acumuladas.

Para este caso, la medida de posición buscada será el promedio entre el dato que tiene la frecuencia acumulada igual al valor obtenido del cociente y el valor siguiente a este.

2. Que el valor obtenido del cociente no coincida con ninguna de las frecuencias acumuladas. Para este caso, la medida de posición será el dato que tiene la frecuencia acumulada mayor que el valor obtenido del cociente de la medida de posición buscada.

Ejemplo:

En la tabla se encuentran los resultados de una encuesta sobre el número de visitas mensuales que un grupo de 50 clientes hicieron a un supermercado. Calcular el primer cuartil (Q1), el séptimo decil (D7) y el percentil 81 (P81).

x_i	f_i	F_i
1	11	11
2	16	27
3	13	40
4	6	46
5	4	50
Total	n = 50	

Calcula su posición del Q1

Fórmula:

$$P_{Qk} = \frac{n * k}{4}$$

Datos:

$$n = 50$$

$$k = 1$$

Solución:

$$P_{Q1} = \frac{50 * 1}{4}$$

$$P_{Q1} = \frac{50}{4}$$

$$P_{Q1} = 12.5$$

Ubica en la tabla de frecuencia acumulada que sea mayor o igual que 12.5. La primera frecuencia acumulada mayor que 12.5, es $F_i = 27$, correspondiente a X_i

= 2.

x_i	f_i	F_i
1	11	11
2	16	27
3	13	40
4	6	46
5	4	50
Total	n = 50	

Respuesta:

El valor del primer cuartil es $Q1 = 2$

Esto significa que el 25% de los encuestados visitan el supermercado 2 veces o menos al mes.

3.13.1 Calcula el primer cuartil en una tabla haciendo uso de Excel

1. En una columna se coloca el % al que equivale el primer cuartil.
2. Se crea una tabla de frecuencia, y en la primera columna se colocan los valores de las variables (X_i).
3. En la segunda columna se ubica la frecuencia absoluta de cada variable (f_i).
4. En la tercera columna se calcula la frecuencia absoluta acumulada (F_i). Esta se calcula escribiendo el signo de igual (**=**), luego copiando el primer número de la frecuencia absoluta (f_i) en la primera fila de la frecuencia absoluta acumulada, luego se escribe el signo de igual (**=**), y se selecciona la primera fila de F_i , luego se presiona la tecla sumar (+), y se selecciona la segunda fila de la columna f_i , y se presiona aceptar (**=C2+B3**). Por último se arrastra el cursor para proporcionar los datos faltantes.
5. En la cuarta columna se calcula la frecuencia porcentual ($f_i\%$). Esta se calcula escribiendo el signo de igual (**=**), luego se elige la primera fila de f_i y se divide en el total de f_i , luego del signo de división se coloca el signo de dinero, al igual que antes del sustraendo (**=B2/\$B\$7**). Por último se presiona aceptar y se arrastra el cursor para que arroje los datos faltantes.
6. En la quinta columna se calcula la frecuencia porcentual acumulada ($f_i\%$ acumulada). Para esto se copia el primer dato de la $f_i\%$, luego en la segunda fila de la misma columna se escribe el signo de igual (**=**) y se elige la primera fila de la columna $f_i\%$ acumulada y se suma a la segunda fila de la columna $f_i\%$ (**=E2+D3**). Por último se presiona aceptar y se arrastra el cursor hacia abajo para que arroje los datos faltantes.
7. Por último se busca en la columna de $f_i\%$ acumulada el número que sea menor a 25%, y se elige el siguiente. Luego en esa misma fila hay que ir a la primera casilla y elegir el número de la variable, y dicho dato es el primer cuartil.

Calcula el séptimo decil (D7)

Datos:

$n = 50$

$k = 7$

Solución:

$$P_{Dk} = \frac{n * k}{10}$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	X_i	f_i	F_i	$f_i \%$	$f_i \%$ acumulada		Cuartil 1.Q1= 25%
2	1	11	11	0,22	0,22		
3	2	16	27	0,32	0,54	Q1	
4	3	13	40	0,26	0,8		
5	4	6	46	0,12	0,92		
6	5	4	50	0,08	1		
7	Total	50		1			

$$P_{D8} = \frac{50 * 7}{10}$$

$$P_{D8} = \frac{350}{10}$$

$$P_{D8} = 35$$

Ubica en la tabla de frecuencia acumulada la primera frecuencia acumulada que sea mayor o igual que 35; En este caso $F_i = 40$, que corresponde a $X_i = 3$

x_i	f_i	F_i
1	11	11
2	16	27
3	13	40
4	6	46
5	4	50
Total	n = 50	

Respuesta:

El valor del séptimo decil $(D_7) = 3$

Esto significa que el 70% de los encuestados visitan el supermercado 3 veces o menos al mes.

3.13.2 Calcula el séptimo decil en una tabla de datos no agrupados haciendo uso de Excel

1. En una columna se coloca el % al que equivale el séptimo cuartil.
2. Se crea una tabla de frecuencia, y en la primera columna se colocan los valores de las variables (X_i).
3. En la segunda columna se ubica la frecuencia absoluta de cada variable (f_i).
4. En la tercera columna se calcula la frecuencia absoluta acumulada (F_i). Esta se calcula escribiendo el signo de igual ($=$), luego copiando el primer número de la frecuencia absoluta (f_i) en la primera fila de la frecuencia absoluta acumulada, luego se escribe el signo de igual ($=$), y se selecciona la primera fila de F_i , luego se presiona la tecla sumar (+), y se selecciona la

segunda fila de la columna fi, y se presiona aceptar ($=C2+B3$). Por último se arrastra el cursor para proporcionar los datos faltantes.

5. En la cuarta columna se calcula la frecuencia porcentual (fi%). Esta se calcula escribiendo el signo de igual (=), luego se elige la primera fila de fi y se divide en el total de fi, luego del signo de división se coloca el signo de dinero, al igual que antes del sustraendo ($=B2/\$B\7). Por último se presiona aceptar y se arrastra el cursor para que arroje los datos faltantes.
6. En la quinta columna se calcula la frecuencia porcentual acumulada (fi% acumulada). Para esto se copia el primer dato de la fi%, luego en la segunda fila de la misma columna se escribe el signo de igual (=) y se elige la primera fila de la columna fi% acumulada y se suma a la segunda fila de la columna fi% ($=E2+D3$). Por último se presiona aceptar y se arrastra el cursor hacia abajo para que arroje los datos faltantes.
7. Por último se busca en la columna de fi % acumulada el número que sea menor a 70%, y se elige el siguiente. Luego en esa misma fila hay que ir a la primera casilla y elegir el número de la variable, y dicho dato es el séptimo decil.

	A	B	C	D	E	F	G
1	X_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$f_i\%$ acumulada		decil 7 D7= 70%
2	1	11	11	0,22	0,22		
3	2	16	27	0,32	0,54		
4	3	13	40	0,26	0,8	D7	
5	4	6	46	0,12	0,92		
6	5	4	50	0,08	1		
7	Total	50		1			

Calcula la posición del P81

Datos:

$$n = 50$$

$$k = 81$$

Solución:

$$P_{Pk} = \frac{n * k}{100}$$

$$P_{P81} = \frac{50 * 81}{100}$$

$$P_{P81} = \frac{4,050}{100}$$

$$P_{P81} = 40.5$$

Ubica en la tabla de frecuencia acumulada la primera frecuencia acumulada que sea mayor o igual que 40.5.

La primera frecuencia acumulada que es mayor o igual que 40.5 es $F_i = 46$ que corresponde a $X_i = 4$.

x_i	f_i	F_i
1	11	11
2	16	27
3	13	40
4	6	46

5	4	50
Total	n = 50	

Respuesta:

El valor del Percentil 81 es $P_{81} = 4$

Esto significa que el 81% de los encuestados visitan el supermercado 4 veces o menos al mes.

3.13.3 Calcula el percentil 81 en una tabla de datos no agrupados haciendo uso de Excel:

1. En una columna se coloca el % al que equivale el percentil 81.
2. Se crea una tabla de frecuencia, y en la primera columna se colocan los valores de las variables (X_i).
3. En la segunda columna se ubica la frecuencia absoluta de cada variable (f_i).
4. En la tercera columna se calcula la frecuencia absoluta acumulada (F_i). Esta se calcula escribiendo el signo de igual (=), luego copiando el primer número de la frecuencia absoluta (f_i) en la primera fila de la frecuencia absoluta acumulada, luego se escribe el signo de igual (=), y se selecciona la primera fila de F_i , luego se presiona la tecla sumar (+), y se selecciona la segunda fila de la columna f_i , y se presiona aceptar (=C2+B3). Por último se arrastra el cursor para proporcionar los datos faltantes.

- En la cuarta columna se calcula la frecuencia porcentual ($f_i\%$). Esta se calcula escribiendo el signo de igual ($=$), luego se elige la primera fila de f_i y se divide en el total de f_i , luego del signo de división se coloca el signo de dinero, al igual que antes del sustraendo ($=B2/\$B\7). Por último se presiona aceptar y se arrastra el cursor para que arroje los datos faltantes.

	A	B	C	D	E	F	G
1	X_i	f_i	F_i	$f_i\%$	$f_i\%$ acumulada		Percentil 81. P81= 81%
2	1	11	11	0,22	0,22		
3	2	16	27	0,32	0,54		
4	3	13	40	0,26	0,8		
5	4	6	46	0,12	0,92	P81	
6	5	4	50	0,08	1		
7	Total	50		1			

- En la quinta columna se calcula la frecuencia porcentual acumulada ($f_i\%$ acumulada). Para esto se copia el primer dato de la $f_i\%$, luego en la segunda fila de la misma columna se escribe el signo de igual ($=$) y se elige la primera fila de la columna $f_i\%$ acumulada y se suma a la segunda fila de la columna $f_i\%$ ($=E2+D3$). Por último se presiona aceptar y se arrastra el cursor hacia abajo para que arroje los datos faltantes.
- Por último se busca en la columna de $f_i\%$ acumulada el número que sea menor a 81%, y se elige el siguiente. Luego en esa misma fila hay que ir a la primera casilla y elegir el número de la variable, y dicho dato es el percentil 81.

3.14 Medidas de dispersión

Las **medidas de dispersión** (variabilidad, dispersión o propagación) es el grado en que una distribución se estira o exprime. Ejemplos comunes de medidas de dispersión estadística son la **varianza**, la **desviación estándar** y el **rango intercuartil**.

Las medidas de dispersión se contrastan con la ubicación o la tendencia central, y juntas son las propiedades más utilizadas de las distribuciones.

Los siguientes datos representan la duración en meses de dos marcas de bombillos para hornos.

Marca A: 3, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 13, 14

Marca B: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 11, 12

Si calculas la media a cada grupo de datos te darás cuenta que la duración promedio de ambas marcas es exactamente la misma, es decir, tienen la misma media

$$\bar{x} = 7.25$$

Los tiempos de duración de los bombillos de la **marca A** están más alejados (dispersos) de la media, que los tiempos de duración de los de la **marca B**.

3.14.1 Dispersión o variabilidad

Otra característica medible en un conjunto de datos es la dispersión, la cual nos indica cómo se distribuyen los datos en torno a su media (mediana o moda), esto es, qué tan dispersos o concentrados están los datos, usando como punto de referencia una de las medidas de tendencia central ya estudiadas.

Las medidas de dispersión más utilizadas son:

- a) El rango (R).
- b) El recorrido intercuartílico (Q).
- c) La desviación media (Dm)

- d) La varianza
- e) La desviación típica.

3.14.1.2 Recorrido intercuartílico (Q)

Se le llama **rango intercuartílico** o **rango intercuartil**, a la diferencia entre el tercer cuartil (Q_3) y el primer cuartil (Q_1), es decir: $RQ = Q_3 - Q_1$. A la mitad del rango intercuartil se le conoce como desviación cuartil (DQ), es afectada muy poco por cuentas extremas. Esto lo hace una buena medida de dispersión para distribuciones sesgadas: $DQ = RQ/2 = (Q_3 - Q_1)/2$.

Se usa para construir los diagramas de caja y bigote (*box plots*) que sirven para visualizar la variabilidad de una variable y comparar distribuciones de la misma variable; además de ubicar valores extremos.¹

Ejemplo:

Dadas las siguientes marcas de clases determina el recorrido intercuartílico de la **marca A**.

Marca A: 3, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 13, 14

Marca B: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 11, 12

Calcula los cuartiles de los datos de la marca A

Fórmula:

$$P_{Qk} = \frac{n * k}{4}$$

Datos:

Para el P_{Q1}

$n = 12$

$k = 1$

Solución:

$$P_{Q1} = \frac{12 * 1}{4}$$

$$P_{Q1} = \frac{12}{4}$$

$$P_{Q1} = 3$$

Respuesta:

Como P_{Q1} es 3, un número entero, debemos promediar el valor que está en la posición con el valor en la posición 4.

Para el P_{Q3}

Datos:

$$n = 12$$

$$k = 3$$

Solución:

$$P_{Qk} = \frac{n * k}{4}$$

$$P_{Q3} = \frac{12 * 3}{4}$$

$$P_{Q3} = \frac{36}{4}$$

$$P_{Q3} = 9$$

Respuesta:

Como P_{Q3} es 9, un número entero, debemos promediar el valor que está en la posición 9 con el valor que está en la posición 10.

Segundo, determina $Q1$ y $Q3$

$$Q_1 = \frac{4 + 5}{2}$$

$$Q_1 = \frac{9}{2}$$

$$Q_1 = 4.5$$

$$Q_3 = \frac{8 + 9}{2}$$

$$Q_3 = \frac{17}{2}$$

$$Q_3 = 8.5$$

Datos:

$$Q_1 = 4.5$$

$$Q_3 = 8.5$$

Solución:

$$Q = Q_3 - Q_1$$

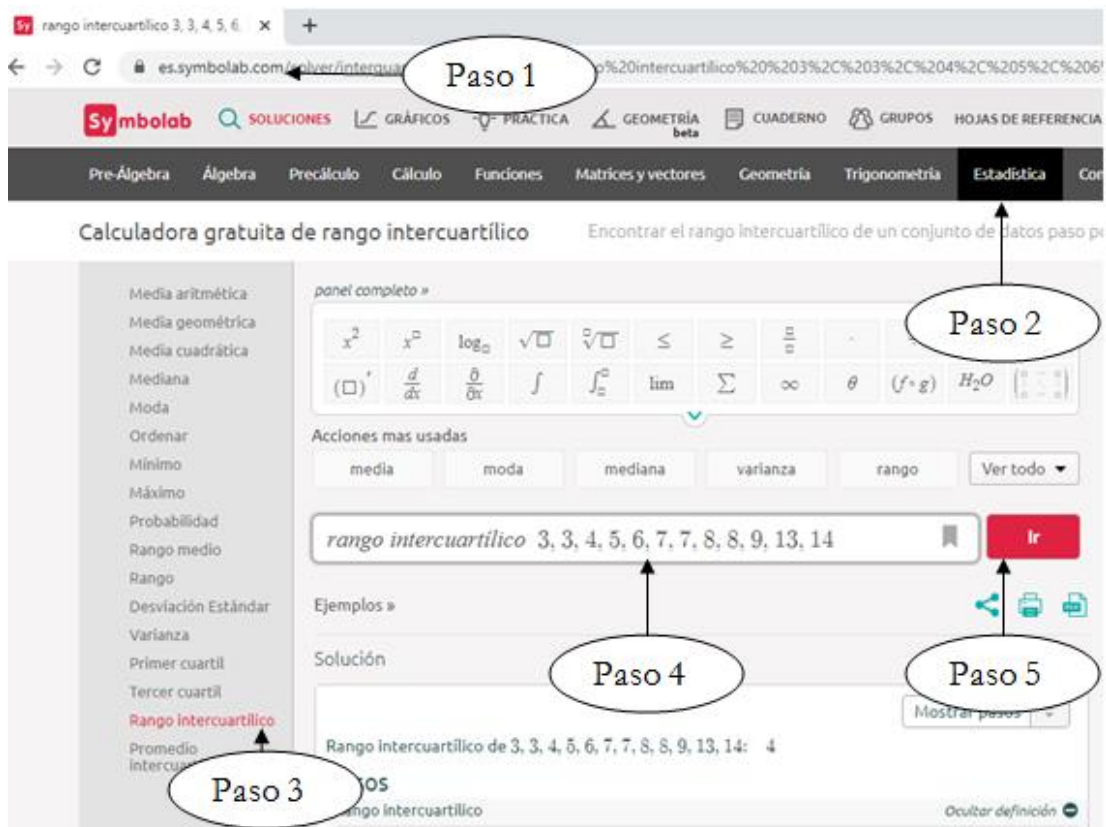
$$Q = 8.5 - 4.5$$

$$Q = 4$$

Respuesta: el recorrido intercuartílico es igual a 4.

3.14.1.2.1 Calcula el rango o recorrido intercuartílico haciendo uso de Symbolab

1. En el navegador web se busca y se hace acceso a Symbolab.com.
2. Se selecciona la opción **Estadística**.
3. Luego se hace clic en **Rango intercuartílico**.
4. Después se introduce los datos.
5. Por último, se hace clic en Ir.



3.14.2 Desviación media de un dato XI

La desviación media de un dato x es la diferencia, entre dicho dato y la media aritmética de los datos de la muestra: $di = x - \bar{x}$

Ejemplo:

Calcula la desviación de los datos de la marca A.

Datos:

Valor de los datos marca											
A	3	4	5	6	7	7	8	8	9	13	14
Desviación (d_i)	- 4.75		- 3.75								

Solución:

Recuerda que la media para los datos es: $\bar{x} = 7.25$. La dispersión media para los datos es: $d_i = x - \bar{x}$

Para el dato 13 la desviación es $13 - 7.25 = 5.75$

Para $x_3 \rightarrow d_i = 4 - 7.25 = -3.75$ Para $x_1 = 3 \rightarrow d_i = 3 - 7.25 = -4.75$

3.14.2.1 Desviación media (Dm)

La desviación media de un conjunto de datos, es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones respecto a la media.

✓ Fórmula para calcular la desviación media $Dm = \frac{\sum_{i=1}^m |x_i - \bar{x}|}{n}$

Ejemplo:

Calcula la desviación de la marca B: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 11, 12.

Datos:

Marca B: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 11, 12

Recuerda que para la marca B: $\bar{x} = 7.25$

Solución:

$$Dm = \frac{\sum_{i=1}^m |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Dm

$$= \frac{|5 - 7.25| + |5 - 7.25| + |5 - 7.25| + |6 - 7.25| + |6 - 7.25| + |6 - 7.25| + |7 - 7.25| + |7 - 7.25| + |8 - 7.25| + |9 - 7.25| + |11 - 7.25| + |12 - 7.25|}{12}$$

$$Dm = \frac{|-2.25| + |-2.25| + |-2.25| + |-1.25| + |-1.25| + |-1.25| + |-0.25| + |-0.25| + |0.75| + |1.75| + |3.75| + |4.75|}{12}$$

$$Dm = \frac{22}{12}$$

$$Dm = 1.83$$

Respuesta: La desviación media es 1.83

3.14.3 Varianza y desviación típica (estándar)

La varianza, junto con su raíz cuadrada, la desviación típica, son dos de las medidas de dispersión más utilizadas. Ambas nos indican cómo se distribuyen los datos con respecto a su media.

3.14.3.1 La varianza

La varianza se define como la media aritmética de las diferencias entre cada uno de los valores del conjunto de datos y la media aritmética del mismo elevadas al cuadrado, es decir, de las desviaciones de los datos, elevadas al cuadrado. Dependiendo si vamos a calcular la varianza de una muestra o una población, se utilizan las siguientes formulas:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Donde x_i representa los datos de la muestra.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

Donde x_i representa los datos de la población.

Para una muestra el tamaño de la misma se representa con la letra “n” en minúscula y para una población el tamaño se representa con la letra “N” en mayúscula.

En la fórmula de la varianza de una población los símbolos: σ y μ son letras griegas que representan la media y varianza. Se leen de la siguiente forma:

μ : Se lee “mu”

σ : Se lee “sigma”

σ^2 : Se lee “sigma elevada al cuadrado”

3.14.3.2 La desviación típica o estándar

La desviación típica o estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza y al igual que ella, su fórmula depende si el grupo de datos corresponde a una muestra o a una población:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Donde x_i representa los datos de la muestra.

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

Donde x_i representa los datos de la población.

Ejemplo:

Determina la varianza de los siguientes datos.

Datos:

Los datos de la marca A y su media son los siguientes:

Marca A: 3,3,4,5,6,7,7, 8, 8, 9, 13, 14 $\bar{x} = 7.25$

Solución:

La varianza será:

$$s^2 = \frac{(3 - 7.25)^2 + (3 - 7.25)^2 + (4 - 7.25)^2 + (5 - 7.25)^2 + (6 - 7.25)^2 + (7 - 7.25)^2 + (7 - 7.25)^2 + (8 - 7.25)^2 + (8 - 7.25)^2 + (9 - 7.25)^2 + (13 - 7.25)^2 + (14 - 7.25)^2}{12 - 1}$$

$$s^2 = \frac{(-4.25)^2 + (-4.25)^2 + (-3.25)^2 + (-2.25)^2 + (-1.25)^2 + (-0.25)^2 + (-0.25)^2 + (0.75)^2 + (0.75)^2 + (1.75)^2 + (5.75)^2 + (6.75)^2}{11}$$

$$s^2 = \frac{136.22}{11}$$

$$s^2 = 12.38$$

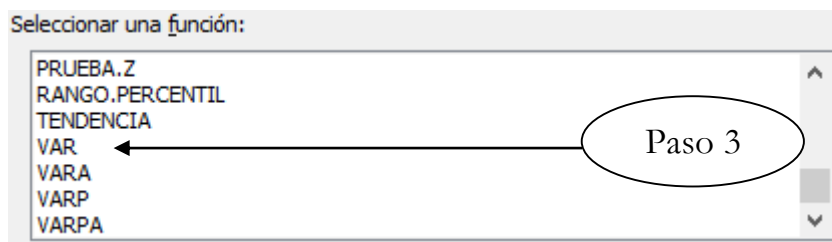
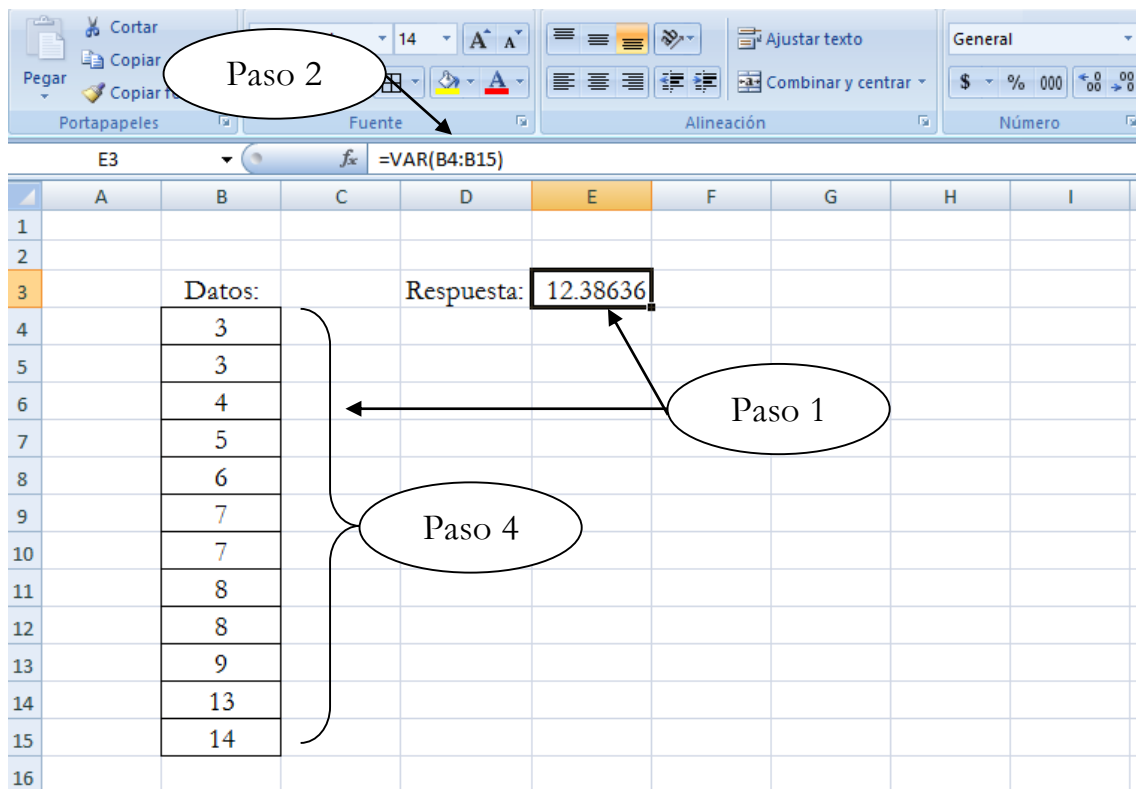
$$s^2 = 12.38 \text{ (varianza)} \rightarrow S = \sqrt{12.38} = 3.52 \text{ (Desviación típica)}$$

Repuesta:

La varianza de la muestra de la marca A es 12.38 y la desviación estándar s 3.52.

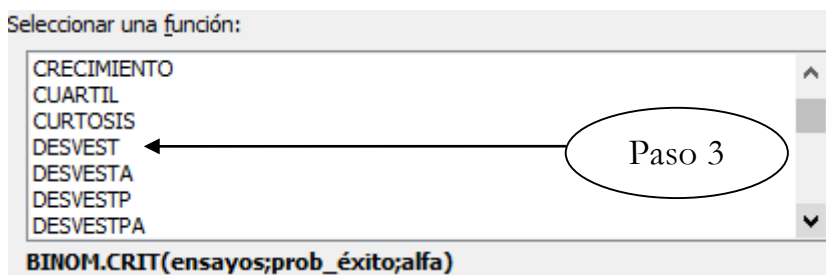
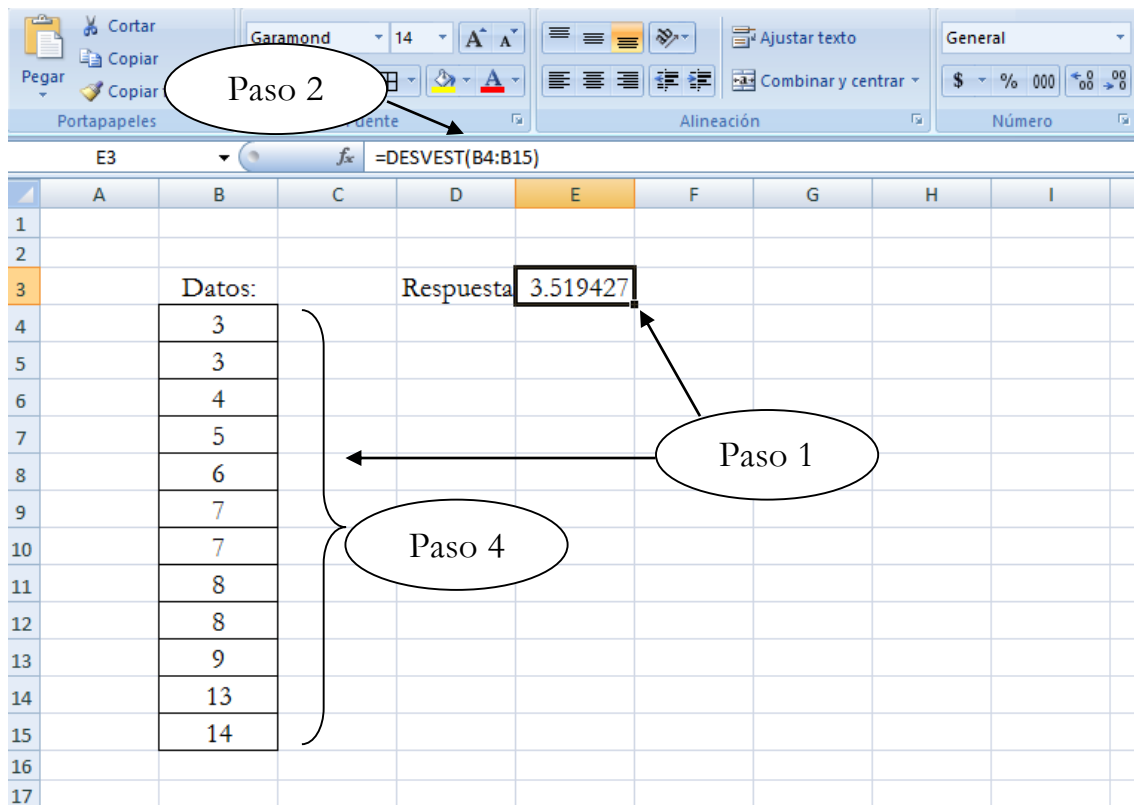
3.14.3.2.1 Calcula la Varianza haciendo uso de Excel

1. Se introduce cada valor y se ubica una celda vacía para la formulación o respuesta.
2. Haz clic en la opción insertar función (f_x).
3. Después selecciona **VAR** y se hace clic en aceptar.
4. Luego selecciona todos los datos y pulsamos Enter.



3.14.3.2 Calcula la Desviación Estándar haciendo uso de Excel

1. Se introduce cada valor y se ubica una celda vacía para la formulación o respuesta.
2. Haz clic en la opción insertar función (f_x).
3. Después selecciona **DESVEST** y se hace clic en aceptar.
4. Luego selecciona todos los datos y pulsamos Enter.



3.14.3.3 Interpretación de la desviación estándar

Cuando en un conjunto de datos conocemos su media (\bar{x}) y su desviación estándar (s), podemos asegurar que:

- $\pm s$ de la media (\bar{x}) se encuentra aproximadamente el 68.3% o cerca $\frac{2}{3}$ de todos los datos.

- $\pm 2s$ de la media (\bar{x}) se encuentra aproximadamente el 195.4% o cerca $\frac{19}{20}$ de todos los datos.

- $\pm 3s$ de la media (\bar{x}) se encuentra aproximadamente el 199.7% o cerca $\frac{369}{370}$ de todos los datos.

Para los datos de la marca A, tienes que:

Datos:

La media $\bar{x} = 7.25$.

La desviación típica es $s = 3.52$

Solución:

Si el valor de la media le suma y le resta una desviación típica tendría:

$$\bar{x} - s = 7.25 - 3.52 = 3.73$$

$$\bar{x} + s = 7.25 + 3.52 = 10.77$$

Respuesta:

Con estos datos se forma el intervalo: $3.73 - 10.77$

3.14.3.3.1 Diagrama de caja y bigote (Diagrama de caja)

Un diagrama de caja y bigotes de un conjunto de datos es la presentación visual de los mismos, donde se describen varias características importantes al mismo tiempo, tales como los cuartiles (Q_1 , $Q_2 = Me$, Q_3), la dispersión, simetría, valores máximos, valores mínimos, así como valores atípicos (si existen).

Ejemplo:

Elabora un diagrama de caja para las calificaciones obtenidas para un grupo de estudiantes de inglés.

50, 63, 82, 94, 81, 76, 67, 96, 69, 54, 70, 86, 90, 91, 73, 74, 88, 78, 84.

✓ Ordena los datos de menor a mayor.

50, 54, 63, 67, 69, 70, 73, 74, 76, 78, 81, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 96

✓ Calcula los cuartiles.

Posición del (Q1) Primer cuartil:

Datos:

$$n = 19$$

$$k = 1$$

Solución:

$$P_{Qk} = \frac{n * k}{4}$$

$$P_{Q1} = \frac{19 * 1}{4}$$

$$P_{Q1} = \frac{19}{4}$$

$$P_{Q1} = 4.75$$

Respuesta:

Como P_{Q1} es un decimal debes aproximar al entero próximo superior 5.

Luego debes ubicar $Q1$ en los datos, como el valor que ocupa la posición número 5, es decir $Q1 = 69$

50, 54, 63, 67, **69**, 70, 73, 74, 76, 78, 81, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 96

Posición del (Q2) Segundo cuartil:

Datos:

$$n = 19$$

$$k = 2$$

Solución:

$$P_{Qk} = \frac{n * k}{4}$$

$$P_{Q2} = \frac{19 * 2}{4}$$

$$P_{Q2} = \frac{38}{4}$$

$$P_{Q2} = 9.5$$

Respuesta:

Como P_{Q2} es un decimal debes aproximar al entero próximo superior 10.

Luego debes ubicar $Q2$ en los datos, como el valor que ocupa la posición número 10, es decir $Q2 = 78$

50, 54, 63, 67, 69, 70, 73, 74, 76, **78**, 81, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 96

Posición del (Q3) Tercer cuartil:

Datos:

$$n = 19$$

$$k = 3$$

Solución:

$$P_{Qk} = \frac{n * k}{4}$$

$$P_{Q3} = \frac{19 * 3}{4}$$

$$P_{Q3} = \frac{57}{4}$$

$$P_{Q3} = 14.25$$

Respuesta:

Como P_{Q3} es un decimal debes aproximar al entero próximo superior 15.

Luego debes ubicar $Q3$ en los datos, como el valor que ocupa la posición número 15, es decir $Q3 = 88$

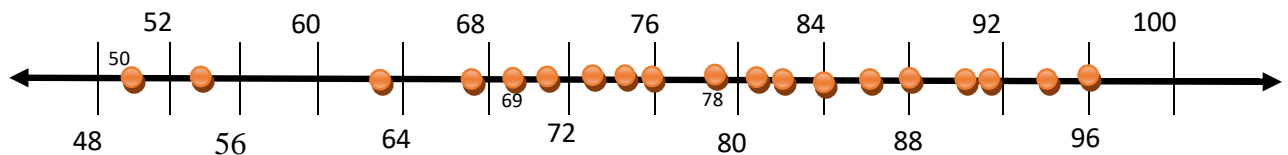
50, 54, 63, 67, 69, 70, 73, 74, 76, 78, 81, 82, 84, 86, **88**, 90, 91, 94, 96

- ✓ Localizamos los extremos.

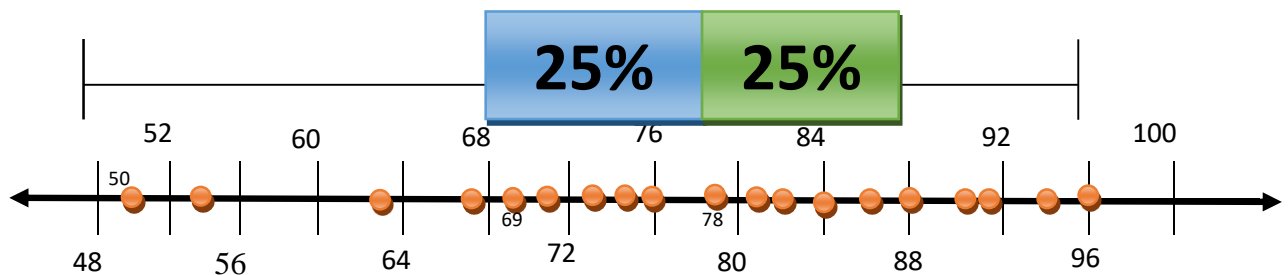
Valor mínimo: $x_{min} = 50$

Valor máximo: $x_{max} = 96$

- ✓ Trazamos una recta numérica y utilizando una escala adecuada, luego ubicamos todos los datos.

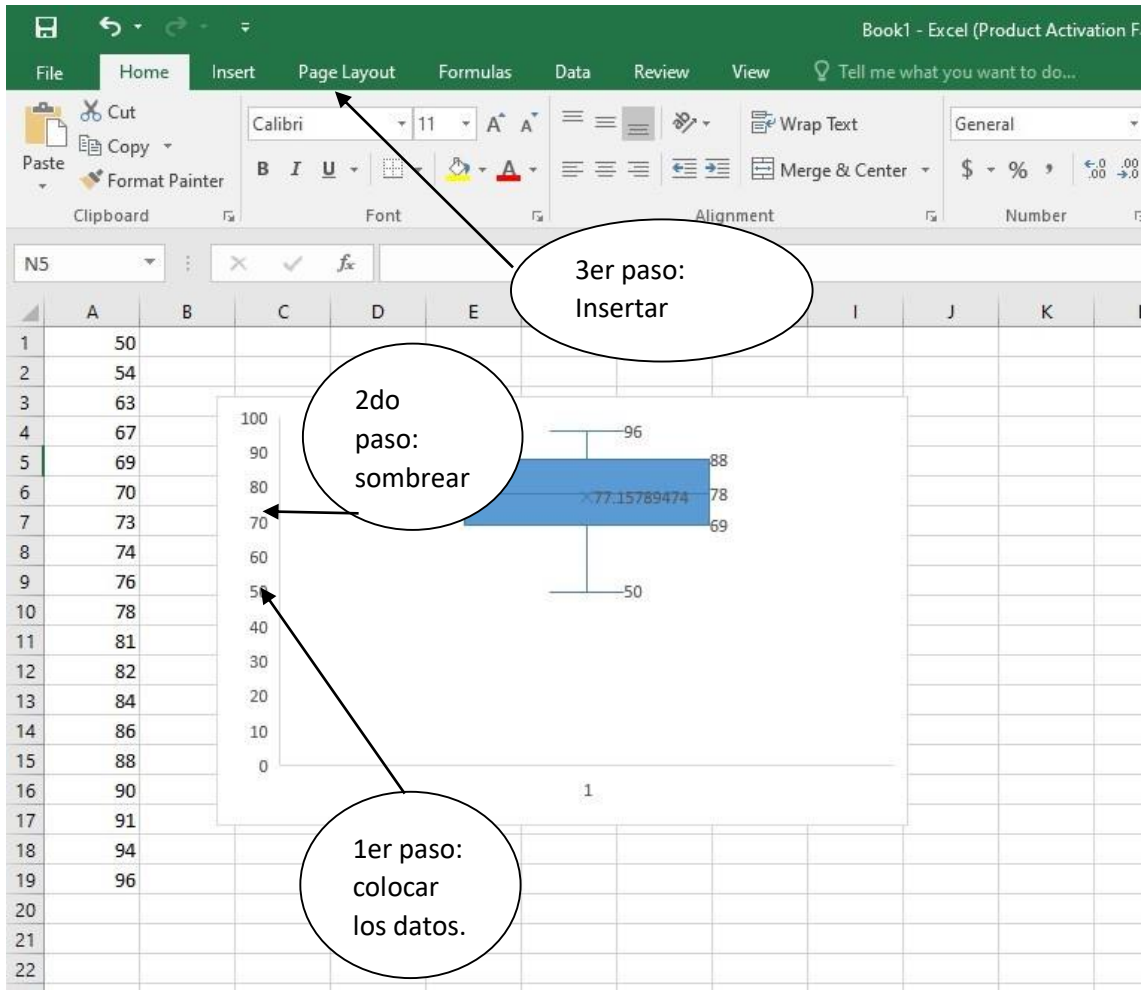


- ✓ Ubicamos la caja sobre la recta numérica con los datos. La caja debe ir de Q_1 hasta Q_3 , luego construye una recta vertical para Q_2 , que divide la caja en dos partes.
- ✓ Luego traza una raya como muestra la figura, para los bigotes, que en cada lado de la caja deben llegar hasta los valores extremos (máximo y mínimo).



3.14.3.3.1 Elabora un diagrama de caja haciendo uso de Excel

1. Se introduce cada valor y se ubica una celda vacía.
2. Sombrea todos los datos.
3. Darle clic a Insertar Gráfico.
4. Darle clic grafico de caja y bigotes.



Insert Chart

?

X

Recommended Charts All Charts

Recent

Templates

Column

Line

Pie

Bar

Area

XY (Scatter)

Stock

Surface

Radar

Treemap

Sunburst

Histogram

Box & Whisker

Waterfall

Combo

Box and Whisker

Chart Title

100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0

1

4to paso: Insertar diagrama de caja y bigotes.

Interpretación de la gráfica.

$Q_1 = 69$ y $Q_3 = 88$, Esto significa que el 50% de los estudiantes obtuvieron calificaciones entre 69 y 88. Mientras que el 75% de los estudiantes obtuvo calificaciones por debajo de 88 puntos y solo un 25% estuvo entre 88 y 96 (valor máximo).

Una observación importante es que en el diagrama de cajas y vigores no se presentan valores atípicos. Los valores atípicos son valores muy pequeños o muy grandes comparados con el resto de los datos.

Los valores atípicos aparecen en dos situaciones diferentes:

- ✓ Valores inferiores a: $Q_1 - 1.5 \text{ RIC}$ (Rango intercuartílico)
- ✓ Valores superiores a: $Q_3 + 1.5 \text{ RIC}$ (Rango intercuartílico)

Si calcula estos valores en el ejemplo anterior, tendrás:

- ✓ $Q_1 - 1.5 \text{ RIC} = 69 - 1.5(88 - 69) = 69 - 1.5(19) = 69 - 28.5 = 40.5$
- ✓ $Q_3 + 1.5 \text{ RIC} = 88 + 1.5(88 - 69) = 88 + 1.5(19) = 88 + 28.5 = 116.5$

Como ninguna calificación era menor que 40.5 ni mayor que 116.5, es lo que causó que en nuestro diagrama de caja y bigotes no presenta valores atípicos.

Debes saber que las líneas que son bigotes indican la manera como varían los datos fuera de los cuartiles superior e inferior.

3.15 Probabilidades

La teoría de la probabilidad es la parte de las matemáticas que se encarga del estudio de los fenómenos o experimentos aleatorios.

3.15.1. Experimento aleatorio

Es todo aquel experimento que cuando se le repite bajo las mismas condiciones iniciales, el resultado que se obtiene no siempre es el mismo.

3.15.2 Espacio muestral

El **espacio muestral** de un experimento aleatorio es el conjunto de todos los resultados posibles.

Se simboliza con la letra **E**.

Los elementos que lo forman se escriben entre llaves: { }.

Ejemplos:

- ✓ Lanza un dado, los posibles resultados son 1, 2, 3, 4, 5 y 6.



$$\text{Por tanto: } E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- ✓ Lanza una moneda, los resultados posibles son cara y escudo:



$$E = \{\text{cara, cruz}\} = \{C, E\}$$

- ✓ Lanza dos monedas, los resultados posibles son cara y escudo:



$$E = \{\text{cara, cruz}\} = \{CC, CE, EC, EE\}$$

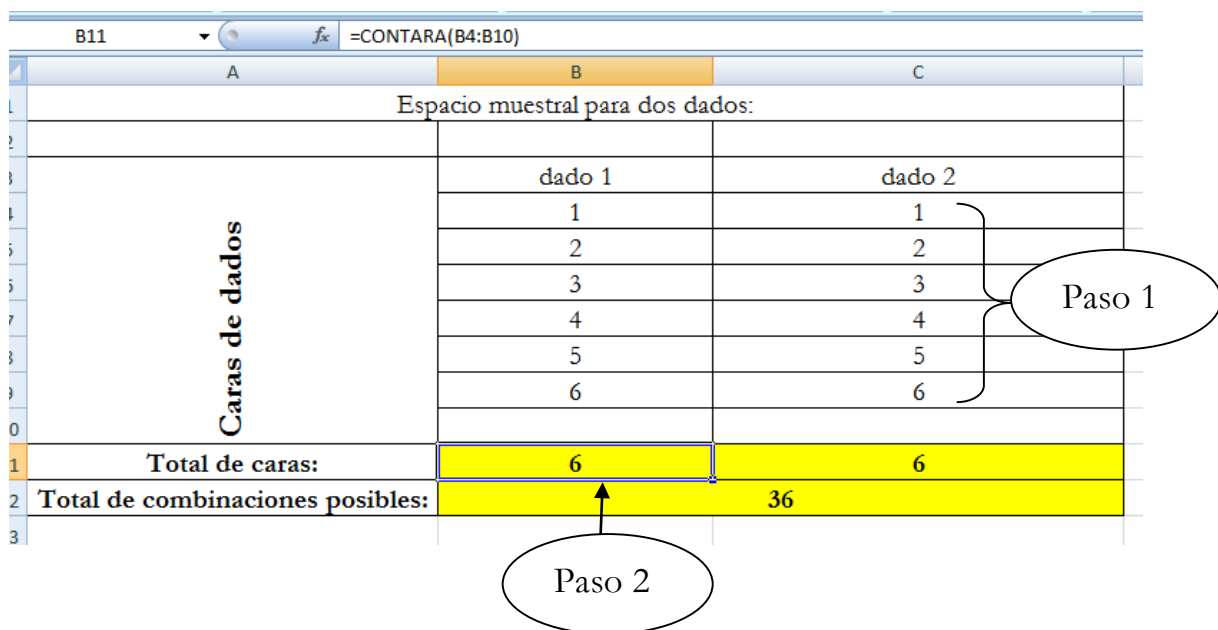
✓ Tira dos dados



$$E = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}$$

3.15.2.1 Calcula el espacio muestral haciendo uso de Excel

1. Primero se digita cada valor, correspondiente a cada cara de los dados.
2. Luego se busca el total de caras de cada dado “=CONTARA”.
3. Se multiplica el total de cara del dado #1 por el total de cara del dado #2.



Espacio muestral para dos dados:		
Caras de dados	dado 1	dado 2
	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
	5	5
	6	6
Total de caras:	6	6
Total de combinaciones posibles:		36

B12 fx =B11*C11 ←		
A	B	C
Espacio muestral para dos dados:		
Caras de dados	dado 1	dado 2
	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
	5	5
	6	6
Total de caras:	6	6
Total de combinaciones posibles:	36 ←	

3.15.2 Probabilidad

Probabilidad de un suceso es el cociente que resulta de dividir el número de casos favorables entre el número de casos posibles.

Fórmula:

$$P(\text{evento}) = \frac{\text{Número de casos favorables}(x)}{\text{Número de casos posibles}(n)}$$

$$P(E) = \frac{x}{n}$$

Nota: La probabilidad de un evento debe ser menor o igual a 1. Y en % debe ser menor o igual a 100.

Ejemplos 1:

- 1) Una urna tiene 20 bolas de las cuales 9 son rojas, 5 verdes y 6 son azules. Determine la probabilidad de extraer una bola verde.

Datos:

$$n=20$$

$$x=5$$

Solución:

$$P(E) = \frac{x}{n}$$

$$P(v) = \frac{5}{20}$$

Simplifico

$$P(v) = \frac{1}{4}$$

Respuesta:

Si lo quiero en decimal, divido 1 entre 4.

$$P(v) = 0.25$$

Si lo quiero en %, se multiplica el decimal por 100.

$$P(v) = 0.25 \times 100$$

$$P(v) = 25\%$$

3.15.2.1 Calcula la probabilidad de un evento haciendo uso de Excel

1. Primero se digitan los datos del problema.
2. Luego se divide el valor de **x** entre el valor de **n**.
3. Después se busca el valor de la probabilidad porcentual **PE%**.

F2 fx =(C4/C3)

A	B	C	D	E
	Datos:		PE=	0.25
	n	20	PE%=	25%
	x	5		
	Fórmula: $P(E) = \frac{x}{n}$			
	Problema:			
	Una urna tiene 20 bolas de las cuales 9 son rojas, 5 verdes y 6 son azules. Determine la probabilidad de extraer una bola verde.			

Ejemplo 2:

2) Una industria fabrica diario 5000 tornillos, de los cuales 75 salen defectuosos. Determine la probabilidad de extraer un tornillo dañado.

Datos:

$$n=5000$$

$$x=75$$

Solución:

$$P(E) = \frac{x}{n}$$

$$P(D) = \frac{75}{5000}$$

Simplifico

$$P(v) = \frac{3}{200}$$

Respuesta:

Si lo quiero en decimal, divido 1 entre 4.

$$P(v) = 0.015$$

Si lo quiero en %, se multiplica el decimal por 100

$$P(v) = 0.015 \times 100\%$$

$$P(v) = 1.5\%$$

Ejemplo 3:

3) Determine la probabilidad de obtener la suma de 7 puntos al tirar dos dados.

Datos:

~~(1, 1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)~~

$$n=36$$

$$x=7$$

Solución:

$$P(E) = \frac{x}{n}$$

$$P(+7) = \frac{7}{36}$$

Respuesta:

No se puede simplificar

$$P(v) = 0.19$$

Si lo quiero en %, se multiplica el decimal por 100%

$$P(v) = 0.19 \times 100$$

$$P(v) = 19\%$$

3.15.3 Población

Llamado también universo o colectivo, es el conjunto de todos los elementos que tienen una característica común. Una población puede ser finita o infinita.

La **población finita** es el conjunto de elementos que pueden contabilizarse y conocer su tamaño.

La **población infinita** es el conjunto de elementos que no pueden contabilizarse. Cuando la población es mayor que 10,000 ($P > 10,000$) para efectos estadísticos, se puede considerar una población infinita.

3.15.4 Muestra

La muestra es un subconjunto de la población.

Sus principales características son:

Representativa. Se refiere a que todos y cada uno de los elementos de la población tengan la misma oportunidad de ser tomados en cuenta para formar dicha muestra.

Adecuada y válida. Se refiere a que la muestra debe ser obtenida de tal manera que permita establecer un mínimo de error posible respecto de la población.

3.15.4.1 Determina el tamaño de una muestra

Determinar el tamaño de la muestra que se va a seleccionar es un paso importante en cualquier estudio de investigación de mercados, se debe justificar convenientemente de acuerdo al planteamiento del problema, la población, los objetivos y el propósito de la investigación.

Fórmula

✓ Para muestras finitas

$$n = \frac{N * Z^2 * p * (1 - p)}{(N - 1) * e^2 + Z^2 * p * (1 - p)}$$

✓ Para muestras infinitas

$$n = \frac{Z^2 * p * (1 - p)}{e^2}$$

Documentación

El error máximo admisible (e)

Es el que determina la precisión de los resultados. Es la máxima diferencia que podemos tolerar entre el valor de la variable obtenido en la muestra y el verdadero valor de ésta en la población. Para establecer el valor del error máximo admisible debemos preguntarnos cuán precisos deseamos que sean los resultados de la investigación.

Por ejemplo, para nuestra tienda de regalos, la investigación tiene por objetivo conocer el ticket promedio de compra en una tienda de regalos, y considera un error máximo admisible del 5%. Si en el estudio se obtiene que el ticket promedio es de S/. 100 por persona, estaríamos aceptando que realmente el verdadero valor esté entre 100 ± 5 , es decir entre S/. 100 + 5% y S/. 100 – 5%, lo que da un intervalo de entre S/. 95 y S/. 105.

Coefficiente de confianza de la estimación (Z)

Para hacer la afirmación anterior sobre los límites dentro de los cuales se encuentra el verdadero valor poblacional, debe conocerse la probabilidad de que estos resultados sean ciertos y esto lo da el coeficiente o nivel de confianza, el cual es la medida probabilística de que el intervalo fijado con el error máximo admisible, contenga el valor poblacional.

En general, los niveles de confianza más usuales son: 90%, 95% y 99%. Es necesario señalar que el nivel de confianza da lugar a un coeficiente denominado coeficiente Z, el mismo que es utilizado en las fórmulas para calcular el tamaño de muestra. Cada nivel de confianza es representado por el valor correspondiente del coeficiente Z, tal como sigue:

Nivel de confianza	Z
99.70%	3
99%	2.58
98%	2.33
96%	2.05
95%	1.96
90%	1.645
80%	1.28
50%	0.674

Varianza de la población (p.q)

Recuerda el significado de los símbolos:

p = Es la probabilidad de éxito o proporción esperada. (Las personas responden Si.)

q (1 - p) = Es la probabilidad de fracaso o proporción de repuestas en la otra categoría. (Las personas responden No.).

Nota: cuando estos números no se especifican en un problema, se procede a asignarle valores iguales.

Documentación	
n	Tamaño de la muestra buscado.
N	Tamaño de la población o universo.
Z	Coefficiente de confianza de la estimación.
P	Probabilidad de que ocurra el evento estadístico.
Q	(1-p) Probabilidad de que no ocurra el evento estadístico.
e	Error máximo admisible.

Ejemplo (población finita):

Determine la muestra para una población de 5263 personas, con una probabilidad a favor de 50% y un error de estimación de un 10%.

Datos:

$$n=?$$

$$N = 5263$$

$$p = 50\% = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$q = 50\% = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$Z = 1.96 \text{ (según tabla de área normal)}$$

$$e = 10\% = \frac{10}{100} = 0.1$$

Fórmula:

$$n = \frac{N * Z^2 * p * (1 - p)}{e^2 * (N - 1) + Z^2 * p * (1 - p)}$$

Solución:

$$n = \frac{(1.96)^2 * 5263 * 0.5 * 0.5}{(0.1)^2 * (5263 - 1) + (1.96)^2 * 0.5 * (1 - 0.5)}$$

$$n = \frac{(3.8416) * 5263 * 0.5 * 0.5}{(0.01) * (5262) + (3.8416) * 0.5 * (1 - 0.5)}$$

$$n = \frac{5054.59}{52.62 + 0.9604}$$

$$n = \frac{5054.59}{53.5804}$$

$$n = 94.34$$

Respuesta:

$$n = 94$$

3.15.4.2 Calcula el tamaño de la muestra finita haciendo uso de Excel

1. Se introduce cada dato donde corresponda.
2. Se calcula el numerador, donde se sustituye cada valor correspondiente a las variables del numerador y su respectiva fórmula.
3. Se calcula el denominador, donde se sustituye cada valor correspondiente a las variables del denominador y su respectiva fórmula.
4. Se divide el resultado de numerador entre el resultado del denominador.

E6 fx =C11/C12

A	B	C	D	E	F	G	H	I		
	Parametro:	Valor:	Tamaño de muestra	Fórmula:	$n = \frac{N * Z^2 * p * (1 - p)}{(N - 1) * e^2 + Z^2 * p * (1 - p)}$					
	N	5263	''n''=							
	Z	1.96	94.33645885							
	P	50%								
	Q	50%								
	e	10%								
	Calculo del numerador	5054.5852								
	Calculo del denominador	53.5804								
	Determine la muestra para una población de 5263 personas, con una probabilidad a favor de 50%, donde el investigador asigna un nivel de confianza del 95% y un error de estimación de un 10%.							Documentación:		
					n	Tamaño de la muestra buscado.				
					N	Tamaño de la población o universo.				
					Z	Coeficiente de confianza de la estimación.				
					P	Probabilidad de que ocurra el evento estadístico.				
					Q	(1-p) Probabilidad de que no ocurra el evento estadístico.				
					e	Error máximo admisible.				
					Nivel deconfianza	Z alfa				
					99.70%	3				
					99%	2.58				
					98%	2.33				
					96%	2.05				
					95%	1.96				

Paso

C11 fx =C5*(C6*C6)*C7*(1-C8)

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4		Parametro:	Valor:	Tamaño de muestra
5		N	5263	''n''=
6		Z	1.96	94.33645885
7		P	50%	
8		Q	50%	
9		e	10%	
10				
11		Calculo del numerador	5054.5852	
12		Calculo del denominador	53.5804	
13				
14				
15				
16				
17				

Paso

Paso

$$n = \frac{N * Z^2 * p * (1 - p)}{(N - 1) * e^2 + Z^2 * p * (1 - p)}$$

C12 $f_x = ((C9*C9)*(C5-1))+((C6*C6)*C7*C8)$

A	B	C	D	E
				Paso 3
	Parametro:	Valor:		Tamaño de muestra
	N	5263		"n" =
	Z	1.96		94.33645885
	P	50%		
	Q	50%		
	e	10%		
	Calculo del numerador	5054.5852		
	Calculo del denominador	53.5804		Paso 3

$$n = \frac{N * Z^2 * p * (1 - p)}{(N - 1) * e^2 + Z^2 * p * (1 - p)}$$

Paso 3

E6 $f_x = C11/C12$

A	B	C	D	E
				Paso 4
	Parametro:	Valor:		Tamaño de muestra
	N	5263		"n" =
	Z	1.96		94.33645885
	P	50%		
	Q	50%		
	e	10%		
	Calculo del numerador	5054.5852		
	Calculo del denominador	53.5804		Paso 4

Ejemplo:

Calcula el tamaño de la muestra para una población desconocida, donde el investigador asigna un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 3%. Donde se desconoce la probabilidad del evento.

Datos:

$$n = ?$$

$$p = 50\% = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$q = 50\% = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$Z = 1.96 \text{ (según tabla de área normal)}$$

$$e = 3\% = \frac{3}{100} = 0.03$$

Solución:

$$n = \frac{Z^2 * p * (1 - p)}{e^2}$$

$$n = \frac{(1.96)^2 * 0.5 * (1 - 0.5)}{(0.03)^2}$$

$$n = \frac{3.8416 * 0.5 * 0.5}{0.0009}$$

$$n = \frac{0.9604}{0.0009}$$

$$n = 1067.1111$$

Respuesta:

$$n = 1067$$

3.15.4.3 Calcula el tamaño de la muestra infinita haciendo uso de Excel

1. Se introduce cada dato donde corresponda.
2. Se calcula el numerador, donde se sustituye cada valor correspondiente a las variables del numerador y su respectiva fórmula.
3. Se calcula el denominador, donde se sustituye cada valor correspondiente a las variables del denominador y su respectiva fórmula.
4. Se divide el resultado de numerador entre el resultado del denominador.

Parametro:	Valor:
Z	1.96
P	50%
Q	50%
e	3%

Cálculo del numerador:	0.9604
Cálculo del denominador:	0.0009

Documentación:	
n	Tamaño de la muestra buscado.
	Coficiente de confianza de la estimación.
	Probabilidad de que ocurra el evento estadístico.
Q	(1-p) Probabilidad de que no ocurra el evento estadístico.
e	Error máximo admisible.

Nivel de confianza	Z
99.70%	3
99%	2.58
98%	2.33
96%	2.05
95%	1.96

Calcula el tamaño de la muestra para una población desconocida, donde el investigador asigna un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 3%. Donde se desconoce la probabilidad del evento.

Paso 1

Parametro:	Valor:
Z	1.96
P	50%
Q	50%
e	3%

Cálculo del numerador:	0.9604
Cálculo del denominador:	0.0009

Tamaño de la muestra

"n" = 1067.111

$$n = \frac{Z^2 * p * (1 - p)}{e^2}$$

Paso 2

11 f_x $= (C8 * C8)$ ← Paso 3

	B	C	D	E	F	G
					Tamaño de la muetsra	
					"n"=	1067.111
	Parametro:	Valor:				
	Z	1.96				
	P	50%				
	Q	50%				
	e	3%				
	Cálculo del numerador:	0.9604				
	Cálculo del denominador:	0.0009				

$$n = \frac{Z^2 * p * (1 - p)}{e^2}$$

← Paso 3

F4 f_x $= C10 / C11$ ← Paso 4

	B	C	E	F	G
					Tamaño de la muetsra
					"n"=
					1067.111
	Parametro:	Valor:			
	Z	1.96			
	P	50%			
	Q	50%			
	e	3%			
	Cálculo del numerador:	0.9604			
	Cálculo del denominador:	0.0009			

← Paso 4

3.15.5 Probabilidad normal

Calcula la probabilidad normal con el siguiente procedimiento:

- Tener en cuenta que la probabilidad se mantiene entre 0 y 1.
- Usar la tabla de distribución normal estándar
- Tomar en cuenta la expresión $P(Z \leq +)$
- Si la expresión dada cumple con la condición $P(Z \leq +)$, se determina la probabilidad con el valor de la tabla.
- Si la expresión no cumple con la condición $P(Z \leq +)$, se procede a realizar los ajustes correspondientes, teniendo en cuenta que si se hace un cambio, se trabaja con $1-P(Z)$ y si son dos cambios se obtiene la probabilidad con el valor de la tabla.

3.15.5.1 Elabora la tabla de distribución normal haciendo uso de Excel

1. Agrega los datos de la columna **A**, empezando desde **-3** hasta **0**. Ingresa el primer dato en la celda **A2** que sería **-3**. Luego usa la fórmula **=A2+0.1** (dependiendo del paquete de office que tenga puede ser con coma o punto (0,01)(0.01)), y desliza hasta llegar a 0.

<i>fx</i>	= A2 +0.1
	A
1	Z
2	-3
3	-2.9

2. Agrega los datos de la fila **1**, empieza con 0 hasta 0,09. Ingresa el primer dato en la celda **B1** que sería **0**. Luego usa la fórmula **=B2+0.01**, y desliza hasta llegar a 0,09.

<i>f_x</i> = B1 +0.01			
	A	B	C
1	Z	0	0.01
2	-3	0.0013	0.0013

3. Agrega el dato de la celda **B2** haciendo uso de la fórmula **=DISTR.NORM.ESTAND.N (A2-B1, 1)**. Para poder deslizar la fórmula debe congelarla con el símbolo \$.

<i>f_x</i> =DISTR.NORM.ESTAND.N(\$A2 - B\$1 ,1) ✓					
	A	B	C	D	E
1	Z	0	0.01	0.02	
2	-3	0.0013	0.0013	0.0013	0
3	-2.9	0.0015	0.0018	0.0018	0

La fórmula cambia de signo cuando los números son positivos.

$$=DISTR.NORM.ESTAND.N(\$A33 + B\$1 ,1)$$

A	B	C	D	E	F	G
	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.519
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.559
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.598
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.636

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	
2	-3	=DISTR.NORM.ESTAND.N(\$A2-\$B\$1;1)			0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	
3	-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	
4	-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019	
5	-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	
6	-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	
7	-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048	
8	-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064	
9	-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084	
10	-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	
11	-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143	
12	-2	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183	
13	-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233	
14	-1,8			0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294	
15	-1,7			0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367	
16	-1,6			0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455	
17	-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559	
18	-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681	
19	-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823	
20	-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985	
21	-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170	
22	-1	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379	
23	-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611	
24	-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867	
25	-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148	

Paso 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	
2	-3	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	
3	-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	
4	-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019	
5	-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	
6	-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	
7	-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048	
8	-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064	
9	-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084	
10	-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	
11	-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143	
12	-2	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183	
13	-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233	
14	-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294	
15	-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367	
16	-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455	
17	-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559	
18	-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681	
19	-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823	
20	-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985	
21	-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170	
22	-1	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379	
23	-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611	
24	-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867	
25	-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148	

Paso 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	
2	-3	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	
3	-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	
4	-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019	
5	-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026	
6	-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036	
7	-2.5	0.0062	0.0060								0.0048	
8	-2.4	0.0082	0.0080	=DISTR.NORM.ESTAND. N (A2-B1, 1)								0.0064
9	-2.3	0.0107	0.0104									0.0110
10	-2.2	0.0139	0.0136								0.0110	
11	-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143	
12	-2	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183	
13	-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233	
14	-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294	
15	-1.7	0.0446			0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367	
16	-1.6	0.0548	Números Negativos		0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455	
17	-1.5	0.0668			0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559	
18	-1.4	0.0808	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681	0.0668		
19	-1.3	0.0968	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823	0.0808		
20	-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1058	0.1040	0.1020	0.1003	0.0985	
21	-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1250	0.1228	0.1210	0.1190	0.1170	
22	-1	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379	
23	-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611	
24	-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867	
25	-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148	
26	-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451	
27	-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776	
28	-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121	
29	-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483	
30	-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	
31	-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	
32	0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	

Paso 2

Números Negativos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	z	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	
2	0	0.5000	0.5398	0.5793	0.6179	0.6554	0.6915	0.7257	0.7580	0.7881	0.8159	
3	0.1	0.5398	0.5793	0.6179	0.6554	0.6915	0.7257	0.7580	0.7881	0.8159	0.8413	
4	0.2	0.5793	0.6179	0.6554	0.6915	0.7257	0.7580	0.7881	0.8159	0.8413	0.8643	
5	0.3	0.6179	0.6554	0.6915	0.7257	0.7580	0.7881	0.8159	0.8413	0.8643	0.8849	
6	0.4	0.6554	0.6915	0.7257	0.7580	0.7881	0.8159	0.8413	0.8643	0.8849	0.9032	
7	0.5	0.6915									0.9192	
8	0.6	0.7257		=DISTR.NORM.ESTAND. N (A2+B1, 1)								0.9332
9	0.7	0.7580										0.9452
10	0.8	0.7881	0.8159	0.8413	0.8643	0.8849	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	
11	0.9	0.8159	0.8413	0.8643	0.8849	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	
12	1	0.8413	0.8643	0.8849	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	
13	1.1	0.8643	0.8849	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	
14	1.2	0.8849	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	
15	1.3	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	
16	1.4	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	
17	1.5	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	
18	1.6	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	
19	1.7	0.9554	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	
20	1.8	0.9641	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	
21	1.9	0.9713	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	
22	2	0.9772	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	
23	2.1	0.9821	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	
24	2.2	0.9861	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	
25	2.3	0.9893	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	
26	2.4	0.9918	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	
27	2.5	0.9938	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	
28	2.6	0.9953	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	
29	2.7	0.9965	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	
30	2.8	0.9974	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	
31	2.9	0.9981	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	
32	3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	

Paso 3

Números Positivos

Ejemplos:

Calcula en una $N(0,1)$ las siguientes probabilidades:

a. $P(Z \leq 2.36)$

Se busca en la tabla el valor de 2.3 con 0.06

51	1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
52	1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
53	2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
54	2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
55	2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
56	2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
57	2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
58	2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
59	2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
60	2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
61	2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
62	2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
63	3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

$$P(Z \leq 2.36) = 0.9909$$

b. $(Z \leq 1.37)$

Se busca en la tabla el valor de 1.3 con 0.07

42	0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
43	1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
44	1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
45	1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
46	1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
47	1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
48	1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

$$(Z \leq 1.37) = 0.9147$$

c. $(Z \geq 1.77)$

En este caso, hay un cambio y es convertir \geq en \leq , por tanto la operación es:

$$(Z \geq 1.77) = 1 - (Z \leq 1.77)$$

Se busca en la tabla el valor de 1.7 con 0.07

47	1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
48	1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
49	1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
50	1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
51	1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
52	1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
53	2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

$$(Z \geq 1.77) = 1 - 0.9616$$

$$(Z \geq 1.77) = 0.0384$$

d. ($Z \leq -1.86$)

En este caso, hay un cambio y es convertir -1.86 en 1.86 , por tanto la operación es:

$$(Z \leq -1.86) = 1 - (Z \leq 1.86)$$

Se busca en la tabla el valor de 1.8 con 0.06

48	1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
49	1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
50	1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
51	1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
52	1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
53	2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
54	2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
55	2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
56	2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916

$$(Z \leq -1.86) = 1 - 0.9686$$

$$(Z \leq -1.86) = 0.0134$$

e. ($Z \geq -1.76$)

En este caso, hay dos cambios, un cambio es convertir \geq en \leq , y el otro es convertir -1.76 por 1.76 por tanto la operación es:

$$(Z \geq -1.76) = (Z \leq 1.76)$$

Se busca en la tabla el valor de 1.7 con 0.06

47	1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
48	1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
49	1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
50	1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
51	1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
52	1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
53	2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
54	2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

$$(Z \geq -1.76) = 0.9608$$

f. $(Z \geq -0.2$

En este caso, hay dos cambios, un cambio es convertir \geq en \leq , y el otro es convertir -0.25 por 0.25 por tanto la operación es:

$$(Z \geq -0.25) = (Z \leq 0.25)$$

Se busca en la tabla el valor de 0.2 con 0.05

33	0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
34	0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
35	0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
36	0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
37	0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
38	0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
39	0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
40	0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852

$$(Z \geq -0.25) = 0.5987$$

3.15.6 Probabilidad compuesta

Se llama experimento aleatorio compuesto al que resulta de la realización de varios experimentos aleatorios simples. En general, a un experimento compuesto se asocia una probabilidad compuesta, también llamada probabilidad producto y expresada como $P(A \cap B)$ o, simplemente, $P(AB)$.

Se le llaman eventos compuestos a los que se forman combinando varios eventos simples.

Fórmula:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Donde

$P(A \cup B)$ = probabilidad de A unión B.

$P(A)$ = probabilidad de A.

$P(B)$ = probabilidad de B.

$P(A \cap B)$ = probabilidad de A con B.

Documentación:

$(A \cap B)$ = se lee **A con B**.

$(A \cup B)$ = se lee **A unión B**.

Importante destacar qué:

- ✓ La probabilidad será un valor comprendido entre 0 y 1 ($0 \leq o 1 \leq$).
- ✓ Para trabajar con probabilidad de un evento compuesto se debe conocer la probabilidad de un evento simple y la relación entre conjuntos dados o diagrama de Venn.
- ✓ $P(\text{evento simple}) = \frac{\text{Número de casos favorables}(x)}{\text{Número de casos posibles}(n)}$

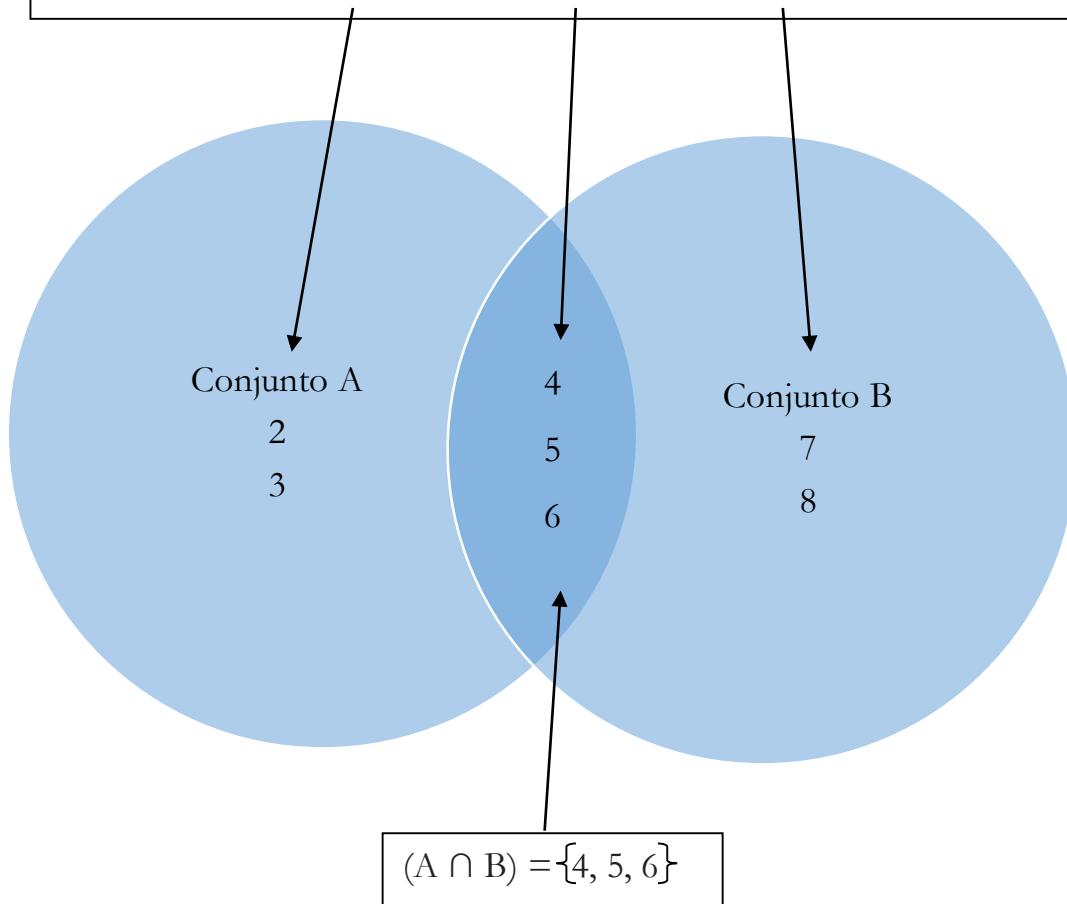
3.15.6.1 Diagrama de Venn**Ejemplo:**

Si $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ y $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ determina $(A \cap B)$ y $(A \cup B)$

Nota: Se diseña un diagrama de Venn el cual es un diagrama que muestra visualmente todas las posibles relaciones lógicas entre una colección de conjuntos, cada uno representando con un círculo. Cada conjunto es una colección de objetos o una matriz de datos que tienen algo en común.

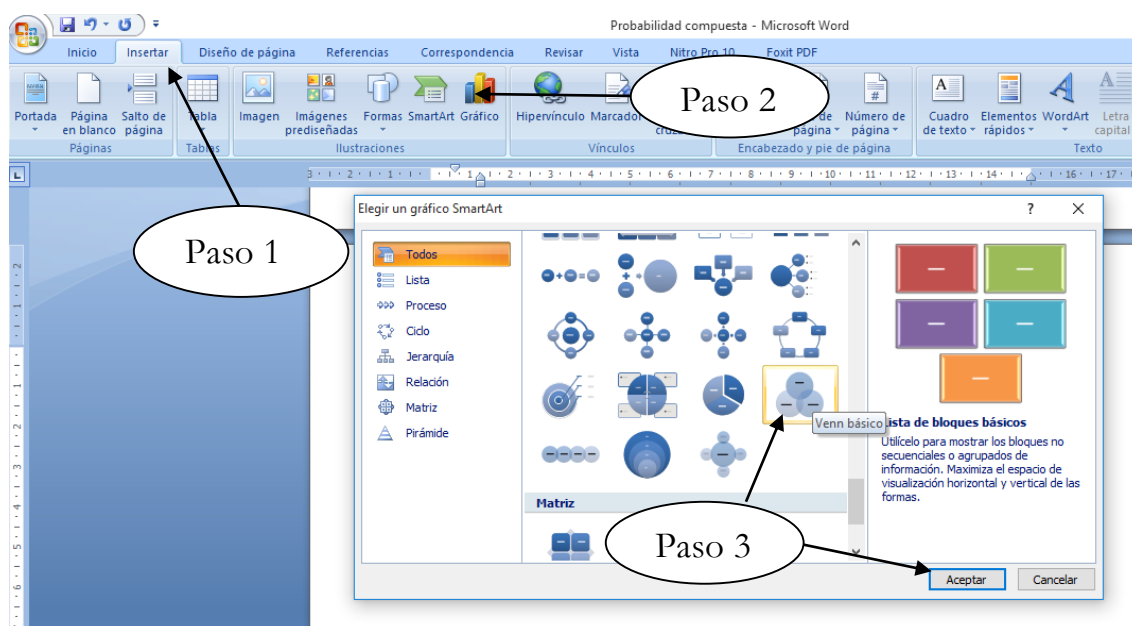
Nota: en este caso se toman todos los elementos que están en **A** y **B** pero sin repetirlos. Los elementos que se repiten están en negrita.

$$(A \cup B) = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$



3.15.6.1.1 Inserta un diagrama de Venn haciendo uso de Microsoft Word

1. Se hace clic en la opción **Insertar**.
2. Selecciona la opción (Ilustraciones) **SmartArt**.
3. Por último, clic en **Relación (Venn básico)**, haz clic a **Aceptar**.



Ejemplo:

Al lanzar un dado ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par o un número mayor que 4?

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5 \text{ y } 6\}$$

Este es el espacio muestral **E** de un dado. Por tanto, **6** es igual a todos los posibles resultados que compone nuestro espacio muestral. También se debe tomar en cuenta que la probabilidad de cada evento será calculada en base a 6, el cual representa el total del espacio muestral.

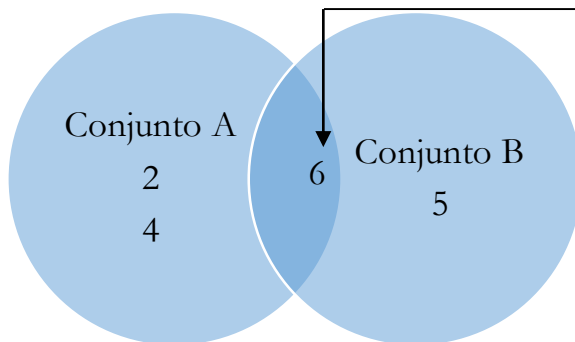
$$P(A) = \{2, 4 \text{ y } 6\}$$

P (A) será igual a la probabilidad existente de obtener de nuestro espacio muestral un número par. Como se puede ver la probabilidad es $\frac{3}{6}$, expresado en decimal es igual a 0.5.

$$P(B) = \{5 \text{ y } 6\}$$

P (B) será igual a la probabilidad existente de obtener de nuestro espacio muestral un número mayor que 4. Como se puede observar la probabilidad es $\frac{2}{6}$, expresado en decimal es igual a 0.33.

Para interpretar los datos se diseña un diagrama de Venn



$$P(A \cap B) = 0.16.$$

Esto indica que de los 6 valores que componen a nuestro espacio muestral solo hay 1 valor en común, por tanto $P(A \cap B)$ es igual a $\frac{1}{6}$, y expresado en decimal 0.16.

Datos:

$$P(A) = \frac{3}{6}, \text{ y en decimal } 0.5.$$

$$P(B) = \frac{2}{6}, \text{ y en decimal } 0.33.$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, \text{ y en decimal } 0.16.$$

$$P(A \cup B) = ?$$

Fórmula:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Solución:

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.33 - 0.16$$

$$P(A \cup B) = 0.67$$

$$P(A \cup B) = 0.67$$

$$P(A \cup B) \text{ en } \% = 0.67 \times 100\%$$

$$P(A \cup B) \text{ en } \% = 67\%$$

Respuesta:

$$P(A \cup B) = 0.67$$

$$P(A \cup B) \text{ en } \% = 67\%$$

3.15.7 Probabilidades con intervalos

Es igual a la diferencia entre los extremos mayor y menor. Teniendo en cuenta el procedimiento para calcular la probabilidad normal.

Calcula en una $N(0,1)$ las siguientes probabilidades para los intervalos.

a. $P(1.35 \leq Z \leq 3.25)$

$$P(1.35 \leq Z \leq 3.25) = P(Z \leq 3.25) - P(Z \leq 1.35)$$

$$P(1.35 \leq Z \leq 3.25) = 0.9994 - 0.9115$$

$$P(1.35 \leq Z \leq 3.25) = 0.0879$$

1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394				
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505				
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599				
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678				
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744				
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798				
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842				
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906				
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929				
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946				
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960				
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970				
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978				
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984				
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995

$P(Z \leq 3.25)$ - Se busca en la tabla el valor de 3.2 con 0.05

$(P(\leq 1.35))$ - Se busca en la tabla el valor de 1.3 con 0.05

b. $P(-1.53 \leq Z \leq 0.67)$

$$P(-1.53 \leq Z \leq 0.67) = P(Z \leq 0.67) - (1 - P(\leq 1.53))$$

$$P(-1.53 \leq Z \leq 0.67) = 0.7486 - (1 - 0.9370)$$

$$P(-1.53 \leq Z \leq 0.67) = 0.7486 - (0.0630)$$

$$P(-1.53 \leq Z \leq 0.67) = 0.7486 - 0.0630$$

$$P(-1.53 \leq Z \leq 0.67) = 0.6856$$

$(P(\leq 1.35))$ - Se busca en la tabla el valor de 1.3 con 0.05

0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793						0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179						0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554						0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915						0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749				
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944				
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115				
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265				
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394				
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505				
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633

$(1 - P(\leq 1.53))$ - Se busca en la tabla el valor de 1.5 con 0.03

$P(Z \leq 0.67)$ - Se busca en la tabla el valor de 0.6 con 0.07

c. $P(-0.45 \leq Z \leq 0.45)$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = P(Z \leq 0.45) - (1 - P(Z \leq 0.45))$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = P(Z \leq 0.45) - 1 + P(Z \leq 0.45)$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 2P(Z \leq 0.45) - 1$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 2(0.6736) - 1$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 2(0.6736) - 1$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 1.3472 - 1$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 0.3472$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = P(Z \leq 0.45) - (1 - P(Z \leq 0.45))$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 0.6736 - (1 - 0.6736)$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 0.6736 - (0.3264)$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 0.6736 - 0.3264$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 0.3472$$

0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8213	0.8239	0.8265	0.8291	0.8317	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8463	0.8488	0.8513	0.8538	0.8562	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8688	0.8710	0.8732	0.8754	0.8775	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8943	0.8961	0.8978	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

$P(Z \leq 0.45)$ - Se busca en la tabla el valor de 0.4 con 0.05

d. $P(-1.87 \leq Z \leq 1.87)$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = P(Z \leq 1.87) - (1 - P(Z \leq 1.87))$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = P(Z \leq 1.87) - 1 + P(Z \leq 1.87)$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 2P(Z \leq 1.87) - 1$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 2(0.9693) - 1$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 2(0.9693) - 1$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 1.9386 - 1$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.45) = 0.9386$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = P(Z \leq 1.87) - (1 - P(Z \leq 1.87))$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 0.9693 - (1 - 0.9693)$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 0.9693 - (0.0307)$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 0.9693 - 0.0307$$

$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 0.9693 - 0.0307$$

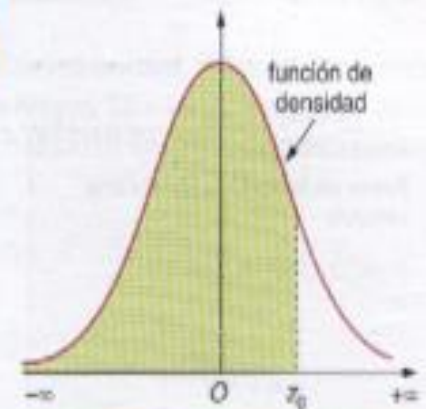
$$P(-1.87 \leq Z \leq 1.87) = 0.9386$$

1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708						0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907						0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082						0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236						0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916

$P(Z \leq 1.87)$ - Se busca en la tabla el valor de 1.8 con 0.07

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0, 1)$

$$P(Z \leq z_0) = \left\{ \begin{array}{l} \text{área del recinto} \\ \text{coloreado} \end{array} \right\}$$



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9646	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936

3.15.8 Distribución binomial

La distribución de probabilidad binomial es una distribución discreta que tiene muchísimas aplicaciones. Se asocia con un experimento de múltiples pasos que se llama experimento binomial. La palabra binomial viene de otra palabra que significa dos nombres y esto nos hará recordar que en cada ensayo que veremos en este tema siempre habrá dos resultados: éxito y fracaso. Si es que respondes una pregunta de alternativas al azar, la respuesta es correcta o incorrecta. Si es que realizas un control de calidad a un producto, este será defectuoso o no defectuoso. Si es que lanzas una moneda, sale cara o sale cruz.

La probabilidad de ocurrencia de una combinación específica de eventos independientes y mutuamente excluyentes se determina con la distribución binomial, que es aquella donde hay solo dos posibilidades, tales como masculino/femenino o si/no.

Un experimento binomial es un experimento que cumple las siguientes condiciones:

- ✓ El experimento consta de una secuencia de n ensayos idénticos.
- ✓ En cada ensayo hay dos resultados posibles. A uno de ellos se le llama éxito y al otro, fracaso.
- ✓ La probabilidad de éxito es constante de un ensayo a otro, nunca cambia y se denota por p . Por ello, la probabilidad de fracaso será $1 - p$. Esto se debe a que la probabilidad de éxito más la probabilidad de fracaso suman 1 .
- ✓ Los ensayos son independientes, de modo que el resultado de cualquiera de ellos no influye en el resultado de cualquier otro ensayo.

Ejemplo:

La probabilidad de que a un cliente nuevo le guste la matchamburguesa de Jorge es de 0,8. Si llegan 5 clientes nuevos a la cafetería, ¿cuál es la probabilidad de que solo a 3 de ellos les guste la matchamburguesa?

Datos:

$$n = 5$$

$$x = 3$$

$$p = 0.8$$

Fórmulas:

$$f(x) = P(x = x) = \binom{n}{x} (p)^x (1 - p)^{n-x}$$

$$f(x) = P(x = x) = \left(\frac{n!}{x! (n - x)!} \right) (p)^x (1 - p)^{n-x}$$

Antes de aplicar la fórmula, verificamos que se trate de un experimento binomial. Para ello, tiene que cumplir con las 4 condiciones que mencionamos arriba. Efectivamente, se trata de un experimento binomial.

Nota: En este caso, vamos a centrarnos en los clientes a los que les gusta esta hamburguesa, por ello diremos que:

X = número de clientes nuevos de 5 a los que les gusta la matchamburguesa. Entonces consideramos un éxito si al cliente le gusta esta hamburguesa.

Ahora colocamos los valores de n, k y p. Recuerda que n es el número de ensayos, k el número de éxitos y p la probabilidad de éxito.

Solución:

$$f(x) = P(x = x) = \left(\frac{n!}{x! (n - x)!} \right) (p)^x (1 - p)^{n-x}$$

$$f(3) = P(x = 3) = \left(\frac{5!}{3! (5 - 3)!} \right) (0.8)^3 (0.2)^2$$

$$f(3) = P(x = 3) = \left(\frac{5 * 4 * 3!}{3! 2!} \right) (0.8)^3 (0.2)^2$$

$$f(3) = P(x = 3) = \left(\frac{20}{2 * 1} \right) (0.512)(0.04)$$

$$f(3) = P(x = 3) = 10 (0.512)(0.04)$$

$$f(3) = P(x = 3) = 10 (0.512)(0.04)$$

$$f(3) = P(x = 3) = 0.2048$$

Respuesta: 0.2048.

$$P \% = 0.2048 * 100$$

$$P \% = 20\%$$

3.15.8.1 Calcula la distribución binomial haciendo uso de Excel

1. Se digitan los datos.
2. Luego se escribe **=DISTR.BINOM**.
3. Después se calcula el valor tomando en cuenta los cuatro parámetros que despliega la formula y se fija \$ para desplegarla en todos los campos de lugar.
4. En ese mismo orden, se suma el total de frecuencia para comprobar los resultados, esta debe ser igual a **1**.
5. Por último se calcula la probabilidad porcentual **P%**, la suma de la misma debe ser igual a **100%**.

Paso → =DISTR.BINOM(H6;\$C\$3;\$C\$4;FALSO)

Datos:	
n	5
p	0.8
x	3

Paso

x	P(x)	P(%)
0	0.00032	0%
1	0.0064	1%
2	0.0512	5%
3	0.2048	20%
4	0.4096	41%
5	0.32768	33%
Total:	1	100%

Ejemplo:
La probabilidad de que a un cliente nuevo le guste la matehamburguesa de Jorge es de 0,8. Si llegan 5 clientes nuevos a la cafetería, ¿cuál es la probabilidad de que solo a 3 de ellos les guste la matehamburguesa?

Paso

Paso

3.15.8 Campana de Gauss

La distribución normal fue reconocida por primera vez por el francés Abraham de Moivre (1667-1754). Posteriormente, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) elaboró desarrollos más profundos y formuló la ecuación de la curva; de ahí que también se la conozca, más comúnmente, como la "campana de Gauss". La distribución de una variable normal está completamente determinada por dos parámetros, su media y su desviación estándar, denotadas generalmente por μ y σ . Con esta notación, la densidad de la normal viene dada por la ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} - \infty < x < \infty$$

Que determina la curva en forma de campana que tan bien conocemos. Así, se dice que una característica x sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2 , y se denota como $x \approx N(\mu, \sigma)$

3.15.9.1 Propiedades de la distribución normal

La distribución normal posee ciertas propiedades importantes que conviene destacar:

- ✓ Tiene una única moda, que coincide con su media y su mediana.
- ✓ La curva normal es asintótica al eje de abscisas. Por ello, cualquier valor entre $-\infty$ y $+\infty$ es teóricamente posible. El área total bajo la curva es, por tanto, igual a 1.
- ✓ Es simétrica con respecto a su media μ . Según esto, para este tipo de variables existe una probabilidad de un 50% de observar un dato mayor que la media, y un 50% de observar un dato menor.
- ✓ La distancia entre la línea trazada en la media y el punto de inflexión de la curva es igual a una desviación típica (σ). Cuanto mayor sea σ , más aplanada será la curva de la densidad.
- ✓ El área bajo la curva comprendida entre los valores situados aproximadamente a dos desviaciones estándar de la media es igual a 0.95. En concreto, existe un 95% de posibilidades de observar un valor comprendido en el intervalo $(\mu - 1.96\sigma, \mu + 1.96\sigma)$.
- ✓ La forma de la campana de Gauss depende de los parámetros μ y σ (La media indica la posición de la campana, de modo que para diferentes valores de μ la gráfica es desplazada a lo largo del eje horizontal. Por otra parte, la desviación estándar determina el grado de apuntamiento de la curva. Cuanto mayor sea el valor de σ , más se dispersarán los datos en torno a la media y la curva será más plana. Un valor pequeño de este parámetro indica, por tanto, una gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución.

Como se deduce de este último apartado, no existe una única distribución normal, sino una familia de distribuciones con una forma común, diferenciadas por los valores de su media y su varianza. De entre todas ellas, la más utilizada es la distribución normal estándar, que corresponde a una distribución de media 0 y varianza 1.

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right); -\infty < Z < \infty$$

Es importante conocer que, a partir de cualquier variable X que siga una distribución $N(\mu, \sigma)$, se puede obtener otra característica Z con una distribución normal estándar, sin más que efectuar la transformación:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Esta propiedad resulta especialmente interesante en la práctica, ya que para una distribución $N(0,1)$, existen tablas publicadas a partir de las que se puede obtener de modo sencillo la probabilidad de observar un dato menor o igual a un cierto valor z , y que permitirán resolver preguntas de probabilidad acerca del comportamiento de variables de las que se sabe o se asume que siguen una distribución aproximadamente normal.

Considera el siguiente problema: supongamos que se sabe que el peso de los sujetos de una determinada población sigue una distribución aproximadamente normal, con una media de 80 Kg y una desviación estándar de 10 Kg.

¿Podremos saber cuál es la probabilidad de que una persona, elegida al azar, tenga un peso superior a 100 Kg?

Denotando por X a la variable que representa el peso de los individuos en esa población, ésta sigue una distribución $N(80, 10)$. Si su distribución fuese la de una normal estándar podríamos utilizar la Tabla para calcular la probabilidad que

nos interesa. Como éste no es el caso, resultará entonces útil transformar esta característica según la Ecuación, y obtener la variable:

$$Z = \frac{x - 80}{10}$$

Para poder utilizar dicha tabla. Así, la probabilidad que se desea calcular será:

$$P(x > 100) = P\left(Z > \frac{100 - 80}{10}\right) = P(Z > 2)$$

Como el área total bajo la curva es igual a 1, se puede deducir que:

$$P(Z > 2) = 1 - P(Z \leq 2)$$

Esta última probabilidad puede ser fácilmente obtenida a partir de la tabla, resultando ser $P(Z \leq 2) = 0.9772$. Por lo tanto, la probabilidad buscada de que una persona elegida aleatoriamente de esa población tenga un peso mayor de 100 Kg, es de $1 - 0.9772 = 0.0228$, es decir, aproximadamente de un 2.3%.

De modo análogo, podemos obtener la probabilidad de que el peso de un sujeto esté entre 60 y 100 Kg:

$$P(60 \leq x \leq 100) = P\left(\frac{60 - 80}{10} \leq Z \leq \frac{100 - 80}{10}\right) = P(-2 \leq Z \leq 2)$$

Tomando $a = -2$ y $b = 2$, podemos deducir que: Por el ejemplo previo, se sabe que

$$P(-2 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2)$$

Por el ejemplo previo, se sabe que, $P(Z \leq 2) = 0.9772$ Para la segunda probabilidad, sin embargo, encontramos el problema de que las tablas estándar no proporcionan el valor de $P(Z \leq z)$ para valores negativos de la variable. Sin embargo, haciendo uso de la simetría de la distribución normal, se tiene que:

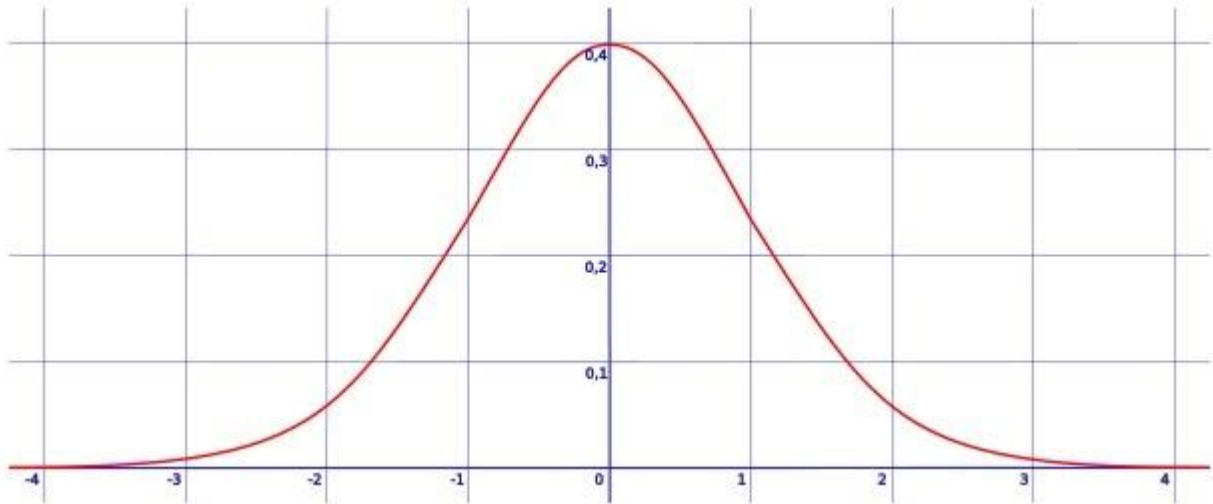
$$P(Z \leq -2) = P(Z \geq 2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

Finalmente, la probabilidad buscada de que una persona elegida al azar tenga un peso entre 60 y 100 Kg., es de $0.9772 - 0.0228 = 0.9544$, es decir, aproximadamente

de un 95%. Resulta interesante comprobar que se obtendría la misma conclusión recurriendo a la propiedad (III) de la distribución normal.

No obstante, es fácil observar que este tipo de situaciones no corresponde a lo que habitualmente nos encontramos en la práctica. Generalmente no se dispone de información acerca de la distribución teórica de la población, sino que más bien el problema se plantea a la inversa: a partir de una muestra extraída al azar de la población que se desea estudiar, se realizan una serie de mediciones y se desea extrapolar los resultados obtenidos a la población de origen. En un ejemplo similar al anterior, supongamos que se dispone del peso de $n=100$ individuos de esa misma población, obteniéndose una media muestral de $\bar{x} = 75$ Kg, y una desviación estándar muestral $S = 12$ Kg, quieres extraer alguna conclusión acerca del valor medio real de ese peso en la población original. La solución a este tipo de cuestiones se basa en un resultado elemental de la teoría estadística, el llamado teorema central del límite. Dicho axioma viene a decirnos que las medias de muestras aleatorias de cualquier variable siguen ellas mismas una distribución normal con igual media que la de la población y desviación estándar la de la población dividida por \sqrt{n} . En nuestro caso, podremos entonces considerar la media muestral $\bar{X} \approx N\left(\frac{\mu, \sigma}{\sqrt{N}}\right)$, con lo cual, a partir de la propiedad (III) se conoce que aproximadamente un 95% de \bar{X} los posibles valores de caerían dentro del intervalo $\left(\mu - \frac{1.96\sigma}{\sqrt{N}}; \mu + \frac{1.96\sigma}{\sqrt{N}}\right)$ Puesto que los valores de μ y σ son desconocidos, podríamos pensar en aproximarlos por sus análogos muestrales, resultando $\left(75 - \frac{1.96 \cdot 12}{\sqrt{100}}; 75 + \frac{1.96 \cdot 12}{\sqrt{100}}\right) = (75.6; 80.3)$. Estaremos, por lo tanto, un 95% seguros de que el peso medio real en la población de origen oscila entre 75.6 Kg y 80.3 Kg. Aunque la teoría estadística subyacente es mucho más compleja, en líneas generales éste es el modo de construir un intervalo de confianza para la media de una población.

Campana de Gauss, es una representación gráfica de la distribución normal de un grupo de datos. Éstos se reparten en valores bajos, medios y altos, creando un gráfico de forma acampanada y simétrica con respecto a un determinado parámetro. Se conoce como curva o campana de Gauss o distribución Normal.



3.15.9.2 Determinación gráfica de la probabilidad

En este caso se determina la probabilidad indicada, luego se hace la representación mediante la campana de Gauss.

Calcula en una $N(0,1)$ las siguientes probabilidades

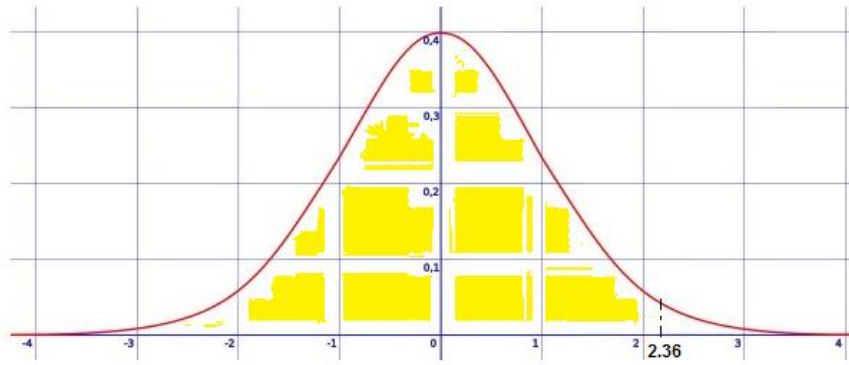
a) $P(Z \leq 2.36)$

Se busca en la tabla el valor de 2.3 con 0.06

1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9978	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

$P(Z \leq 2.36)$

$$P(Z \leq 2.36) = 0.9909$$



b) $(Z \geq -1.76)$

En este caso, hay dos cambios, un cambio es convertir \geq en \leq , y el otro es convertir -1.76 por 1.76 por tanto la operación es:

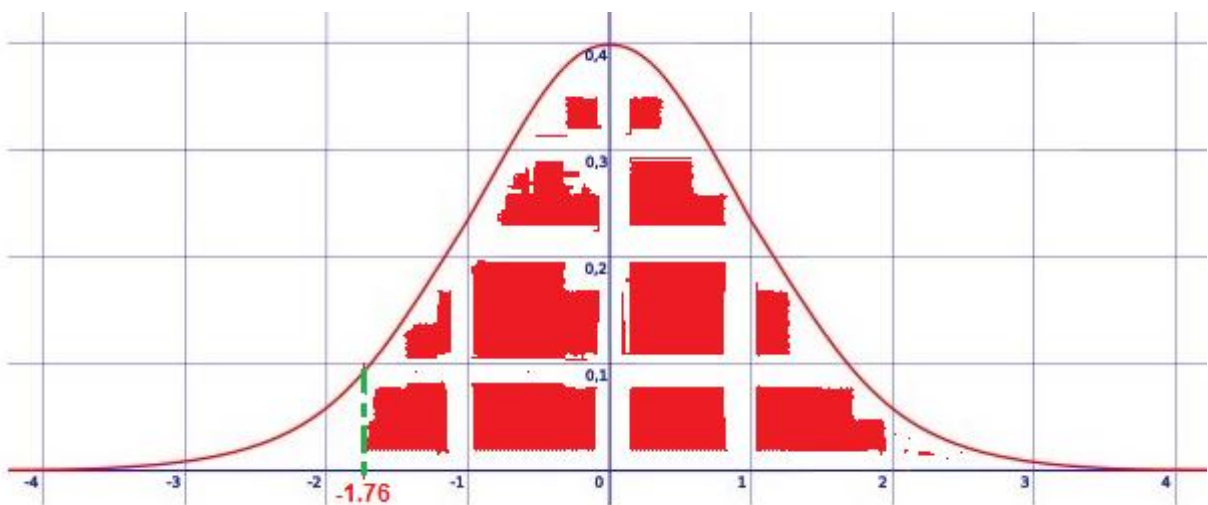
$$(Z \geq -1.76) = (Z \leq 1.76)$$

Se busca en la tabla el valor de 1.7 con 0.06

0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264			0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508			0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729			0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925			0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

$(Z \leq 1.76)$

$$(Z \geq -1.76) = 0.9608$$



c) $(Z \leq -1.86)$

En este caso, hay un cambio y es convertir -1.86 en 1.86 , por tanto la operación es:

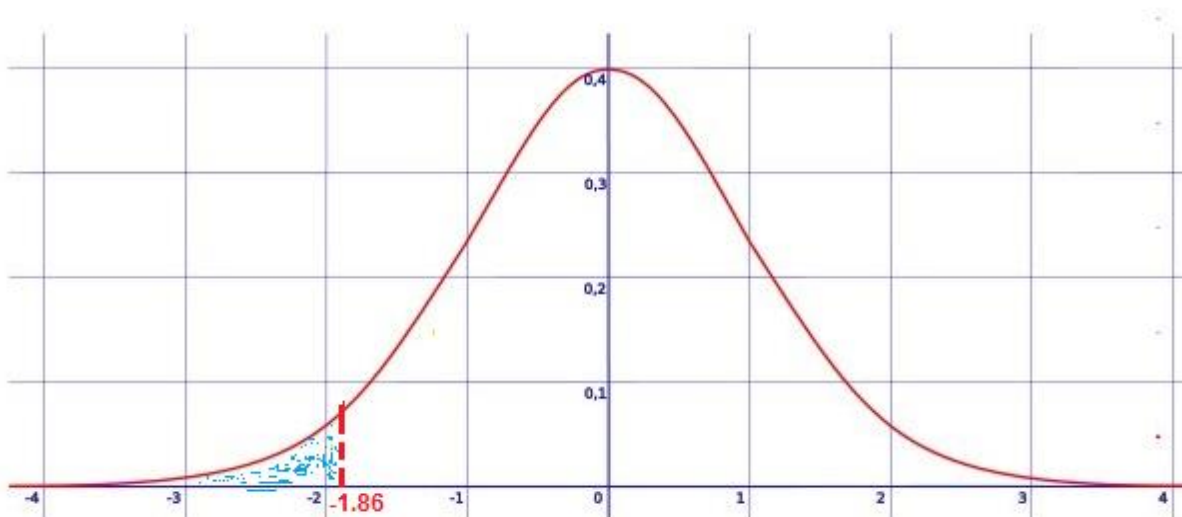
$$(Z \leq -1.86) = 1 - (Z \leq 1.86)$$

Se busca en la tabla el valor de 1.8 con 0.06

0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8291	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8530	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8750	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

$$(Z \leq -1.86) = 1 - 0.9686$$

$$(Z \leq -1.86) = 0.0134$$



3.15.10 Distribución de Poisson

Esta distribución es una de las más importantes distribuciones de **variable discreta**. Sus principales aplicaciones hacen referencia a la modelización de situaciones en las que nos interesa determinar el número de hechos de cierto tipo que se pueden producir en un intervalo de tiempo o de espacio, de manera aleatoria.

3.15.10.1 Variable discretas

Una variable es discreta cuando no puede tomar ningún valor entre dos consecutivos.

Un ejemplo de variables discretas es el número de empleados que hay en una empresa o el número de hijos que tiene una persona, estas variables son discretas porque estas cifras no pueden situarse entre dos números consecutivos.

Aspectos que se deben tomar en cuenta para trabajar con la distribución de Poisson

- A. La variable es aleatoria.
- B. La probabilidad de ocurrencia de un evento es igual en cualquier intervalo definido.
- C. La ocurrencia de un evento en un intervalo es independiente a la ocurrencia en otro intervalo.
- D. Dos eventos no pueden ocurrir en un mismo tiempo.

La variable es aleatoria

Es el número promedio de veces que ocurre un evento durante un intervalo de tiempo definido, y esta es aleatoria, nunca es constante.

Ejemplo 1:

El número promedio de personas que visitan un súper mercado en un día.

El número de personas es el evento que ocurre, mientras que un día es la unidad de tiempo definida.

Ejemplo 2:

El número promedio de manzanas que vende un súper mercado en una hora.

Las manzanas vendidas es el evento que ocurre y la hora es la unidad de tiempo definida.

Nota

En los libros de textos y muchos tutoriales solo expresan el tiempo como unidad de medida, pero en la distribución de Poisson también se pueden tomar otras unidades de medidas, como las de volumen, distancia, superficies, entre otras.

- ✓ Un ejemplo utilizando una unidad de medida de volumen.
- ✓ La cantidad promedio de bacterias que hay en un litro de agua sucia.
- ✓ La probabilidad de ocurrencia de un evento es igual en cualquier intervalo definido.

Esto se refiere a que el promedio de ocurrencia de un evento en un intervalo de tiempo es siempre igual, es decir, que es constante.

Ejemplo:

El canal de Youtube del Profe Lewis recibe un promedio de 100 visitas al día.

Esto quiere decir que el promedio de visitas por días es de 100 visitas, resaltando que cuando se habla de promedio, se refiere a que no necesariamente tenga 100 visitas al día, puede tener más o puede tener menos, aunque la cantidad de visitas esperada sea de 100.

La ocurrencia de un evento en un intervalo es independiente a la ocurrencia en otro intervalo.

Esto significa que el hecho de que ocurra un evento en un tiempo definido no aumenta ni disminuye la probabilidad de que ocurra otro evento igual en ese mismo intervalo de tiempo.

Ejemplo:

En un taller de mecánica automotriz cada 5 horas llega un carro para reparar.

Si en la primera hora llega un carro para reparar, esto no disminuye la posibilidad de que en esa misma hora llegue o no otro carro para reparar.

Dos eventos no pueden ocurrir en un mismo tiempo

Esto significa los eventos no ocurren exactamente en el mismo tiempo, primero debe ocurrir uno y después el otro.

3.15.10.2 Formulación para la distribución de Poisson

Matemáticamente la distribución de Poisson se expresa de la siguiente manera:

La probabilidad de éxito es igual al número Euler e , elevado a negativo promedio de éxitos en una unidad de tiempo λ , por el promedio de éxito en una unidad de tiempo elevado al número de éxitos que suceden, entre el factorial del número de éxitos que suceden.

Formulación:

$$P_x = \frac{(e^{-\lambda})(\lambda^x)}{x!}$$

Otra forma de expresar la fórmula es obviando los paréntesis

$$P_x = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Documentación:

e =Número Euler, es una constante, su valor aproximado es de (2.72).

λ = Su nombre es Landa, representa el promedio de éxito en una unidad de tiempo.

X = Número de éxitos esperado.

Estas son las variables que intervienen en la distribución de Poisson

Proceso para calcular las probabilidades utilizando la distribución de Poisson

- ✓ Se deben identificar cada una de las variables que intervienen en el cálculo de probabilidad.
- ✓ Se sustituyen los datos de cada variable.
- ✓ Se elimina el exponente negativo utilizando el inverso multiplicativo.
- ✓ Se efectúan las operaciones indicadas en la ecuación.

Nota:

Para que se obtengan resultados más exactos es recomendable redondear a 4 cifras decimales. Si las primeras cifras son ceros, se recomienda colocar todos los ceros que aparezcan y las dos primeras cifras distintas de ceros que aparezcan.

Ejemplo 1:

En una estación de gasolina atienden un promedio de 8 carros por hora, ¿Cuál es la probabilidad de que atienda 5 carros en la siguiente hora.

Datos:

$$\lambda=8$$

$$x=5$$

Fórmula:

$$Px = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Solución:

Se reemplaza las variables por sus valores

$$P_x = \frac{(2.72^{-8})(8^5)}{5!}$$

Se resuelve primero el exponente negativo para que la ecuación se reduzca

Para este procedimiento se debe aplicar el inverso multiplicativo al factor que tiene el exponente negativo, es decir, se baja el factor a dividir y se forma una fracción, esta fracción estará compuesta por un 1 en el numerador y el denominador será dicho factor, pero con el exponente positivo. Una vez realizado este proceso, se resuelve la potencia que queda en el denominador y se divide 1 entre el resultado de dicha potencia.

$$(2.72^{-8}) = \frac{1}{2.72^8}$$

$$\frac{1}{2.72^8} = \frac{1}{2,996.07}$$

$$\frac{1}{2,996.07} = 0.00033$$

$$2.72^{-8} = 0.00033$$

Una vez eliminado el factor con exponente negativo, escribimos la fórmula y sustituimos dicho factor por el resultado encontrado.

$$P_x = \frac{(0.00033)(8^5)}{5!}$$

Se extrae la potencia del segundo factor

$$P_x = \frac{(0.00033)(32,768)}{5!}$$

Se realiza el producto que queda en el numerador

$$P_x = \frac{10.81}{5!}$$

Una vez que se obtiene el producto en el numerador, se procede a calcular el factorial que está en el denominador

$$P_x = \frac{10.81}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$P_x = \frac{10.81}{120}$$

Una vez calculado el factorial, se realiza la división que nos queda

$$P_x = \frac{10.81}{120}$$

$$P_x = 0.09$$

Si se expresa en por ciento es igual a 9%

Conclusión

La probabilidad de que en la próxima hora se atiendan 5 carros en la siguiente hora es de un 9%.

Ejemplo 2:

En un salón de belleza atienden un promedio de 5 personas por hora, ¿Cuál es la probabilidad de que atienda 3 personas en la siguiente hora.

Datos:

$$\lambda = 5$$

$$x = 3$$

Fórmula:

$$P_x = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Solución:

Se reemplazan las variables por sus valores

$$P_x = \frac{(2.72^{-5})(5^3)}{3!}$$

Se resuelve primero el exponente negativo para que la ecuación se reduzca

Para este procedimiento se debe aplicar el inverso multiplicativo al factor que tiene el exponente negativo, es decir, se baja el factor a dividir y se forma una fracción, esta fracción estará compuesta por un 1 en el numerador y el denominador será dicho factor, pero con el exponente positivo. Una vez realizado este proceso, se resuelve la potencia que queda en el denominador y se divide 1 entre el resultado de dicha potencia.

$$(2.72^{-5}) = \frac{1}{2.72^5}$$

$$\frac{1}{2.72^5} = \frac{1}{148.88}$$

$$\frac{1}{148.88} = 0.0067$$

$$2.72^{-5} = 0.0067$$

Una vez eliminado el factor con exponente negativo, escribe la formula y sustituye dicho factor por el resultado encontrado.

$$P_x = \frac{(0.0067)(5^3)}{3!}$$

Se extrae la potencia del segundo factor.

$$P_x = \frac{(0.0067)(125)}{3!}$$

Se realiza el producto que queda en el numerador.

$$P_x = \frac{0.84}{3!}$$

Una vez que se obtiene el producto en el numerador, se procede a calcular el factorial que está en el denominador

$$P_x = \frac{0.84}{3 \times 2 \times 1}$$

$$P_x = \frac{0.84}{6}$$

Una vez calculado el factorial, se realiza la división que nos queda

$$P_x = \frac{0.84}{6}$$

$$P_x = 0.14$$

Si se expresa en por ciento es un 14%

Conclusión:

La probabilidad de que en la próxima hora se atiendan 3 personas es de 14%

3.15.10.3 Distribución de Poisson haciendo uso de Excel

Probabilidad de Poisson			
Promedio de éxito "λ"	Número de éxito esperado "X"	Probabilidad de que ocurra un evento	Resultado expresado en forma de por ciento
5	3	0.14	14%

Se realizan las programaciones correspondientes, este caso se utiliza la función exponencial de Excel **EXP** para relacionar las variables involucradas.

Barra de fórmulas: Aquí se muestra la programación que tiene la planilla para que arroje el resultado.

	A	B	C	D	E
1	Probabilidad de Poisson				
2					
3					
4	Promedio de éxito "λ"	Número de éxito esperado "X"	Probabilidad de que ocurra un evento	Resultado expresado en forma de por ciento	
5	5	3	0.14	14%	
6					

Se inserta el promedio de éxito.

Se inserta el número de éxito

Se inserta la función "exp", seguida de un signo negativo, se multiplica el promedio de éxito por sí mismo elevado al número de éxito esperado, dividido entre el factorial del número de éxito esperado.

Se inserta la misma función que en la columna programa para que muestre el resultado en porcentaje.

Resumen de la unidad III

La estadística es una de las ramas de la ciencia matemática que se centra en el trabajo con datos e informaciones numéricas o se encarga de transformar en números. A diferencia de otras ramas de la matemática que poseen una parte importante de abstracción, la estadística tiene aplicaciones directas y concretas en la vida real, toma los números y cifras de diferentes fenómenos sociales; por ejemplo la desocupación o desempleo, la tasa de mortalidad y de natalidad, entre muchos otros datos que incluso pueden ser más complejos.

La importancia de la estadística se basa en facilitar al hombre el estudio de datos masivos tales como: una serie de hechos, un grupo de individuos, la probabilidad de que ocurra un suceso, etcétera. Gracias al análisis de estos datos, y nuevos datos se puede ser más precisos o tener previsiones para el futuro.

Es difícil conocer los orígenes de la Estadística. Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, como las representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personal, animales o ciertas cosas.

La estadística da un gran salto cualitativo a mediados del siglo XVII. Por un lado, los datos estadísticos empiezan a ser utilizados por los bancos y por las nacientes compañías de seguros; por otro lado, se inventa en Inglaterra el concepto de aritmética política y empieza el uso de la matemática en otras disciplinas.

En ese mismo orden, la estadística ha impactado todos los aspectos del diario vivir; todas actividades permiten la recolección de datos después de ser analizados para tomar decisiones sabias y sustentadas en un estudio o análisis de datos.

Dentro del amplio campo de estudio de la estadística se resalta el tema de probabilidad matemática, el cual comenzó como un intento de responder a varias

preguntas que surgían en los juegos de azar, por ejemplo saber cuántas veces se han de lanzar un par de dados para que la probabilidad de que salga seis sea el 50 por ciento.

La probabilidad de un resultado se representa con un número entre 0 y 1, incluso entre ambos. El ejemplo más tradicional es la prevalencia de obtener un número al arrojar un dado. Sobre seis resultados posibles (todas las caras), sólo es posible lograr un número por cada vez que el dado es arrojado. En este caso, la probabilidad puede expresarse como uno en seis, un sexto, la sexta parte o, en términos matemáticos precisos, 0.16 ó 16% . La importancia de la aplicación de los métodos de cálculo de la probabilidad reside en su capacidad para estimar o predecir eventos.

Dentro de las innovaciones que ha brindado el desarrollo tecnológico a las Ciencias Matemática existen diversos programas, aplicaciones y plataformas educativas virtuales que sirven para realizar estudios y cálculos en la estadística y probabilidad, también de las demás ramas matemáticas en cuestión. En estadística y probabilidad es recomendable hacer uso de la hoja de cálculo Microsoft Excel que es una hoja de cálculo útil y fácil de usar.

En ese mismo sentido está la aplicación Geogebra la cual es accesible y eficiente a la hora de representar gráficos estadísticos que suelen utilizarse mucho en el diario vivir. Y por último, Symbolab es un motor de respuesta en línea que facilita respuesta a problemas estadísticos de manera fácil y exacta.

Ejercicios de autoevaluación de la unidad III

I. Completa:

Variable estadística, cualitativa o cuantitativa, discreta o continua, marca de clase, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, media aritmética, recorrido, moda, parámetros de dispersión, varianza, desviación típica.

1. _____ nombre recibe cada una de las características que se pueden estudiar en una población.
2. Una variable estadística puede ser _____.
3. Las variables cuantitativas pueden ser _____.
4. _____ es el centro de un intervalo en una distribución agrupada.
5. _____ es el número de veces que aparece un determinado valor de una variable estadística.
6. _____ es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos estudiados.
7. _____ es el cociente de la suma de los valores observados entre el número total de dicho valores.
8. _____ es la diferencia existente entre el máximo y el mínimo valor que toma una variable estadística
9. _____ es el valor de la variable estadística que alcanza una mayor frecuencia.
10. La desviación típica, la varianza, la desviación media y desviación mediana, se le conoce como _____.
11. _____ es la media aritmética de las desviaciones cuadráticas respecto la media de distribución
12. _____ es la raíz cuadrada de la varianza.

II. La temperatura de los siete días de una semana en la ciudad de Samaná

Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
29°	26°	28°	27°	24°	28°	25°

- Calcula la media aritmética o promedio.
- Calcula la mediana.
- Calcula moda.

III. Las notas finales de 30 estudiantes

98	82	78	76	92	84	86	65	78	74
80	62	86	91	90	83	96	78	75	70
83	82	89	74	75	90	86	83	92	75

- Calcula el rango.
- Determina el número de clase.
- Determina la amplitud de clase.

IV. Clasifica las siguientes variables en cualitativas o cuantitativas

- Grupo sanguíneo
- Pago semanal que reciben
- Profesión de la madre
- Llamadas telefónicas semanales
- Color de los ojos
- Números de hermanos

VI. Completa

- a. La teoría de la probabilidad es la parte de las matemáticas que se encarga del estudio de los_____.
- b. El _____ de un experimento aleatorio es el conjunto de todos los resultados posibles.
- c. Tipo de población donde el conjunto de elementos que no pueden contabilizarse. Cuando la población es mayor que 10,000($P > 10,000$) para efectos estadísticos, se puede considerar una _____.
- d. _____ de un suceso es el cociente que resulta de dividir el número de casos favorables entre el número de casos posibles.
- e. _____ también llamado universo o colectivo, es el conjunto de todos los elementos que tienen una característica común. Una población puede ser finita o infinita.
- f. _____ es una distribución discreta que tiene muchísimas aplicaciones. Se asocia con un experimento de múltiples pasos que se llama experimento binomial.
- g. Se llama _____ al que resulta de la realización de varios experimentos aleatorios simples.
- h. La probabilidad será un valor comprendido entre _____.

Actividades de la unidad III

I. El salario semanal de 15 obreros del departamento de ensamble en una zona franca se muestra en los siguientes datos:

RD\$3,600	RD\$2,450	RD\$4,000
RD\$2,500	RD\$2,450	RD\$3,475
RD\$2,700	RD\$3,650	RD\$4,450
RD\$3,450	RD\$3,450	RD\$2,625
RD\$3,400	RD\$4,650	RD\$3,250

1. Sin agrupar los datos, halla: La moda, la mediana y la media aritmética.
2. Representa los datos con un gráfico circular.
3. Representa los datos en un gráfico de barras. Escribe un comentario para interpretar el gráfico.

II. Escribe V o F según corresponda. El número promedio de hijos de las familias de los estudiantes de una escuela. Justifica su respuesta.

- ✓ La población está constituida por las familias de todos los estudiantes. ____
- ✓ La población está constituida por las familias del nivel inicial. ____
- ✓ Las familias de los alumnos 1ro a 4to es una muestra. ____
- ✓ Una buena muestra contendrá familias de todos los grados. ____
- ✓ Los datos para la variable estudiada son datos continuos. ____
- ✓ Los datos para la variable estudiada son datos discretos. ____

III. Escribe (5) ejemplos de población y selecciona una muestra de cada una.

IV. Identifica las variables cualitativas y cuantitativas (discreta o continua).

- ✓ Números de jugadores de un equipo de basketball.
- ✓ El tiempo que un estudiante toma cuando completa un examen.
- ✓ El equipo de béisbol favorito de una persona.
- ✓ La temperatura de un vaso de agua congelada.
- ✓ El peso de un niño recién nacido.
- ✓ El color de los ojos de tus compañeros de clase.
- ✓ El sexo de una persona.
- ✓ El color favorito de una persona.

V. La tabla contiene el número de infracciones de tránsito impuestas según una encuesta realizada en la ciudad de Bonaó a un número de conductores.

Número de infracciones por conductores (X_i)	Número de conductores (f_i)	F_i
0	470	570
1	460	1,030
2	152	1,182
3	65	1,247
4	25	1,272
5	10	1,282
Total	1,282	

a. Halla la media aritmética, la mediana y la moda.

b. Elabora un gráfico de barras en Excel, con los datos y sus fórmulas correspondiente, imprímelo y pégalo en tu cuaderno con sus pasos desarrollados.

VI. Completa la tabla de las edades de 25 estudiantes y realiza lo que se te pide.

Edades de los estudiantes (X_i)	Cantidad de estudiantes (f_i)	F_i
12	4	
13	10	14
14	7	21
15		24
16	1	
Total		

a. Halla la media aritmética, la mediana y la moda.

b. Elabora un gráfico de barras y otro círculo en Excel, con sus datos, fórmulas y pasos a seguir. Imprímelo y pégalo en tu cuaderno.

VII. La tabla contiene el peso en libras de 50 niños que visitan al pediatra en una semana. Determina la moda, media y mediana.

Clases	f_i	F_i	f_r	X_i
8 – 20	9	9	$9/50 = 0.18$	14
20 – 32	5	14	$5/50 = 0.1$	26
32 – 44	8	22	$8/50 = 0.16$	38
44 – 56	13	34	$13/50 = 0.26$	50
56 – 68	9	44	$9/50 = 0.18$	62
68 – 80	6	50	$6/50 = 0.12$	74
Total	$n = 50$		1	

VIII. La tabla muestra el número de horas trabajadas semanalmente por un grupo de personas. Completa la tabla de frecuencia y determina la moda, media y mediana.

Clases	f_i	F_i	f_r	X_i
10 – 15	9			
15 – 20	5			
20 – 25	8			
25 – 30	13			
30 – 35	9			
35 – 40	6			
Total	$n =$			

- a. Elabora un texto para interpretar los resultados obtenidos en el cálculo de la moda, media y mediana.

b. Elabora un gráfico en Excel de barra para los datos de la tabla anterior, imprimirlo y pegarlo en su cuaderno. Localiza en el gráfico las medidas de tendencia central para datos agrupados.

c. Escribe en un párrafo el procedimiento seguido para la elaboración del gráfico.

IX. Agrupa los datos de las calificaciones de los 70 estudiantes en un examen de inglés.

50	62	70	72	74	76	79	81	85	91
53	64	70	73	74	76	79	82	86	92
55	64	70	73	75	76	79	82	86	93
57	65	70	73	75	77	80	83	87	94
58	67	71	73	75	77	80	83	88	95
60	68	71	74	75	78	80	84	89	96
61	70	72	74	76	78	81	85	90	98

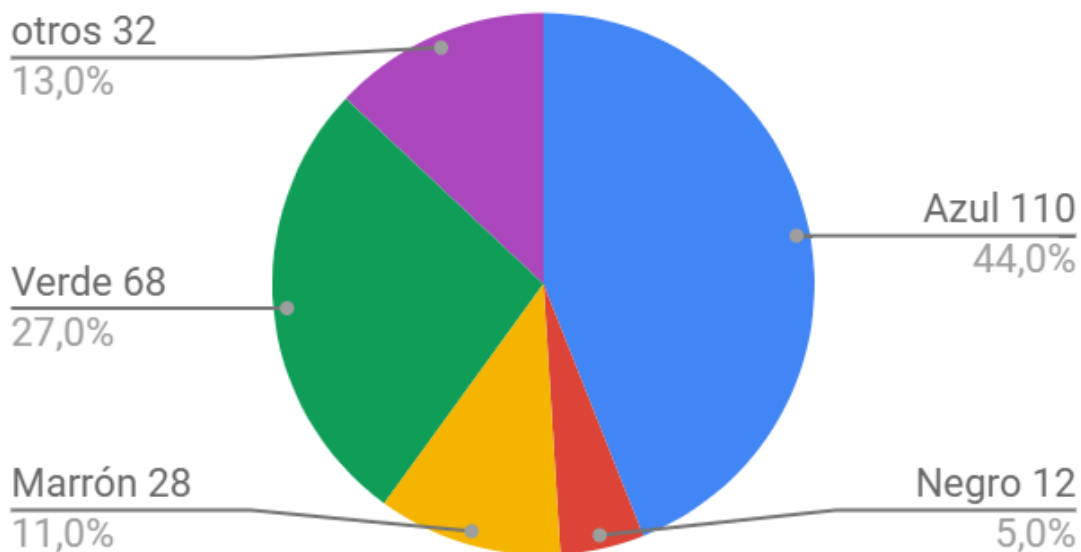
Intervalo de clases.	Frecuencia absoluta (fi)	Marcas de clases (Xi)	Frecuencia acumulada (Fi)
50 – 55	2	52.5	
55 – 60			
70 – 75			
95 – 100			

Con la tabla que completaste realiza lo que se indica.

X. Calcula la media, la mediana y la moda de la tabla de datos agrupados completada con los pasos anteriormente.

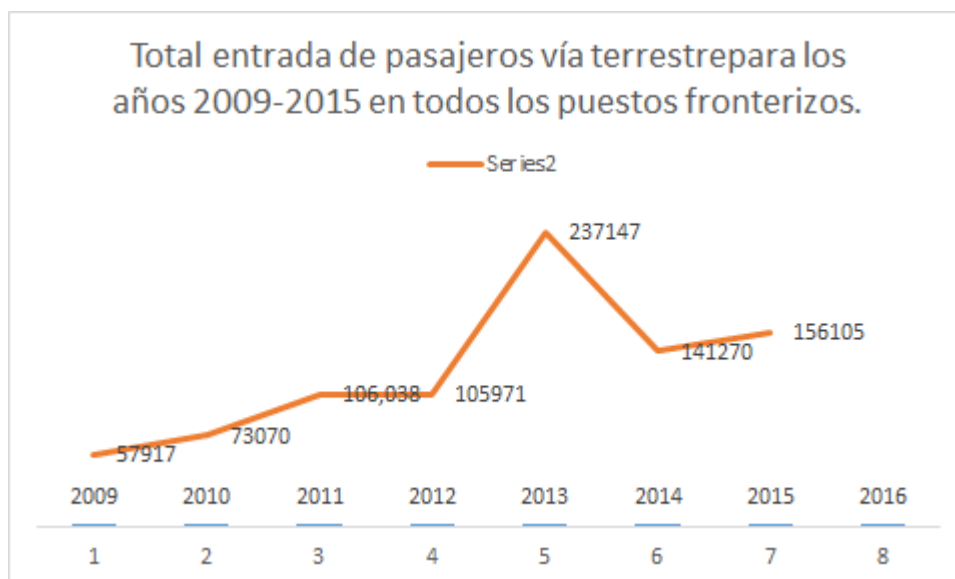
XI. Realiza el análisis de los siguientes gráficos estadísticos.

Color favoritos de ojos



a. ¿Cuál es el nombre de este gráfico? ¿Qué variable estadística se presenta en el gráfico? ¿Cuáles son las diferentes categorías de la variable estadística?

- b. ¿Cuál es el color de ojos que tienen mayor preferencia? ¿Cuál es el que tiene menor preferencia? ¿Se puede determinar con el gráfico? ¿Cuántas personas fueron consultadas para el estudio?
- c. Asume que para el estudio se consultaron 250 personas. Determina el número de personas que prefirieron cada color
- d. En tu opinión, ¿Por qué la mayoría de los encuestados prefirieron el color de ojos azules o verdes?



- a. ¿Cuál es el nombre de este gráfico? ¿Qué tipo de variable estadística se presenta en el gráfico? ¿Cuáles son las diferentes categorías de la variable estadística?
- b. ¿Cuántas personas entraron en total por la vía terrestre entre los años 2009 y 2015?
- c. ¿Cuál fue el año que más personas entraron entre 2011-2013?
- d. ¿Cuál fue el año que menos personas entraron entre 2009-2015?
- e. ¿Cuántas personas entraron entre 2011-2013?
- f. En tu opinión, ¿Cuáles factores influyen en el aumento o disminución de los pasajeros por los puestos fronterizos del país?
- ✓ **Escribe un párrafo corto para que digas la interpretación que tú le das a cada gráfico. ¿Qué conclusiones sacas?**

XII. Los datos siguientes corresponden a las edades en que un grupo de mujeres tuvieron su primer hijo: 18, 23, 31, 22, 25, 32, 33, 25, 18, 34, 26, 23 y 31. Determinar Q_1 , Q_2 , y Q_3 .

XIII. Los resultados de tirar un dado varias veces son: 1, 3, 4, 3, 5, 6, 2, 1, 2, 4, 5 y 3.
Determinar Q_1 , Q_2 , y Q_3 .

XIV. Calcula los D_3 , D_5 , y D_8 de los siguientes datos que corresponden a la cantidad de vehículos de una marca determinada que transitó por diferentes avenidas de Santo Domingo: 9, 11, 12, 8, 9, 12, 13, 6, 12, 15, 11, 5, 13, 14, 15, 11, 12, 16, 9, 8.

XV. Los siguientes datos, pertenecen al número de maestros de diez escuelas de San Pedro de Macorís: 5, 9, 11, 6, 14, 12, 8, 11, 15, 12. Determina D_2 , D_4 , y D_7 .

XVI. La siguiente tabla contiene el número de infracciones de tránsito impuestas según una encuesta realizada en la ciudad de Santiago, a un número de conductores. Calcular el tercer cuartil (Q_3), el sexto decil (D_6) y el percentil 75 (P_{75}).

Número de infracciones por conductores (X_i)	Número de conductores (frecuencia absoluta f_i)	Frecuencia acumulada F_i
0	570	570
1	460	1030
2	152	1182
3	65	1247
4	25	1272
5	10	1282
Total	1, 282	

XVII. La siguiente tabla contiene las edades de 25 estudiantes. Calcular el segundo cuartil (Q_2), el quinto decil (D_5) y el percentil 50 (P_{50})

Edades de los estudiantes (X_i)	Cantidad de estudiantes (frecuencia absoluta f_i)	Frecuencia acumulada F_i
12	4	4
13	10	14
14	7	21
15	3	24
16	1	25
Total	25	

XVIII. Los datos siguientes corresponden a las edades de los diez primeros niños que llegaron a un parque de diversión

Primer día: 6, 13, 12, 5, 8, 7, 8, 9, 10, 14

Segundo día: 3, 5, 6, 7, 4, 10, 4, 8, 3, 5

Calcular

- a) El rango de los datos de cada día y el recorrido intercuartílico del segundo día.

b) La desviación de los datos del primer día.

c) La desviación media del primer y segundo día.

d) La varianza de cada día y la desviación estándar de cada día.

e) De los dos conjuntos de datos, ¿cuál tiene mayor dispersión?

XIX. Completa

- a) Los deciles, cuartiles y percentiles son medidas de _____.
- b) La _____ nos indica qué tan dispersos o conectados están los datos.
- c) La diferencia entre el cuartil mayor y el cuartil menor se llama _____.
- d) La _____ es la diferencia entre unos datos y la media aritmética de los datos.

XX. Elabora un diagrama de caja para los salarios de 15 obreros de ensamble en una zona franca

RD\$3,600 – RD\$2,450 – RD\$4,000 – RD\$2,500 – RD\$2,450 – RD\$3,475 –
RD\$2,700 – RD\$3,650 – RD\$4,450 – RD\$3,450 – RD\$3,450 – RD\$2,625 –
RD\$3,400 – RD\$4,650 – RD\$3,250

XXI. Elabora un diagrama de caja para el número de vehículos de una determinada marca que transitan por diferentes avenidas principales de Santo Domingo

9, 11, 12, 8, 9, 12, 13, 6, 12, 15, 11, 5, 13, 14, 15, 11, 12, 16, 9, 8.

XXI. Halla la probabilidad de los siguientes eventos simples

a. Una caja pequeña tiene 10 golosinas de las cuales 4 son bolones, 3 son mentas y 3 son paletas. Determine la probabilidad de extraer un bolón.

b. Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 6?

XXII. Halla la probabilidad de los siguientes eventos compuestos

- a. Al lanzar un dado ¿cuál es la probabilidad de obtener un número impar o un número mayor que 3?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que, cuando se marquen 10 números de teléfono elegidos al azar, sólo comuniquen dos?

XXIII. Calcula en una $N(0,1)$ las siguientes probabilidades

c. $P(Z \leq 2.33)$

d. $(Z \leq 5.25)$

XXIV. Calcula en una $N(0,1)$ las siguientes probabilidades para los intervalos

a. $P(1.25 \leq Z \leq 2.25)$

b. $P(-0.25 \leq Z \leq 0.25)$

Bibliografía de la unidad III

Andrés Arcos (29/03/2013). Distribución binomial. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=xVwetXD9cis&list=WL&index=4&t=180s>. Fecha de acceso (02/11/2020).

A2 Capacitación: Excel (16/10/2018). Gráfica de Gauss en Excel. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=faSmX5OPc&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (10/11/2020).

Carlos Martínez (19/03/2020). Cálculo de probabilidad distribución normal en Excel. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=Z19DvV6DSRk&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (07/11/2020).

Cómo hacer un diagrama de pareto con Excel 2010. Extraído de <https://www.gestiondeoperaciones.net/gestion-de-calidad/como-hacer-un-diagrama-de-pareto-con-excel-2010/>. Fecha de acceso 24/09/2020.

Cuartil. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/cuartiles.html>. Fecha de acceso 29/09/2020.

Deciles - Conceptos y cálculos. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/deciles.html>. Fecha de acceso 30/09/2020.

Diagrama de pareto. Extraído de <https://www.monografias.com/trabajos47/diagrama-pareto/diagrama-pareto.shtml>. Fecha de acceso 23/09/2020.

Distribucion de Poisson. Extraído de <https://www.uv.es/ceaces/base/modelos%20de%20probabilidad/poisson.htm>. Fecha de acceso 7/11/2020.

Estadísticas: Conceptos básicos y definiciones. Extraído de [Estadística: conceptos básicos, \(uda.cl\)](#). Fecha de acceso 16/09/2020.

Estadística- definición y conceptos. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/estadistica.html>. Fecha de acceso. Fecha de acceso (15/09/2020).

Fbombab (19/03/2018). Tamaño de la muestra finita e infinita. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=1xZAA4jbMqc&list=Wl&index=9&t=334s>. Fecha de acceso (03/11/2020).

Frecuencia. Extraído de <https://economipedia.com/?s=Frecuencia>. Fecha de acceso (17/09/2020).

Gráfico. Extraído de <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/grafico/>. Fecha de acceso (23/09/2020).

Jacob Camacho (25/08/2019). Cálculo de la media, la mediana y la moda para datos agrupados en Excel. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=xYW4hI-2PSM&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (13/11/2020).

La media aritmética. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/media-aritmetica.html>. Fecha de acceso (16/09/2020).

Los percentiles. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/percentiles.html>. Fecha de acceso (01/10/2020).

Medidas de posición no central. Extraído de <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/medidas-posicion-no-central/#:~:text=Las%20medidas%20de%20posici%C3%B3n%20no,el%20mis%20n%C3%BAmero%20de%20valores>. Fecha de acceso (18/09/2020).

Moda estadística. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/moda-estadistica.html>. Fecha de acceso (16/09/2020).

Parámetros estadísticos descriptivos. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/parametros-estadisticos.html>. Fecha de acceso (26/09/2020).

Ruiz, B. A. (2011). Elaboración de una distribución de frecuencias y sus gráficas. Extraído de https://www.uach.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa1/matematicas_elaboracion_de_una_distribucion_de_frecuencias.pdf. Fecha de acceso (23/09/2020).

Todo sobre la mediana. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/mediana.html>. Fecha de acceso (18/09/2020). Tuxpanbelloatardecertba (10/03/2020). Media aritmética, mediana y moda en Excel para datos agrupados. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=mh3VUNM3K-Q&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (03/10/2020).

Variables estadísticas y sus características. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/variable-estadistica.html>. Fecha de acceso (20/09/2020).

Variables. Extraído de <http://www.mat.uda.cl/hsalinas/cursos/2010/eyp2/Clase1.pdf>. Fecha de acceso (20/09/2020).

Video sobre la distribución de Poisson. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=bIvz8LLBh4s&t=8s>. Fecha de acceso (7/11/2020).

WissenSync (21/11/2019). Distribución normal estándar. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=C5btKRpbIRQ&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (06/11/2020).

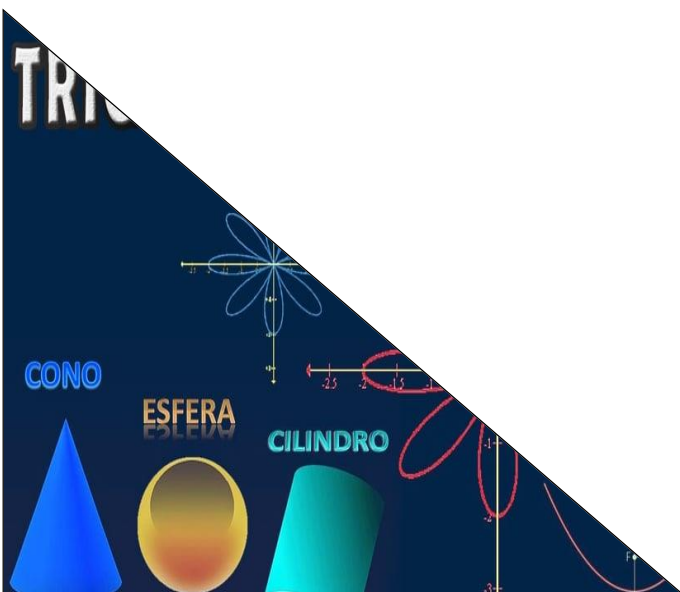
PROCESOS
DIDÁCTICOS DE LA
TRIGONOMETRÍA Y
SU TECNOLOGÍA

AUTORES:

- Lewis Manuel Castaño Burgos
- José Eulises Molina Núñez
- Radhames Vilorio Jiménez
- Jorge Luis Polanco Rosario

Unidad IV

Trigonometría



Orientación de la unidad IV

En esta unidad se presentan distintos conceptos y aplicaciones sobre la trigonometría y las diferentes tecnologías que se emplean para distintos procesos que intervienen en el desarrollo de la misma, de esta manera se muestra una combinación entre las operaciones ejecutadas convencionalmente y tecnológicamente.

En el desarrollo de esta estructura didáctica, se presentan distintos temas trigonométricos, como son los cuerpos redondos, funciones cuadráticas, coordenadas polares, sistema de coordenadas polares, gráficas de ecuación en coordenadas polares, ecuaciones de las coordenadas polares de la circunferencia, las cónicas y las espirales, raíces de ecuaciones y sistema de ecuaciones lineales, los cuales son definidos y desarrollados convencionalmente y con al menos una herramienta tecnológica, esto se realiza en todo el proceso didáctico, para cumplir las metas establecidas en el manual.

En fin, se invita a cada lector a descargar el manual y acompañarse de una computadora para que pueda comprobar las acciones TIC implementada en el desglose de cada tema planteado.

Competencias de la unidad IV

- ✓ Clasifica los cuerpos redondos para tener una intuición de su estructura.
- ✓ Resuelve problemas relacionados con cuerpos redondos, para aplicar sus ideas en su entorno.
- ✓ Usa herramientas tecnológicas para calcular el volumen y el área de cuerpos redondos.
- ✓ Comprende el concepto de superficie cuadrática para establecer diferencias entre las diferentes estructuras.
- ✓ Usa herramientas tecnológicas para obtener gráficas de distintas superficies y formas.
- ✓ Identifica diferentes pares de coordenadas polares en un punto.
- ✓ Determina las coordenadas polares de un punto conociendo las coordenadas rectangulares del mismo.
- ✓ Transforma una ecuación polar a otra expresada en coordenadas rectangulares y viceversa.
- ✓ Hace uso de herramientas tecnológicas en la construcción de gráficas de ecuaciones en coordenadas polares.
- ✓ Representa las raíces de ecuaciones de distintos grados.
- ✓ Utiliza distintos métodos para que expresen las raíces de una ecuación.
- ✓ Usa herramientas tecnológicas en el cálculo de raíces de distintas ecuaciones.
- ✓ Argumenta los resultados obtenidos de un problema que impliquen los métodos numéricos de solución de sistemas de ecuaciones.
- ✓ Usa herramientas tecnológicas en la solución de distintos sistemas de ecuaciones.

Esquema de la unidad IV

4.1 Cuerpo

4.1.1 Cuerpo redondo

4.1.2 La circunferencia

4.1.3 Elementos de la circunferencia

4.1.4 Calcula el diámetro de una circunferencia en Excel

4.1.5 Área del círculo.

4.1.6 Área del círculo en Excel

4.1.7 El cilindro

4.1.8 Área de un cilindro

4.1.9 Área de un cilindro en Excel

4.1.10 Volumen de un cilindro

4.1.11 Volumen del cilindro en Excel

4.1.12 La esfera

4.1.13 Área de una esfera

4.1.14 Área de la esfera en Excel

4.1.15 Volumen de una esfera

4.1.16 Volumen de una esfera en Excel

4.1.17 Cono

4.1.18 Área del cono

4.1.19 Área del cono en Excel

4.1.20 Volumen del cono

4.1.21 Volumen de un cono en Excel

4.2 Función

4.2.1 Función cuadrática

4.2.2 Formas de las funciones cuadráticas

4.2.3 Gráfica de una función cuadrática.

4.2.4 Vértice

4.2.5 Vértice de una función en GeoGebra.

4.2.6 Eje de simetría

4.2.7 Intersecciones con los ejes

4.2.8 Intersecciones con los ejes en geogebra.

4.2.9 Puntos de cortes con los ejes.

4.2.10 Gráfica de una función cuadrática Cuando a es un número mayor que cero

4.2.11 Gráfica de una función cuadrática cuando a es un número menor a cero.

4.2.12 Gráfica de una función cuadrática utilizando geogebra.

4.2.13 Dominio y rango

4.3 Coordenadas

4.3.1 Coordenadas polares

4.3.2 Propiedades de las coordenadas polares

4.3.3 Elementos que representan las coordenadas polares.

4.3.4 Curvas polares

4.3.5 Gráfica en coordenadas polares utilizando Geogebra en el punto $(2, 60^\circ)$

4.3.6 Gráfica en coordenadas polares utilizando Geogebra en el punto $(2, 120^\circ)$

4.3.7 Gráfica en coordenadas polares utilizando geogebra el punto

(2, 240°)

4.4 Sistema

4.4.1 Sistema de coordenadas polares

4.4.2 Elementos de un sistema de coordenadas polares

4.4.3 Diferencia entre sistema de coordenadas polares y rectangulares

4.4.4 Gráfica de sistema de coordenadas polares

4.4.5 Gráfica de coordenadas polares utilizando la herramienta Geogebra

4.5 Ecuaciones polares

4.5.1 Simetría de una gráfica polar

4.5.2 Simetría con respecto al eje polar

4.5.3 Simetría con respecto al polo

4.5.4 Gráfica de ecuaciones polares

4.5.4.1 Gráfica de una ecuación polar

4.5.4.2 Tipos de gráficas de ecuaciones polares

4.5.5 Tipos de gráficas caracoles

4.5.6 Ecuación de la gráfica de curvas rosas

4.5.7 Ecuaciones polares de las circunferencias

4.5.8 Herramienta Desmos

4.5.9 Gráficas de ecuaciones polares utilizando desmos

4.5.10 Configuración de Geogebra para que se active el papel polar

4.5.11 Gráfica de ecuaciones polares utilizando Geogebra

4.6 Ecuaciones en coordenadas polares de las circunferencias, de las cónicas y las espirales

4.6.1 Ecuación polar de la circunferencia

4.6.2 Configuración de la herramienta Desmos para que se active el papel

4.6.3 Gráfica de la circunferencia en Desmos

4.6.4 La cónica

4.6.5 Ecuación general de una cónica en coordenadas polares

4.6.6 Las cónicas se clasifican según el valor de su excentricidad

4.6.6.1 Cuando la cónica es un Elipse

4.6.6.2 Cuando la cónica es una Hipérbola

4.6.6.3 Cuando la cónica es una parábola

4.6.7 Espiral

4.7 Raíces de ecuaciones

4.7.1 Raíces o solución de una ecuación de lineal con una incógnita o variable

4.7.2 Raíces de una ecuación por el método de adicción, sustracción y división.

4.7.3 Raíces de ecuaciones cuadráticas

4.7.3.1 Tipos de ecuaciones cuadráticas

4.7.3.2 Ecuaciones de segundo grado completas

4.7.3.3 Ecuaciones de segundo grado incompletas

4.7.4 Paso para que se trabaje con la fórmula general

4.7.5 Raíces de ecuaciones cuadráticas mediante factorización (x^2+bx+c)

4.7.6 Solución de ecuaciones cuadráticas utilizando el método de Po-Shen

- 4.7.7 Raíces de ecuaciones con exponentes mayores a 2
 - 4.7.7.1 Raíces de una ecuación cubica o de exponente 3
- 4.7.8 Teorema de los ceros racionales
- 4.7.9 Raíces de una ecuación utilizando GeoGebra
- 4.8 Sistema de ecuaciones lineales
 - 4.8.1 Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales
 - 4.8.1.1 Compatible determinado
 - 4.8.1.2 Compatible indeterminado
 - 4.8.1.3 Incompatible
 - 4.8.2 Métodos para que se obtenga la solución en un sistema de ecuación.
 - 4.8.2.1 Método de sustitución
 - 4.8.2.2 Método de reducción
 - 4.8.2.3 Sumando (o restando) las ecuaciones
 - 4.8.2.4 Método de igualación
 - 4.8.2.5 El método gráfico
 - 4.8.2.6 Sistema de ecuaciones por el método gráfico
 - 4.8.3 Solución de sistemas de ecuaciones por matrices
 - 4.8.4 Sistema de ecuaciones de orden 3x3
 - 4.8.4.1 Solución de una ecuación de orden 3x3 por sustitución
 - 4.8.4.2 Sistema de ecuación 3x3 por el método de matrices
 - 4.8.5 Solución a un sistema de ecuaciones 2x2 en Excel
 - 4.8.6 Solución a un sistema de ecuaciones 3x3 en Exce

Procesos didácticos de la trigonometría y la tecnología

4.1 Cuerpo

Se denomina cuerpo al elemento que dispone de tres dimensiones: altura, anchura y longitud. Debido a estas características se diferencian de los polígonos.

4.1.1 Cuerpo redondo

Es un cuerpo que dispone de una o más superficies curvas, también se les conoce como cuerpos de revolución, ya que se forman de figuras que giran en su propio eje.

Los cuerpos redondos son: El cono, la esfera y el cilindro, se debe tomar en cuenta la existencia de la circunferencia, a pesar de que no es un cuerpo redondo como tal, está presente en dichos cuerpos y es indispensable para estos, es decir, para que un cuerpo sea calificado como un cuerpo redondo debe tener al menos una circunferencia.

4.1.2 La circunferencia

Es una curva plana y cerrada debido a que todos sus puntos están a igual distancia del centro, a la distancia que existe entre el centro de la circunferencia y cualquiera de sus puntos se le conoce como radio.

4.1.3 Elementos de la circunferencia

Los elementos que estructuran una circunferencia son:

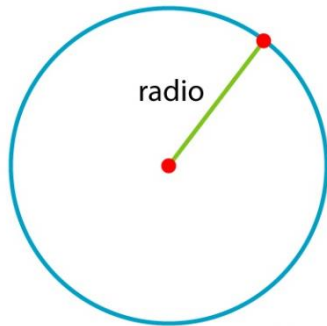
a) Centro

El punto interior que está a una distancia de todos los puntos de la circunferencia



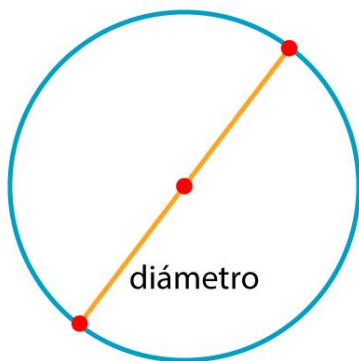
b) Radio

Es el segmento que une el centro de la circunferencia con cualquiera de sus puntos.



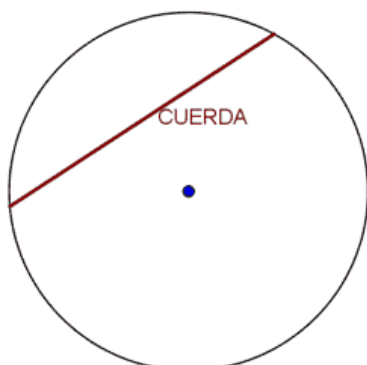
c) Diámetro

Segmento que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro, Su longitud es el doble que la del radio.



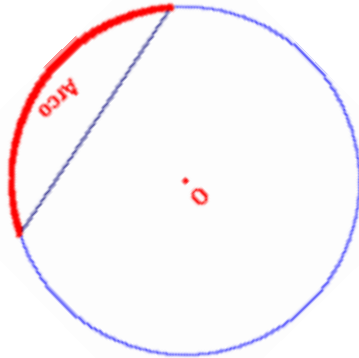
d) Cuerda

Es un segmento que une dos puntos de la circunferencia sin necesidad de pasar por el centro.



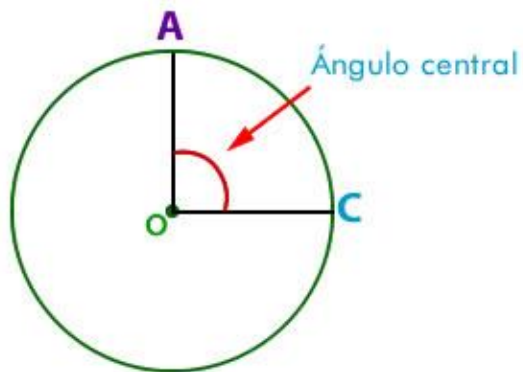
e) **Arco**

Es la parte de la circunferencia que queda entre los dos extremos de una cuerda.



f) **Ángulo central**

Es el ángulo entre dos segmentos que van del centro a dos puntos de la circunferencia.



4.3.2 Determinación de la longitud de una circunferencia

Se obtiene la longitud de una circunferencia mediante el producto del número pi (π) y el diámetro de la circunferencia, también se obtiene mediante el duplo del número pi y el radio.

Fórmulas

$$L_c = \pi D$$

$$L_c = 2\pi r$$

Documentación

L_c =longitud de la circunferencia.

π =Número pi, su valor es aproximadamente de 3.14.

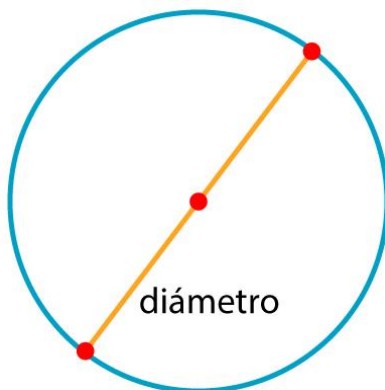
r =Radio de la circunferencia.

D =Diámetro de la circunferencia.

Ejemplo 1:

Calcula la longitud de una circunferencia que mide 20cm de diámetro.

Se muestra el problema de forma gráfica.



D=20cm

Fórmula:

$$L_c = \pi D$$

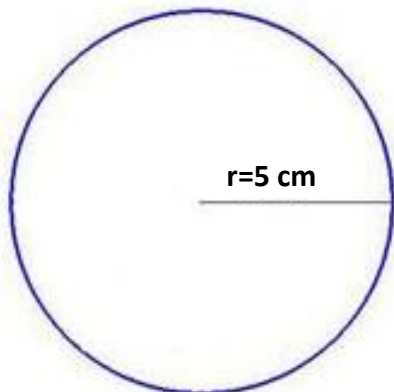
$$L_c = (3.14)(20\text{cm})$$

$$L_c = 68.8\text{cm}$$

Ejemplo 2:

Calcula la longitud de una circunferencia que mide 5 cm de radio.

Se muestra el problema de forma gráfica.



Fórmula:

$$L_c = 2\pi r$$

$$L_c = 2(3.14)(5\text{cm})$$

$$L_c = 31.4\text{cm}$$

4.1.4 Calcula el diámetro de una circunferencia en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se aplica una operación básica de Excel.

Se multiplica el diámetro de la circunferencia por el número pi, que es igual a 3.14 aproximadamente.

Longitud de una circunferencia					
Datos			Fórmula	Longitud encontrada.	unidad de medida
D	20		$LC=\pi D$	62.8	cm
unidad de medida	cm				

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.5 Área del círculo

Muchas veces se comete el error de decir área de la **circunferencia**, la circunferencia como tal no tiene área en todo caso tiene perímetro, a lo que si se le calcula el área es a la región ubicada dentro de la circunferencia conocida como **círculo**, conociendo esta información se calcula el área del círculo.

Área del círculo

Se obtiene mediante el producto del número pi (π) y el cuadrado de su radio.

Fórmula

$$A_c = \pi r^2$$

Documentación

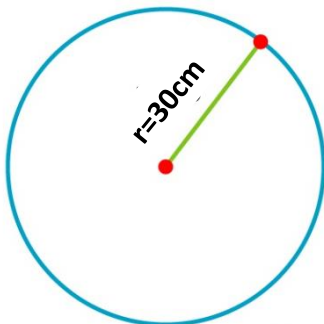
A_c = área del círculo.

r = radio del círculo

Ejemplo:

Calcula el área de un círculo que tiene 30 cm de radio.

Se muestra el problema de forma gráfica.



Fórmula:

$$A_c = \pi r^2$$

$$A_c = (3.14) (30\text{cm})^2$$

$$A_c = (3.14) (900\text{cm}^2)$$

$$A_c = 2826\text{cm}^2$$

4.1.6 Área del círculo en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medida y las operaciones de potenciación y multiplicación para que se obtenga el área.

Fórmula del círculo				
E4				
=B4^2*(3.14)				
Fórmula del círculo				
Datos	Fórmula	Area encontrada	Unidad de media	
r	30	$A_c = \pi r^2$	2826	cm2
Unidad de medida	cm			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

Fórmula del círculo				
F4				
=SI(B5="m";"m2";SI(B5="cm";"cm2";SI(B5="Km";"Km2";)))				
Fórmula del círculo				
Datos	Fórmula	Area encontrada	Unidad de media	
r	30	$A_c = \pi r^2$	2826	cm2
Unidad de medida	cm			

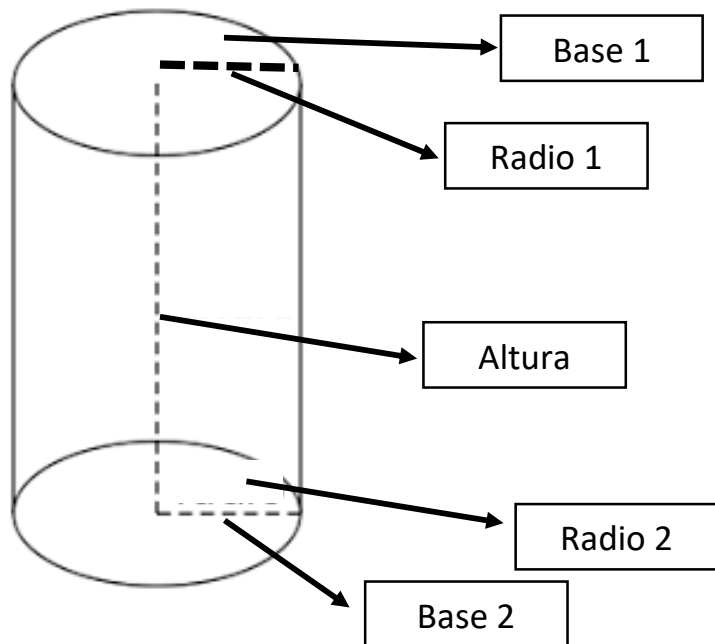
Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.7 El cilindro

Cuerpo geométrico formado por una superficie lateral curva y cerrada y dos planos paralelos que forman sus bases, las bases del cilindro son dos circunferencias que tienen la misma medida de radio, esto quiere decir que el área de las dos bases del cilindro tiene la misma medida.

A continuación se presenta un cilindro con sus partes marcadas



Como se menciona anteriormente, el cilindro tiene dos bases, ambas son circunferencias y tienen el radio del mismo tamaño o medida, por lo tanto la base 1 y la base 2 tienen la misma área.

4.1.8 Área de un cilindro

Fórmula

$$A_c = 2\pi r(r+h)$$

Documentación

A_c = área del cilindro.

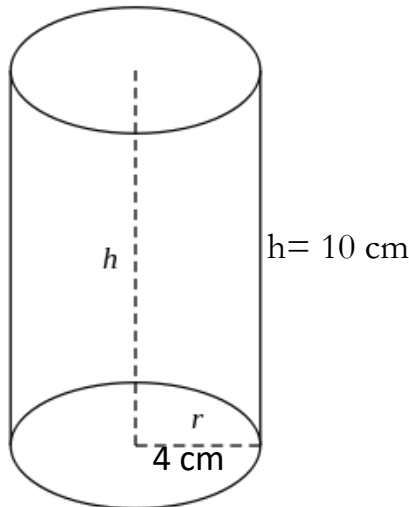
π = número pi, su valor es aproximadamente 3.14

r = radio del cilindro.

h = altura del cilindro.

Ejemplo:

Calcula el área de un cilindro que mide 10 cm de altura y 4cm de radio.



Datos:

$$h=10\text{cm}$$

$$r=4\text{cm}$$

$$\pi= 3.14$$

Fórmula:

$$A_c=2\pi r(r+h)$$

$$A_c=2(3.14)(4\text{cm})(4\text{cm}+10\text{cm})$$

$$A_c=(25.12\text{cm})(14\text{cm})$$

$$A_c=351.68\text{cm}^2$$

La altura se le marca dentro del cilindro y afuera, donde se considere más factible.

4.1.9 Área de un cilindro en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medida y la función “si” complementada con la función “Y”, para programe el área.

La imagen muestra una captura de pantalla de Excel. En la barra de fórmulas, se muestra la fórmula: `=SI(B7="m";"m2";SI(B7="cm";"cm2";SI(B7="km";"km2";"")))`. La tabla de datos tiene las siguientes celdas:

Datos	
h	10
r	4
Unidad de medida	cm

La tabla de resultados tiene las siguientes celdas:

Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
$A_c=2\pi r(r+h)$	351,68	cm2

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que se arroje el resultado.

E5 : **=SI(Y(B5>0;B6>0));2*3,14*B6*(B5+B6);"Faltan un datos")**

	A	B	C	D	E	F
1			Área de un cilindro			
2						
3						
4	Datos			Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
5	h	10		Ac=2πr(r+h)	351,68	cm2
6	r	4				
7	Unidad de medida	cm				
8						

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.10 Volumen de un cilindro

Se obtiene mediante producto del número pi, la altura y el cuadrado del radio.

Fórmula

$$V = \pi r^2 h$$

Documentación

V=Volumen del cilindro.

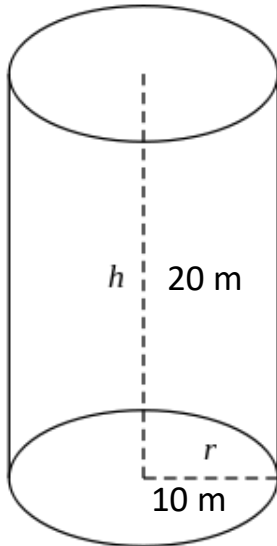
π = Número pi, su valor es aproximadamente de 3.14.

h = altura del cilindro.

Ejemplo:

Un cilindro tiene una altura de 20 m y su base tiene un radio de 10 m. calcula el volumen de dicho cilindro.

Se grafica el problema



Datos:

h= 20 m

r=10 m

$\pi = 3.14$

Fórmula:

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = (3.14)(10\text{m})^2(20\text{m})$$

$$V = (3.14)(100\text{m}^2)(20\text{m})$$

$$V = 6280\text{m}^3$$

4.1.11 Volumen del cilindro en Excel

Se accede Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medidas y la función “si” complementada con la función “Y”, para que se programe el volumen.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Volumen de un cilindro". The formula bar at the top displays the formula: `=SI(Y(B5>0;B6>0);3,14*B6^2*B5;"Faltan datos")`. The spreadsheet contains the following data:

Datos		Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
h	20	$V = \pi r^2 h$	6280	m ³
r	10			
Unidad de medida	m			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

Volumen de un cilindro				
Datos		Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
h	20	$V=\pi r^2 h$	6280	m ³
r	10			
Unidad de medida	m			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.12 La esfera

Es un cuerpo redondo que se forma cuando gira sobre su diámetro o eje, está formado en su totalidad por figuras curvas, esta cumple con la propiedad de que todos sus puntos están a la misma distancia del centro.

4.1.13 Área de una esfera

El área de una esfera se obtiene multiplicando 4 veces el número pi por el cuadrado de su radio.

Fórmula

$$A_e = 4 \pi r^2$$

Documentación

A_e = área de la esfera.

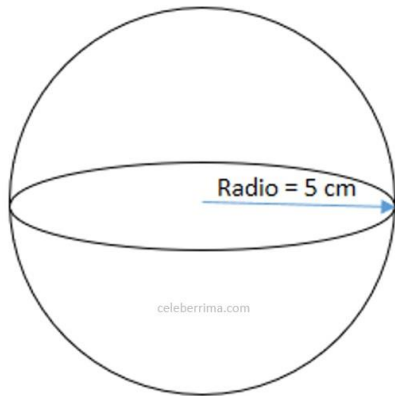
π = el número pi, su valor es 3.14 aproximadamente.

r = radio de la esfera.

Ejemplo:

Encuentra el área de una esfera que tiene un radio de 5 cm.

Se grafica el problema.



Datos:

$$r=5 \text{ cm}$$

$$\pi= 3.14$$

Fórmula:

$$Ae=4 \pi r^2$$

$$Ae=(4)(5\text{cm})^2(3.14)$$

$$Ae=(4)(25\text{cm}^2)(3.14)$$

$$Ae=314\text{cm}^2$$

4.1.14 Área de la esfera en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medidas y la función “si” complementada con la función “Y”, para que se programe el volumen.

La imagen muestra una captura de pantalla de Excel. En la barra de fórmulas, se muestra la fórmula $=4*3.14*B4^2$ rodeada por un círculo rojo. Una flecha apunta desde esta barra hacia la celda E4. El área de trabajo contiene un encabezado "área de la esfera" y una tabla con los siguientes datos:

Datos		Fórmula	Longitud encontrada.	Unidad de medida
r	5	$Ae=4 \pi r^2$	314	m2
Unidad de medida	m			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

F4			
=SI(B5="m";"m2";SI(B5="cm";"cm2";SI(B5="km";"km2";"")))			
área de la esfera			
Datos		Fórmula	Longitud encontrada.
r	5	$Ae=4 \pi r^2$	314
Unidad de medida	m		m2

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.15 Volumen de una esfera

Fórmula

$$Ve = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Documentación

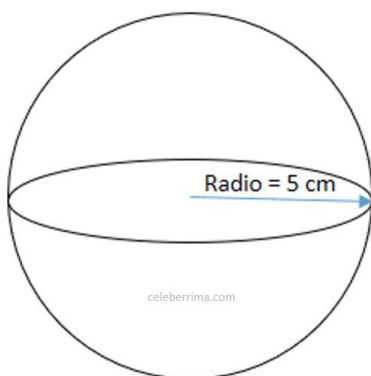
π =número pi, su valor es de aproximadamente 3.14.

r= radio de la esfera.

Ejercicio resuelto

Calcula el volumen de una esfera que tiene un radio de 5 cm.

Se grafica el problema.



Datos:

r=5 cm

$\pi = 3.14$

Fórmula:

$$Ve = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$Ve = \frac{4}{3} (3.14)(5\text{cm})^3$$

$$Ve = \frac{4}{3} (392.5\text{cm}^3)$$

$$Ve = 523.33\text{cm}^3$$

4.1.16 Volumen de una esfera en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medidas y para el volumen usamos la combinación de 3 operaciones básicas: Suma, multiplicación, potenciación y división.

Datos		Fórmula	Volumen de la esfera	Unidad de medida
r	5	$Ve = \frac{4}{3} \pi r^3$	523.33	m ³
dad de med	m			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

Datos		Fórmula	Volumen de la esfera	Unidad de medida
r	5	$Ve = \frac{4}{3} \pi r^3$	523.33	m ³
dad de med	m			

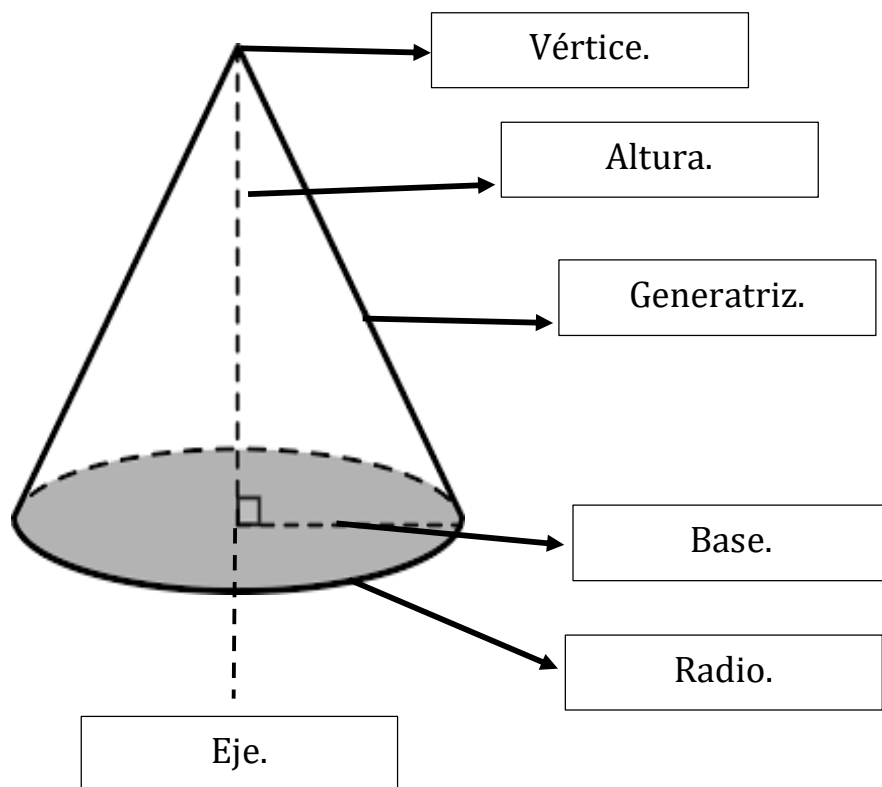
Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.17 Cono

Es un cuerpo geométrico que se forma cuando un triángulo rectángulo hace una revolución o giro alrededor de uno de sus catetos. Su círculo formado por otro cateto se le nombra base y esa base es una circunferencia, el punto donde concluye las generatrices se denomina vértice.

A continuación se presenta un cono con sus partes marcadas



- a) El eje es el cateto fijo alrededor del cual gira el triángulo.
- b) La base es el círculo engendrado por el otro cateto.
- c) La generatriz es la hipotenusa del triángulo rectángulo.
- d) La altura es la distancia entre el vértice y la base.

4.1.18 Área del cono

El área de un cono se obtiene sumando su área lateral con el área de su base.

Debido a que su base es un círculo la fórmula del área de su base es $A=\pi r^2$ y el área lateral se calcula con la siguiente fórmula $Al=\pi rg$.

La fórmula queda expresada de la siguiente manera

$At= \pi r^2 + (\pi rg)$, esta expresión se factoriza para que se obtenga la fórmula general.

Fórmula

$$At=\pi r(r+g)$$

Documentación

At =área total del cono.

π =número pi, si valor constante es aproximadamente de 3.14

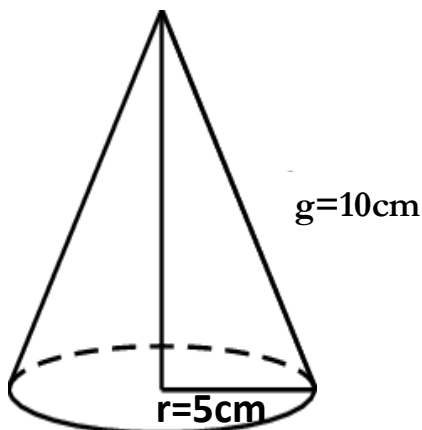
r = Radio.

g = generatriz.

Ejemplo:

Determina el área de un cono que tiene un radio de 5cm y una generatriz de 10 cm.

Se presenta el problema de manera gráfica.



Datos:

$$g=10\text{cm}$$

$$r=5\text{cm}$$

$$\pi=3.14$$

Fórmula:

$$At=\pi r(r+g)$$

$$At=(3.14)(5\text{cm})(5\text{cm}+10\text{cm})$$

$$At=(3.14)(5\text{cm})(15\text{cm})$$

$$At=235.5\text{cm}^2$$

4.1.19 Área del cono en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medidas y la función “si” complementada con la función “Y”, para que se programe el área.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Área del cono". The formula bar for cell E5 contains the formula: `=SI(Y(B5>0;B6>0);3.14*B6*(B6+B5);"Faltan datos")`. The spreadsheet has a table of data in columns A and B, and a table of results in columns D, E, and F. Callouts point to the formula bar and the result cell E5.

Datos		Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
g	10	$At=\pi r(r+g)$	235.5	cm2
r	5			
Unidad de medida	cm			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Área del cono". The formula bar for cell F5 contains the formula: `=SI(B7="m";"m2";SI(B7="cm";"cm2";SI(B7="km";"km2";"")))`. The spreadsheet has a table of data in columns A and B, and a table of results in columns D, E, and F. Callouts point to the formula bar and the result cell F5.

Datos		Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
g	10	$At=\pi r(r+g)$	235.5	cm2
r	5			
Unidad de medida	cm			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

4.1.20 Volumen del cono

Es la tercera parte del producto del área de su base y su altura.

Fórmula

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Documentación

V_c = Volumen del cono.

π = número pi, su valor es aproximadamente 3.14.

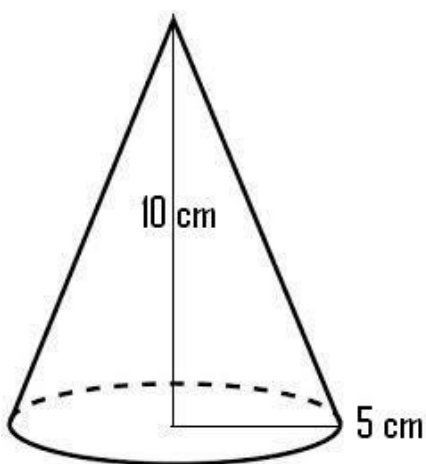
h = altura.

r = radio.

Ejemplo:

Si un cono tiene un radio de 5 cm y una altura de 10 cm, ¿Cuál es el volumen de dicho cono?

Se muestra el problema de manera gráfica.



Datos:

$$h=10\text{cm}$$

$$r=5\text{cm}$$

$$\pi=3.14$$

Fórmula:

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V_c = \frac{(3.14)(5\text{cm})^2(10\text{cm})}{3}$$

$$V_c = \frac{(3.14)(25\text{cm}^2)(10\text{cm})}{3}$$

$$V_c = \frac{785\text{cm}^3}{3}$$

$$V_c=261.67 \text{ cm}^3$$

4.1.21 Volumen de un cono en Excel

Se accede a Excel y se organizan los datos para que se forme de esa manera la planilla.

Luego se realiza la programación correspondiente para dicha función, en este caso se utiliza la función “si” para que se programen las unidades de medidas y la función “si” complementada con la función “Y”, para que se programe el área.

Datos		Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
h	10	$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3}$	261.67	cm2
r	5			
Unidad de medida	cm			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para que arroje el resultado.

Datos		Fórmula	Área del cilindro	Unidad de medida
h	10	$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3}$	261.67	cm2
r	5			
Unidad de medida	cm			

Barra de fórmulas: aquí se muestra la forma en que está programada la celda.

Celda que ha sido programada para arroje el resultado.

4.2 Función

Es una relación entre dos conjuntos, el primer conjunto se conoce como el conjunto de partida o el conjunto “X”, el segundo conjunto se le conoce como conjunto de llegada o conjunto “Y”.

En matemática se denomina función al vínculo entre dos conjuntos a través del cual a cada elemento del primer conjunto se le asigna un solo elemento del segundo conjunto o ninguno.

4.2.1 Función cuadrática

Una función cuadrática, es un polinomio cuadrático, o un polinomio de segundo grado, es una función polinómica con una o más variables en la que el término de grado más alto es de grado 2.

Es una función de la forma $ax^2 + bx + c$; donde a, b, c pertenecen a los números reales, “a” en todo caso es un número distinto de cero, ya que si “a” es igual a cero el primer término se convierte en un término nulo.

4.2.2 Formas de las funciones cuadráticas

Las funciones cuadráticas se expresan de dos formas diferentes

Forma polinómica	Forma canónica
$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - h)^2 + k$

Siendo “h” y “k” los valores que dan la ubicación del vértice como se observa en las líneas de abajo.

4.2.3 Gráfica de una función cuadrática

Cuando se grafica una función cuadrática, siempre se obtiene una parábola.

Además de todo lo expuesto, se señala que esa parábola puede ser de dos tipos:

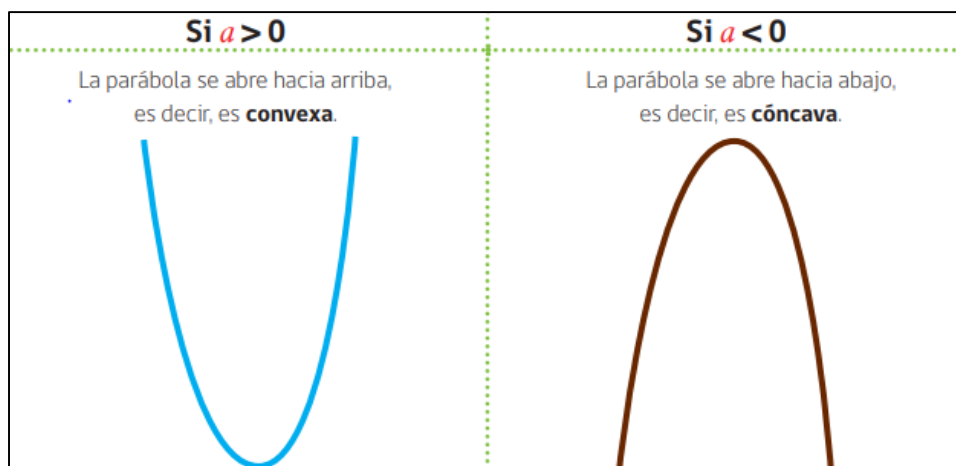
Parábola convexa

Se caracteriza porque sus brazos o ramas se hallan orientados hacia arriba.

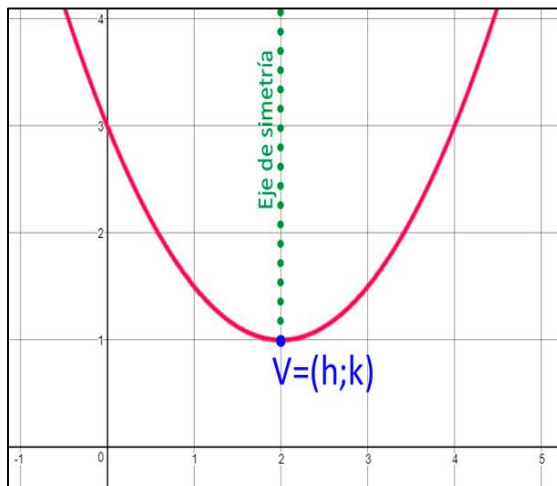
Parábola cóncava

Es la que se identifica porque sus brazos o ramas están orientados hacia abajo.

En este sentido, hay que subrayar que la parábola será convexa cuando “a” es mayor a 0 (positivo). Por el contrario, es cóncava cuando “a” es menor a 0 (negativo).



Para que se grafique una función cuadrática, se usa los siguientes puntos:



4.2.4 Vértice

El vértice de una parábola es el punto en la parte baja de la forma "U" (o la superior, si la parábola abre hacia abajo).

El vértice de una parábola con coordenadas (h; k) se determina con las siguientes fórmulas

Fórmulas

$$h = \frac{-b}{2a}$$

$$K = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Documentación

h= valor de un punto en el eje x.

k= valor de un punto en el eje y.

a= coeficiente del término cuadrático.

b= coeficiente del término lineal.

c= término independiente.

Ejemplo:

Calcula el vértice de la siguiente función, $F(x)=2x^2-4x-1$. Se procede de la siguiente manera, se identifica los coeficientes de la función y luego se aplica la fórmula.

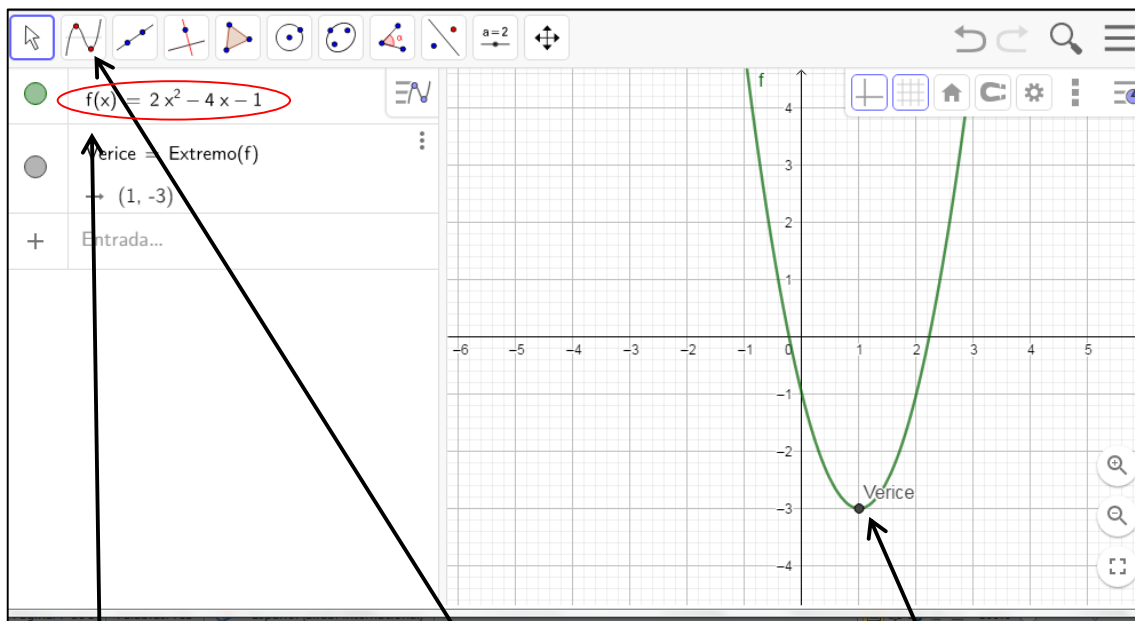
Datos:	Fórmulas:	Solución:
a=2	$h = \frac{-b}{2(a)}$	H=?
b=-4	$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$	$h = \frac{-b}{2(a)}$
c=-1		$h = \frac{-(-4)}{2(2)}$
		$h = \frac{4}{4}$
		h=1
		$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$
		$k = \frac{4(2)(-1) - (-4)^2}{4(2)}$
		$k = \frac{-8 - (16)}{8}$
		$k = \frac{-8 - 16}{8}$
		$k = \frac{-24}{8}$
		k=-3

El vértice de la función es V= (1,-3)

Nota: “k”, también se busca sustituyendo el valor encontrado de “h” en la función original y se resuelve la operación indicada. Esto es porque “x” es igual a “h” o eje de las abscisas y “k” es igual a “y” o eje de las ordenadas.

4.2.5 Vértice de una función en GeoGebra

Para que se obtenga el vértice de una función, se accede a la herramienta Geogebra, luego donde presenta la opción **entrada** se escribe la función., una vez que presente la parábola se selecciona la opción **extremo** y con el mouse se ubica el punto donde se forma la parábola para que se determine el vértice y las coordenadas que la conforman.



Opción de entrada, se escribe la función

Selección de la opción extremo

Con el mouse se ubica el punto donde se forma la parábola para que se determine el vértice y las coordenadas que la conforman.

4.2.6 Eje de simetría

El eje de simetría de una parábola es la recta vertical a través del vértice.

Para que se encuentre la ecuación de la recta que define el eje de simetría, simplemente se usa esta fórmula.

$$X = \frac{-b}{2a}$$

También se puede decir que el eje de simetría es igual a h.

$$X=h$$

Ejemplo:

Determina el eje de simetría de la función $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$

Datos:

$$a=2$$

$$b=-4$$

$$c=-1$$

Fórmula:

$$x = h$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

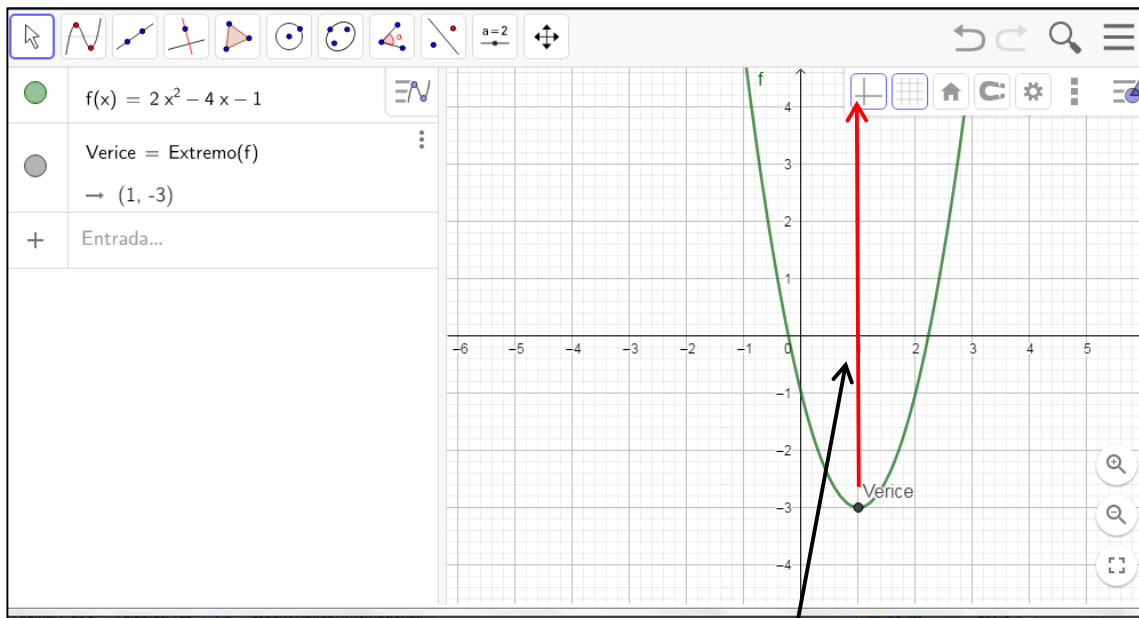
Solución:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4)}{2(2)}$$

$$x = \frac{4}{4}$$

$$x=1$$



Eje de simetría

4.2.7 Intersecciones con los ejes

Para encontrar la intersección de una función con el eje “x”, simplemente se hace a $y = 0$; y luego se resuelve la ecuación cuadrática que queda.

Para encontrar la intersección de una función con el eje “y”, simplemente se hace a $x = 0$; y luego se resuelve la ecuación que queda.

Ejemplo:

Encuentras las intersecciones de los ejes “x” y “Y” de la función

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 1.$$

Cuando $x=0$

$$y = 2x^2 - 4x - 1$$

$$y = 2(0)^2 - 4(0) - 1$$

$$y = 2(0) - 0 - 1$$

$$y = 0 - 0 - 1$$

$$y = -1$$

Coordenada en el eje “Y”

$$Y = (0, -1)$$

Cuando $y=0$

$$y = 2x^2 - 4x - 1$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{datos} = a = 2; b = -4; c = -1$$

Formula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{-4^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 8}}{4}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{4}$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{24}}{4} =$$

$$x_1 = 0.22$$

$$x_2 = \frac{4 - \sqrt{24}}{4}$$

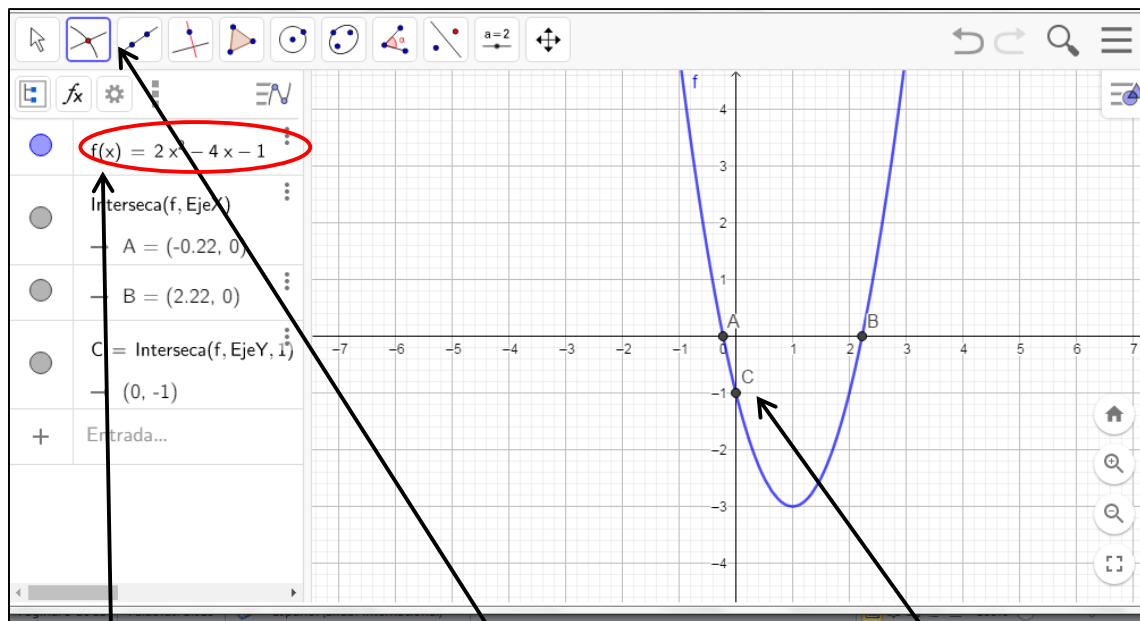
$$x_2 = 2.22$$

Coordenadas en el eje “x”

$$x = (2.22, 0), (-0.22, 0)$$

4.2.8 Intersecciones con los ejes en GeoGebra

Para que se encuentren las intersecciones de ambos ejes se abre la herramienta geogebra, luego en entrada se agrega la función., una vez que haya aparecido dicha parábola se selecciona la función intersección y finalmente con el mouse se selecciona los interceptos de la parábola.



Opción de entrada, se escribe la función.

Función de intersección.

Con el mouse se selecciona los puntos de intersección.

4.2.9 Puntos de cortes con los ejes

Son aquellos puntos donde se unen los ejes, basados en la función

$$F(x) = 2x^2 - 4x - 1$$

Se determina de la siguiente manera:

Se forma una tabla de valores, dándole valores a “x”. Los valores de “y” se determinan sustituyendo los valores de “x” en la función dada.

Ejemplo:

Encuentra los puntos de cortes de la función $f(x)=2x^2-4x-1$ con los valores asignados en x.

Solución		$f(x)= 2x^2-4x-1$
1) $Y=2(-1)^2-4(-1)-1$	2) $Y=2(0)^2 -4(0)-1$	3) $Y=2(1)^2 -4(1)-1$
$Y=2(1) +4-1$	$Y= 2(0) +0-1$	$Y= 2(1)-4-1$
$Y=2+4-1$	$Y=0+0-1$	$Y= 2-4-1$
Y=5	Y=-1	Y=-3
4) $Y= 2(2)^2-4(2)-1$	5) $Y=2(3)^2-4(3)-1$	
$Y= 2(4)-8-1$	$Y=2(9)-12-1$	
$Y= 8-8-1$	$Y=18-12-1$	
Y=-1	Y=5	

X	-1	0	1	2	3
Y	5	-1	-3	-1	5

Los valores de la tabla son los puntos donde se cortan los ejes.

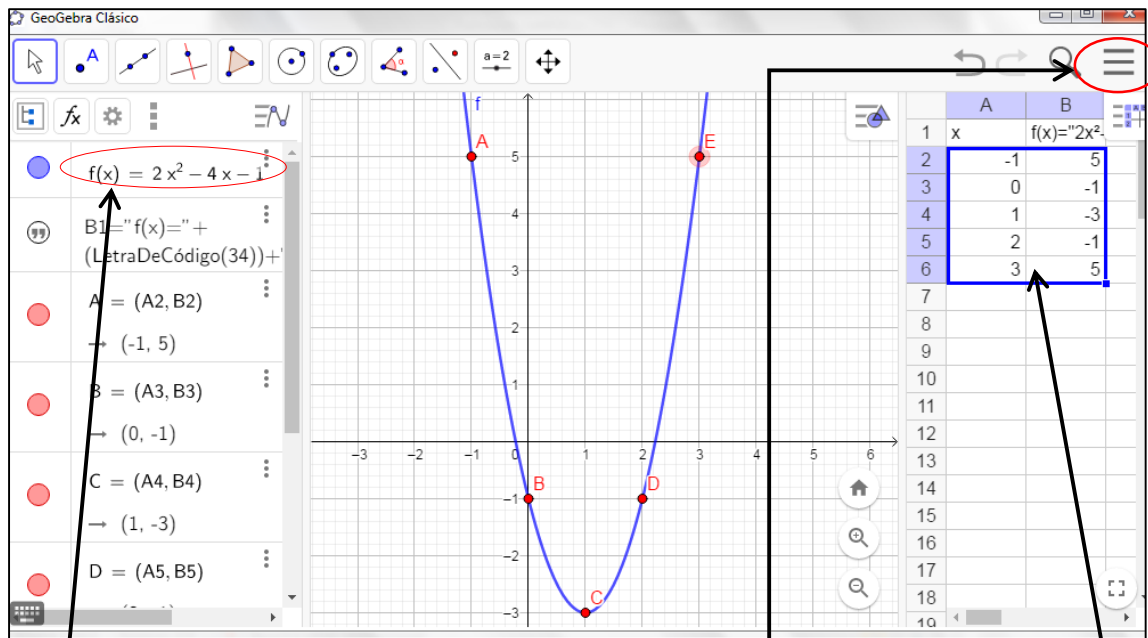
Gráfica de los puntos de corte con los ejes en GeoGebra. Se basa en la función $f(x)=2x^2-4x-1$.

4.2.10 Gráfica de una función cuadrática cuando a es un número mayor que cero

Como **a** es positivo, la parábola tiene la forma de U. El vértice es un mínimo.

Para que se obtenga la gráfica de una función, se accede la herramienta GeoGebra, en la opción **entrada** se inserta la función y se pulsa la tecla Enter, una vez que

aparezca la parábola se selecciona menú de opciones “o las tres rayitas que están a mano derecha de la página”, se pulsa la opción vista, se abre la **hoja de cálculo** y se construye la tabla de valores con su programación.



Opción de entrada, se escribe la función

Menú de opciones, sirve para que se inserte diferente opciones de trabajo.

Hoja de cálculo, se usa para que se encuentren los puntos de diferentes gráficas.

4.2.11 Gráfica de una función cuadrática cuando a es un número menor a cero

Primero se determina el vértice de la gráfica, se le asigna valores a “x” y luego con los valores de “x” sustituidos en la función se determina los valores de “y”.

Ejemplo:

Determine la gráfica de la siguiente función $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

Para esto se identifican los coeficientes y luego se aplica las fórmulas.

Datos:

$$a = -1$$

$$b = 2$$

$$c = -1$$

Fórmulas:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Solución:

$$¿X=?$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-(2)}{2(-1)}$$

$$x = \frac{-2}{-2}$$

$$x = 1$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$y = \frac{4(-1)(-1) - (2)^2}{4(-1)}$$

$$y = \frac{4 - 4}{-4}$$

$$y = \frac{0}{-4}$$

$$y = 0$$

El vértice de la función $f(x) = -x^2 + 2x - 1$, es $V = (1, 0)$

Solución:

$$f(x) = -x^2 + 2x - 1$$

$$1. y = -(-1)^2 + 2(-1) - 1$$

$$Y = -(-1) - 2 - 1$$

$$Y = -1 - 2 - 1 = -4$$

$$2. y = -(0)^2 + 2(0) - 1$$

$$Y = 0 + 0 - 1$$

$$Y = -1$$

$$4. Y = -(2)^2 + 2(2) - 1$$

$$Y = -4 + 4 - 1$$

$$Y = -5 + 4$$

$$Y = -1$$

$$3. Y = -(1)^2 + 2(1) - 1$$

$$Y = -1 + 2 - 1$$

$$Y = -2 + 2$$

$$Y = 0$$

$$5. Y = -(3)^2 + 2(3) - 1$$

$$Y = -9 + 6 - 1$$

$$Y = -10 + 6$$

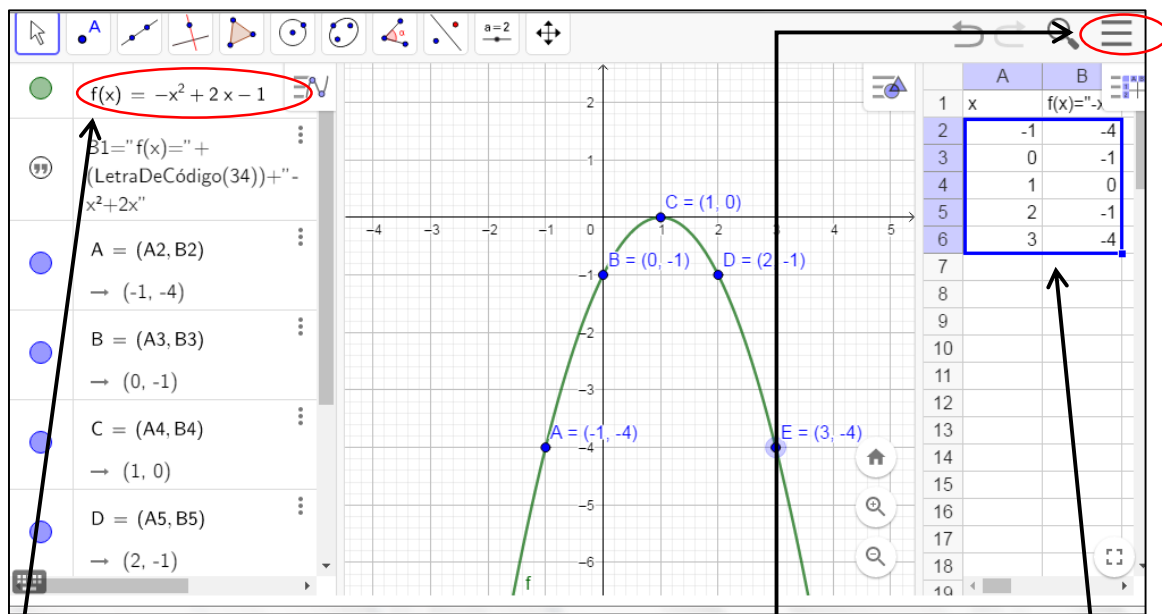
$$Y = -4$$

Los valores de la tabla son los puntos donde se cortan los ejes.

4.2.12 Gráfica de una función cuadrática utilizando GeoGebra

Para que se obtenga la gráfica de una función, se accede la herramienta GeoGebra, en la opción **entrada** se inserta la función y se pulsa la tecla Enter, una vez que aparezca la parábola se selecciona menú de opciones “o las tres rayitas que están a mano derecha de la página”, se pulsa la opción vista, se abre la **hoja de cálculo** y se construye la tabla de valores con su programación.

Como **a** es negativo, la parábola tiene la forma de \cap . El vértice es el punto máximo de la parábola.

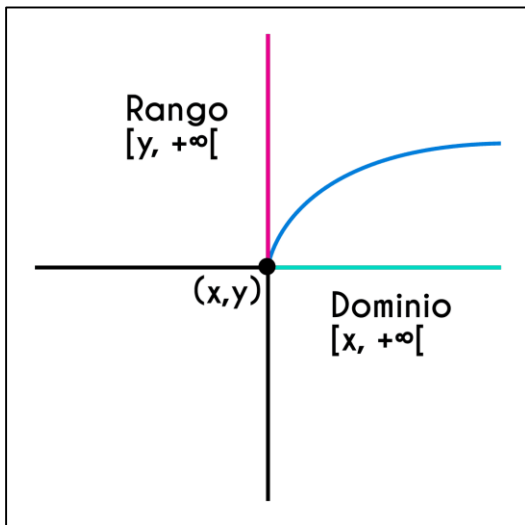


Opción de entrada, se escribe la función

Menú de opciones, sirve para que se inserte diferente opciones de trabajo.

Hoja de cálculo, se usa para que se encuentren los puntos de diferentes gráficas.

4.2.13 Dominio y rango



En todas las funciones, el dominio $f(x)$ es el conjunto de los valores de “x” para los cuales la función está definida, y el rango es el conjunto de todos los valores de “y”. Las funciones cuadráticas generalmente tienen la recta real de enteros como su dominio: cualquier “x” es una entrada legítima. El rango está restringido a esos puntos mayores que cero “0” iguales a la coordenada en “y” del vértice (o menores que

cero “0” iguales a, dependiendo si la parábola abre hacia arriba o hacia abajo).

Coordenadas polares

4.3 Coordenadas

En el ámbito de la matemática se le conoce como coordenadas a las líneas que se emplean para establecer la posición de un punto y de los planos o ejes vinculados a ellas, este está conformado por dos rectas perpendiculares que se cortan en el origen, cada punto del plano puede "nombrarse" mediante un par ordenado (x, y) .

4.3.1 Coordenadas polares

Las coordenadas polares son aquellas que están formadas por dos dimensiones, por lo tanto, se pueden utilizar sólo cuando las posiciones de los puntos se localizan en un único plano de dos superficies. Las dimensiones y los puntos son los más adecuados en un contexto donde se desarrollan básicamente unidos a la dirección y extensión de un punto central. Estos procedimientos de coordenadas bidimensionales en el que cada espacio del plano se establece por un recorrido y un ángulo.

4.3.2 Propiedades de las coordenadas polares

a) Coordenadas polares de un punto

Se considera sobre el plano, un rayo $(0, x)$ con origen en el punto O . Se conoce como eje polar al rayo; polo al punto O , el eje polar se representa por $(0, x)$. Sea P un punto arbitrario del plano. La longitud del segmento OP se conoce como longitud del radio polar del punto P y se representa por la letra “ r ” que es la distancia.

El ángulo debe rotarse en el eje polar, en el sentido opuesto a la manecilla del reloj, para hacerlo coincidir con el radio polar OP se le llama ángulo polar del punto P y se representa por θ . Si el punto P coincide con el polo, $r = 0$ y el ángulo “ θ ” no recibe un valor determinado. El par de números r y θ reciben el nombre de coordenadas polares del punto P y se denota como: Punto (r, θ) .

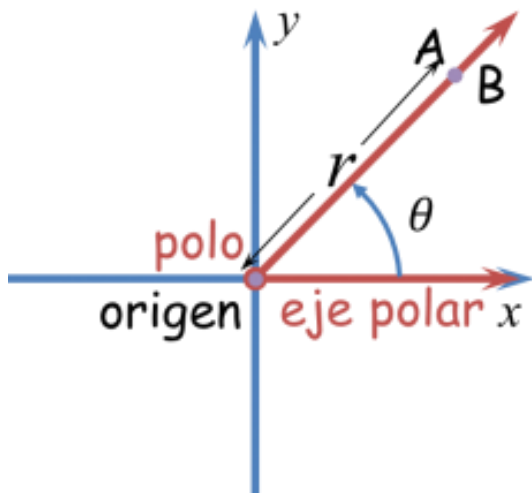
b) Coordenadas polares generalizadas

Esta propiedad se considera a una recta que pasa por el polo, dos puntos “ m ” y “ n ” que se encuentran en diferentes semi-rectas con relación al punto O . En este caso, se toma por ángulo polar de los puntos “ m ” y “ n ” el mismo ángulo y la distancia, para el punto “ m ”, se considera positivo y para el punto “ n ” se considera negativo. Las coordenadas de la distancia y el ángulo teta son menores que cero, $(r, \theta < 0)$, se llaman coordenadas polares generalizadas del punto “ n ”.

4.3.3 Elementos que representan las coordenadas polares

- a) Polo
- b) Eje polar
- c) Ángulo
- d) Radio vector
- e) Distancia o longitud

Gráfica polar con todos sus elementos



4.3.4 Curvas polares.

Una curva en coordenadas polares es la gráfica de una función de la forma $r = r(\theta)$ un intervalo cualquiera, donde se interpreta la variable independiente como el ángulo polar de los puntos y la variable dependiente como el radio polar de los mismos.

Fórmula para que se encuentre la distancia o longitud que se simboliza “r” y el ángulo que se simboliza “θ”

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \left. \begin{array}{l} \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \\ 90^\circ \\ \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) + 180^\circ \\ 270^\circ \\ \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) + 360^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} x > 0, \quad y \geq 0 \\ x = 0, \quad y > 0 \\ x < 0 \\ x = 0, \quad y < 0 \\ x > 0, \quad y < 0 \end{array}$$

Nota

Para que se encuentre los distintos tamaños o magnitud de los ángulos se tiene en cuenta los siguientes criterios.

Criterios	Formulación	Lenguaje algebraico
<p>Para que se busque todos los ángulos desde cero grado 0° hasta ochenta y nueve grados 89° los valores que toman la variable “x” es mayor que cero (0) en todo caso, y los valores de la variable “y” es mayor e igual a cero (0) en todo caso.</p>	<p>Tangente inversa de las variables (x, y). $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$</p>	$x > 0, y \geq 0$
<p>Cuando el ángulo tiene un valor de noventa grados 90°, el valor que toma la variable “x” es igual a cero (0) siempre, y los valores de la variable “y” son mayores que cero (0)</p>	<p>Noventa grados 90°.</p>	$x = 0, y > 0$
<p>Para que se encuentre todos los ángulos desde noventa y uno 91° hasta 269° grados, los valores que toma la variable “x” son menores que cero (0) y los valores que toma la variable “y” toma un valor cualquiera.</p>	<p>Tangente inversa de las variables (x, y), más cientos ochenta grados. $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ$</p>	$x < 0, y - \infty, +\infty$
<p>Cuando el ángulo tiene un valor de doscientos setenta grados 270° el valor que toma la variable “x” es igual a cero (0) y los valores que toma la variable “y” son menores que cero (0).</p>	<p>Doscientos setenta grados. 270°</p>	$x = 0, y < 0$

Para que se hallen los ángulos desde doscientos setenta y uno 271° hasta trescientos sesenta grados 360° , la variable “x” toma los todos los valores mayores que cero (0) y la variable “y” todos los valores menores que cero (0).	Tangente inversa de las variables (x, y), más trescientos sesenta grados. $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 360^\circ$	$x > 0, y < 0$
--	--	----------------

Documentación

r = distancia o longitud

θ = ángulo

x = punto del eje x

y = punto del eje y

Las coordenadas polares, (r, θ) , se definen de la siguiente manera

La coordenada “r” es la distancia o longitud del punto (x, y) al origen. Puede variar entre los valores $[0, \infty)$.

La coordenada θ es el ángulo que forma el vector \vec{r} con el eje vertical de las x en sentido de la manecilla del reloj. Puede variar entre los valores $[0, \pi)$ (en radianes), o $[0^\circ, 360^\circ)$ en centígrados.

Ejemplo 1:

Busque la distancia y el ángulo entres los puntos $P_1(1, \sqrt{3})$, $P_2(-1, \sqrt{3})$ y $P_3(-1, -\sqrt{3})$ en coordenadas polares. Después encuentre la gráfica en cada punto indicado.

$$P1 = (1, \sqrt{3})$$

Datos:

$$x = 1$$

$$y = \sqrt{3}$$

$$r = 2$$

$$\theta = 60^\circ$$

Fórmula:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

Solución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 3}$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$r = 2$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{1} \right) = 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

Así, los puntos en coordenadas polares son $(2, 60^\circ)$

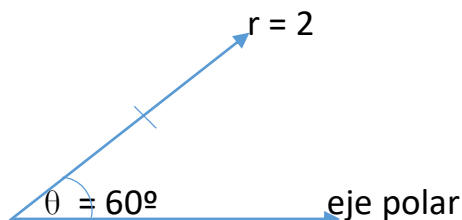
4.3.5 Gráfica en coordenadas polares utilizando Geogebra en el punto $(2, 60^\circ)$

Documentación

r = distancia o longitud

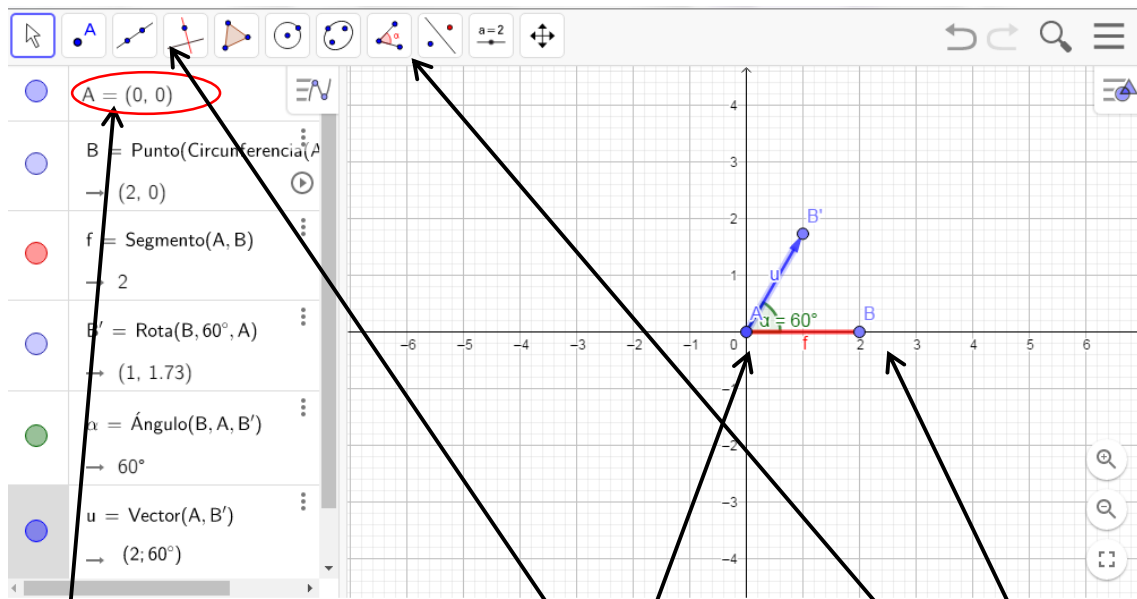
θ = ángulo

Solución



Para que se encuentren las coordenadas polares se accede a la herramienta Geogebra, luego en la opción entrada se inserta la ecuación indicada, en este caso punto de origen $(0,0)$. Una vez se establezca el punto, se accede a la opción **Segmento de longitud dada** con el mouse, se para en el punto de origen y se da

clic, la herramienta pregunta la distancia deseada, ya formado el segmento se accede a la opción **Ángulo dada su amplitud**, con el mouse se desliza desde el punto “B” hasta el “A” y la herramienta le pregunta el ángulo que desea insertar, luego que está formado dicho ángulo se accede a la opción **Vector** y desde el punto de origen o el “A” se desliza hasta donde se encuentra en punto encontrado del ángulo y así se forma la gráfica y sus coordenadas polares.



Opción entrada, se inserta el punto de origen (0,0)

Se selecciona segmento de longitud dada y punto de origen llamado (0,0) o “A”. En esta misma celda se selecciona la opción vector.

Se accede a la opción ángulo dada su amplitud y se encuentra el punto “B”

(r) Es la distancia o longitud que hay entre el punto y el polo, por eso siempre es positivo o cero, pero si hay un punto que sea por ejemplo $(-2, 60^\circ)$ su distancia o longitud sigue igual positiva lo que cambia es su sentido y el ángulo suele tomarse entre 0° y 360° ó entre 0 y 2π radianes.

$$P2 = (-1, \sqrt{3})$$

Datos:

$$x = -1$$

$$y = \sqrt{3}$$

$$r = 2$$

$$\theta = 120^\circ$$

Así, los punto en coordenadas polares son $(2, 120^\circ)$.

Fórmula:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ$$

Solución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 3}$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$r = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) + 180^\circ$$

$$\theta = -60^\circ + 180^\circ$$

$$\theta = 120^\circ$$

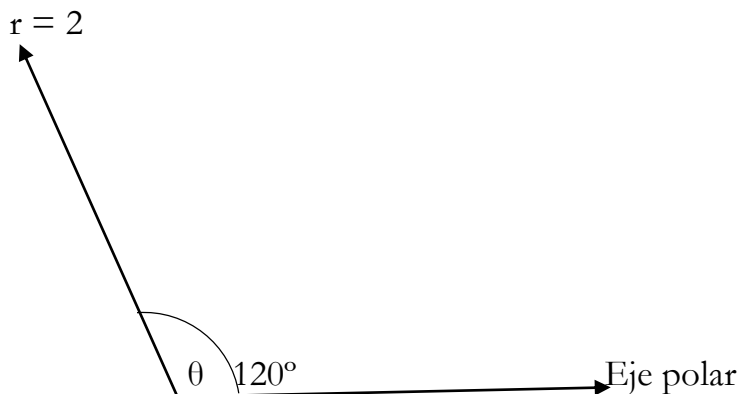
4.3.6 Gráfica en coordenadas polares utilizando Geogebra en el punto $(2, 120^\circ)$

Documentación

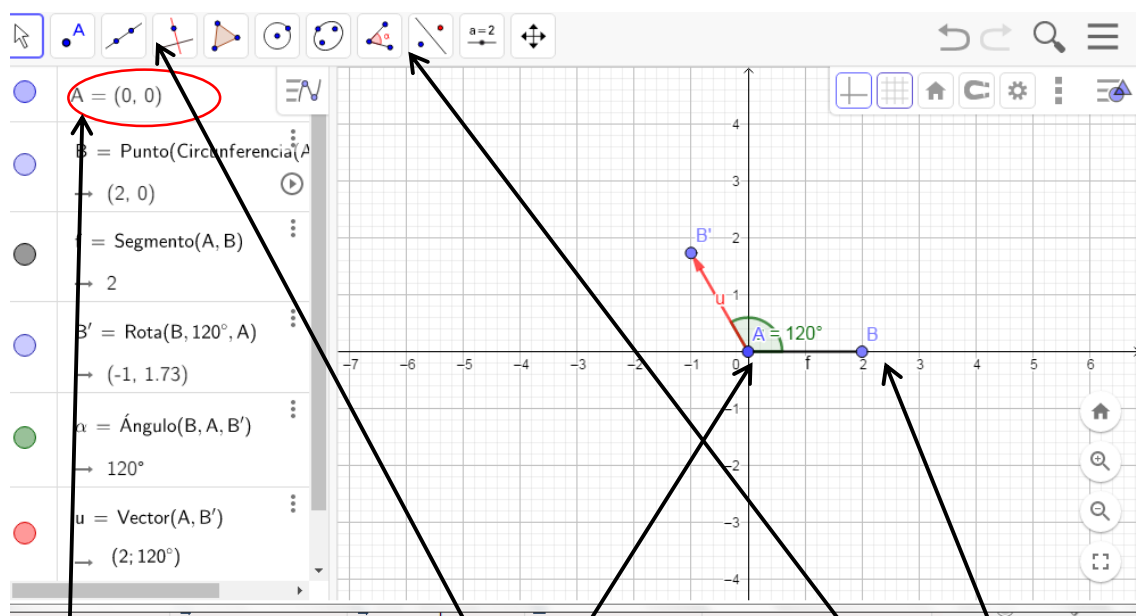
r = distancia o longitud

θ = ángulo

Solución:



Para que se encuentren las coordenadas polares se accede a la herramienta Geogebra, luego en la opción entrada se inserta la ecuación indicada, en este caso punto de origen (0,0). Una vez se establezca el punto se accede a la opción segmento de longitud dada con el mouse se para en el punto de origen y se da clic, luego la herramienta pregunta la distancia deseada. Ya formado el segmento se accede a la opción ángulo dada su amplitud, con el mouse se desliza desde el punto “B” hasta el “A” y la herramienta le pregunta el ángulo que desea insertar., luego que está formado el ángulo se accede a la opción vector y desde el punto de origen o el “A” se desliza hasta donde se encuentra en punto encontrado del ángulo y así se forma la gráfica y sus coordenadas polares.



Opción entrada, se inserta el punto de origen (0,0)

Se selecciona segmento de longitud dada y punto de origen llamado (0,0) o “A”. En esta misma celda se selecciona la opción vector.

Se accede a la opción ángulo dada su amplitud y se encuentra el punto “B”

$$x = -1$$

$$y = -\sqrt{3}$$

$$r = 2$$

$$\theta = 240$$

Fórmula:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ$$

Solución:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$r = \sqrt{1 + 3}$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$r = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right) + 180^\circ = 60^\circ + 180^\circ$$

$$\theta = 240^\circ$$

Así nuestro punto en coordenadas polares es $(2, 240^\circ)$

4.3.7 Gráfica en coordenadas polares utilizando GeoGebra el punto

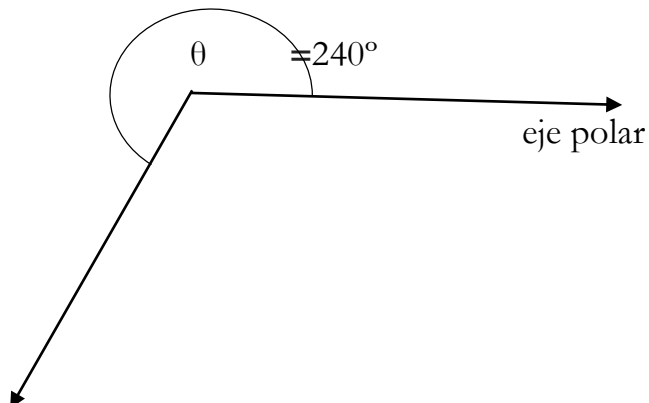
$(2, 240^\circ)$

Documentación

r = distancia o longitud

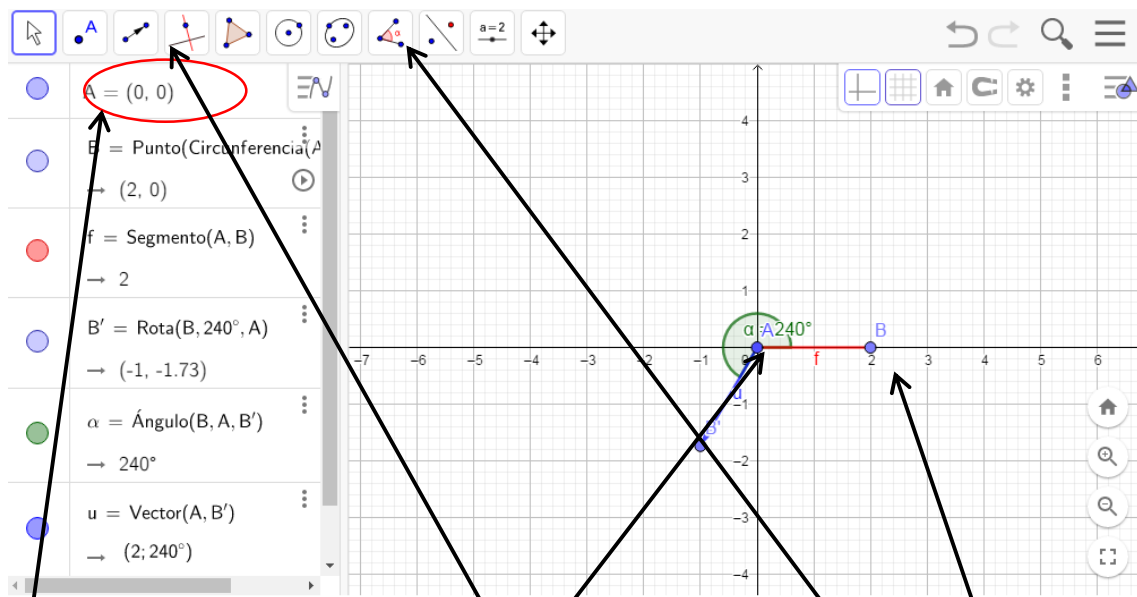
θ = ángulo

Solución



$$r = 2$$

Para que se encuentren las coordenadas polares se accede a la herramienta geogebra, luego en la opción entrada se inserta la ecuación indicada en este caso punto de origen (0,0), una vez se establezca el punto se accede a la opción segmento de longitud dada con el mouse se para en el punto de origen y se da clic y la herramienta le pregunta la distancia deseada. Ya formado el segmento se accede a la opción ángulo dada su amplitud, con el mouse se desliza desde el punto “B” hasta el “A” y la herramienta le pregunta el ángulo que desea insertar, luego que está formado el ángulo se accede a la opción vector y desde el punto de origen o el “A” se desliza hasta donde se encuentra en punto encontrado del ángulo y así se forma la gráfica y sus coordenadas polares.



Opción entrada, se inserta el punto de origen (0,0)

Se selecciona segmento de longitud dada y punto de origen llamado (0,0) o “A”. En esta misma celda se selecciona la opción

Se accede a la opción ángulo dada su amplitud y se encuentra el punto “B”

4.4 Sistema

Es "un objeto complejo cuyas partes o componentes se relacionan con al menos alguno de los demás componentes"; puede ser material o conceptual. Todos los sistemas tienen composición, estructura y entorno, pero solo los sistemas materiales tienen mecanismos (o procesos), y solo algunos sistemas materiales tienen figura (forma).

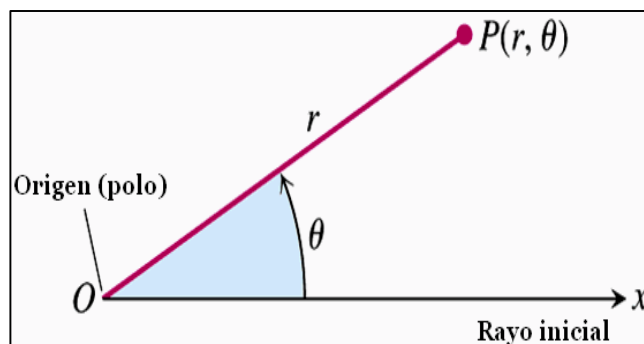
4.4.1 Sistema de coordenadas polares

El sistema de coordenadas polares es un sistema coordenado bidimensional en el cual cada punto (posición) en el plano está determinado por un ángulo y una distancia. Este sistema es especialmente útil en situaciones donde la relación entre dos puntos es más fácil de expresar en términos de ángulos y distancias.

4.4.2 Elementos de un sistema de coordenadas polares

- ✓ El punto fijo "0" se llama **polo** y $(0, \theta)$, son las coordenadas del polo.
- ✓ $(0, x)$ es el **eje polar**
- ✓ $r = |OP|$: es la distancia no dirigida desde el polo hasta el punto P.
- ✓ (θ) , medida en radianes, es el ángulo dirigido $(x, 0, p)$. Es positivo cuando se mide en sentido anti-horario y es negativa cuando se mide en sentido horario. $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- ✓ (r, θ) son las coordenadas polares del punto P.

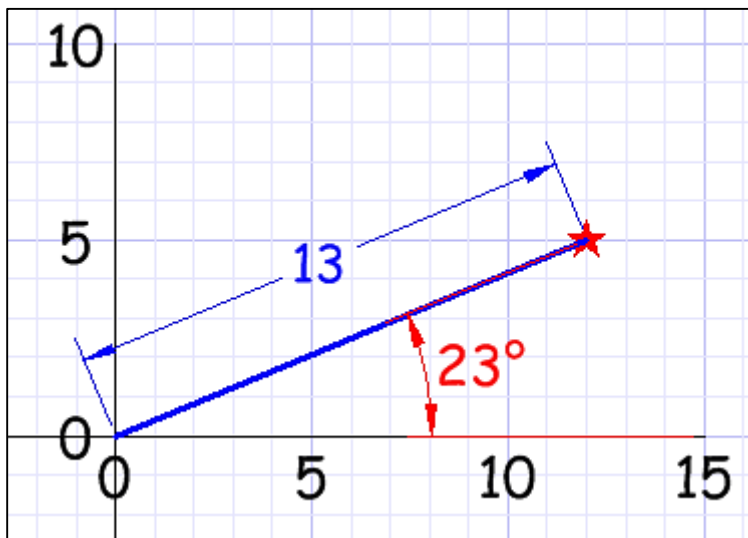
En la imagen de la derecha se muestra una gráfica con cada elemento del sistema de coordenadas polares.



4.4.3 Diferencia entre sistema de coordenadas polares y rectangulares

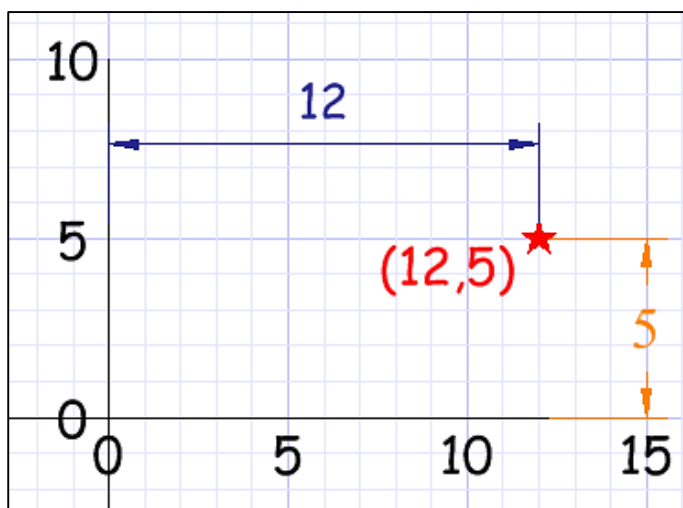
Sistema de coordenadas polares

El sistema de coordenadas polares es aquel que se forma por un punto sobre el plano el cual contiene (ángulo y distancia), sus gráficas se enfocan de manera directa en los cuerpos redondos como la circunferencia, la elipse, hipérbola entre otras.

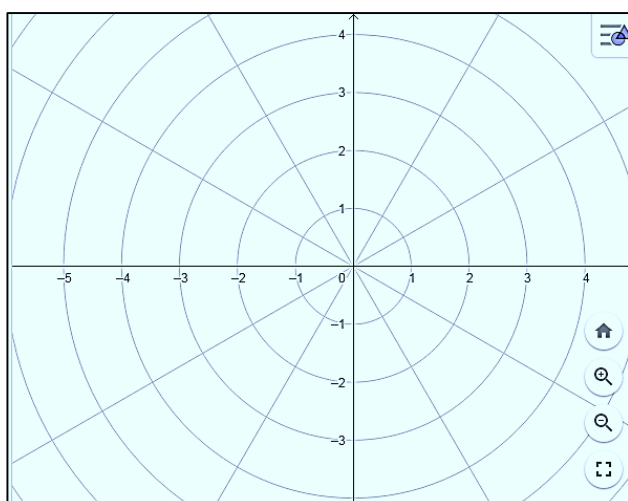


Sistema de coordenadas rectangulares

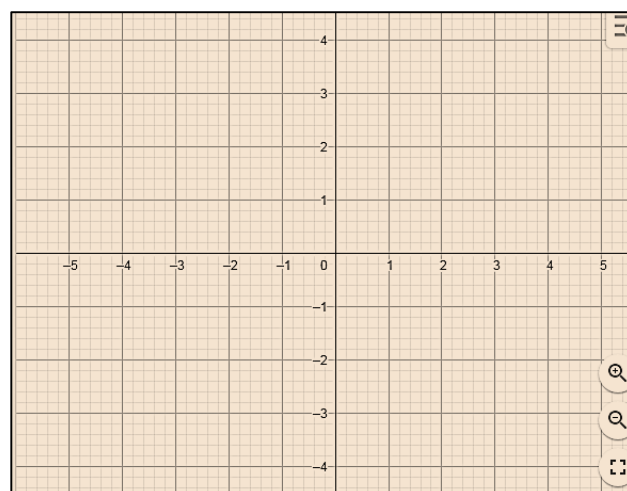
Es el sistema que se forma por dos rectas una horizontal llamada “eje de las ordenadas” y la vertical llamada “eje de las abscisas”, formando un ángulo de noventa grados (90°) y cada punto en el plano se representa por el par ordenado (x, y) . Sus gráficas se enfocan de manera directa con los cuerpos rectos como el, triángulo rectángulo, rectángulo, entre otros.



Papel polar



Papel rectangular



Nota

Para que se grafique una función en eje polar es necesario que contenga los siguientes datos., (ángulo, distancia, polo), de lo contrario no se realiza la gráfica en dicho plano.

Si en un problema se le pide que se grafique una función en el plano polar y solo le asignan un punto de coordenada (x, y) de esta manera no es posible graficar porque le falta datos a dicha función. Para que se grafique se puede hacer la conversión de cartesiana a polar obteniendo un punto con distancia y ángulo $P(r, \theta)$.

Formulación para que se convierta de coordenadas cartesianas a polares y viceversa.

Coordenadas cartesianas

Fórmula

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{y}{x}$$

Coordenadas polares

Fórmula

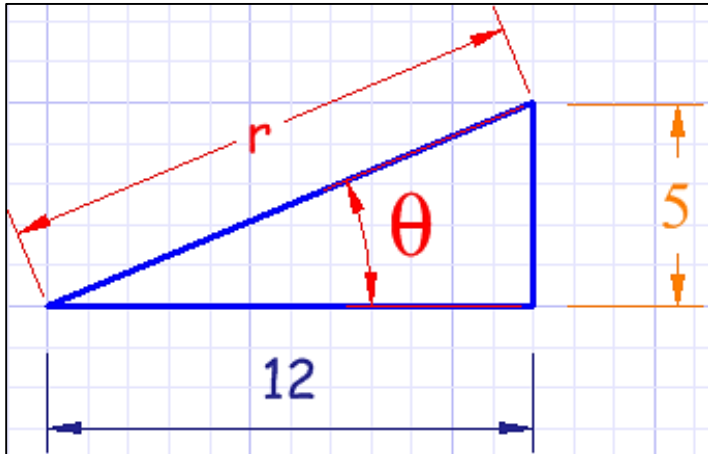
$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

Ejemplo 1:

Convierta de coordenadas cartesianas (12, 5) a coordenadas polares

Si se tienes un punto en coordenadas cartesianas (x, y) y se quiere en coordenadas polares (r, θ), necesitas resolver un triángulo del que conoces dos lados.



Datos:

$$x = 12$$

$$y = 5$$

$$r = ?$$

$$\theta = ?$$

Fórmulas:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Solución:

$$r = ?$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{12^2 + 5^2}$$

$$r = \sqrt{144 + 25}$$

$$r = \sqrt{169}$$

$$r = 13$$

$$\theta = ?$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{5}{12}$$

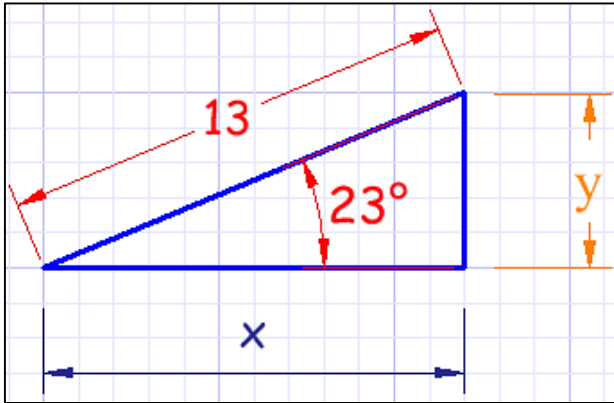
$$\theta = 22.6^\circ$$

Las coordenadas polares son. (13, 22.6°)

Ejemplo 2:

Convierta de coordenadas polares $(13, 23^\circ)$ a coordenadas cartesianas.

Si se tiene un punto en coordenadas polares (r, θ) y se quiere en coordenadas cartesianas (x, y) necesitas resolver un triángulo del que conoces el lado largo y un ángulo.



Datos:

$$r = 13$$

$$\theta = 23^\circ$$

$$x = ?$$

$$y = ?$$

Fórmulas:

$$x = r \times \cos(\theta)$$

$$y = r \times \sin(\theta)$$

Solución:

$$x = ?$$

$$x = r \times \cos(\theta)$$

$$x = 13 \times \cos(23^\circ)$$

$$x = 13 \times 0.92$$

$$x = 11.96$$

$$y = ?$$

$$y = r \times \sin(\theta)$$

$$y = 13 \times \sin(23^\circ)$$

$$y = 13 \times 0.39$$

$$y = 5.1$$

Las coordenadas cartesianas son $(11.96, 5.1)$

4.4.4 Gráfica de sistema de coordenadas polares

Ejemplo 1:

Grafique las siguientes funciones en el plano polar

Para que se grafique funciones en el plano polar se toma en cuenta que las coordenadas polares (r, θ) se expresan de dos formas.

La coordenada (r, θ) se expresan así

El ángulo teta es igual a la función de la distancia $\theta = f(r)$

La distancia es igual a la función del ángulo teta $r = f(\theta)$

$$\begin{array}{l} (r, \theta) \implies \\ \text{a) } f(\theta) = 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Expresión} \\ \theta = f(r) \\ r = f(\theta) \end{array} \right.$$

b) $f(\theta) = \sin(\theta)$

c) $f(\theta) = \cos(\theta)$

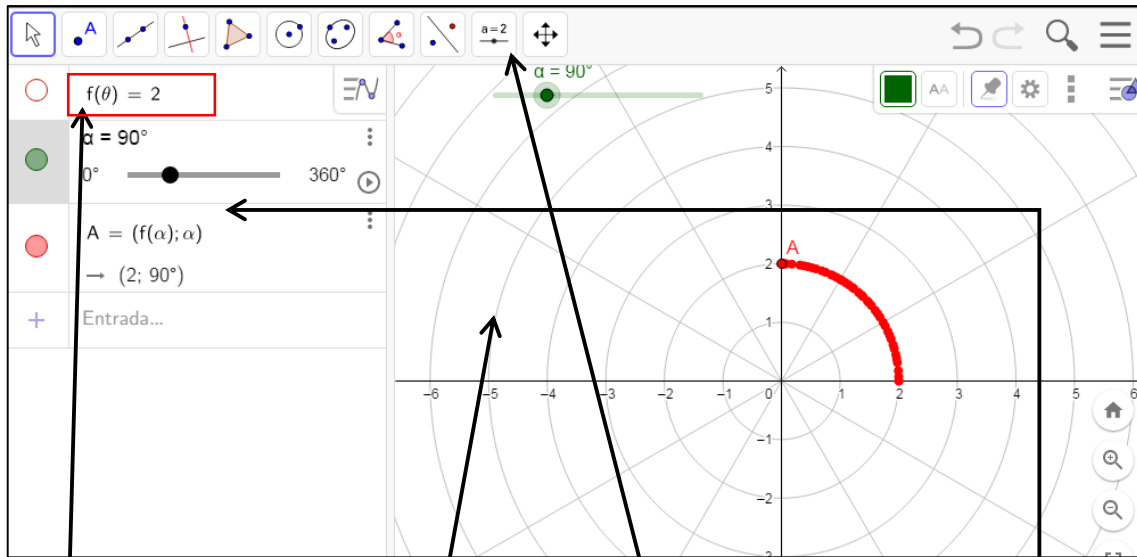
4.4.5 Gráfica de coordenadas polares utilizando la herramienta GeoGebra

Para que se grafique una función de coordenadas polares se accede a la herramienta GeoGebra, luego en la hoja se le da clic derecho y se selecciona la opción **vista gráfica.**, una vez que aparezca los diferentes tipos de vista se escoge la opción **Polar.**

Una vez que la vista está modo polar en la opción **Entrada** se inserta la función deseada a graficar, luego se crea un **Deslizador** que forma los distintos tamaños de los ángulos.

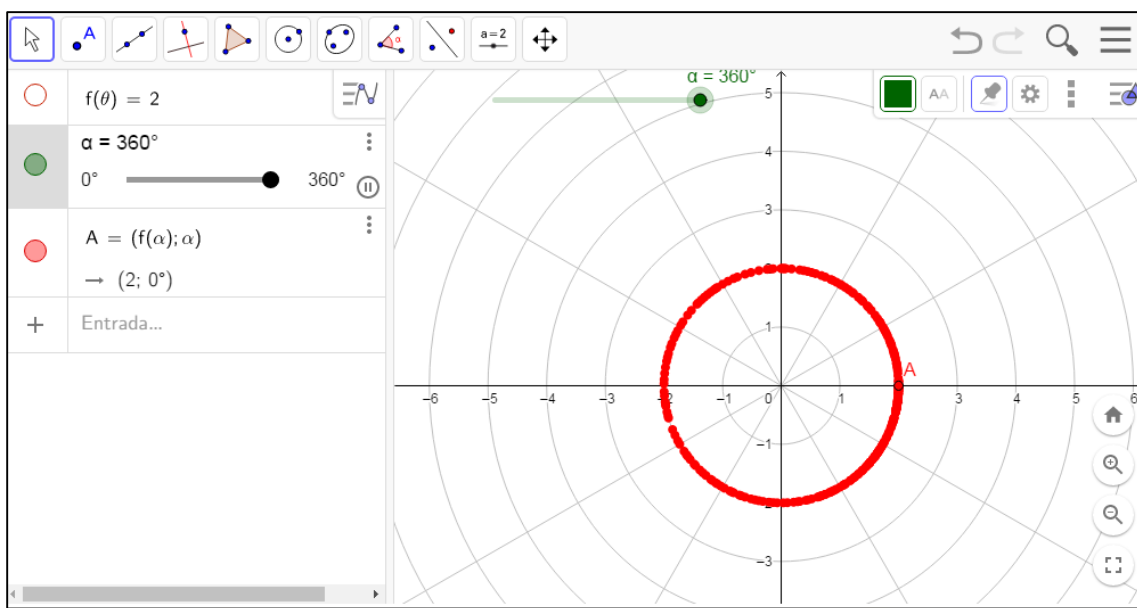
Finalmente en otra opción de **Entrada** se programa la función que determina la longitud o distancia y el ángulo.

(Distancia $r=2$ y ángulo $\theta=90^\circ$)



<p>Opción entrada, se inserta la función de coordenada polar a graficar.</p>	<p>Vista polar</p>	<p>Opción deslizador</p>	<p>Nueva entrada Se programa la función.</p>
--	--------------------	--------------------------	--

Esta segunda gráfica es la misma que la anterior pero con diferente magnitud de ángulo. (Distancia $r= 2$ y ángulo $\theta=360^\circ$).



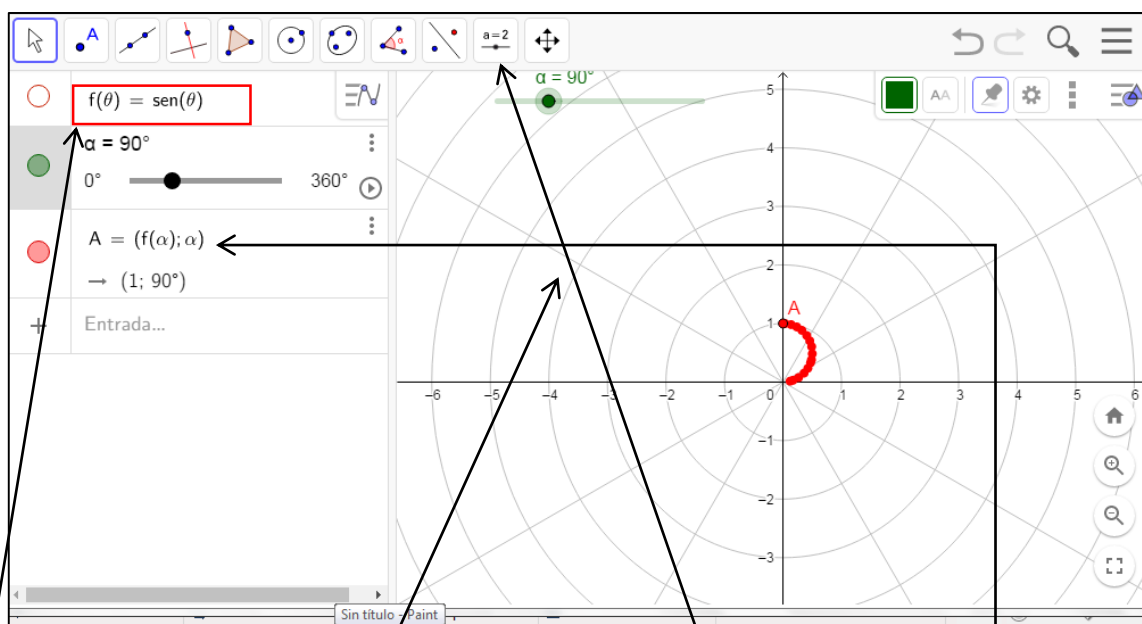
Para que se grafique una función de coordenadas polares se accede a la herramienta GeoGebra, luego en la hoja se le da clic derecho y se selecciona la opción **vista gráfica.**, una vez que aparezca los diferentes tipos de vista se escoge la opción **Polar.**

Una vez que la vista está modo polar en la opción **Entrada** se inserta la función deseada a graficar, luego se crea un **Deslizador** que forma los distintos tamaños de los ángulos.

Finalmente en otra opción de **Entrada** se programa la función que determina la longitud o distancia y el ángulo.

$$y = r \times \sin(\theta)$$

(Distancia $r= 1$ y ángulo $\theta=90^\circ$)



Opción entrada, se inserta la función de coordenada polar a graficar.

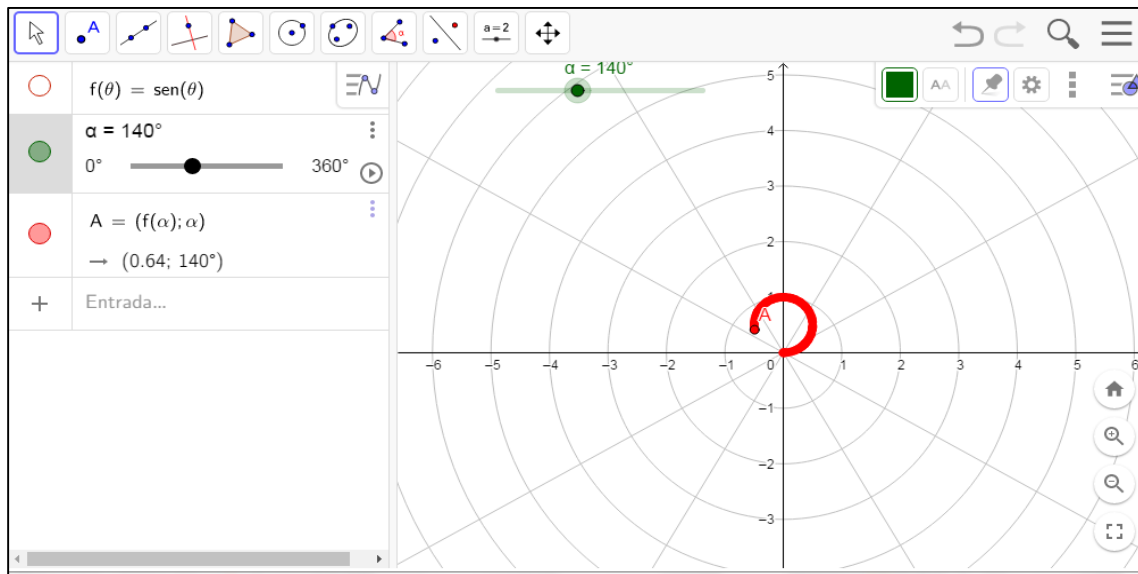
Vista polar

Opción deslizador

Nueva entrada
Se programa la función.

En esta, la gráfica es la misma que la anterior pero varían sus datos por el motivo de que se grafica una función trigonométrica.

(Distancia $r= 0.64$ y ángulo $\theta=140^\circ$)

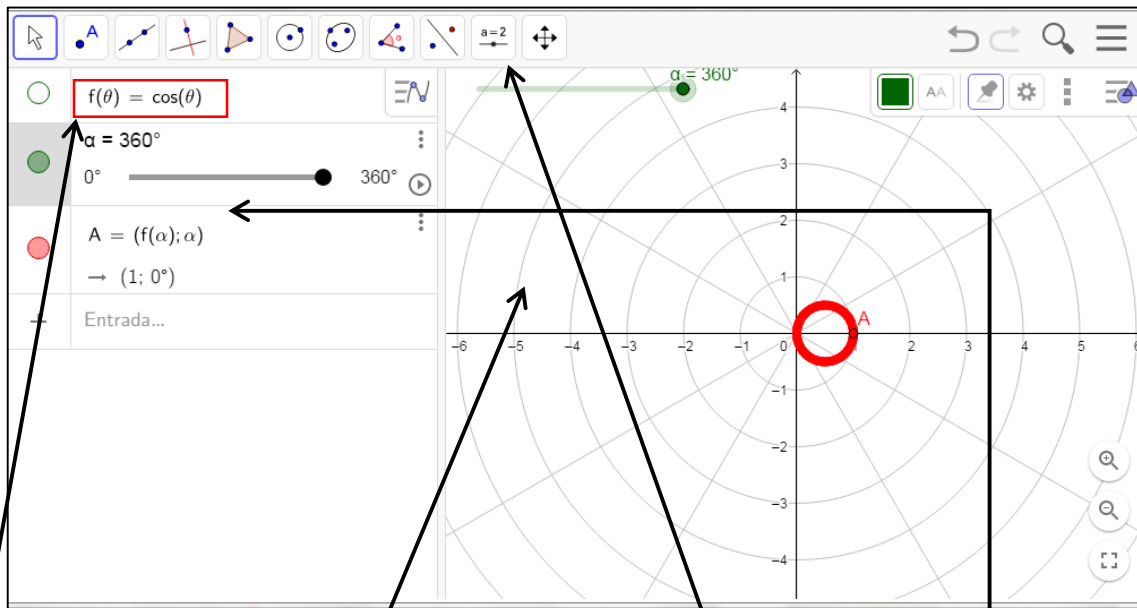


Para que se grafique una función de coordenadas polares se accede a la herramienta GeoGebra, luego en la hoja se le da clic derecho y se selecciona la opción **vista gráfica.**, una vez que aparezca los diferentes tipos de vista se escoge la opción **Polar.**

Una vez que la vista está modo polar en la opción **Entrada** se inserta la función deseada a graficar, luego se crea un **Deslizador** que forma los distintos tamaños de los ángulos.

Finalmente en otra opción de **Entrada** se programa la función que determina la longitud o distancia y el ángulo.

$$x = r \times \cos(\theta)$$



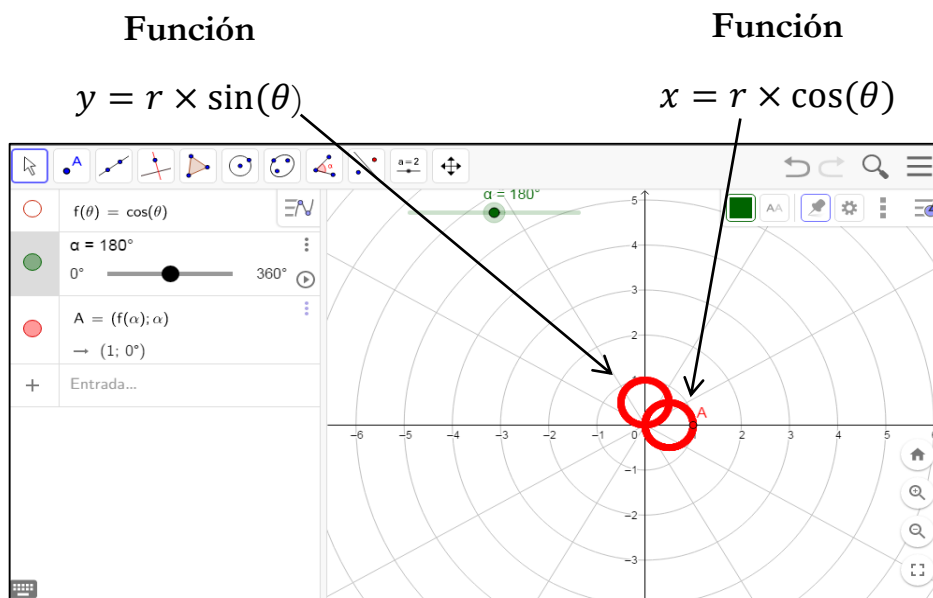
Opción entrada, se inserta la función de coordenada polar a graficar.

Vista polar

Opción deslizador

Nueva entrada
Se programa la función.

Esta gráfica representa el lugar donde se forman ambas circunferencia cuando se integra las identidades trigonométricas en el eje polar (seno y coseno), de cualquier ángulo determinado.



4.5 Ecuaciones polares

Una ecuación polar es una ecuación formada por coordenadas polares, se denomina coordenadas polares a un sistema de coordenadas de dos dimensiones en el que cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo.

La distancia se representa con la letra “r” y el ángulo se representa con el símbolo teta “ θ ”.

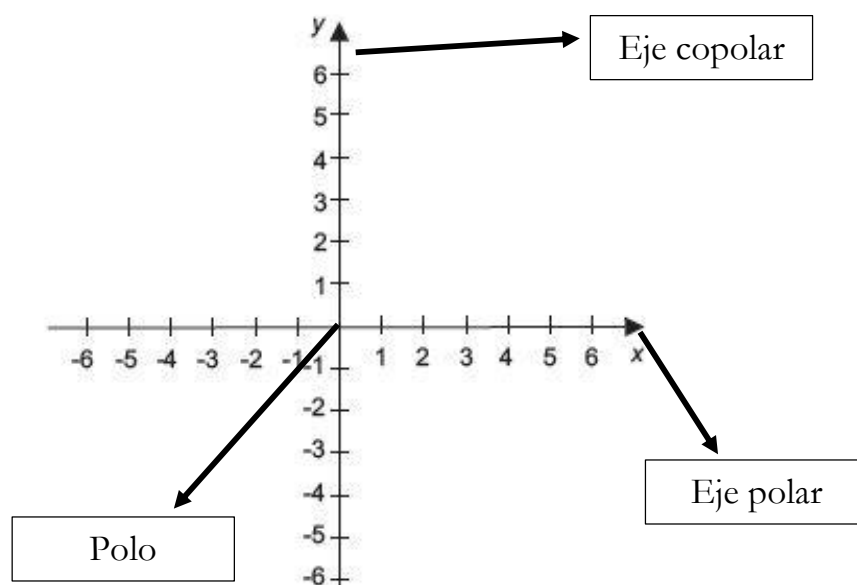
Dicho sistema se emplea de manera significativa en el campo de la física y la trigonometría.

Las gráficas formadas por coordenadas polares se denominan gráficas polares. Una gráfica polar es el conjunto de puntos que corresponden a las soluciones de la ecuación.

4.5.1 Simetría de una gráfica polar

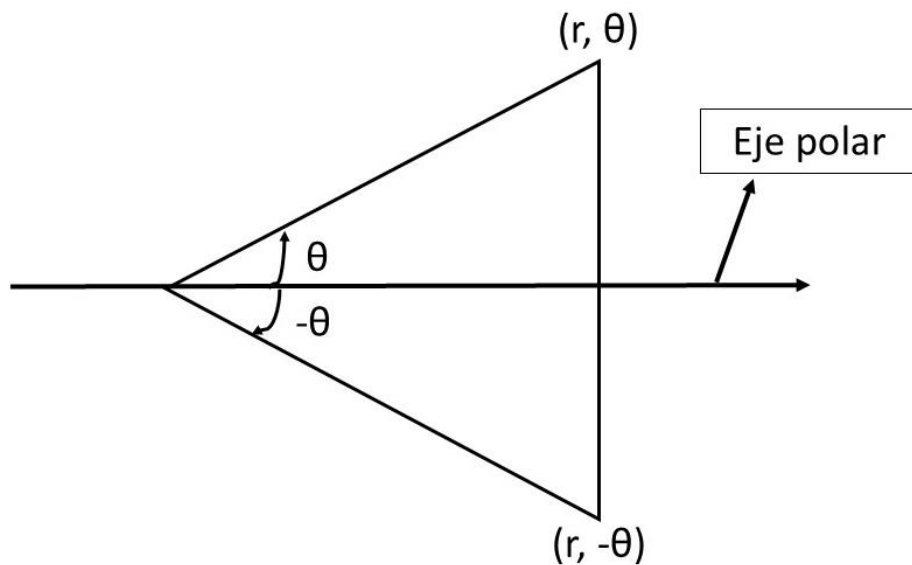
Cuando se conoce la simetría de una gráfica polar se simplifica el trabajo al graficarla.

Hay 3 tipos de simetría: simetría al eje polar, simetría al eje copolar y simetría al polo.



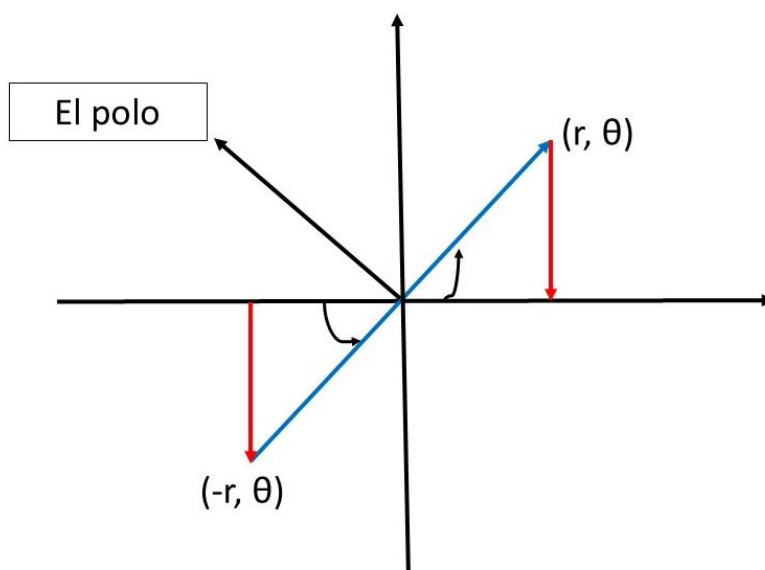
4.5.2 Simetría con respecto al eje polar

Si la ecuación no cambia al sustituirse θ por $-\theta$, la gráfica es simétrica con respecto al eje polar.



4.5.3 Simetría con respecto al polo

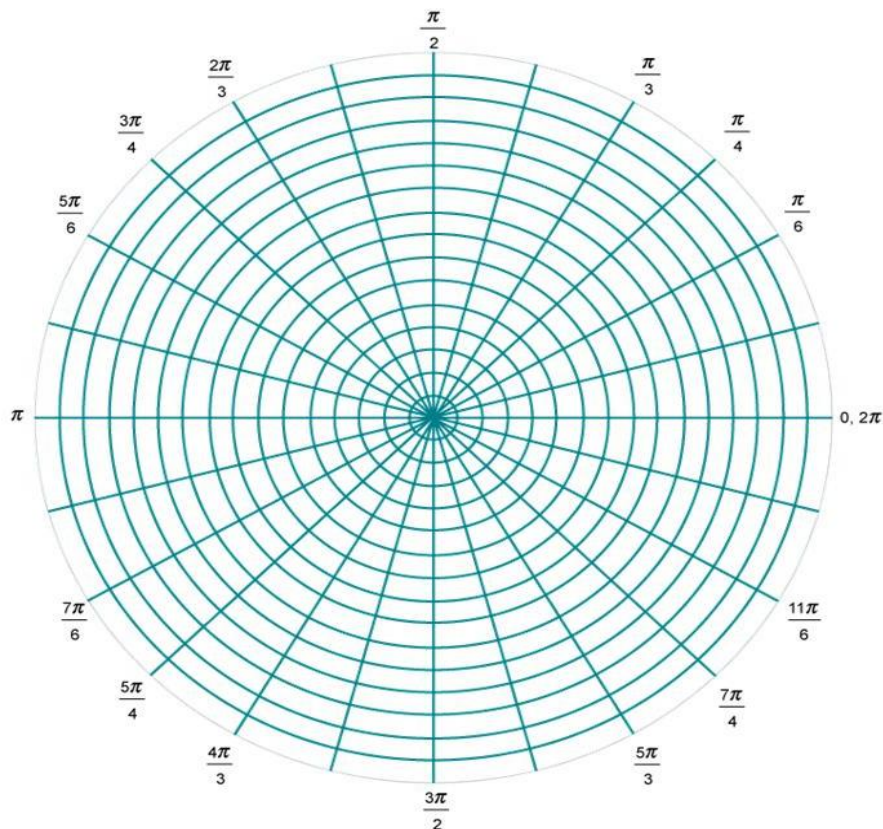
Si una ecuación no cambia al sustituirse " r " por " $-r$ ", la gráfica es simétrica al polo.



4.5.4 Gráfica de ecuaciones polares

Para que se realice una gráfica de ecuaciones polares, se utiliza una hoja especial para que se trace la gráfica, dicha hoja o papel se conoce como papel polar.

Papel polar



4.5.4.1 Gráfica de una ecuación polar

Se hace una tabla de tabulación donde se muestren algunas soluciones de la ecuación, se toma en cuenta que el valor del radio es aproximado.

NOTA: los valores de la variable independiente “el ángulo θ ”, se toman del papel polar, ya que esos son los posibles valores del ángulo.

Luego que se realiza la tabulación, se ubican los puntos en la hoja y se traza la gráfica.

4.5.4.2 Tipos de gráficas de ecuaciones polares

Gráficas de caracoles

Cardioides

La gráfica de la ecuación ($r=1-\cos\theta$), se denomina Cardioides, siempre tiene coordenadas desde el origen o polo, por lo tanto sus primeras coordenadas son (0,0)

Traza la gráfica de la ecuación ($r=1-\cos\theta$)

Se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0								

Se reemplaza los valores del ángulo “ θ ” en la ecuación para que se obtengan los valores del radio “r”, se toma en cuenta que el número pi “ π ” es igual a 180, debido a que en este caso se miden en radianes.

1) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos \pi/6$

$r=1-\cos 30$

$r=1-0.87$

$r=0.13$

4) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos \pi/2$

$r=1-\cos 90$

$r=1-0$

$r=1$

2) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos \pi/4$

$r=1-\cos 45$

$r=1-0.71$

$r=0.3$

5) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos 2\pi/3$

$r=1-\cos 120$

$r=1-(-0.5)$

$r=1.5$

3) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos \pi/3$

$r=1-\cos 60$

$r=1-0.5$

$r=0.5$

6) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos 3\pi/4$

$r=1-\cos 135$

$r=1-(-0.71)$

$r=1.7$

7) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos 5\pi/6$

$r=1-\cos 150$

$r=1-(-0.87)$

$r=1.87$

8) $r=1-\cos\theta$

$r=1-\cos \pi$

$r=1-\cos 180$

$r=1-(-1)$

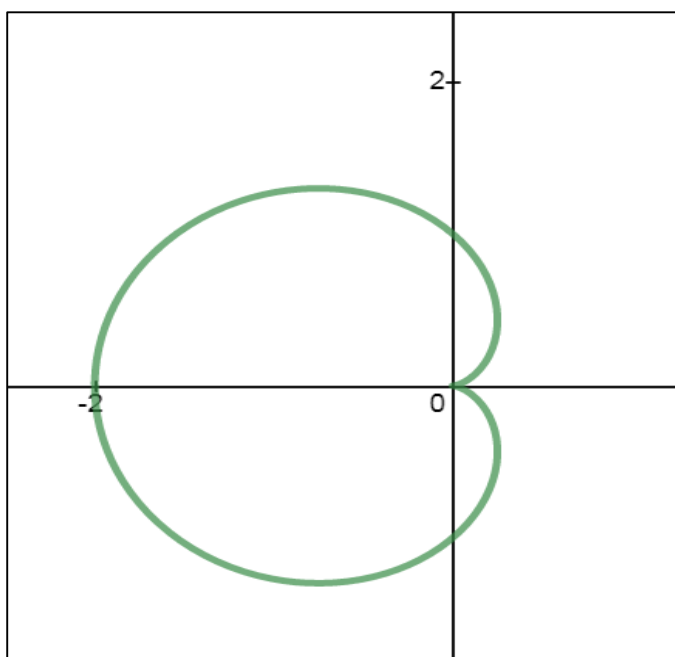
$r=2$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0	0.13	0.3	0.5	1	1.5	1.7	1.87	2

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



La gráfica de esta función tiene forma de corazón y se denomina **Cardioides**.

Limacon

La gráfica de la ecuación ($r=a+b \cos \theta$), se muestra un caracol que apunta hacia la derecha y tiene un rizo interior. Esta ecuación cuenta con dos constantes a y b, la suma de dichas constantes forman el primer valor en el radio.

Traza la gráfica de la ecuación $r=2+ 3\cos \theta$

Donde $a=2$ y $b=3$

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

La suma de $a + b$ en este caso es igual a 5, por lo tanto el primer valor del radio es 5, los demás se buscan sustituyendo el ángulo por su valor.

Se reemplaza los valores del ángulo “ θ ” en la ecuación para que se obtengan los valores del radio “r”, se toma en cuenta que el número pi “ π ” es igual a 180.

1) $r=a+b \cos \theta$

$$r=2+ 3\cos \pi/6$$

$$r=2+3\cos 180/6$$

$$r=2+3 \cos 30$$

$$r= 2+3(0.87)$$

$$r=2+2.6$$

$$r=4.6$$

2) $r=a+b \cos \theta$

$$r=2+ 3\cos \pi/4$$

$$r=2+3\cos 180/4$$

$$r=2+3 \cos 45$$

$$r= 2+3(0.7)$$

$$r=2+2.1$$

$$r=4.1$$

3) $r=a+b \cos \theta$

$$r=2+ 3\cos \pi/3$$

$$r=2+3\cos 180/3$$

$$r=2+3 \cos 60$$

$$r= 2+3(0.5)$$

$$r=2+1.5$$

$$r=3.5$$

4) $r=a+b \cos \theta$

$r=2+ 3\cos \pi/2$

$r=2+3\cos 180/2$

$r=2+3 \cos 90$

$r= 2+3(0)$

$r=2+0$

$r=2$

5) $r=a+b \cos \theta$

$r=2+ 3\cos 2\pi/3$

$r=2+3\cos 360/3$

$r=2+3 \cos 120$

$r= 2+3(-0.5)$

$r=2-1.5$

$r=1.5$

6) $r=a+b \cos \theta$

$r=2+ 3\cos 3\pi/4$

$r=2+3\cos 540/4$

$r=2+3 \cos 135$

$r= 2+3(-0.70)$

$r=2-2.1$

$r=-0.1$

7) $r=a+b \cos \theta$

$r=2+ 3\cos 5\pi/6$

$r=2+3\cos 900/6$

$r=2+3 \cos 150$

$r= 2+3(-0.87)$

$r=2-2.61$

$r=-0.6$

8) $r=a+b \cos \theta$

$r=2+ 3\cos \pi$

$r=2+3\cos 180$

$r= 2+3(-1)$

$r=2-3$

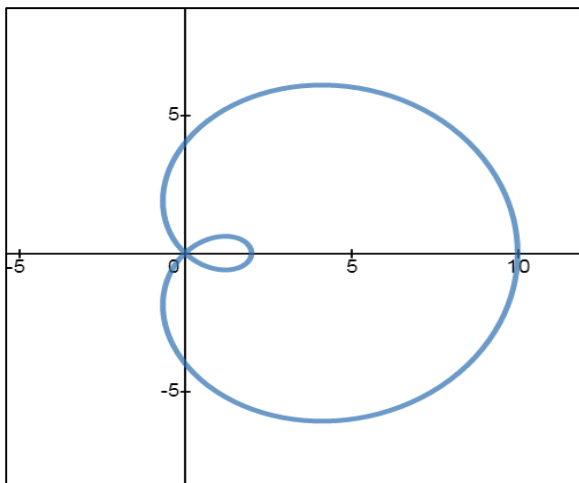
$r=-1$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	5	4.6	4.1	3.5	2	1.5	0.1	0.6	-1

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Si las constantes cambian de valor, también cambia la forma de la gráfica, para que se compruebe lo dicho, mostramos la realización de otra gráfica donde a y b tienen valores diferentes.

Traza la gráfica de la ecuación $r=5+ 4\cos \theta$

Donde $a=5$ y $b=4$

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

La suma de $a+b$ en este caso es igual a 9, por lo tanto el primer valor del radio es 9, los demás se buscan sustituyendo el ángulo por su valor.

1) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos \pi/6$

$r=5+4\cos 180/6$

$r= 5+4 \cos 30$

$r=5+4 (0.87)$

$r=5+3.48$

$r=8.5$

4) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos \pi/2$

$r=5+4\cos 180/2$

$r= 5+4 \cos 90$

$r=5+4 (0)$

7) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos 5\pi/6$

$r=5+4\cos 900/6$

$r= 5+4 \cos 150$

$r=5+4 (-0.87)$

2) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos \pi/4$

$r=5+4\cos 180/4$

$r= 5+4 \cos 45$

$r=5+4 (0.71)$

$r=5+2.84$

$r=7.84$

5) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos 2\pi/3$

$r=5+4\cos 360/3$

$r= 5+4 \cos 120$

$r=5+4 (-0.5)$

8) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos \pi$

$r=5+4\cos 180$

$r= 5+4(-1)$

$r=5-4$

3) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos \pi/3$

$r=5+4\cos 180/3$

$r= 5+4 \cos 60$

$r=5+4 (0.5)$

$r=5+2$

$r=7$

6) $r=a+b \cos \theta$

$r=5+ 4\cos 3\pi/4$

$r=5+4\cos 540/4$

$r= 5+4 \cos 135$

$r=5+4 (-0.71)$

$r=5-2.8$

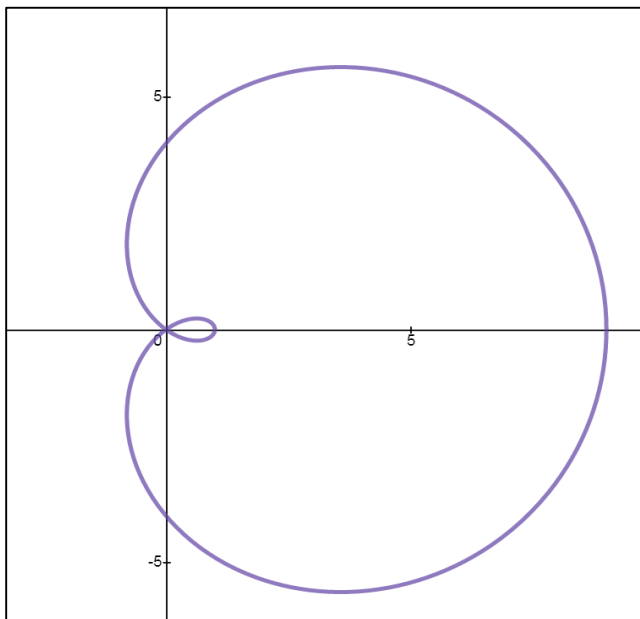
$r=2.2$

Con los datos obtenidos se debe completar la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	9	4.6	4.1	3.5	2	1.5	0.1	0.6	-1

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

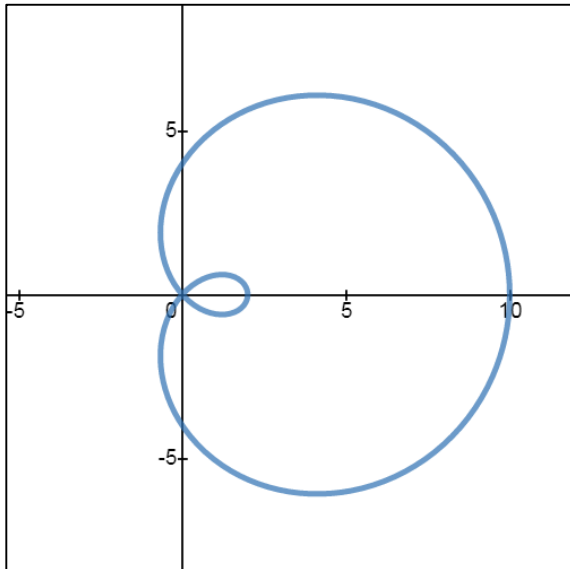
Gráfica



4.5.5 Tipos de gráficas caracoles

Hay 4 tipos de gráficas caracoles, estas cambian su apariencia dependiendo de la relación existente entre a y b.

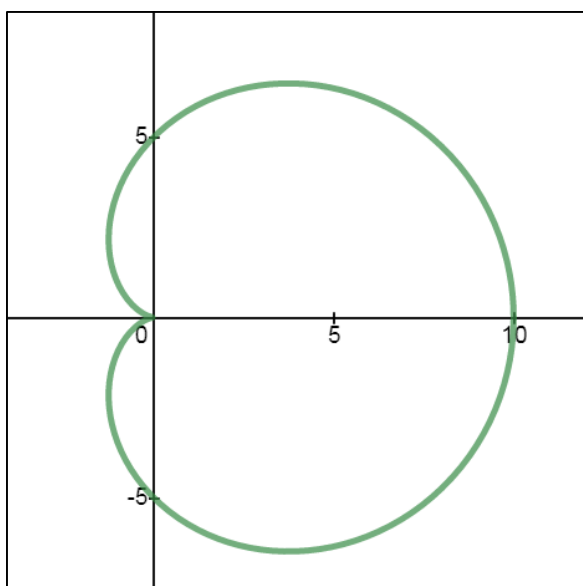
a) Caracol con lazo interno



Esta gráfica se forma cuando el cociente entre a y b es un número menor que 2.

$$\frac{a}{b} < 2$$

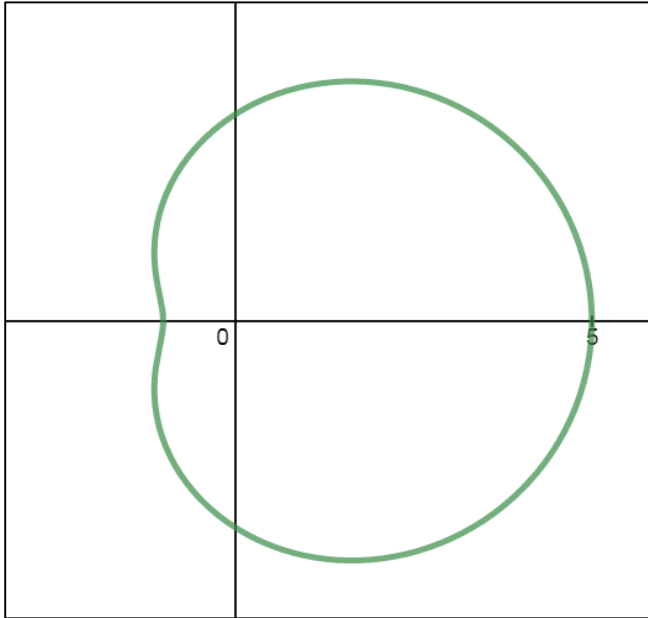
B) Cardioide (Forma de corazón)



Esta gráfica se forma cuando el cociente entre a y b es igual a 1

$$\frac{a}{b} = 1$$

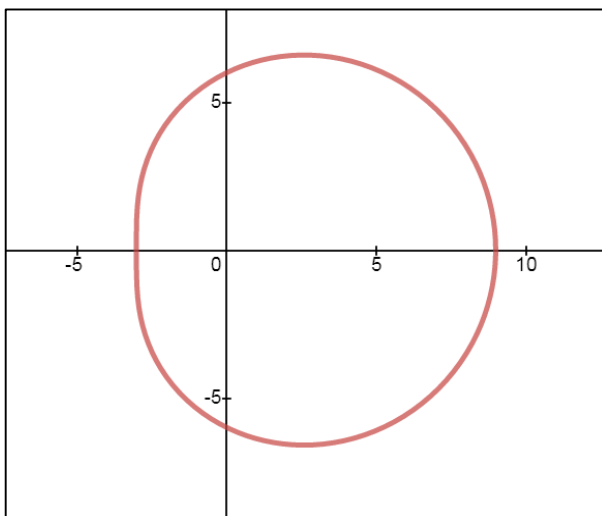
C) Caracol con hoyuelo



Esta gráfica se forma cuando el cociente entre a y b es mayor que 1 y menor que 2

$$1 < \frac{a}{b} < 2$$

D) Caracol convexo



Esta gráfica se forma cuando el cociente de “a” y “b” es menor o igual a 2

$$\frac{a}{b} \leq 2$$

Gráfica Curvas rosas

En este tipo de ecuaciones polares se tiene como resultado una rosa, dependiendo de los valores que aparezcan en la ecuación, la rosa obtiene su forma y el número de pétalos, este tipo de gráficas siempre salen desde el origen, por lo tanto su primer punto tiene coordenadas (0,0).

4.5.6 Ecuación de la gráfica de curvas rosas

En este caso se tienen dos ecuaciones, una de ellas relaciona la función seno y la otra relaciona la función coseno.

Ecuaciones

a) $r = a \cos n\theta$

b) $r = a \sen n\theta$

Donde “a” es una constante que pertenece al conjunto de los números reales y “n” es el número de pétalos que tendrá la rosa, si “n” es un número par la rosa presenta el doble de pétalos, si “n” es un número impar la rosa presenta ese mismo número de pétalos.

En una ecuación donde “n” sea igual a 5, la rosa se forma con 5 pétalos, pero en una ecuación donde “n” es igual a 4, la rosa se presenta con 8 pétalos. Se observa que en todo caso cuando “n” es un número par el número de pétalos se duplica y cuando “n” es un número impar el número de pétalos queda igual.

Ejemplo 1: Cuando “n” es un número impar

Traza la gráfica de la siguiente ecuación $(r=3 \cos 5\theta)$

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 5(\pi/6)$$

$$r=3 \cos 5(180/6)$$

$$r=3 \cos 5 (30)$$

$$r=3 \cos 150$$

$$r=3(-0.87)$$

$$r=2.6$$

2) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 5(\pi/4)$$

$$r=3 \cos 5(180/4)$$

$$r=3 \cos 5 (45)$$

$$r=3 \cos 225$$

$$r=3(-0.71)$$

$$r=2.1$$

3) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 5(\pi/3)$$

$$r=3 \cos 5(180/3)$$

$$r=3 \cos 5 (60)$$

$$r=3 \cos 300$$

$$r=3(0.5)$$

$$r=1.5$$

4) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 5(\pi/2)$$

$$r=3 \cos 5(180/2)$$

$$r=3 \cos 5 (90)$$

$$r=3 \cos 450$$

$$r=3(0)$$

$$r=0$$

5) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 5(2\pi/3)$$

$$r=3 \cos 5(2*180/3)$$

$$r=3 \cos 5 (360/3)$$

$$r=3 \cos 5(120)$$

$$r=3 \cos (600)$$

$$r=3(-0.5)$$

$$r=-1.5$$

6) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 5(3\pi/4)$$

$$r=3 \cos 5(3*180/3)$$

$$r=3 \cos 5 (540/3)$$

$$r=3 \cos 5(180)$$

$$r=3 \cos 900$$

$$r=3(-1)$$

$$r=-3$$

7) $r = a \cos n\theta$

$r = 3 \cos 5(5\pi/6)$

$r = 3 \cos 5(5 \cdot 180/6)$

$r = 3 \cos 5(900/6)$

$r = 3 \cos 5(150)$

$r = 3 \cos 750$

$r = 3(0.87)$

$r = 2.61$

8) $r = a \cos n\theta$

$r = 3 \cos 5\pi$

$r = 3 \cos 5(180)$

$r = 3 \cos 900$

$r = 3(-1)$

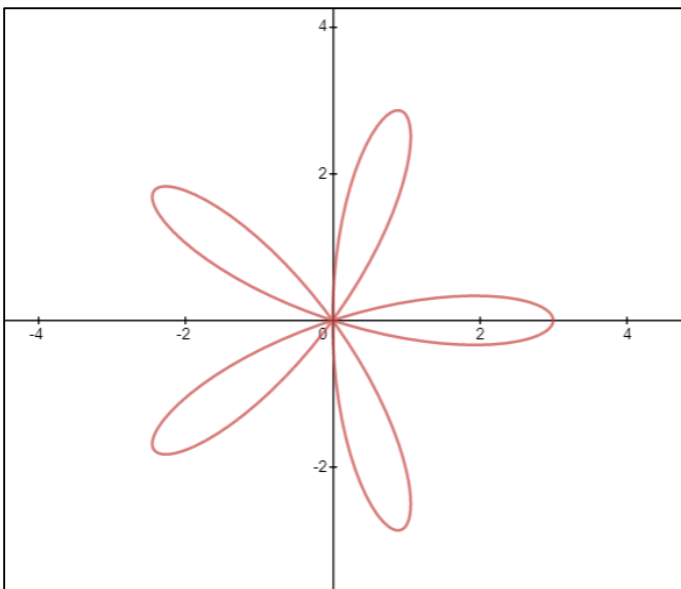
$r = -3$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0	2.6	2.1	1.5	0	-1.5	-3	2.61	-3

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Se observa en la gráfica que la rosa tiene 5 pétalos, ya que “n” es un 5 y el número 5 es impar, la rosa salió con 5 pétalos.

Ejemplo 2: Cuando “n” es un número par

Traza la gráfica de la siguiente ecuación $(r=3 \cos 2\theta)$

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 2(\pi/6)$$

$$r=3 \cos 2(180/6)$$

$$r=3 \cos 2 (30)$$

$$r=3 \cos 60$$

$$r=3(0.5)$$

$$r=1.5$$

2) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 2(\pi/4)$$

$$r=3 \cos 2(180/4)$$

$$r=3 \cos 2 (45)$$

$$r=3 \cos 90$$

$$r=3(0)$$

$$r=0$$

3) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 2(\pi/3)$$

$$r=3 \cos 2(180/3)$$

$$r=3 \cos 2 (60)$$

$$r=3 \cos 120$$

$$r=3(-0.5)$$

$$r=-1.5$$

4) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 2(\pi/2)$$

$$r=3 \cos 2(180/2)$$

$$r=3 \cos 2 (90)$$

$$r=3 \cos 180$$

$$r=3(-1)$$

$$r=-3$$

5) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 2(2\pi/3)$$

$$r=3 \cos 2(2*180/3)$$

$$r=3 \cos 2 (360/3)$$

$$r=3 \cos 2(120)$$

$$r=3 \cos (240)$$

$$r=3(-0.5)$$

$$r=-1.5$$

6) $r=a \cos n\theta$

$$r= 3 \cos 2(3\pi/4)$$

$$r=3 \cos 2(3*180/3)$$

$$r=3 \cos 2 (540/3)$$

$$r=3 \cos 2(180)$$

$$r=3 \cos 360$$

$$r=3(1)$$

$$r=3$$

7) $r = a \cos n\theta$

$r = 3 \cos 2(5\pi/6)$

$r = 3 \cos 2(5 \cdot 180/6)$

$r = 3 \cos 2(900/6)$

$r = 3 \cos 2(150)$

$r = 3 \cos 300$

$r = 3(0.5)$

$r = 1.5$

8) $r = a \cos n\theta$

$r = 3 \cos 2\pi$

$r = 3 \cos 2(180)$

$r = 3 \cos 360$

$r = 3(1)$

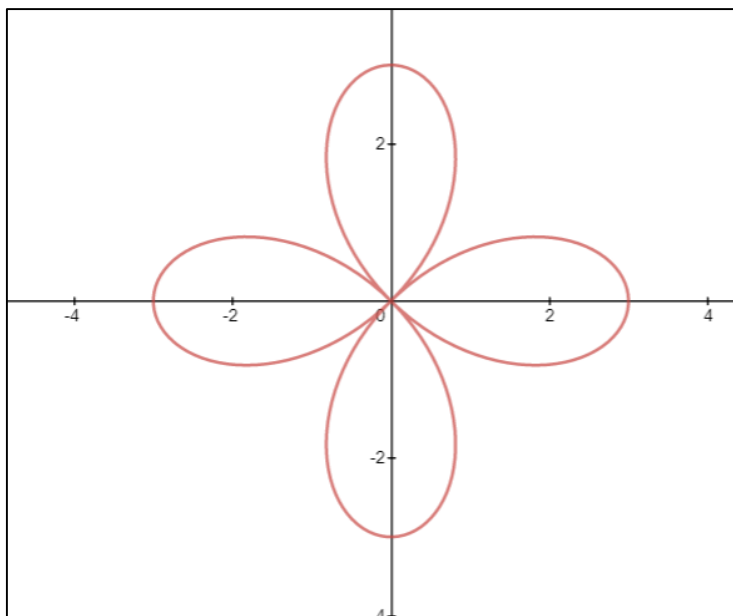
$r = 3$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0	1.5	0	-1.5	-3	-1.5	3	1.5	3

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Ejemplo 3: Cuando la ecuación relaciona la función seno y “n” es un número impar

Traza la gráfica de la siguiente ecuación (r=3 sen 5θ)

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) $r=a \text{ sen } n\theta$

$r= 3 \text{ sen } 5(\pi/6)$

$r=3 \text{ sen } 5(180/6)$

$r=3 \text{ sen } 5 (30)$

$r=3 \text{ sen}150$

$r=3(0.5)$

$r=1.5$

2) $r=a \text{ sen } n\theta$

$r= 3 \text{ sen } 5(\pi/4)$

$r=3 \text{ sen } 5(180/4)$

$r=3 \text{ sen } 5 (45)$

$r=3 \text{ sen } 225$

$r=3(-0.71)$

$r=-2.1$

3) $r=a \text{ sen } n\theta$

$r= 3 \text{ sen } 5(\pi/3)$

$r=3 \text{ sen } 5(180/3)$

$r=3 \text{ sen } 5 (60)$

$r=3 \text{ sen } 300$

$r=3(-0.87)$

$r=-2.6$

4) $r=a \text{ sen } n\theta$

$r= 3 \text{ sen } 5(\pi/2)$

$r=3 \text{ sen } 5(180/2)$

$r=3 \text{ sen } 5 (90)$

$r=3 \text{ sen } 450$

$r=3(1)$

$r=3$

5) $r=a \text{ sen } n\theta$

$r= 3 \text{ sen } 5(2\pi/3)$

$r=3 \text{ sen } 5(2*180/3)$

$r=3 \text{ sen } 5 (360/3)$

$r=3 \text{ sen } 5(120)$

$r=3 \text{ sen } (600)$

$r=3(-0.87)$

$r=-2.6$

6) $r=a \text{ sen } n\theta$

$r= 3 \text{ sen } 5(3\pi/4)$

$r=3 \text{ sen } 5(3*180/3)$

$r=3 \text{ sen } 5 (540/3)$

$r=3 \text{ sen } 5(180)$

$r=3 \text{ sen } 900$

$r=3(0)$

$r=0$

7) $r = a \text{ sen } n\theta$

$r = 3 \text{ sen } 5(5\pi/6)$

$r = 3 \text{ sen } 5(5 \cdot 180/6)$

$r = 3 \text{ sen } 5(900/6)$

$r = 3 \text{ sen } 5(150)$

$r = 3 \text{ sen } 750$

$r = 3(0.5)$

$r = 1.5$

8) $r = a \text{ sen } n\theta$

$r = 3 \text{ sen } 5\pi$

$r = 3 \text{ sen } 5(180)$

$r = 3 \text{ sen } 900$

$r = 3(0)$

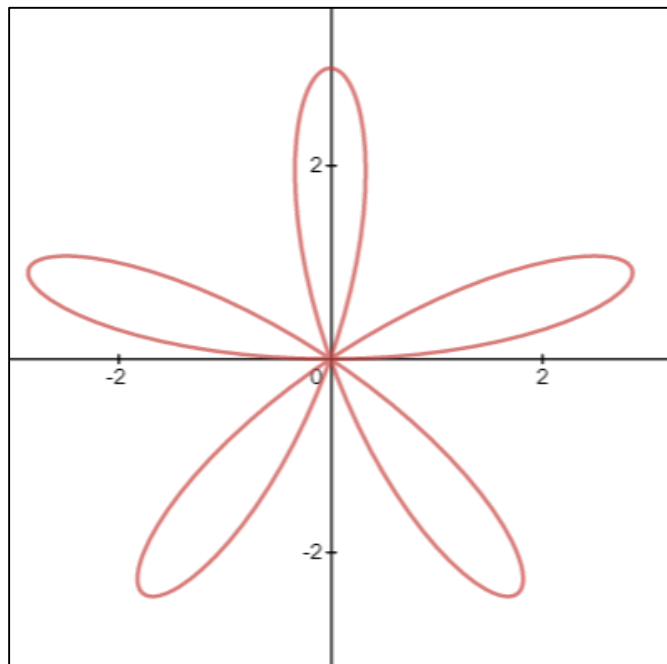
$r = 0$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0	1.5	-2.1	-2.6	3	-2.6	0	1.5	0

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Ejemplo 4: Cuando la ecuación relaciona la función seno y “n” es un número par

Traza la gráfica de la siguiente ecuación (r=3 sen 2θ)

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) r=a sen nθ

r= 3 sen 2(π/6)

r=3 sen 2(180/6)

r=3 sen 2 (30)

r=3 sen 60

r=3(0.87)

r=2.6

2) r=a sen nθ

r= 3 sen 2(π/4)

r=3 sen 2(180/4)

r=3 sen 2 (45)

r=3 sen 90

r=3(1)

r=3

3) r=a sen nθ

r= 3 sen 2(π/3)

r=3 sen 2(180/3)

r=3 sen 2 (60)

r=3 sen 120

r=3(0.87)

r=-2.6

4) r=a sen nθ

r= 3 sen 2(π/2)

r=3 sen 2(180/2)

r=3 sen 2 (90)

r=3 sen 45

r=3(0.7)

r=2.1

5) r=a sen nθ

r= 3 sen 2(2π/3)

r=3 sen 2(2*180/3)

r=3 sen 2(360/3)

r=3 sen 2(120)

r=3 sen (240)

r=3(-0.87)

r=-2.6

6) r=a sen nθ

r= 3 sen 2(3π/4)

r=3 sen 2(3*180/3)

r=3 sen 2 (540/3)

r=3 sen 2(180)

r=3 sen 360

r=3(0)

r=0

7) $r = a \text{ sen } n\theta$

$r = 3 \text{ sen } 2(5\pi/6)$

$r = 3 \text{ sen } 2(5 \cdot 180/6)$

$r = 3 \text{ sen } 2(900/6)$

$r = 3 \text{ sen } 2(150)$

$r = 3 \text{ sen } 300$

$r = 3(-0.87)$

$r = -2.6$

8) $r = a \text{ sen } n\theta$

$r = 3 \text{ sen } 2\pi$

$r = 3 \text{ sen } 2(180)$

$r = 3 \text{ sen } 360$

$r = 3(0)$

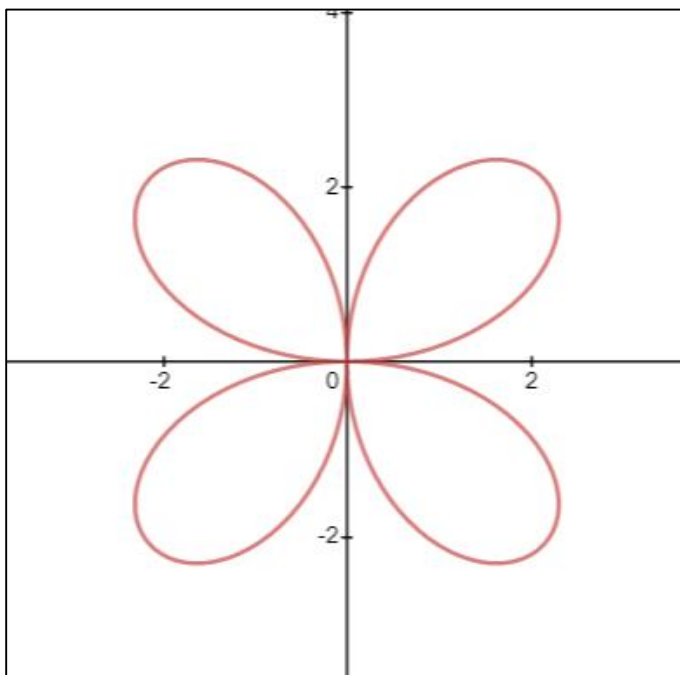
$r = 0$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0	2.6	3	-2.6	2.1	-2.6	0	-2.6	0

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Como se observa, en este tipo de ecuaciones polares siempre se cumple, que cuando “n” es un número impar, la rosa se presenta con el mismo número de pétalos indicados, y cuando “n” es un número par, la rosa se presenta con el número de pétalos duplicados.

4.5.7 Ecuaciones polares de las circunferencias

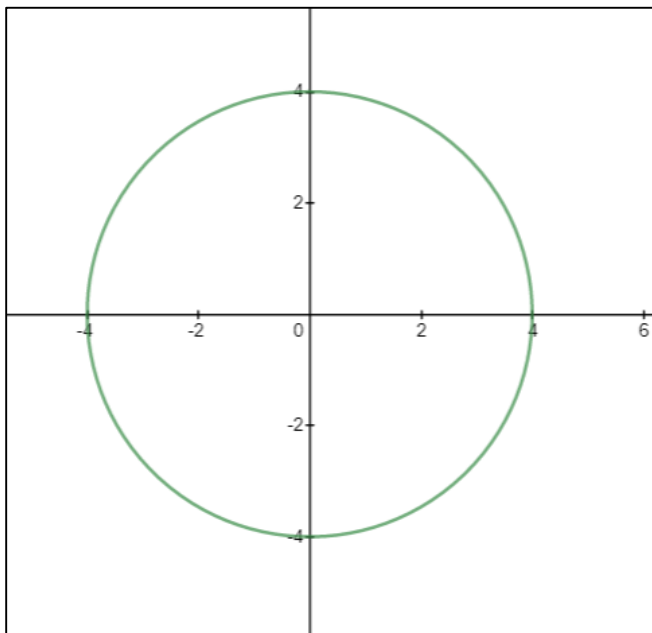
Hay 3 tipos de ecuaciones polares con respecto a circunferencias, cada una de estas ecuaciones forman una circunferencia, pero dependiendo de la ecuación la circunferencia toma una ubicación en el plano o papel polar.

a) Ecuación polar ($r=a$)

Donde “r” es igual al radio de la circunferencia y “a” es una constante, en este tipo de ecuaciones no es necesario tabular, ya que “a” define la longitud del radio a cada punto de la circunferencia, en el centro de esta circunferencia está ubicado el polo.

Ejemplo:

Grafica la circunferencia de la ecuación ($r=4$)



Como se observa que “a” es igual a 4, por lo tanto la gráfica tiene una longitud de 4 unidades y en su centro se ubica el polo.

b) Ecuación polar ($r=a \cos \theta$)

En esta ecuación “a” es el radio de la circunferencia, si “a” es positivo, la circunferencia se presenta a la derecha del polo, pero sí “a” es negativo, la circunferencia se presenta a la izquierda del polo.

Otra característica de esta ecuación es que “a” define el primer valor que toma el radio cuando se realiza la tabulación.

Ejemplo 1: cuando “a” es un número positivo.

Grafica la circunferencia de la ecuación ($r= 3 \cos \theta$)

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) $r=a \cos \theta$

$r= 3\cos \pi/6$

$r=3 \cos 180/6$

$r= 3 \cos 30$

$r= 3(0.87)$

$r= 2.6$

2) $r=a \cos \theta$

$r=3 \cos \pi/4$

$r=3 \cos 180/4$

$r= 3 \cos 45$

$r= 3(0.7)$

$r= 2.1$

3) $r=a \cos \theta$

$r=3 \cos \pi/3$

$r=3 \cos 180/3$

$r= 3 \cos 60$

$r= 3(0.5)$

$r= 1.5$

$$4) r = a \cos \theta$$

$$r = 3 \cos \pi/2$$

$$r = 3 \cos 180/2$$

$$r = 3 \cos 90$$

$$r = 3(0)$$

$$r = 0$$

$$5) r = a \cos \theta$$

$$r = 3 \cos 2\pi/3$$

$$r = 3 \cos 2(180/3)$$

$$r = 3 \cos 360/3$$

$$r = 3 \cos 120$$

$$r = 3(-0.5)$$

$$r = -1.5$$

$$6) r = a \cos \theta$$

$$r = 3 \cos 3\pi/4$$

$$r = 3 \cos 3(180/4)$$

$$r = 3 \cos 540/4$$

$$r = 3 \cos 135$$

$$r = 3(-0.71)$$

$$r = -2.1$$

$$7) r = a \cos \theta$$

$$r = 3 \cos 5\pi/6$$

$$r = 3 \cos 5(180/6)$$

$$r = 3 \cos 900/6$$

$$r = 3 \cos 150$$

$$r = 3(-0.87)$$

$$r = -2.6$$

$$8) r = a \cos \theta$$

$$r = 3 \cos \pi$$

$$r = 3 \cos 180$$

$$r = 3(-1)$$

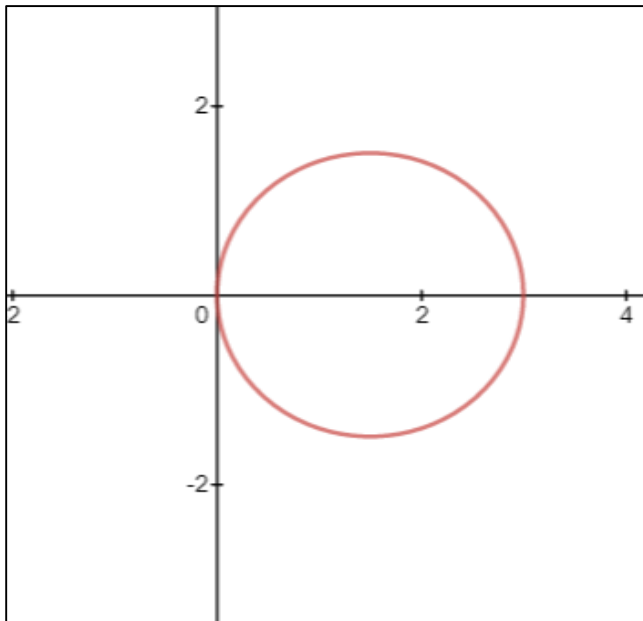
$$r = -3$$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	3	2.6	2.1	1.5	0	-1.5	-2.1	-2.6	-3

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Ejemplo 2: cuando “a” es un número negativo.

Grafica la circunferencia de la ecuación $(r = -3 \cos \theta)$

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos \pi/6$

$r = -3 \cos 180/6$

$r = -3 \cos 30$

$r = -3(0.87)$

$r = -2.6$

2) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos \pi/4$

$r = -3 \cos 180/4$

$r = -3 \cos 45$

$r = -3(0.7)$

$r = -2.1$

3) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos \pi/3$

$r = -3 \cos 180/3$

$r = -3 \cos 60$

$r = -3(0.5)$

$r = -1.5$

4) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos \pi/2$

$r = -3 \cos 180/2$

$r = -3 \cos 90$

$r = -3(0)$

$r = 0$

5) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos 2\pi/3$

$r = -3 \cos 2(180/3)$

$r = -3 \cos 360/3$

$r = -3 \cos 120$

$r = -3(-0.5)$

$r = 1.5$

6) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos 3\pi/4$

$r = -3 \cos 3(180/4)$

$r = -3 \cos 540/4$

$r = -3 \cos 135$

$r = -3(-0.71)$

$r = 2.1$

7) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos 5\pi/6$

$r = -3 \cos 5(180/6)$

$r = -3 \cos 900/6$

$r = -3 \cos 150$

$r = -3(-0.87)$

$r = 2.6$

8) $r = a \cos \theta$

$r = -3 \cos \pi$

$r = -3 \cos 180$

$r = -3 (-1)$

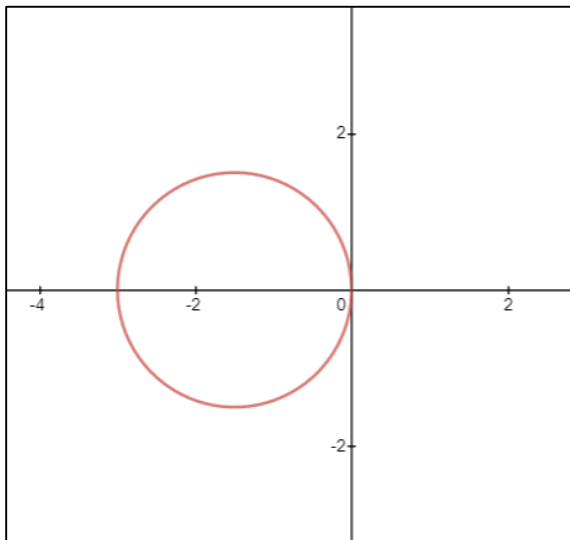
$r = 3$

Con los datos obtenidos se Completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	-3	2.6	-2.1	-1.5	0	1.5	2.1	2.6	3

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



c) Ecuación polar ($r=a \text{ sen } \theta$)

En esta ecuación al igual que la anterior “a” es el radio de la circunferencia, si “a” es positivo, la circunferencia se presenta en la parte superior del polo, pero si “a” es negativo, la circunferencia se presenta en la parte inferior del polo.

Esta ecuación al igual que la anterior tiene una característica es que “a” define el primer valor que toma el radio en la tabulación.

Ejemplo 1: cuando “a” es un número positivo.

Gráfica la circunferencia de la ecuación ($r= 3 \text{ sen } \theta$)

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

1) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} \pi/6$

$r = 3 \operatorname{sen} 180/6$

$r = 3 \operatorname{sen} 30$

$r = 3(0.5)$

$r = 1.5$

2) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} \pi/4$

$r = 3 \operatorname{sen} 180/4$

$r = 3 \operatorname{sen} 45$

$r = 3(0.7)$

$r = 2.1$

3) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} \pi/3$

$r = 3 \operatorname{sen} 180/3$

$r = 3 \operatorname{sen} 60$

$r = 3(0.87)$

$r = 2.6$

4) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} \pi/2$

$r = 3 \operatorname{sen} 180/2$

$r = 3 \operatorname{sen} 90$

$r = 3(1)$

$r = 3$

5) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} 2\pi/3$

$r = 3 \operatorname{sen} 2(180/3)$

$r = 3 \operatorname{sen} 360/3$

$r = 3 \operatorname{sen} 120$

$r = 3(0.87)$

$r = 2.6$

6) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} 3\pi/4$

$r = 3 \operatorname{sen} 3(180/4)$

$r = 3 \operatorname{sen} 540/4$

$r = 3 \operatorname{sen} 135$

$r = 3(0.71)$

$r = 2.1$

7) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} 5\pi/6$

$r = 3 \operatorname{sen} 5(180/6)$

$r = 3 \operatorname{sen} 900/6$

$r = 3 \operatorname{sen} 150$

$r = 3(0.5)$

$r = 1.5$

8) $r = a \operatorname{sen} \theta$

$r = 3 \operatorname{sen} \pi$

$r = 3 \operatorname{sen} 180$

$r = 3(0)$

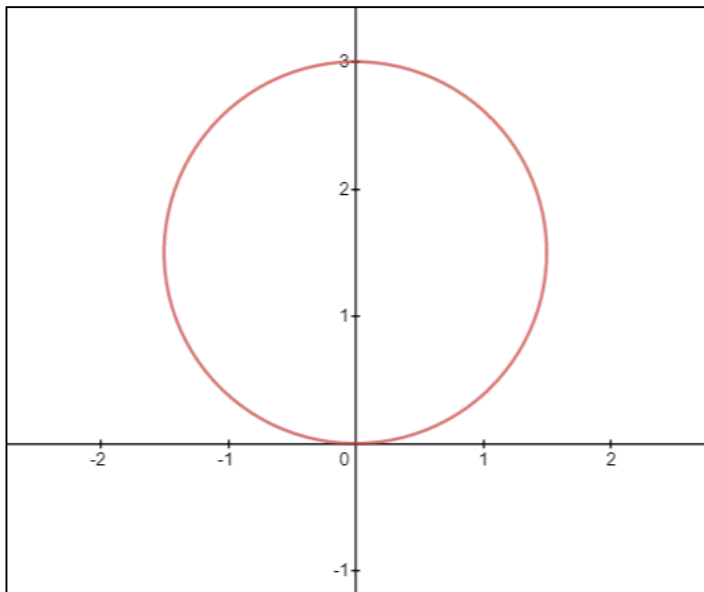
$r = 0$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	3	.5	2.1	2.6	3	2.6	2.1	1.5	0

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

Gráfica



Ejemplo 2: cuando “a” es un número negativo.

Gráfica la circunferencia de la ecuación ($r = -3 \text{ sen } \theta$)

Aquí se muestra la tabla con los valores que toma el ángulo.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r									

Se reemplazan los valores que toma el ángulo para que se determinen los valores del radio.

$$1) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} \pi/6$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 180/6$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 30$$

$$r = -3(0.5)$$

$$r = -1.5$$

$$2) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} \pi/4$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 180/4$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 45$$

$$r = -3(0.7)$$

$$r = -2.1$$

$$3) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} \pi/3$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 180/3$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 60$$

$$r = -3(0.87)$$

$$r = -2.6$$

$$4) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} \pi/2$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 180/2$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 90$$

$$r = -3(1)$$

$$r = -3$$

$$5) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 2\pi/3$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 2(180/3)$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 360/3$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 120$$

$$r = -3(0.87)$$

$$r = -2.6$$

$$6) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 3\pi/4$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 3(180/4)$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 540/4$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 135$$

$$r = -3(0.71)$$

$$r = -2.1$$

$$7) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 5\pi/6$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 5(180/6)$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 900/6$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 150$$

$$r = -3(0.5)$$

$$r = -1.5$$

$$8) r = a \operatorname{sen} \theta$$

$$r = -3 \operatorname{sen} \pi$$

$$r = -3 \operatorname{sen} 180$$

$$r = -3(0)$$

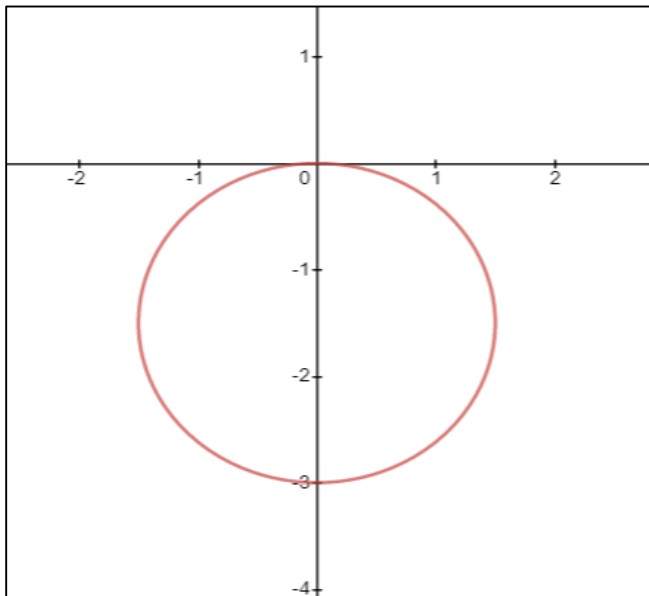
$$r = 0$$

Con los datos obtenidos se completa la tabla.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	-3	1.5	-2.1	-2.6	-3	-2.6	-2.1	-1.5	0

Se ubican los puntos y posteriormente se traza la gráfica.

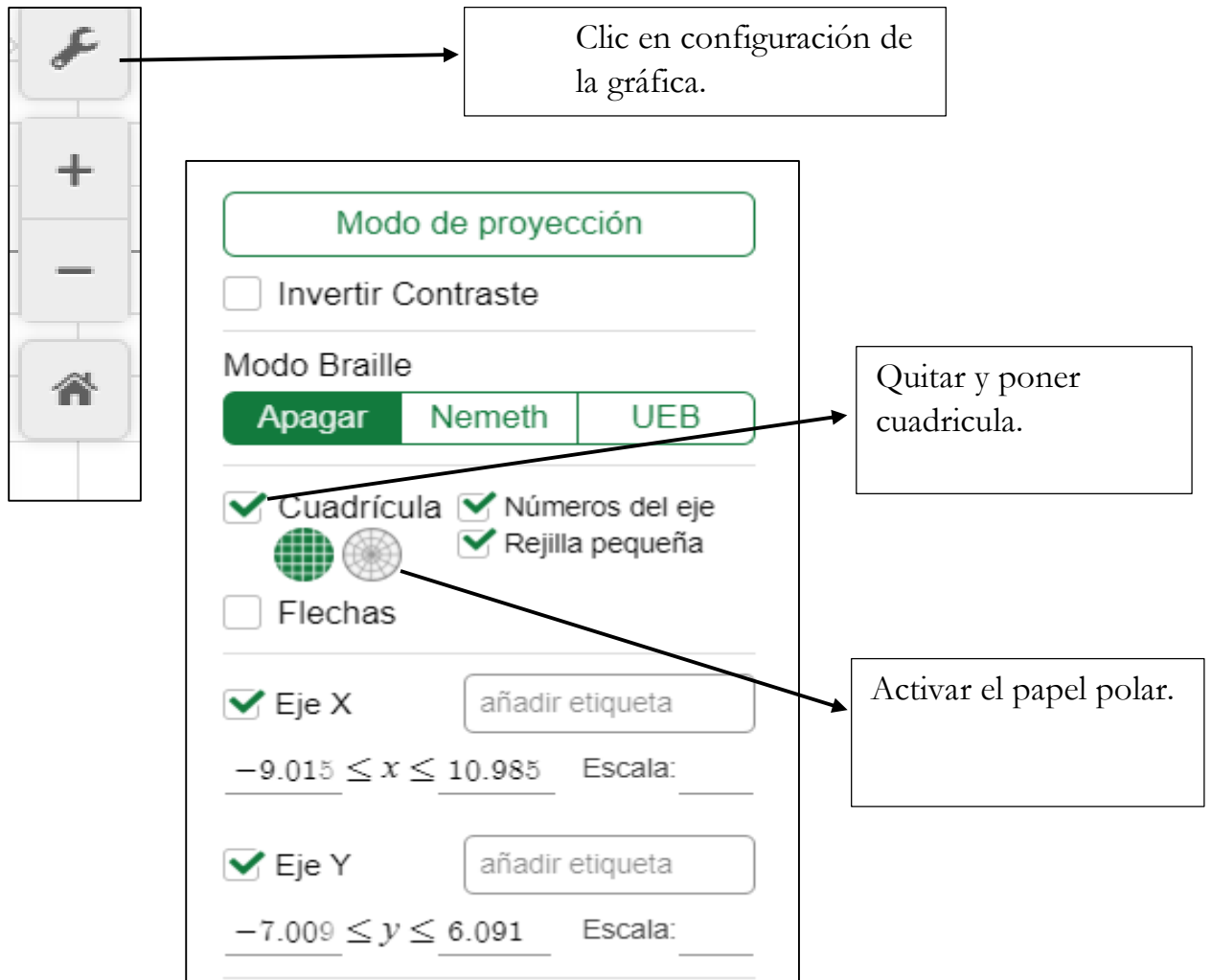
Gráfica



Como se observa en los ejemplos, si “a” es un número positivo la gráfica se presenta en la parte superior del polo, y si “a” es negativo la gráfica se presenta en la parte inferior del polo.

4.5.8 Herramienta Desmos

Configuración de la herramienta demos para que se active el papel polar



The image shows the configuration menu of the Desmos calculator. On the left is a vertical toolbar with icons for settings (wrench), zoom in (+), zoom out (-), and home (house). The settings panel is open, showing various options. Annotations with arrows point to specific elements:

- An arrow points from the wrench icon to a text box: "Clic en configuración de la gráfica."
- An arrow points from the "Nemeth" button in the Braille mode section to a text box: "Quitar y poner cuadrícula."
- An arrow points from the polar grid icon to a text box: "Activar el papel polar."

Modo de proyección

Invertir Contraste

Modo Braille

Apagar **Nemeth** **UEB**

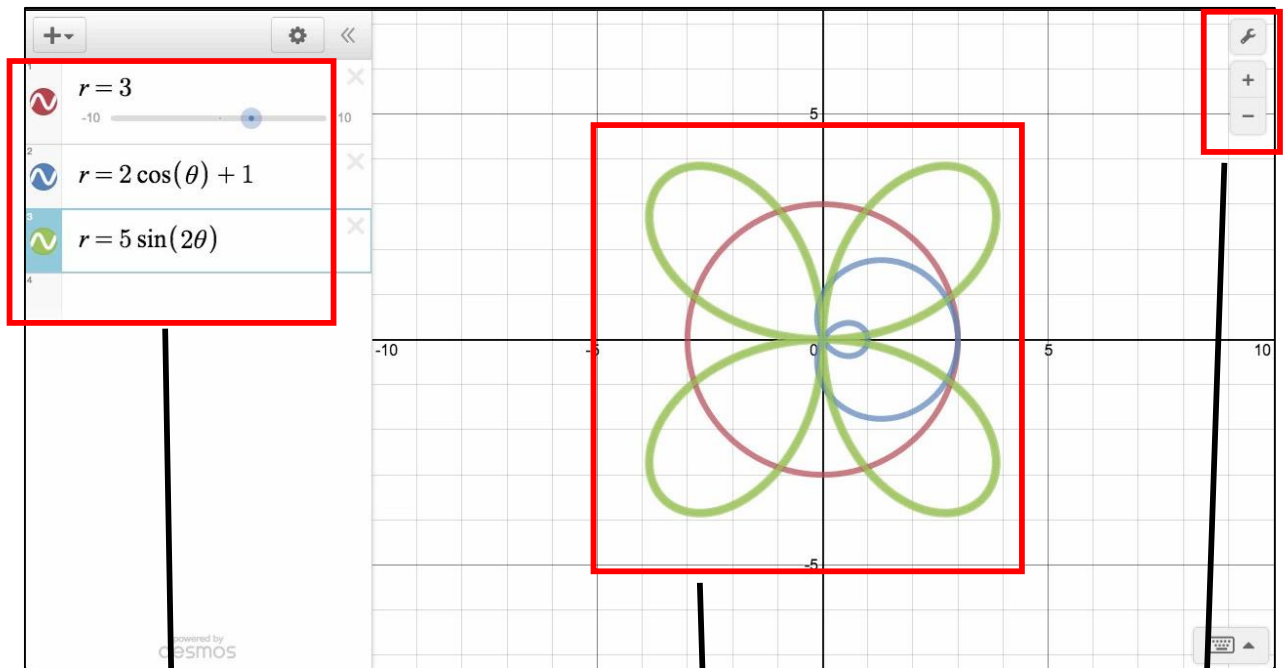
Cuadrícula Números del eje
 Rejilla pequeña

Flechas

Eje X
 $-9.015 \leq x \leq 10.985$ Escala: _____

Eje Y
 $-7.009 \leq y \leq 6.091$ Escala: _____

4.5.9 Gráficas de ecuaciones polares utilizando Desmos

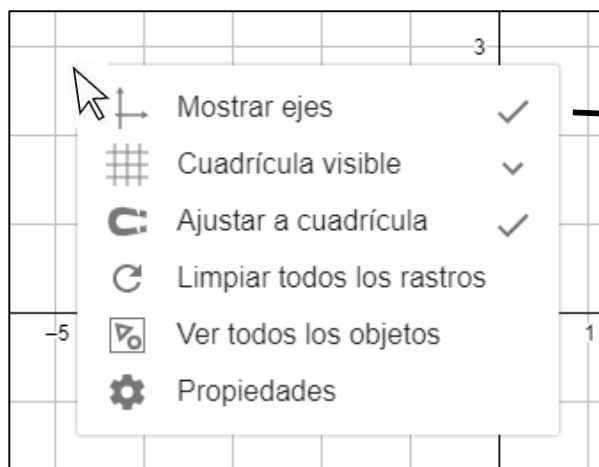


Entrada: en este espacio se colocan las ecuaciones polares.

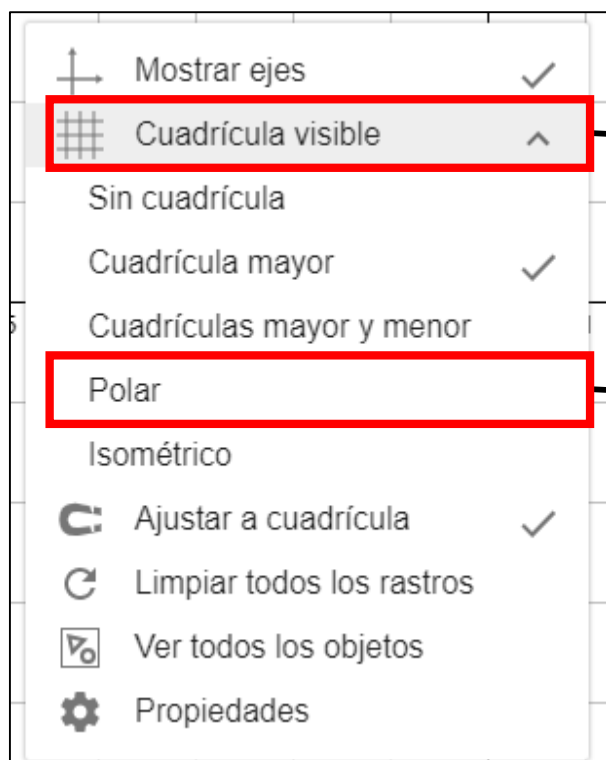
Papel: en este espacio se forma la gráfica.

Configuración: en este espacio se configura la hoja, se puede cambiar a papel polar, se les pueden quitar las cuadrículas, se puede aumentar el zoom y se puede disminuir, entre otras opciones más.

4.5.10 Configuración de GeoGebra para que se active el papel polar



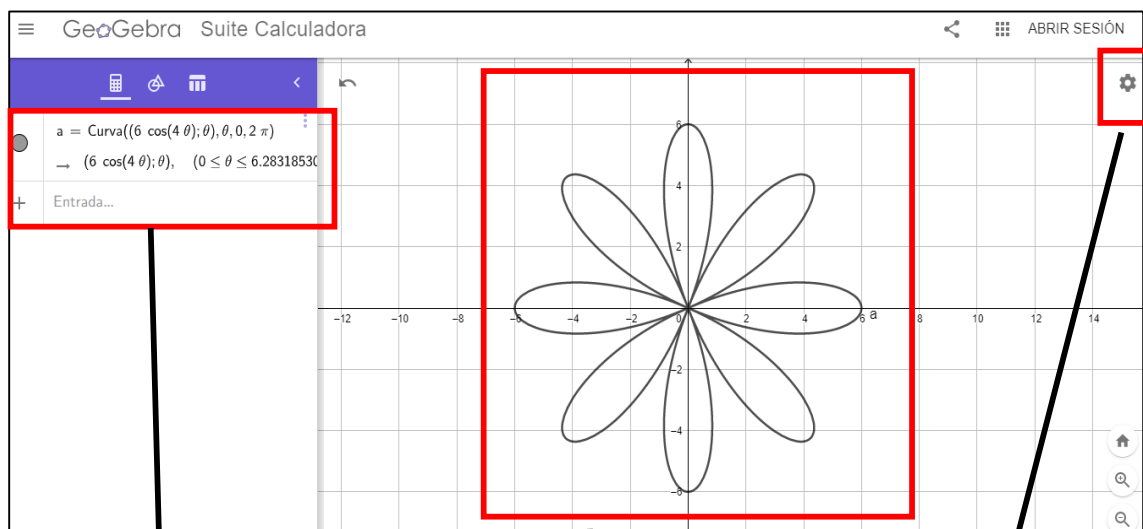
1) Clic derecho en la hoja de trabajo.



2) Clic en cuadrícula visible.

3) Clic en Polar.

4.5.11 Gráfica de ecuaciones polares utilizando GeoGebra



Entrada: en este espacio se colocan las ecuaciones polares.

Papel: en este espacio se forma la gráfica.

Configuración: en este espacio se configura la hoja, se puede cambiar a papel polar, se les pueden quitar las cuadrículas, entre otras cosas.

4.6 Ecuaciones en coordenadas polares de las circunferencias, de las cónicas y las espirales

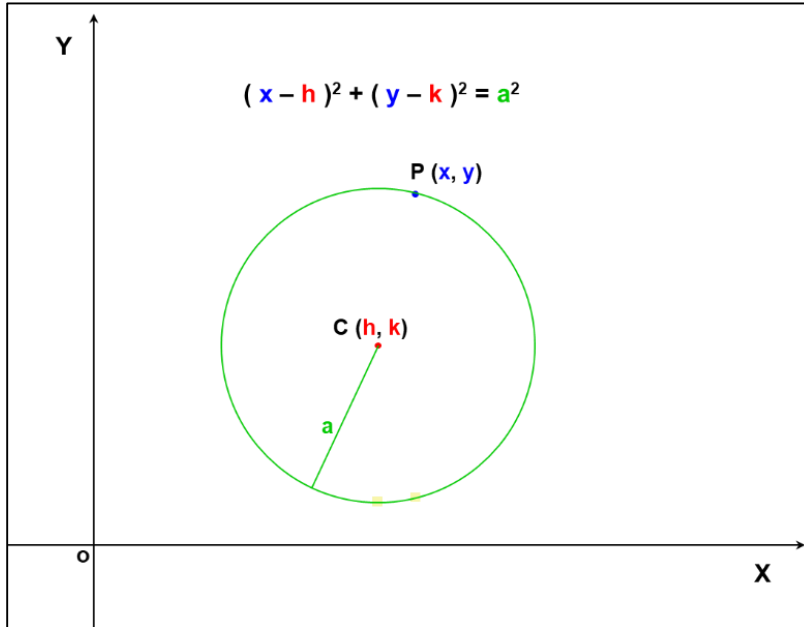
Es una ecuación cuyas variables están en coordenadas polares.

La gráfica de una ecuación polar consiste en todos los puntos cuyas coordenadas polares satisfacen la ecuación.

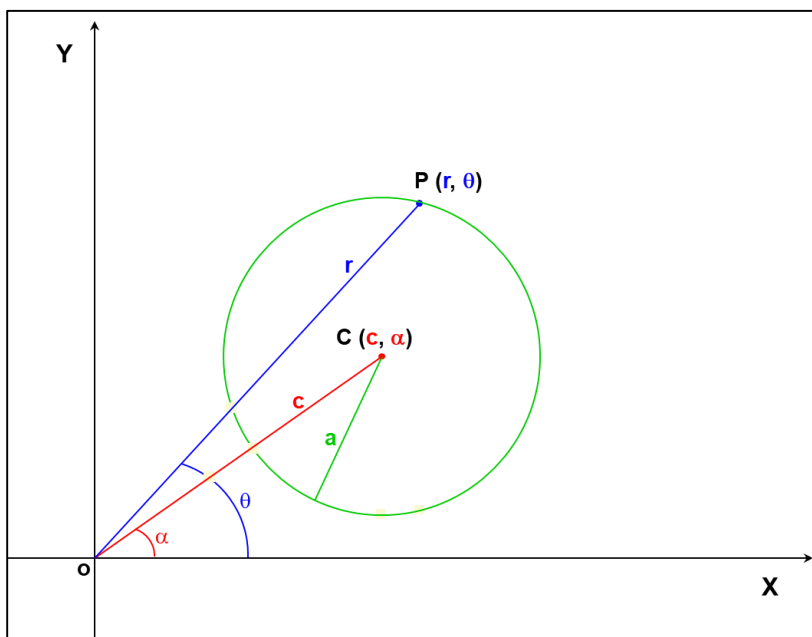


4.6.1 Ecuación polar de la circunferencia

Encuentre la ecuación polar de la circunferencia con centro en el punto (h, k) y radio a .



Solución En este caso si consideramos las coordenadas del centro $C = (c, \alpha)$ y un punto en la circunferencia $P = (r, \theta)$ cuyos ángulos en uno son respectivamente α θ .

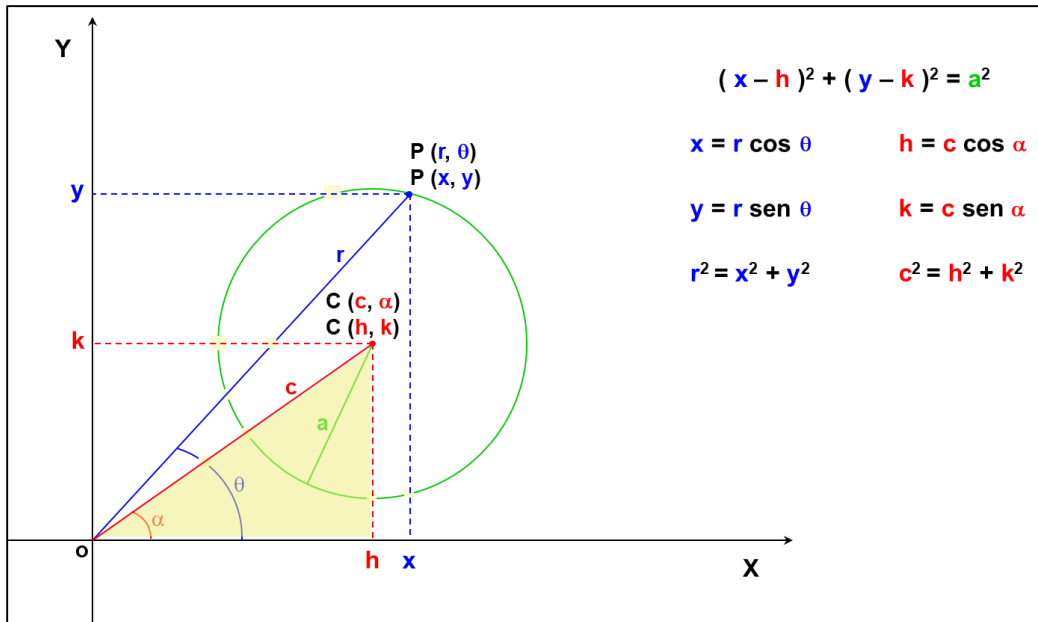


Por otro lado se forma un triángulo rectángulo con las semirrectas y sus respectivas proyecciones a los ejes coordenados, se tiene entonces que:

$$x = r \cos \theta \quad h = c \cos \alpha$$

$$y = r \sin \theta \quad k = c \sin \alpha$$

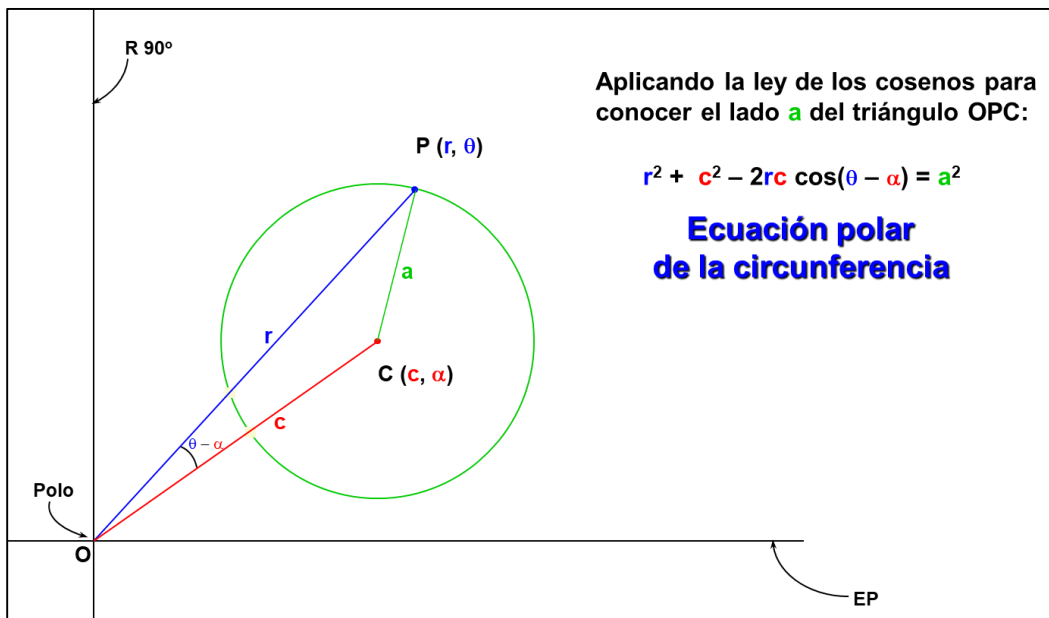
$$r^2 = x^2 + y^2 \quad c^2 = h^2 + k^2$$



Se sustituye estos valores en la ecuación $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$ y se tiene

$$r^2 + c^2 - 2rc \cos(\theta - \alpha) = a^2$$

Se puede llegar a la misma expresión polar, si se utiliza la ley de cosenos en el triángulo ΔOPC , en este caso



Ejemplo 1:

Determine la ecuación polar cuando la circunferencia tiene el centro ($c=0$, $\alpha=0$) y un radio de $r=6$.

Datos:

$$c=0$$

$$\alpha=0$$

$$r=6$$

Fórmulas:

Fórmula de la recta

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Fórmula polar

$$(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$$

Solución:

$$(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 6^2$$

Nota

El hecho de que el radio esté elevado al exponente cuadrado no significa que se resuelva. Si no que se expresa de esa forma para encontrar la magnitud de dicha circunferencia, tomando en cuenta que la circunferencia forma un triángulo rectángulo donde se tiene que:

$$r^2 = x^2 + y^2 \text{ o también } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

4.6.2 Configuración de la herramienta Desmos para que se active el papel polar

Clic en configuración de la gráfica.

Quitar y poner cuadrícula.

Activar el papel polar.

Modo de proyección

Invertir Contraste

Modo Braille

Apagar Nemeth UEB

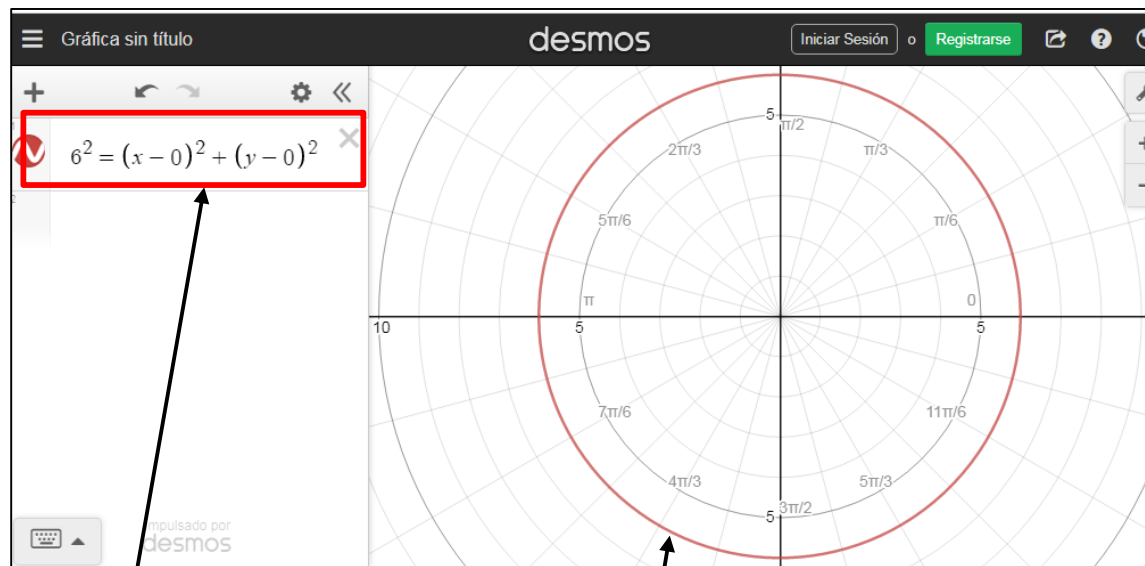
Cuadrícula Números del eje Rejilla pequeña

Flechas

Eje X $-9.015 \leq x \leq 10.985$ Escala: _____

Eje Y $-7.009 \leq y \leq 6.091$ Escala: _____

4.6.3 Gráfica de la circunferencia en Desmos



En la opción entrada se inserta la ecuación.

Vista de la gráfica formada en el papel polar.

Ejemplo 2:

Determine la ecuación polar cuando la circunferencia tiene el centro ($c=3, \alpha=4$) y un radio de $r=2$.

Datos:

$$c=3$$

$$\alpha=4$$

$$r=2$$

Fórmula:

$$(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$$

Solución:

$$(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 2^2$$



4.6.4 La cónica

Es el espacio geométrico de un punto en el plano que se mueve de tal manera que la razón de la distancia desde un punto fijo (foco) a un punto P que pertenece a la cónica y a una recta fija llamada (directriz).

La razón constantes es la **excentricidad** de la cónica y se denota “e”.

4.6.5 Ecuación general de una cónica en coordenadas polares

$$r = \frac{ep}{1 + e \cos \theta} \text{ cónica horizontal, directriz vertical}$$

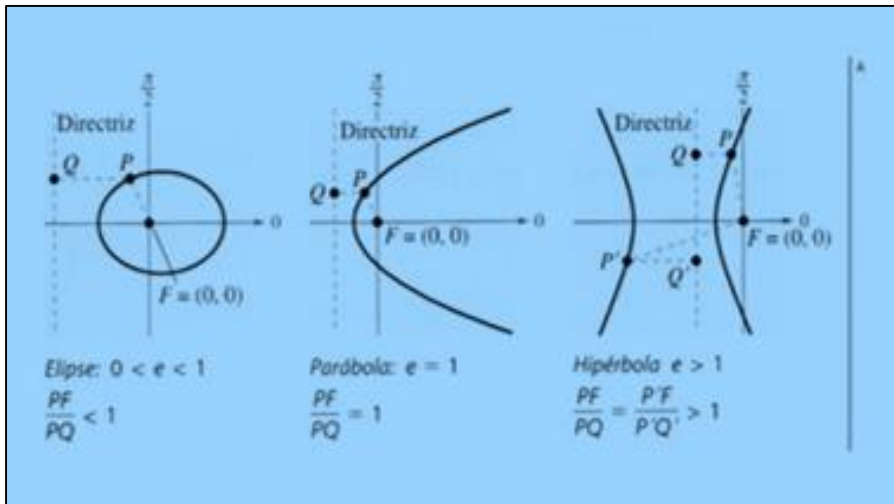
p: es la distancia del foco a la directriz

e: es la excentricidad

La ecuación obtenida es válida para cualquier cónica, estas se clasifican según los valores de la excentricidad “e”

4.6.6 Las cónicas se clasifican según el valor de su excentricidad

- ✓ Si $e < 1$ La cónica es una elipse
- ✓ Si $e = 0$ es una circunferencia.
- ✓ Si $e = 1$ La cónica es una parábola
- ✓ Si $e > 1$ La cónica es una hipérbola.



Ejemplo 1:

4.6.6.1 Cuando la cónica es un Elipse

Identifique el tipo de cónica representada por la ecuación ($ep=15$, el término independiente es 3 y para que se encuentre la excentricidad un valor determinado de 2).

Datos:

$$ep=15$$

$$ti=3$$

$$e=?$$

Fórmula:

$$r = \frac{ep}{1 + e \cos \theta}$$

Solución:

$$r = \frac{15}{3 + 2 \cos \theta}$$

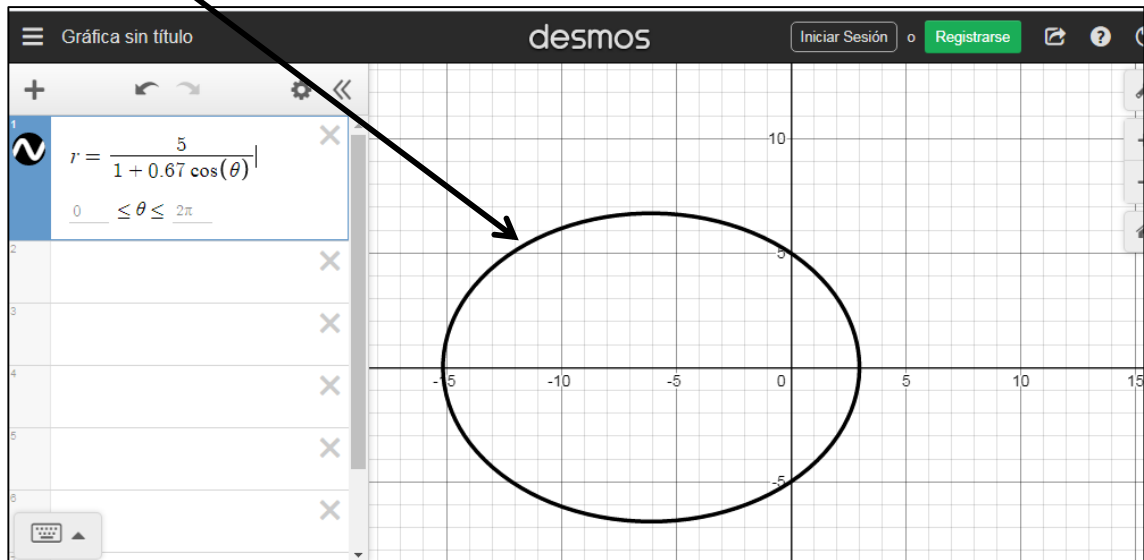
$$r = \frac{(15) \div 3}{\frac{3}{3} + \frac{2}{3} \cos \theta}$$

$$r = \frac{5}{1 + 0.67 \cos \theta}$$

$$e=0.67$$

Esta cónica es llamada elipse por el motivo de que la excentricidad es menor que 1 ($e < 1$)

Elipse



Ejemplo 2:

4.6.6.2 Cuando la cónica es una Hipérbola

Identifique el tipo de cónica representada por la ecuación ($ep=30$, el término independiente es 3 y para encontrar la excentricidad un valor determinado de 5).

Datos:

$$ep=30$$

$$ti=3$$

$$e=?$$

Fórmula:

$$r = \frac{ep}{1 + e \cos \theta}$$

Solución:

$$r = \frac{30}{3 + 5 \cos \theta}$$

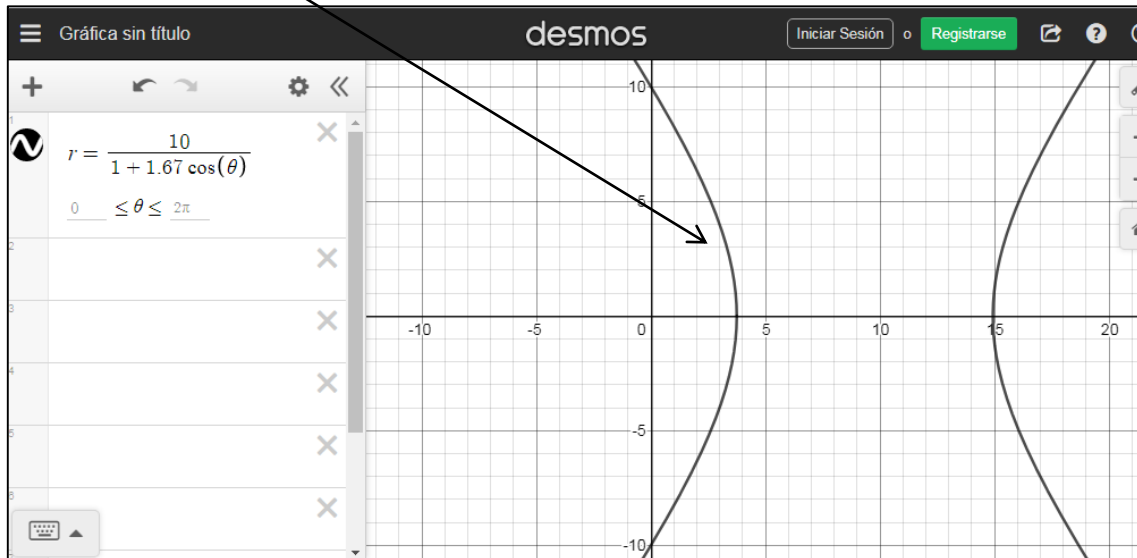
$$r = \frac{(32) \div 3}{\frac{3}{3} + \frac{5}{3} \cos \theta}$$

$$r = \frac{10}{1 + 1.67 \cos \theta}$$

$$e=1.67$$

Esta cónica es llamada hipérbola por el motivo de que la excentricidad es mayor que 1, ($e > 1$)

Hipérbola



Ejemplo 3:

4.6.6.3 Cuando la cónica es una parábola

Identifique el tipo de cónica representada por la ecuación ($ep=12$, término independiente es 4 y para encontrar la excentricidad un valor determinado de 4).

Datos:

$$ep=12$$

$$ti=4$$

$$e=?$$

Fórmula:

$$r = \frac{ep}{1 + e \cos \theta}$$

Solución:

$$r = \frac{12}{4 + 4 \cos \theta}$$

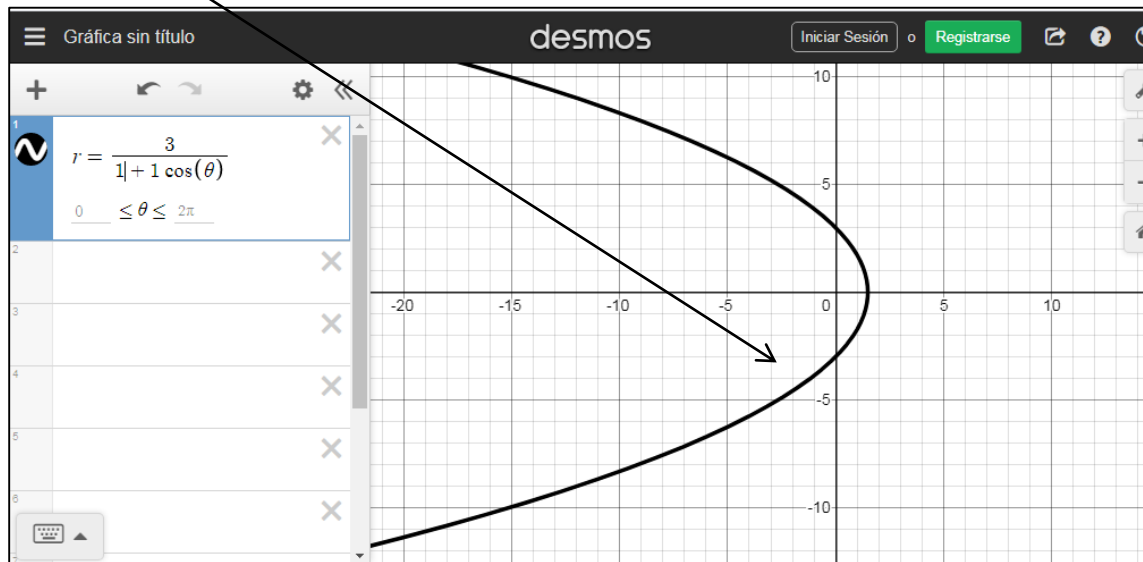
$$r = \frac{(12) \div 4}{\frac{4}{4} + \frac{4}{4} \cos \theta}$$

$$r = \frac{3}{1 + 1 \cos \theta}$$

$$e=1$$

Esta cónica es llamada parábola por el motivo de que la excentricidad es igual a 1, ($e=1$)

Parábola



4.6.7 Espiral

La espiral de Arquímedes es una famosa espiral descubierta por Arquímedes, la cual puede expresarse también como una ecuación polar simple. Se representa por la ecuación.

$$r(\theta) = a + b(\theta)$$

Un cambio en el parámetro “a” producirá un giro en la espiral, mientras que “b” controla la distancia entre los brazos, la cual es constante para una espiral dada. La espiral de Arquímedes tiene dos brazos, uno para $(\theta > 0)$ y otro $(\theta < 0)$. Los dos brazos están conectados en el polo.

Ejemplo 1:

Determine la espiral cuando “a” toma un valor de 2 y “b” toma un valor de 3.

Datos:

$$a=2$$

$$b=3$$

$$\theta = 0^\circ \text{ hasta } 360^\circ$$

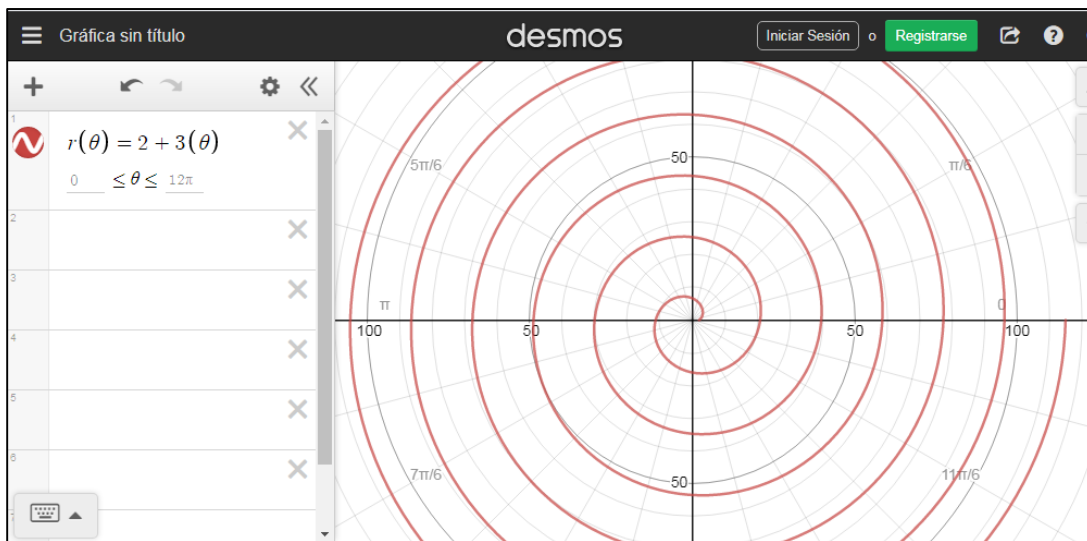
Fórmula:

$$r(\theta) = a + b(\theta)$$

Solución

$$r(\theta) = 2 + 3(\theta)$$

Espiral formada cuando $a=2$ y $b=3$



Ejemplo 2:

Determine la espiral cuando “a” toma un valor de 0 y “b” toma un valor de 10

Datos:

$$a=0$$

$$b=10$$

$$\theta = 0^\circ \text{ hasta } 360^\circ$$

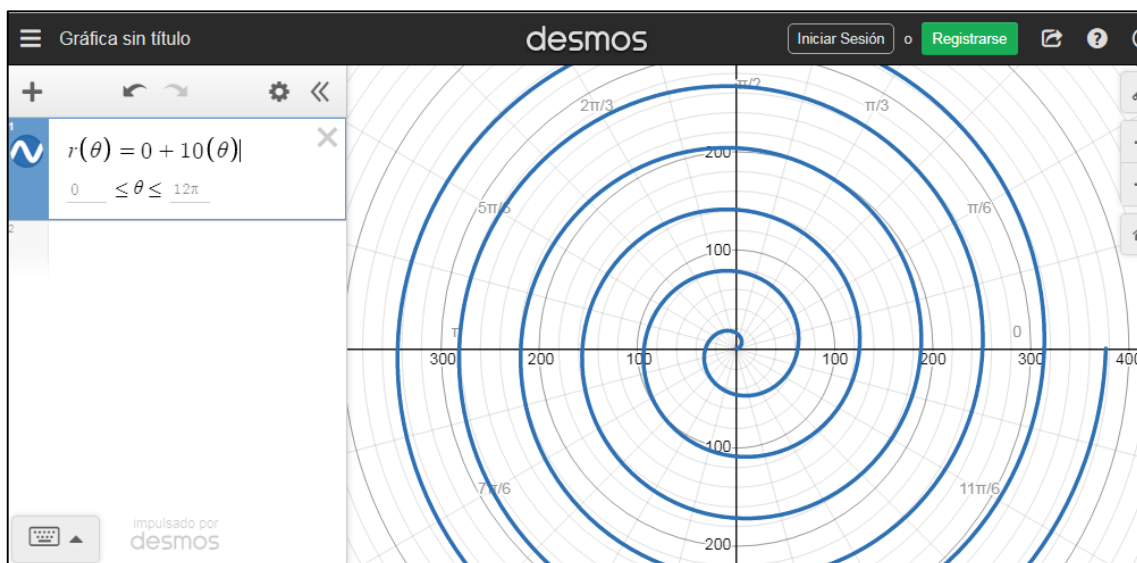
Fórmula:

$$r(\theta) = a + b(\theta)$$

Solución

$$r(\theta) = 0 + 10(\theta)$$

Espiral formada cuando $a=0$ y $b=10$



Ejemplo 3:

Determine la espiral cuando “a” toma un valor de 0 y “b” toma un valor de 5.

Datos:

$$a=0$$

$$b=5$$

$$\theta = 0^\circ \text{ hasta } 360^\circ$$

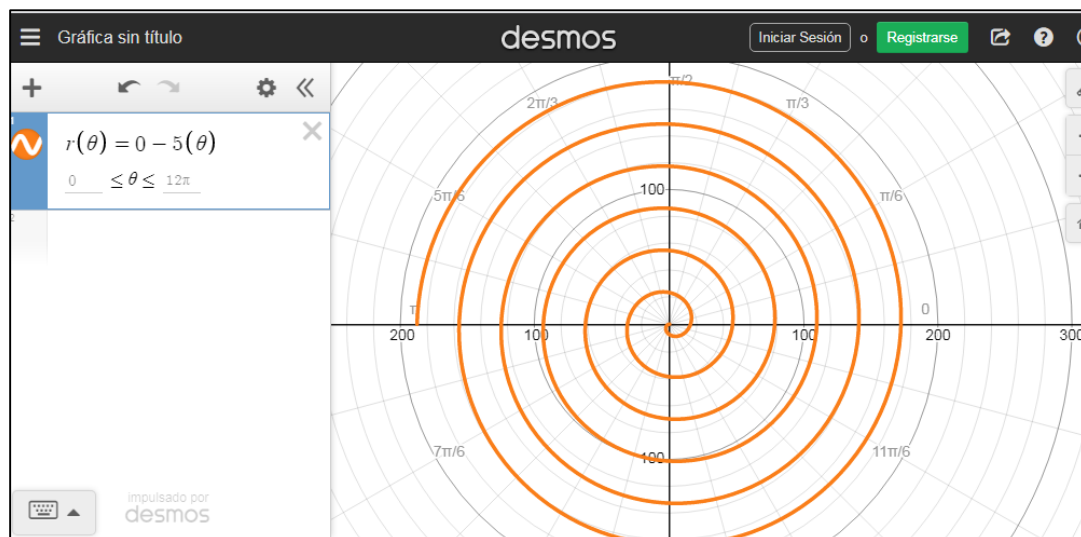
Fórmula:

$$r(\theta) = a - b(\theta)$$

Solución

$$r(\theta) = 0 - 5(\theta)$$

Espiral formada cuando $a=0$ y $b=5$



4.7 Raíces de ecuaciones

Son aquellos valores que satisfacen la ecuación, que sustituyendo las incógnitas o variables convierten la ecuación en una identidad, estos valores se determinan mediante factorización, fórmula general, la regla de Ruffini, teorema de los ceros racionales, Po-Shen Loh o simplemente mediante la adicción, sustracción, y división de términos algebraicos.

4.7.1 Raíces o solución de una ecuación de lineal con una incógnita o variable

Las ecuaciones lineales con una incógnita o variable tienen una única raíz, tal que “x” solo toma un valor.

4.7.2 Raíces de una ecuación por el método de adición, sustracción y división

Se agrupan los términos acompañados de las variables en un lado de la igualdad y los términos independiente en el otro lado de la igualdad, y se realizan las operaciones que se generen en ambos lados de la igualdad.

Ejemplo:

Determine la raíz de la ecuación ($5x-6=3x+8$)

Solución:

$$5x - 6 = 3x + 8$$

$$5x - \cancel{6} + \cancel{6} = 3x + 8 + 6$$

$$5x = 3x + 14$$

$$5x - 3x = \cancel{3x} - \cancel{3x} + 14$$

$$2x = 14$$

$$\cancel{2}x = \frac{14}{\cancel{2}}$$

$$x = 7$$

7 es el único valor que hace que la ecuación sea una identidad, por lo tanto 7 es la raíz de dicha ecuación.

Comprobación:

$$5x - 6 = 3x + 8$$

$$5(7) - 6 = 3(7) + 8$$

$$35 - 6 = 21 + 8$$

$$29 = 29$$

Una identidad.

4.7.3 Raíces de ecuaciones cuadráticas

Toda ecuación de segundo grado tiene dos raíces que son los valores que toma la incógnita o variable. Cuando se resuelve una ecuación de segundo grado se obtiene dos raíces de la ecuación.

4.7.3.1 Tipos de ecuaciones cuadráticas

Las ecuaciones cuadráticas son de dos tipos, completas e incompletas, dependiendo si existen los términos dependientes de “b” o independiente “c”, donde “b” es el coeficiente del término lineal y “c” es el término independiente, si falta el término cuadrático entonces la ecuación no es de segundo grado.

4.7.3.2 Ecuaciones de segundo grado completas

Son aquellas ecuaciones que tienen la forma $x^2+bx+c=0$, donde todos sus términos se encuentran presentes.

Ejemplo:

$$2x^2+3x+4=0$$

En este caso $a=2$, $b=3$ y $c=4$

4.7.3.3 Ecuaciones de segundo grado incompletas

Es cuando le falta algunos de sus términos, la ecuación puede presentarse de la siguiente manera.

Cuando falta el término lineal

$$ax^2+c=0$$

Cuando falta el término independiente

$$ax^2+bx=0$$

Nota

Cuando falta el término independiente se asume que dicho término es igual a cero.

Para que se determinen las raíces de una ecuación cuadrática es necesario que se aplique la fórmula general o mediante el caso de factorización.

Fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Factorización

$$x^2 + bx + c$$

4.7.4 Paso para que se trabaje con la fórmula general

- ✓ Se identifican los coeficientes a, b, y c.
- ✓ Se sustituyen en la fórmula
- ✓ Se calcula x_1 sumando el discriminante y x_2 restando el discriminante.

Ejemplo:

Determine las raíces de la siguiente ecuación cuadrática ($x^2 - 4x + 4 = 0$) mediante la fórmula general.

Para esto se identifica los coeficientes de la ecuación y luego se sustituyen en la fórmula general.

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

Datos:

$$a = 1$$

$$b = -4$$

$$c = 4$$

Solución:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x_1 = \frac{4}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{4}{2}$$

$$x_2 = 2$$

4.7.5 Raíces de ecuaciones cuadráticas mediante factorización (x^2+bx+c)

En este caso se aplica el siguiente procedimiento.

- Se le extrae la raíz al término cuadrático $\sqrt{x^2}=x$.
- La raíz del primer término dentro de dos pares de paréntesis diferentes. En el primer par de paréntesis a la raíz se le coloca el signo del segundo término y al siguiente par de paréntesis, a la raíz se le coloca el signo que resulta del producto de los signos del segundo y el tercer término.
- Se busca dos cantidades que multiplicada generen el tercer término y sumada o restada el coeficiente del segundo término.

Ejemplo:

Determine las raíces de la siguiente ecuación ($x^2-7x+10=0$) mediante el caso de factorización x^2+bx+c .

$$x^2-7x+10=0$$

Solución:

$$\sqrt{x^2}=x$$

$$(x-5)(x-2)$$

Para que se obtengan las dos raíces se debe igualar ambos factores a cero y luego se despejan sus respectivas variables, como se muestra en los cuadros que están debajo.

Se iguala a cero el primer factor y luego se despeja la variable

$$(x-5) = 0$$

$$x_1 = 0 + 5$$

$$\mathbf{x_1 = 5}$$

Se iguala a cero el primer factor y luego se despeja la variable

$$(x-2) = 0$$

$$x_2 = 0 + 2$$

$$\mathbf{x_2 = 2}$$

Las raíces de dicha ecuación son 5 y 2

4.7.6 Solución de ecuaciones cuadráticas utilizando el método de Po-Shen Loh

Paso para que se trabaje con la fórmula de Po-Shen Loh

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$$

- ✓ Se identifican los coeficientes a, b, y c.
- ✓ Se sustituyen en la fórmula.
- ✓ Se calcula x_1 sumando el discriminante y x_2 restando el discriminante.

Nota

Para que se aplique dicha fórmula en todo caso el coeficiente principal debe ser unidad (1)

Ejemplo:

Determine las raíces de la siguiente ecuación mediante la fórmula de Po-Shen loh.

$$x^2+8x+12=0$$

Datos:

$$a=1$$

$$b=8$$

$$c=12$$

Fórmula:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$$

$$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\frac{8^2}{4} - 12}$$

$$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\frac{64}{4} - 12}$$

$$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{16 - 12}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{4}$$

$$x = -4 \pm 2$$

$$x_1 = -4 + 2$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -4 - 2$$

$$x_2 = -6$$

4.7.7 Raíces de ecuaciones con exponentes mayores a 2

Cuando se tiene una situación donde la ecuación tiene los exponentes de sus variables o incógnitas de grado mayor que 2, entonces se tiene una ecuación cuyas raíces se encuentran utilizando el método de Ruffini, al igual que las ecuaciones de grado 1 y grado 2, las raíces son números reales que hacen que la ecuación sea una identidad.

4.7.7.1 Raíces de una ecuación cúbica o de exponente 3

Las ecuaciones cúbicas son aquellas que su mayor exponente es 3, este tipo de ecuaciones tienen la siguiente forma: $ax^3+bx^2+cx+d=0$

Donde a, b, c y d son números, generalmente racionales ($a \neq 0$).

Ejemplo 1:

Determine las raíces de la siguiente ecuación $-x^2+x^3 -4x+4 =0$, mediante la **Ruffini**.

Proceso para que se obtengan las raíces de una ecuación utilizando el método de Ruffini:

- ✓ Se organiza la ecuación de forma descendente, desde su mayor grado hasta el menor.
- ✓ Se extrae los divisores del término independiente y se identifican los coeficientes.
- ✓ Se comprueba mediante la **regla de Ruffini** con los divisores extraídos, buscando así que se reduzcan los grados de la ecuación.

Forma descendiente

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$$

Divisores de 4 = {1, -1, 2, -2, 4, -4}

Datos

$$a=1$$

$$b=-1$$

$$c=-4$$

$$d=4$$

Regla de Ruffini

	1	-1	-4	4
1		1	0	-4
	1	0	-4	0
2		2	4	
	1	2	0	
-2		-2		
	1	0		

Las raíces de dicha ecuación las siguientes

$$\{x=-2, x=1, x=2\}$$

Ejemplo 2:

Encuentra las raíces de la siguiente ecuación de quinto grado

$$X^5 - 12x^3 - 2x^2 + 27x + 18 = 0$$

Término independiente $\rightarrow 18$

Divisores del término independiente {1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6, 9, -9, 18, -18}

Ruffini

$$x^5 - 12x^3 - 2x^2 + 27x + 18 = 0$$

	1	0	-12	-2	+27	+18
-1		-1	1	11	-9	-18
	1	-1	-11	9	18	0

$x^3 - 2x^2 - 9x + 18$

	1	-2	-9	+18
2		2	0	-18
	1	0	-9	0

$x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$

	1	-1	-11	9	18
-1		-1	2	9	-18
	1	-2	-9	18	0

$$x^2 - 9$$

Cuando se obtiene la ecuación de segundo grado, se obtienen las raíces por factorización o por fórmula general, ya que la expresión queda como el caso (x^2+bx+c) .

En este caso se aplica el siguiente procedimiento:

- A. Se le extrae la raíz al término cuadrático $\sqrt{x^2}=x$.
- B. La raíz del primer término dentro de dos pares de paréntesis diferentes. En el primer par de paréntesis a la raíz se le coloca el signo del segundo término y al siguiente par de paréntesis, a la raíz se le coloca el signo que resulta del producto de los signos del segundo y el tercer término.
- C. Se busca dos cantidades que multiplicada generen el tercer término y sumada o restada el coeficiente del segundo término.

Se igualan ambos factores a cero y luego se despejan las variables, para que se obtengan las dos raíces faltantes.

$x^2 - 9$	$(X+3) = 0$	$(x-3) = 0$
$\sqrt{x^2}=x$	$X=0+3$	$X=0-3$
$(x+3) (x-3)$	$X=3$	$X=-3$

Las raíces de la ecuación $(x^5-12x^3-2x^2+27x+18=0)$ son las siguientes:

$(-1,2,3,-3)$.

4.7.8 Teorema de los ceros racionales

Para que se determine las raíces de una ecuación cúbica mediante el **teorema de los ceros racionales**, se extraen los divisores del término independiente y se dividen cada uno de ellos entre los divisores del coeficiente principal y luego mediante la división sintética se comprueba con cada uno de los resultantes.

Ejemplo

Determine las raíces de la siguiente ecuación cúbica mediante el **teorema de los ceros racionales**.

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$$

Divisores del término constante (4)

$$\{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$$

Divisores del coeficiente principal (1)

$$\{1, -1\}$$

$$p/q = \frac{1 \quad 2 \quad 4}{1} = 1, 2, 4 \quad p/q = 1, 2, 4$$

Regla de Ruffini

	1	-1	-4	4
1		1	0	-4
	1	0	-4	0

$$X^2 - 4 = 0$$

Se factoriza mediante el caso $x^2 + bx + c$.

$$(x + 2)(x - 2) = 0 \quad (x - 2) = 0$$

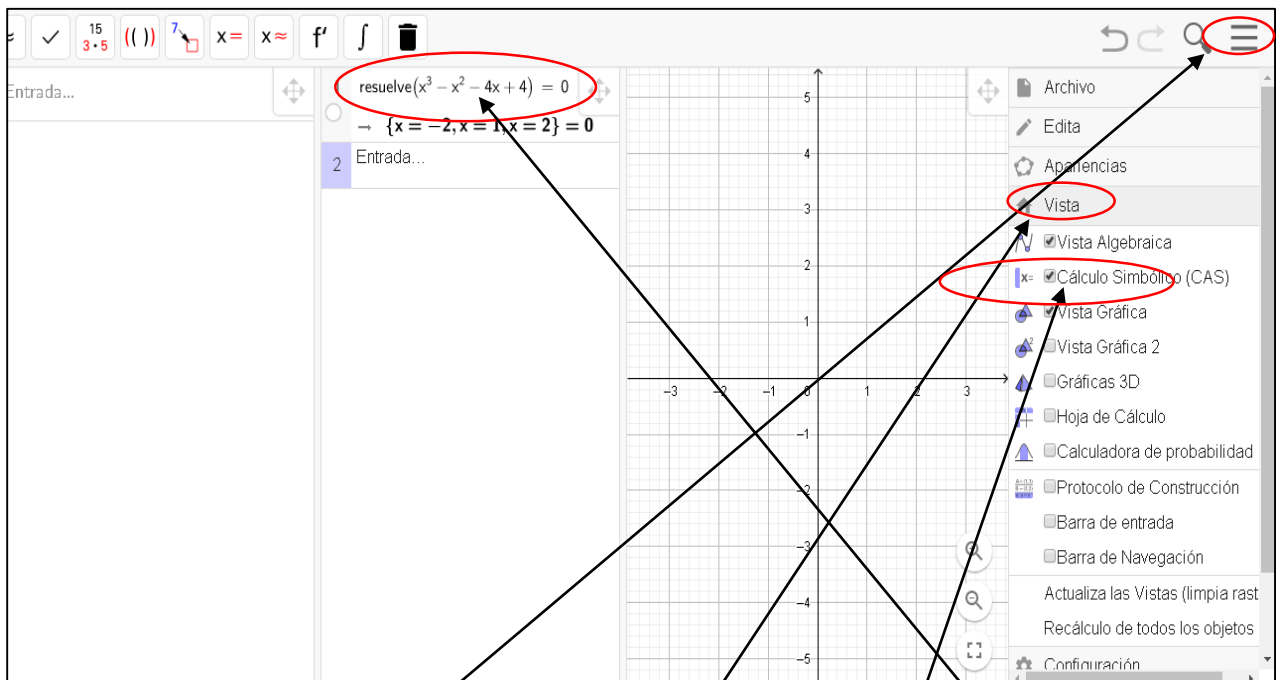
$$(X + 2) = 0 \quad x = 0 + 2$$

$$x = 0 - 2 \quad x_2 = 2$$

$$x_1 = -2$$

4.7.9 Raíces de una ecuación utilizando GeoGebra

Para que se obtenga la solución de una ecuación, se accede a la herramienta GeoGebra, clic en el menú opción (**tres rayitas**), **vista y cálculo simbólico (cas)**, en la opción **entrada (1)** se escribe resuelve, luego dentro de paréntesis se escribe la ecuación y por último se presiona la tecla enter.



1
Clic en el menú de opciones, sirve para que se inserte diferentes opciones de trabajo.

2
Clic en vista.

3
Clic en cálculo simbólico.

4
Escribir resuelve la ecuación

4.8 Sistema de ecuaciones lineales

Sistema de ecuaciones lineales es una agrupación de ecuaciones lineales que tienen más de una incógnita. Las incógnitas se muestran en varias de las ecuaciones, pero no específicamente en todas. Lo que hacen estas ecuaciones es una mezcla de las incógnitas entre sí.

Para que se resuelva un sistema de ecuaciones es necesario que se encuentren los valores de cada incógnita para que se cumplan todas las ecuaciones del sistema.

Existen diversos tipos de sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. La razón de esto es porque cada ecuación lineal de dos variables que se representa por una recta en el plano, y si son dos ecuaciones entonces se tiene dos rectas, las cuales aparecen de las siguientes formas:

- A. Rectas que se cortan en un solo punto.
- B. Rectas que coinciden en una infinidad de puntos.
- C. Rectas que son paralelas, no coinciden en algún punto.

Debido a estas razones, es necesario que se clasifiquen los sistemas de ecuaciones, ya que cada uno presenta diferentes situaciones.

4.8.1 Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales

Los sistemas de ecuaciones lineales se clasifican según su número de soluciones como son:

4.8.1.1 Compatible determinado

Tiene una única solución, la representación son dos rectas que se cortan en un punto.

Ejemplo:

Se busca primero su solución analítica por el método de reducción de variables, consiste en que se multiplica a una ecuación por un número adecuado, para que se logre la cancelación de una variable que se suman en ambas ecuaciones.

$$(1) \quad 3x - \cancel{4y} = -6$$

$$(2) \quad \underline{2x + \cancel{4y} = 16}$$

$$\cancel{\frac{5x}{5}} \quad 0 = \frac{10}{5}$$

$$\mathbf{x = 2}$$

Cuando se ha encontrado el valor de “x”, se encuentra la otra variable sustituyendo a “x” en cualquiera de las dos ecuaciones.

Sustituye a x en la ecuación número 2

$$2x + 4y = 16$$

$$2(2) + 4y = 16$$

$$4 + 4y = 16$$

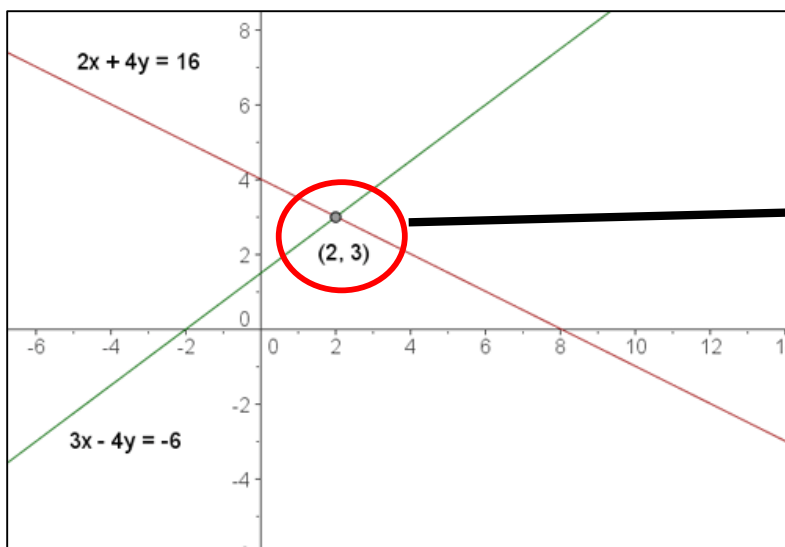
$$\cancel{4} - \cancel{4} + 4y = 16 - 4$$

$$\frac{\cancel{4y}}{\cancel{4}} = \frac{12}{4}$$

$$\mathbf{y = 3}$$

Los puntos de la intersección entre las dos rectas de “x, y “son

(2,3)



Punto de intersección de las dos rectas.

4.8.1.2 Compatible indeterminado

La característica principal de este sistema es que tiene infinitas soluciones, en otras palabras, las dos rectas tienen la misma gráfica, significa que cualquiera de los puntos de una recta también será de la otra, debido a esto existen infinitas soluciones.

Ejemplo:

Encuentra la solución en el siguiente sistema de ecuaciones de orden 2x2

$$(1) \quad x + y = 1$$

$$(2) \quad 2x + 2y = 2$$

Se busca primero su solución analítica por el método de reducción de variables, se recuerda que consiste en que multiplica a una ecuación por un número adecuado, para que logre la cancelación de una variable que se suman en ambas ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 1(-2) \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\cancel{-2x} - \cancel{2y} = \cancel{-2}$$

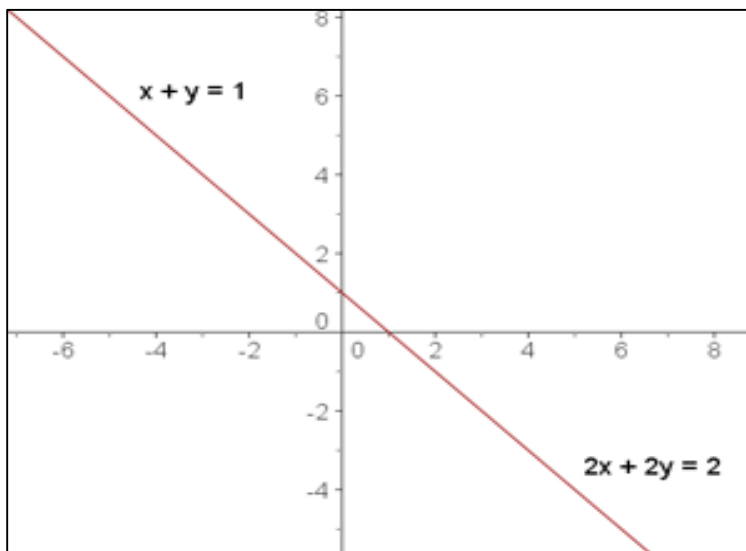
$$\frac{\cancel{2x} + \cancel{2y} = \cancel{2}}{0 \quad 0 = 0}$$

$$0 = 0$$

Nota:

Como se ve en la ecuación se llega a una igualdad que siempre ocurrirá, indicando que de sus puntos (x, y) serán solución del sistema siempre y cuando pertenezcan a una recta.

Gráficamente se obtiene dos rectas coincidentes. Cualquiera de los puntos de la recta es solución.



4.8.1.3 Incompatible

Aquí ambas rectas son paralelas, no hay puntos en común, significa que el sistema no tiene solución.

Se plantea la ecuación

$$(1) \quad x + y = 3$$

$$(2) \quad 2x + 2y = 2$$

Se busca primero su solución analítica por el método de reducción de variables, se recuerda que consiste en que se multiplica a una ecuación por un número adecuado, para que se logre la cancelación de una variable que se suman en ambas ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 3(-2) \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$

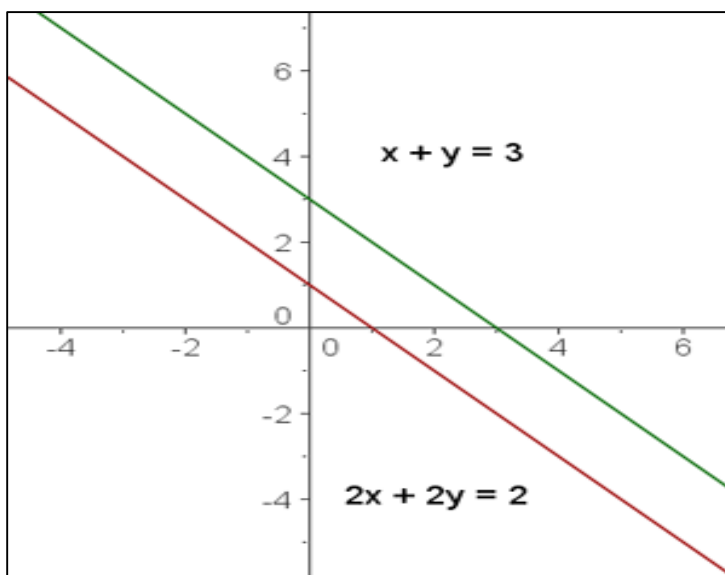
$$-2x - 2y = -6$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 2 \\ \hline 0 \quad 0 = -4 \end{array}$$

$$0 = -4$$

Nota: Como se observa que $0 = -4$ lo cual es notablemente una contradicción, indicando que no existen puntos en el plano que satisfagan a las dos ecuaciones de las rectas al mismo tiempo.

Gráficamente se obtiene dos rectas paralelas.



4.8.2 Métodos para que se obtenga la solución en un sistema de ecuación

4.8.2.1 Método de sustitución

El método de sustitución consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones, básicamente en la que resulte más fácil, y sustituir la expresión resultante en la otra. Con esto se consigue que la segunda ecuación se convierta en una ecuación lineal con una incógnita.

Para que se resuelva un sistema de ecuación por el método de sustitución se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.
3. Se encuentra la solución de la ecuación de primer grado que se genera.
4. El valor obtenido se sustituye en la otra ecuación que queda.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo:

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 4x + y = 28 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

1. Se Despeja una de las incógnitas en una de las dos ecuaciones.

Se elige la incógnita que tenga el coeficiente más bajo, para que sea más fácil realizar el despeje.

$$x = 2 - y$$

2. Se sustituye en la otra ecuación la variable “x”, por el valor obtenido después de realizar el despeje.

$$4(2 - y) - y = 8$$

3. Se encuentra la solución de la ecuación obtenida:

$$4(2 - y) - y = 28$$

$$8 - 4y - y = 28$$

$$\cancel{8} - \cancel{8} - 5y = 28 - 8$$

$$\frac{\cancel{-5}y}{\cancel{-5}} = \frac{20}{-5}$$

$$y = -4$$

4. Se sustituye el valor obtenido en la variable despejada

$$x = 2 - y$$

$$x = 2 - (-4)$$

$$x = 2 + 4$$

$$\mathbf{x=6}$$

Solución

$$\mathbf{x = 6}$$

$$\mathbf{y = -4}$$

4.8.2.2 Método de reducción

Consiste en multiplicar una o las dos ecuaciones por algún número de modo que obtengamos un sistema en que los coeficientes de x o de y sean iguales y de signo contrario, para eliminar dicha incógnita cuando se sumen las dos ecuaciones.

Procedimientos para resolver ecuaciones por el método de reducción

1. Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por un número tal que las ecuaciones resultantes tengan un coeficiente en común.
2. Se realiza una resta o suma según sea el caso de los signos de los coeficientes para que desaparezca o se (elimine) una de las incógnitas.
3. Se resuelve la ecuación resultante.
4. La variable obtenida se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo:

En este caso, hay dos procesos distintos para resolver el sistema de ecuación

$$\begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

Por multiplicación

1. Se elimina la "x" multiplicando la primera ecuación por 2 y la segunda por -3

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6(2) \\ 2x + 4y = 16(-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 8y = 12 \\ -6x - 12y = -48 \end{cases}$$

2. Se suman las ecuaciones resultantes y se resuelve la ecuación lineal que queda.

$$\begin{array}{r} \cancel{6}x - 8y = -12 \\ -\cancel{6}x - 12y = -48 \\ \hline 0 \quad 20y = -60 \end{array}$$

$$\frac{-\cancel{20}y}{-\cancel{20}} = \frac{-60}{-20}$$

$$y = 3$$

3. Se sustituye la variable “y” en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales, en este caso se sustituye en la segunda.

$$2x + 4y = 16$$

$$2x + 4(3) = 16$$

$$2x + 12 = 16$$

$$2x + \cancel{12} - \cancel{12} = 16 - 12$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Solución

$$x = 2$$

$$y = 3$$

4.8.2.3 Sumando (o restando) las ecuaciones

Como esta ecuación no permite que se elimine la “y” sin necesidad de multiplicación, se hace la suma de las ecuaciones sin prepararlas como en el método pasado.

1. Se suma miembro a miembro las ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

$$5x = 10$$

$$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{10}{5}$$

$$x = 2$$

2. Se sustituye la variable x en cualquiera de las 2 ecuaciones iniciales, en este caso la primera.

$$3x - 4y = -6$$

$$3(2) - 4y = -6$$

$$6 - 4y = -6$$

$$\cancel{6} - \cancel{6} - 4y = -6 - 6$$

$$\frac{-4y}{-4} = \frac{-12}{-4}$$

$$y = 3$$

En ambos casos, las soluciones son las mismas

$$x = 2$$

$$y = 3$$

4.8.2.4 Método de igualación

El método de igualación consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones y después igualar los resultados. En primer lugar, elegimos la incógnita que deseamos despejar.

Procedimientos para el método de igualación

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones, lo que nos permite que se obtenga una ecuación con una incógnita.
3. Se resuelve la ecuación.
4. Se sustituye la variable obtenido en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo:

Sistema de ecuaciones resuelto por el método de igualación.

Se plantea la ecuación

$$\begin{cases} 2x - 2y = -8 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$$

1. Se despeja, por ejemplo, la incógnita “x” de la primera y de la segunda ecuación.

Despeje de la primera ecuación

$$\frac{\cancel{2x}}{\cancel{2}} - \cancel{2y} + \cancel{2y} = \frac{-8 + 2y}{2}$$

$$x = \frac{-8 + 3y}{2}$$

Despeje de la segunda ecuación

$$\frac{\cancel{2x}}{\cancel{2}} + \cancel{2y} - \cancel{2y} = \frac{16 - 2y}{2}$$

$$x = \frac{16 - 2y}{2}$$

2. Se igualan las expresiones

$$\frac{-8 + 2y}{2} = \frac{16 - 2y}{2}$$

3. Se resuelve la ecuación

$$(2) \cdot (-8 + 2y) = (2) \cdot (16 - 2y)$$

$$-16 + 4y = 32 - 4y$$

$$-16 + \cancel{16} + \cancel{4y} + 4y = 32 - 4y + \cancel{4y} + \cancel{16}$$

$$4y + 4y = 32 + 16$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{48}{8}$$

$$y = 6$$

4. Se sustituye la variable “y”, en cualquiera de las 2 ecuaciones, el resultado es el mismo.

Ecuación 1

$$3x - 3y = -8$$

$$2x - 2(6) = -8$$

$$2x - 12 = -8$$

$$2x - \cancel{12} + \cancel{12} = -8 + 12$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Ecuación 2

$$2x + 2y = 16$$

$$2x + 2(6) = 16$$

$$2x + 12 = 16$$

$$2x + \cancel{12} - \cancel{12} = 16 - 12$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

5. Solución

$$x = 2 \quad y = 6$$

4.8.2.5 El método gráfico

El método gráfico, como su nombre indica, se utiliza para que se resuelvan sistemas de ecuaciones con dos incógnitas de una forma gráfica.

Para que se entienda este método, debe tomarse muy claro cómo es la ecuación de una recta. La ecuación de una recta en su forma explícita tiene esta forma

$$(y = m + n)$$

Donde m y n son variables.

Si te das cuenta, la ecuación de una recta es una ecuación con dos incógnitas, x y “ y ”, tal y como se tiene en un sistema de ecuaciones.

Por tanto, cada una de las ecuaciones que forman un sistema corresponde a la ecuación de una recta, por lo que se representa cada una de ellas en los ejes cartesianos y el punto de corte de ambas rectas corresponderán a la solución del sistema de ecuaciones.

Procedimientos para resolver sistemas de ecuaciones por el método gráfico

1. Se despeja la incógnita “ y ” en cada una de las ecuaciones.
2. Se representa cada una de las rectas en los ejes de coordenadas.
3. Las coordenadas del punto de corte de ambas rectas, será la solución del sistema de ecuaciones.

Ejemplo:

4.8.2.6 Sistema de ecuaciones por el método gráfico

Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones, el cual se resuelve por el método gráfico.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

Se toma la primera ecuación

$$2x + 3y = 5$$

Se despeja “y”

$$2x + 3y = 5$$

$$\cancel{2x} - \cancel{2x} + 3y = 5 - 2x$$

$$\frac{\cancel{3y}}{\cancel{3}} = \frac{5 - 2x}{3}$$

$$y = \frac{5 - 2x}{3}$$

Ya tiene la “y” despejada, aunque su forma no es igual la ecuación explícita de una recta, ya que en el segundo término tiene una fracción y la ecuación de una recta tiene dos términos.

$$y = mx + n$$

Si se separa el segundo miembro en dos términos, manteniendo el denominador, se muestra que quedan dos términos, como en la ecuación de la recta.

$$y = \frac{-2}{3}x + \frac{5}{3}$$

Para que se represente una recta, se necesita dos puntos de la misma, para que se obtenga, se elige dos valores de “x” cualquiera “y” se obtiene su correspondiente valor de “y”. Se elige los valores $x=0$ y $x=1$ (se puede elegir cualquier valor real).

Para $x=0$, calcula su correspondiente valor de “y”, sustituyendo “x” por 0 en la expresión donde se despeja la “y”

$$x = 0 \longrightarrow y = \frac{-2}{3} \cdot 0 + \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$

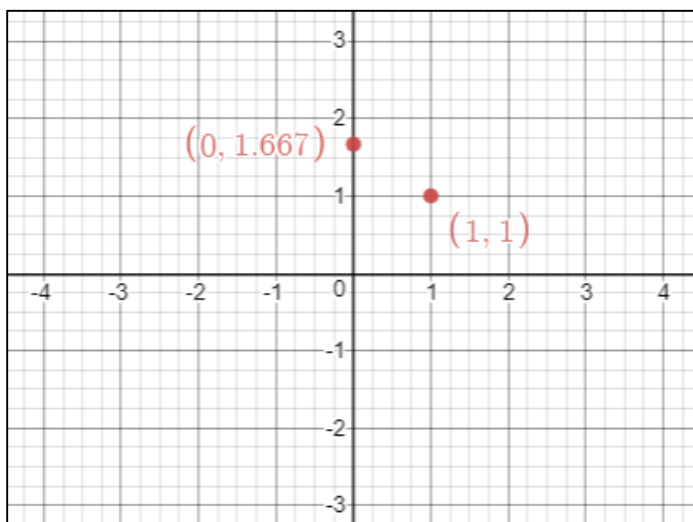
Se hace lo mismo para $x=1$

$$x = 1 \rightarrow y = \frac{-2}{3} \cdot 1 + \frac{5}{3} = \frac{-2+5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

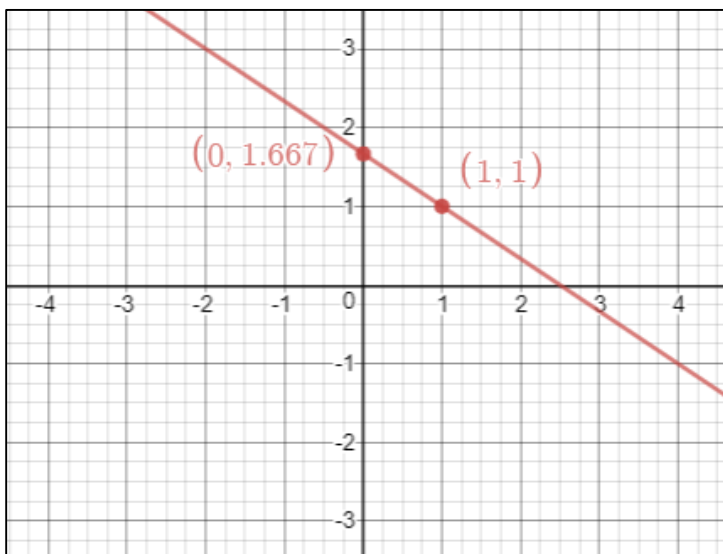
Con los valores obtenidos, se va creando la tabla de valores

x	y
0	$\frac{5}{3}$
1	1

Una vez se tiene ambos puntos, se representa en los ejes de coordenadas, se toma en cuenta que en $\frac{5}{3}$ es igual a 1.66 para que sea más fácil ubicarlo en los ejes:



Para que se represente la recta, sólo se unen ambos puntos y se alarga a la recta por ambos extremos:



Ya se tiene la recta de la primera ecuación representada, ahora se hace lo mismo con la segunda ecuación.

$$3x - y = 2$$

Se despeja “y”.

$$y = 3x - 2$$

Se da dos valores a “x” para que se obtengan sus correspondientes valores de “y”. En este caso, también se elige $x=0$ y $x=1$.

Para $x=0$, su valor de “y” es

$$x = 0 \longrightarrow y = 3 \cdot 0 - 2 = -2$$

Para $x=1$, su valor de “y” es

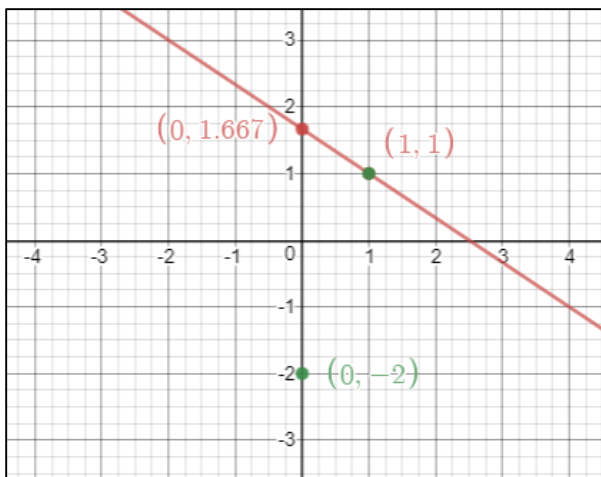
$$x = 1 \longrightarrow y = 3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$x=1 \rightarrow y=3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

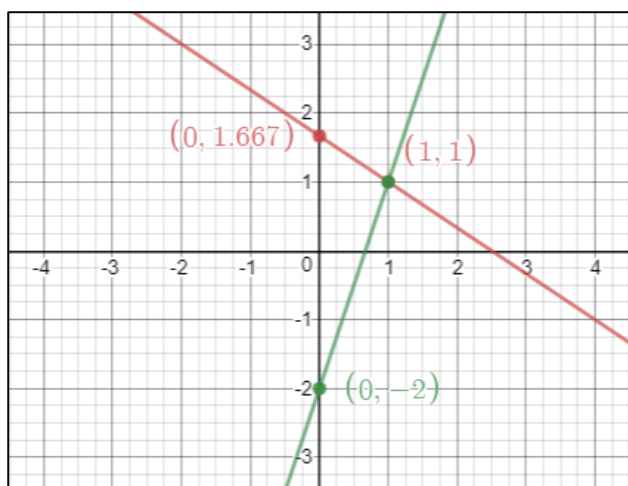
Se ordenan los resultados en una tabla de valores.

x	y
0	-2
1	1

Ahora, en los mismos ejes donde ya se tiene representada la primera recta, se representan los puntos de la segunda recta.



Se unen ambos puntos para que se obtenga la representación gráfica de la segunda recta, alargándola por los dos extremos:



El punto de corte de ambas rectas corresponde con la solución del sistema de ecuaciones. En este caso, se ve claramente que el punto de corte es (1,1), por lo que la solución del sistema es $x=1$, $y=1$, que son las coordenadas del punto de corte.

4.8.3 Solución de sistemas de ecuaciones por matrices

Una ecuación de matrices es una ecuación cuya incógnita es una matriz. Para que se resuelva una ecuación de matrices, es necesario que esté presente la suma, resta y la multiplicación de matrices y se calcula las matrices inversas.

Ejemplo:

Se plantea la ecuación

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

El primer paso es que se convierta esto en una matriz. Asegúrese que todas las ecuaciones estén en la forma estándar ($Ax + B y = C$), y use los coeficientes de cada ecuación para que forme cada renglón de la matriz. Es necesario que se separe la columna de la derecha con una línea punteada.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 7 \end{array} \right]$$

Enseguida, que se usan las operaciones de renglones de matrices para cambio de la matriz 2×2 en el lado izquierdo a la matriz identidad. Primero, se quiere que se obtenga un cero en el Renglón 1, Columna 2. Así, sume 4 por el Renglón 2 al Renglón 1.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 11 & 0 & 33 \\ 2 & -1 & 7 \end{array} \right] \rightarrow (4 \times \text{renglón } 2) \text{ sumando al renglón } 1$$

Enseguida se quiere un 1 en la esquina superior izquierda.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 7 \end{array} \right] \rightarrow \text{renglón 1 dividido entre 11}$$

Ahora se quiere un cero en la esquina inferior izquierda.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{array} \right] \rightarrow (2 \times \text{renglón 1}) \text{ sumando 2}$$

Finalmente, se quiere un 1 en el Renglón 2, Columna 2.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \rightarrow \text{renglón 2 multiplicando por -1}$$

Ahora que se tiene la matriz identidad 2×2 en la izquierda, se puede que se lean las soluciones de la columna derecha:

$$x = 3$$

$$y = -1$$

El mismo método puede que sea usado para n ecuaciones lineales en n valores desconocidos; en este caso se crearía una matriz $n \times (n + 1)$, y usaría las operaciones de renglones de matrices para que se obtenga la matriz identidad $n \times n$ en el lado izquierdo.

Nota: Si las ecuaciones representadas por su matriz original representan rectas paralelas, no se obtiene la matriz identidad usando las operaciones de renglones. En este caso, la solución puede que no exista o hay infinitamente muchas soluciones para el sistema.

4.8.4 Sistema de ecuaciones de orden 3x3

Un sistema de orden 3x3 significa 3 ecuaciones con 3 variables o incógnitas. La solución de un sistema de ecuaciones lineales es el conjunto de valores que toman las variables para que cada ecuación se convierta en una identidad.

4.8.4.1 Solución de una ecuación de orden 3x3 por sustitución

Ejemplo:

Resuelve el siguiente sistema de ecuación de orden 3x3

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Para que se aplique el método de sustitución, se elige una ecuación y una variable, dicha variable se debe despejar en la ecuación seleccionada. Es conveniente iniciar con la ecuación que tiene un menor coeficiente, en este caso, se inicia con la tercera ecuación, ya que el valor de las 3 variables es el coeficiente 1, con excepción de “z” que su coeficiente es -1, en este caso se ha seleccionado la variable “x” para ser despejada.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Solución:

Se despeja la variable “x” en la ecuación 3.

$$3) \quad x + y - z = 1$$

$$\cancel{x} + \cancel{y} - \cancel{z} + z = 1 - y + z$$

$$x = 1 - y + z$$

Se sustituye el valor encontrado de la variable “x” en la ecuación 1 y 2.

Ecuación 1

$$1) \quad 3x + 2y + z = 1$$

$$3(1 - y + z) + 2y + z = 1$$

$$3 - 3y + 3z + 2y + z = 1$$

$$\cancel{3} - \cancel{3} - 3y + 3z + 2y + z = 1 - 3$$

$$y + 4z = -2$$

Ecuación 2:

$$2) \quad 5x + 3y + 4z = 2$$

$$5(1 - y + z) + 3y + 4z = 2$$

$$5 - 5y + 5z + 3y + 4z = 2$$

$$\cancel{5} - \cancel{5} - 5y + 5z + 3y + 4z = 2 - 5$$

$$-2y + 9z = -3$$

despues de este proceso resulta un nuevo sistema de ecuaciones de orden 2x2

$$\begin{cases} y + 4z = -2 \\ 2y + 9z = -3 \end{cases}$$

Aquí se aplica uno de los métodos mencionados anteriormente, en este caso se emplea el método de sustitución, se elige una ecuación y una variable para que se despeje. En este caso es recomendable que se seleccione la primera ecuación, ya que la variable “y” se encuentra con coeficiente 1.

Ecuación 1

$$1) \quad -y + 4z = -2$$

$$y = 4z + 2$$

Una vez despejada la variable “y” se sustituye su valor en la segunda ecuación

Ecuación 2

$$-2y + 9z = -3$$

$$-2(4z + 2) + 9z = -3$$

$$-8z - 4 + 9z = -3$$

$$z - 4 + 4 = -3 + 4$$

$$**z = 1**$$

Se obtiene que $z=1$, se toma una ecuación donde “y” esté despejada y se reemplaza el valor encontrado de “z” para encontrar el valor de “y”.

$$**y = 4z + 2**$$

$$y = 4(1) + 2$$

$$y = 4 + 2$$

$$**y = 6**$$

Ahora se toma cualquiera de las ecuaciones donde esté presente la variable “x”, se sustituyen los valores de “y” y “z” y se obtiene el valor de “x”, es preferible que se tome una ecuación donde la variable “x” esté despejada.

$$x = 1 - y + z$$

$$x = 1 - 6 + 1$$

$$**x = -4**$$

La solución de dicho sistema de ecuación es

$$x=-4$$

$$y=6$$

$$z=1$$

4.8.4.2 Sistema de ecuación 3x3 por el método de matrices

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones 3x3 utilizando el metodo de matrices.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x - 2y + z = 2 \\ -4x - 2y - 2z = -4 \end{cases}$$

Paso 1

Se busca la determinante.

Para eso se toman los valores de cada variable o incógnita y repetimos las dos primeras filas hacia abajo o las dos primeras columnas hacia la derecha, como se considere más conveniente, a este procedimiento se le conoce como la regla de

Cramer.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -4 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} = (8 - 9 - 4) - (-8 + 6 - 6) = -5 + 8 = 3$$

Paso 2

Se encuentra la determinante de "x", que se simboliza " Δ_x "

Para que encuentre delta de x, se escogen todos los valores que tienen las variables, pero no el de x sino los coeficientes del segundo miembro.

$$\Delta_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -4 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = (4 - 6 - 4) - (-8 + 3 - 4) = -6 + 9 = 3$$

$$\Delta x = 3$$

Para que se calcule “x” se divide entre su determinante.

$$x = \frac{3}{3} = 1$$

$$x = 1$$

Para que encuentre la determinante de “y”, se escogen todos los valores que tienen las variables, se toma en cuenta que el valor de “y” no se toma

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -4 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-8 + 12 - 4) - (8 - 8 - 6) = 6$$

$$\Delta y = 6$$

Para que se calcule “y” se divide entre su determinante.

$$y = \frac{6}{6}$$

$$y = 1$$

Para que encuentre el determinante de “z”, se escogen todos los valores que tienen las variables, se toma en cuenta que los valores de “z” no se toman.

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ -4 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} = (16 + 9 - 8) - (8 + 12 - 12) = 17 - 8 = 9$$

$$\Delta z = 9$$

Para que se calcule “z” se divide entre su determinante.

$$z = \frac{9}{3} = 3$$

$$z = 3$$

4.8.5 Solución a un sistema de ecuaciones 2x2 en Excel

Para que se programe la solución de un sistema de ecuaciones 2x2 en Excel, se deben seguir los siguientes pasos:

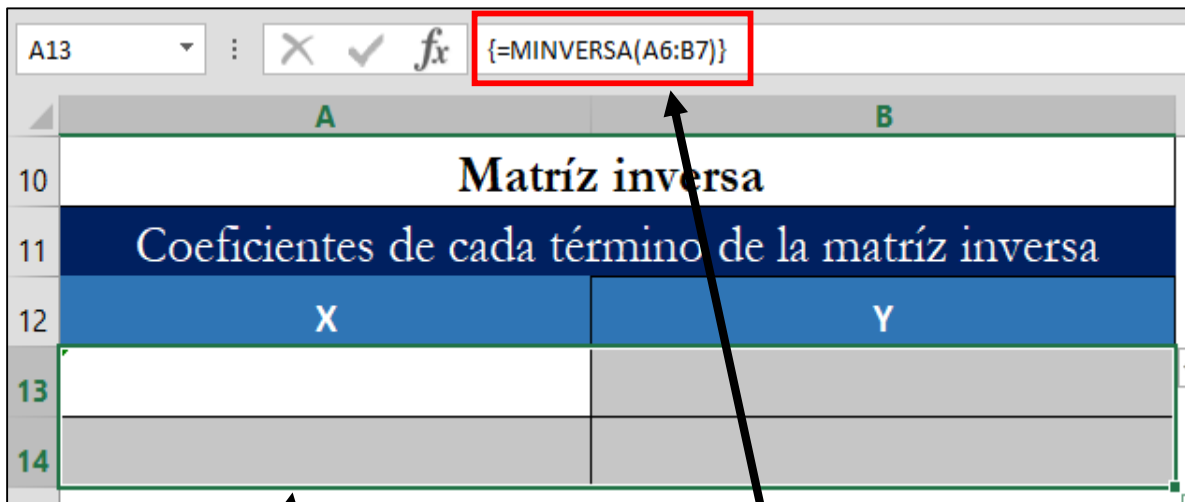
Paso 1

Se elabora la planilla, tal y como se muestra a continuación

A	B	C
Coefficientes de cada término de la matriz		
X	Y	Totales de la ecuación
Matriz inversa		
Coefficientes de cada término de la matriz inversa		
X	Y	
Solución al sistema de ecuaciones		
Valor de "X"		
Valor de "y"		
Solución de cada ecuación del sistema		
Ecuación 1		
Primer término	Segundo término	Total
Ecuación 2		
Primer término	Segundo término	Total

Paso 2

Se calcula la matriz inversa, para esto se selecciona todo el rango de la matriz inversa, luego en la barra de fórmulas se coloca la función “minversa”, luego se seleccionan los coeficientes de las variables que están en la primera tabla, seguido del valor matricial (**Control + Shift+enter**).



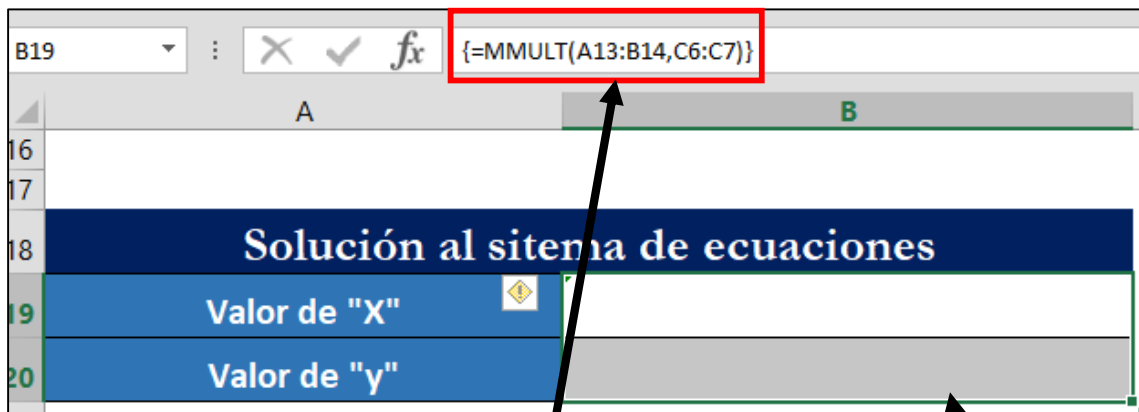
Se debe seleccionar el Rango donde se presenta la matriz inversa.

Barra de fórmula: aquí se inserta la función y el valor matricial

Paso 3

Se calcula la solución de la ecuación, para esto se utiliza la función “**mmult**” seguido del valor matricial para multiplicar la matriz inversa con las igualdades de cada ecuación siguiendo el siguiente procedimiento.

Primero se selecciona el rango donde van las soluciones de las ecuaciones, luego se inserta la función “**mmult**” en la barra de fórmulas, luego se selecciona la **matriz inversa** que ya ha sido calculada, luego se selecciona el rango donde están las **igualdades de las ecuaciones** y para terminar se inserta el valor matricial (**Control + Shift+enter**).

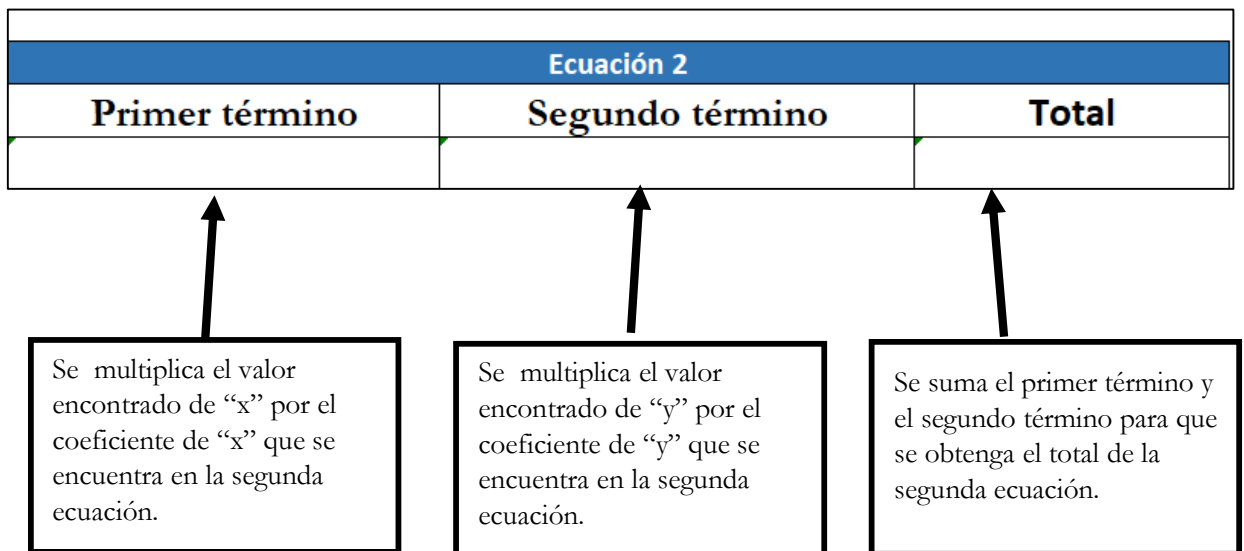
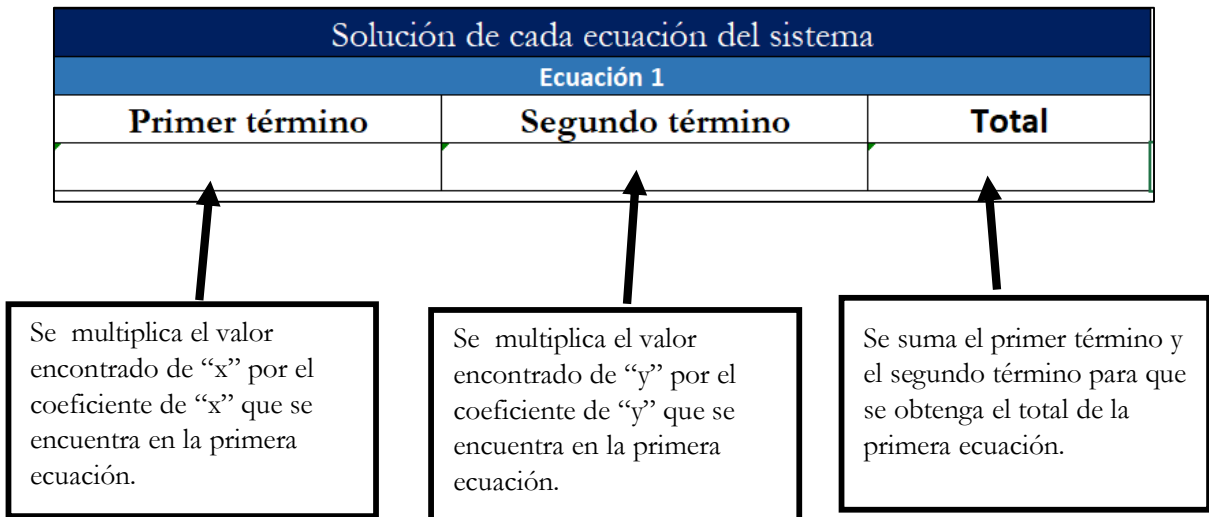


Barra de fórmula: aquí se inserta la función y el valor matricial

Se debe seleccionar el Rango donde se presenta la matriz inversa.

Paso 4

Para que se encuentren cada uno de los términos de la ecuación, se multiplican cada uno de los coeficientes de las variables de cada ecuación por el valor encontrado en la solución y por último en la casilla de total se suman los resultados de cada término.



4.8.6 Solución a un sistema de ecuaciones 3x3 en Excel

Para que se programe la solución de un sistema de ecuaciones 3x3 en Excel, se deben seguir los siguientes pasos:

Paso 1

Se elabora la planilla, tal y como se muestra a continuación,

Coeficientes de cada término de la matriz			
X	Y	Z	tales de la ecuaci
Matriz inversa			
Coeficientes de cada término de la matriz inversa			
X	Y	z	
Solución al sistema de ecuaciones			
Valor de "X"			
Valor de "y"			
Valor de "z"			
Solución de cada ecuación del sistema			
Ecuación 1			
Primer término	Segundo término	tercer término	Total
Ecuación 2			
Primer término	Segundo término	tercer término	Total
Ecuación 3			
Primer término	Segundo término	tercer término	Total

Nota:

Debido a que el sistema de ecuaciones es 3x3, la planilla se realiza con espacio para los coeficientes de las 3 variables

Paso 2

Se calcula la matriz inversa, para esto se selecciona todo el rango de la matriz inversa, luego en la barra de fórmulas se coloca la función "minversa", luego se seleccionan los coeficientes de las variables que están en la primera tabla, seguido del valor matricial (**Control + Shift+enter**).

	A	B	C
1	Matriz inversa		
2	Coeficientes de cada término de la matriz inversa		
3	X	Y	Z
4			
5			
6			

Se debe seleccionar el Rango donde se presenta la matriz inversa.

Barra de fórmula: aquí se inserta la función y el valor matricial

Paso 3

Se calcula la solución de la ecuación, para esto se utiliza la función **“mmult”** seguido del valor matricial para que se multiplique la matriz inversa con las igualdades de cada ecuación siguiendo el siguiente procedimiento.

Primero se selecciona el rango donde van las soluciones de las ecuaciones, luego se inserta la función **“mmult”** en la barra de fórmulas, luego se selecciona la **matriz inversa** que ya ha sido calculada, luego se selecciona el rango donde están las **igualdades de las ecuaciones** y para terminar se inserta el valor matricial (**Control + Shift+enter**).

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following elements:

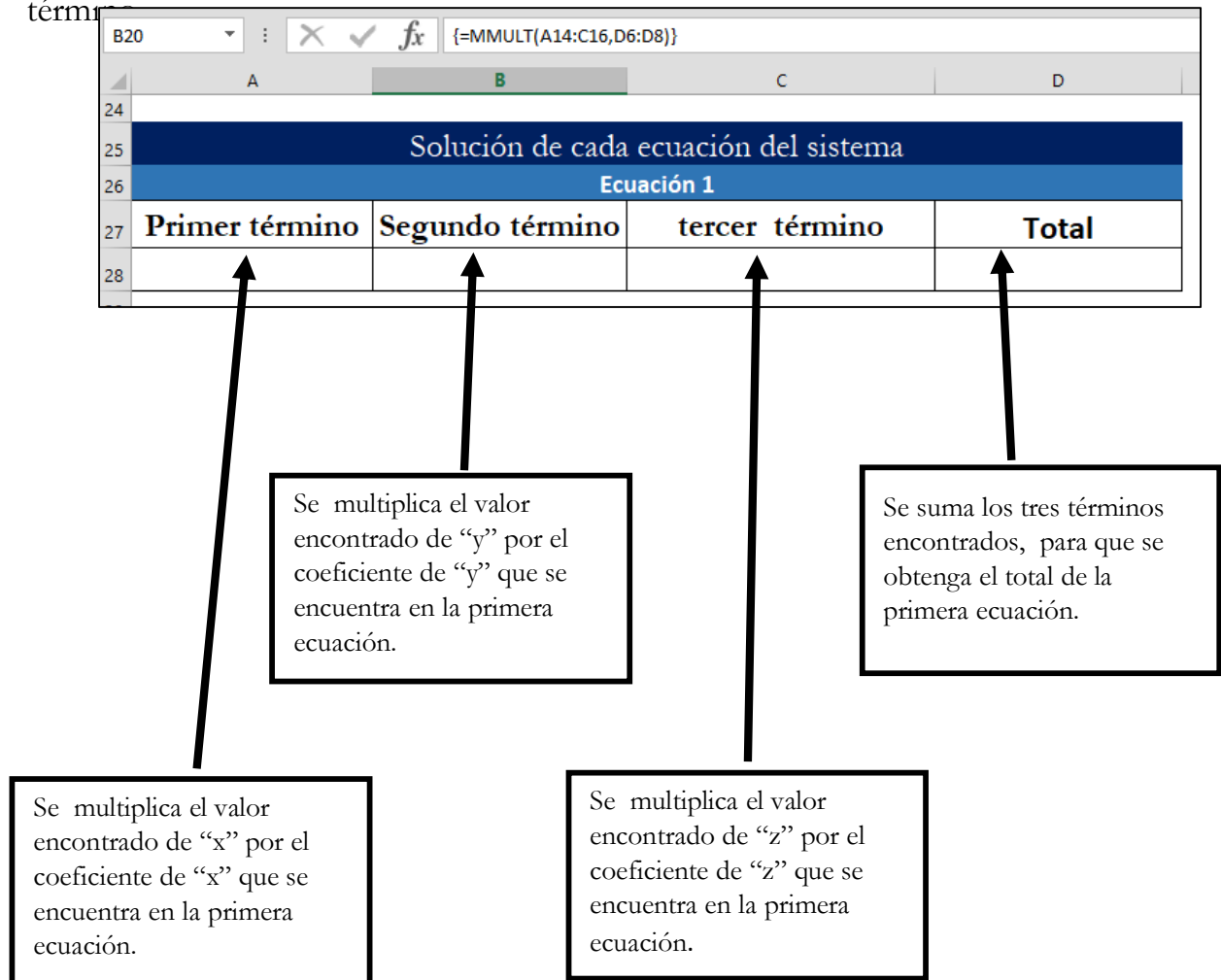
- Formula Bar:** Contains the formula `{=MMULT(A14:C16,D6:D8)}`, which is highlighted with a red border.
- Worksheet Grid:**
 - Row 18: Column A is empty, Column B is empty.
 - Row 19: Column A contains the text "Solución al sistema de ecuaciones".
 - Row 20: Column A contains "Valor de 'X'", Column B is empty.
 - Row 21: Column A contains "Valor de 'y'", Column B is empty.
 - Row 22: Column A contains "Valor de 'z'", Column B is empty.

Se debe seleccionar el Rango donde se presenta la Solución.

Barra de fórmula: aquí se inserta la función y el valor matricial.

Paso 4

Para que se encuentren cada uno de los términos de la ecuación, se multiplican cada uno de los coeficientes de las variables de cada ecuación por el valor encontrado en la solución y por último en la casilla de total se suman los resultados de cada término.



30	Ecuación 2			
31	Primer término	Segundo término	tercer término	Total
32				

Se multiplica el valor encontrado de "y" por el coeficiente de "y" que se encuentra en la segunda ecuación.

Se suma los tres términos encontrados, para que se obtenga el total de la segunda ecuación.

Se multiplica el valor encontrado de "x" por el coeficiente de "x" que se encuentra en la segunda ecuación.

Se multiplica el valor encontrado de "z" por el coeficiente de "z" que se encuentra en la segunda ecuación.

35	Ecuación 3			
36	Primer término	Segundo término	tercer término	Total
37				

Se multiplica el valor encontrado de "y" por el coeficiente de "y" que se encuentra en la tercera ecuación.

Se suma los tres términos encontrados, para que se obtenga el total de la tercera ecuación.

Se multiplica el valor encontrado de "x" por el coeficiente de "x" que se encuentra en la tercera ecuación.

Se multiplica el valor encontrado de "z" por el coeficiente de "z" que se encuentra en la tercera ecuación.

Resumen de la unidad IV

En el desarrollo de esta unidad de trabajo se presenta una globalización de todo los contenidos trabajados en la misma iniciando con una breve definición de este tema tan importante como lo es la Trigonometría.

La palabra trigonometría está compuesta de dos palabras griegas trigonon que significa triángulo y metron medir. Relaciona los lados de un triángulo con sus ángulos. (TRI: Tres, GONO: Ángulo, METRÍA: Medida), una vez expresado esto se procede a proyectarle lo trabajado.

En principio se trabaja con lo que tiene que ver sobre la clasificación de los cuerpos redondos y se establece los pasos para que se encuentre su volumen y área. Mediante el proceso se resuelve diferentes problemas relacionados a los mismos, integrando la tecnología para que sea más factible el aprendizaje.

Una vez resuelto todo lo relacionado a los cuerpos redondos se procede a que se identifique una función, y los distintos tipos que existen determinando de manera organizada las formas y sus graficas dependiendo el tipo de función que sea, sin excluir el uso de la tecnología que sirve como soporte a lo trabajado.

También se trabaja cuidadosamente las coordenadas polares y el sistema de coordenadas polares con el fin de que se logre que se identifique diferentes pares de coordenadas polares en un punto, que se determine las coordenadas polares de un punto conociendo las coordenadas rectangulares del mismo y que se logre que se transforme una ecuación en polar a otra ecuación expresada en coordenadas rectangulares y viceversa.

Incluyendo sus graficas dada por ecuaciones polares. Además se determina las ecuaciones que llevan a que se formen las Circunferencias, las Cónicas y las Espirales.

Se procede a al desarrollo del otro tema de suma importancia como lo es la Raíces de ecuaciones, explicando paso a paso el proceso en que determina los resultados de una raíz, los métodos que existen y las estrategias planteada para que se logre una mayor comprensión de dicho tema.

Y finalmente y no menos importante uno de los temas con mayor aceptación por parte de los estudiantes el tema Sistema de ecuaciones lineales, él cual cuenta con reglas que llevan de manera directa y precisa al resultado y también brinda la facilidad de que se use como canal para que se resuelva cualquier problema cotidiano que se presente.

Ejercicios de autoevaluación de la unidad IV

I) Selecciona la respuesta correcta en cada enunciado

- 1) El área de un cilindro que tiene un radio de 20 cm y una altura de 15 cm es
 - A. $3,425\text{cm}^2$
 - B. $5,325\text{cm}^2$
 - C. 4396 cm^2
- 2) El volumen de un cilindro que tiene un radio de 6 cm y una altura de 24 cm es
 - A. $2,712.96\text{ cm}^3$
 - B. $5,355.96\text{ cm}^2$
 - C. 400.96 cm^2
- 3) El área de una esfera que mide 15 cm de radio es
 - A. $3,425\text{cm}^2$
 - B. $2,826\text{cm}^2$
 - C. 4396 cm^2
- 4) El volumen de una esfera que mide 15cm de radio es
 - A. $3,425\text{cm}^2$
 - B. $5,325\text{cm}^2$
 - C. $14,130\text{ cm}^3$
- 5) El área de un cono que mire 25 de radio y 15 de generatriz es
 - A. $3,1400\text{cm}^2$
 - B. $5,325\text{cm}^2$
 - C. 4396 cm^2
- 6) El volumen de un cono que tiene una altura de 45 cm y un radio de 20 cm es
 - A. $18,425\text{cm}^2$
 - B. $18,840\text{cm}^2$
 - C. $18,396\text{ cm}^2$

7) Son aquellos valores que satisfacen a la ecuación.

A. Grado de la ecuación

B. Raíces de la ecuación

C. Gráfica de la ecuación

8) Las ecuaciones de primer grado con una incógnita tienen.

A. Dos raíces

B. Una raíz

C. Tres raíces

9) Las ecuaciones donde el mayor de los exponentes de sus variables es de grado tres se define como.

A. Ecuaciones cuadráticas

B. Ecuaciones cúbicas

C. Ecuaciones lineales

10) Son aquellas ecuaciones donde todos sus términos se encuentran presentes.

A. Ecuaciones lineales

B. Ecuaciones incompletas

C. Ecuaciones completas

11) Las ecuaciones incompletas de segundo grado pueden representarse.

A. $ax^2+bx+c=0$

B. $ax^2+c=0$

C. ax^3+bx^2+cx+d

12) Es una función polinómica con una o más variables en la que el término de grado más alto es de grado 2.

- a) Ecuación cuadrática
- b) Función cuadrática
- c) Función lineal

13) Cuando se grafica una función cuadrática, siempre se obtiene.

- a. Una línea recta
- b. Una línea curva
- c. Una parábola.

14) Es el punto en la parte baja cuando la parábola abre hacia.

- a. vértice
- b. Parábola
- c. Función

15) Se identifica porque sus brazos o ramas están orientados hacia abajo.

- a. Parábola
- b. Vértice
- c. Parábola cóncava

16) Una función cuadrática se puede representar de siguiente forma.

- a. $y = ax^2 + bx + c$
- b. $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$
- c. $y = ax + bx + c$

17) La fórmula general de la circunferencia es.

- a) $r = \frac{ep}{1 + e \cos \theta}$
- b) $r(\theta) = a + b(\theta)$
- c) $(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$
- d) Ninguna de las anteriores.

18) Para encontrar la gráfica de la elipse el valor de la excentricidad “e” es.

- a) Menor a 1
- b) Mayor a 1
- c) Igual a 1
- d) Igual a 0

19) Para que la espiral comience a formarse a una distancia de 3 y una amplitud de 7 entre sus brazos la formulación sería.

- a) $r(\theta) = 7 + 3(\theta)$
- b) $r(\theta) = 3 + b(\theta)$
- c) $r(\theta) = a + 7(\theta)$
- d) $r(\theta) = 3 + 7(\theta)$

20) Son las líneas que se emplean para establecer la posición de un punto.

- a) Coordenadas polares.
- b) Curvas polares.
- c) Coordenadas.

21) Es el ángulo que forma el vector con el eje x en sentido contrario a las manecillas del reloj.

- a. Curvas polares.
- b. Coordenadas de un ángulo.
- c. Coordenadas polares.

22) Son procedimientos bidimensionales en el que cada espacio del plano se establece por un recorrido y un ángulo.

- a. Coordenadas
- b. Coordenadas polares generalizadas.
- c. Coordenadas polares.

23) Es la gráfica de una función de la forma $r = r(\alpha)$ en un intervalo cualquiera.

- a. coordenadas polares de un punto.
- b. Coordenadas de un ángulo
- c. Cuevas polares

24) Es una recta que pasa por el polo de dos puntos cualquiera que se encuentran en diferentes semi-recta con relación al punto 0.

- a. Coordenadas polares
- b. Coordenadas generalizadas
- c. Coordenadas de un ángulo

II) Escribe una V si es verdadero y una F si es falso

- 1) En las gráficas curvas rosas, n representa el número de pétalos_____
- 2) En las gráficas curvas rosas si n es un número par la rosa se presenta con el mismo número de pétalos_____
- 3) La gráfica formada por la ecuación ($r=1-\cos\theta$), se denomina cardiode_____
- 4) La gráfica formada con esta ecuación ($r=a+b \cos \theta$), muestra un caracol que apunta hacia la izquierda y tiene un rizo interior_____
- 5) En las gráficas de caracoles cuando se cumple que $a/b < 2$, se forma un caracol en la parte superior al polo_____
- 6) En las ecuaciones polares el ángulo es la variable independiente_____
- 7) Las gráficas polares se trazan en un papel especial llamado papel polar_____
- 8) Geogebra es la única herramienta tecnológica para realizar graficas polares_____
- 9) En un sistema de ecuación compatible indeterminado, su característica principal es que tiene infinitas soluciones, sus dos rectas tienen la misma grafica_____

- 10) Un sistema de ecuaciones compatible determinado no tiene una única solución, la representación gráfica son dos rectas que se cortan en un punto_____
- 11) Un sistema de ecuaciones es una agrupación de ecuaciones lineales que tienen más de una incógnita_____
- 12) El método de sustitución consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones y se sustituye la expresión resultante de la otra_____
- 13) El sistema de ecuaciones es incompatible cuando tiene varias soluciones_____

Actividades de la unidad IV

1) Actividades sobre los cuerpos redondos

Realiza lo que se te pide a continuación, utilizando la hoja de cálculo Excel

- I. Calcula el área de un cilindro que tiene un radio de 30 cm y una altura de 45.
- II. Calcula el volumen de un cilindro que tiene un radio de 16 cm y una altura de 14 cm.
- III. Calcula el área de una esfera que mide 36 cm de radio.
- IV. Calcula el volumen de una esfera que mide 155 cm de radio.
- V. Calcula el área de un cono que mide 215 de radio y 125 de generatriz.
- VI. Calcula el volumen de un cono que tiene una altura de 415 cm y un radio de 210 cm.
- VII. Calcula el área de un cilindro que tiene un radio de 18 cm y una altura de 46.
- VIII. Calcula el volumen de un cilindro que tiene un radio de 17 cm y una altura de 20 cm.
- IX. Calcula el área de una esfera que mide 37 cm de radio.
- X. Calcula el volumen de una esfera que mide 85 cm de radio.
- XI. Calcula el área de un cono que mide 21 de radio y 25 de generatriz.
- XII. Calcula el volumen de un cono que tiene una altura de 41 cm y un radio de 21 cm.

2) Actividades de funciones cuadráticas

I. Encuentra la gráfica de las funciones siguientes utilizando Geogebra

a) $y = x^2 + 3x - 2$

b) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

c) $f(x) = 4x^2 - 2x - 1$

d) $f(x) = x^2 + 6x + 15$

II. Obtén el vértice de las funciones siguientes utilizando Geogebra

a) $f(x) = x^2 + 6x + 15$

b) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

III. Determina el eje de simetría de las siguientes funciones.

a) $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$

b) $y = -x^2 + 2x - 1$

IV. Encuentra las intersecciones de los ejes “x” y “Y” de las funciones siguientes.

a) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

b) $y = 2x - x^2$

V. Determine s los puntos de cortes de las funciones siguientes

a) $f(x) = 2x^2 + 8x - 4$

b) $y = x^2 - 4x + 4$

3) Actividades de coordenadas polares

Realiza lo que se pide a continuación Utilizando Geogebra o Desmos

- I. Dado el punto $(6, -40^\circ)$, busque la gráfica en coordenadas polares.
- II. Calcule las coordenadas polares del punto de origen $(0, 4)$ si el eje polar está dirigido en dirección del eje x.
- III. Encuentres un ángulo cuyo valor es igual a $x > 0$, $y < 0$
- IV. Construye una gráfica en coordenadas polares, si el punto es $(5, 45^\circ)$

- V. Localiza la gráfica de una curva en coordenadas polares, dada la fusión de la forma $r = r(\theta)$.
- VI. Encuentre la distancia y el ángulo entre los puntos P1(8, 12).
- VII. Localiza el punto (r, A) si $r < 0$, y grafica el punto $(r, A + 180^\circ)$
- VIII. Busque la gráfica en coordenadas polares el punto $(6, 270^\circ)$

4) Actividades sistemas coordenadas.

Realiza lo que se puede a continuación utilizando Geogebra o Desmos

- I. Utilizando las siguientes fórmulas convierta de coordenadas cartesianas $(15, 3)$ a coordenadas polares y luego grafique.

Coordenadas cartesianas

Coordenadas polares

Fórmula

Fórmula

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = r \cos(\theta)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$y = r \sin(\theta)$$

- II. Grafique las siguientes funciones polares

$$F(\theta) = 6$$

$$F(\theta) = 4 \sin \theta$$

$$F(\theta) = 2 + 3 \sin \theta$$

$$F(\theta) = 2 + 3 \cos \theta$$

5) Actividades sobre gráficas de ecuaciones polares

Dadas las siguientes ecuaciones polares, realiza la gráfica utilizando la herramienta Desmos o Geogebra e identifica que gráfica polar es.

- I. $r=6+4 \cos \theta$
- II. $r=5 \cos 8\theta$
- III. $r=4 \operatorname{sen} 6\theta$
- IV. $r=7 \cos 5\theta$
- V. $r=10 \operatorname{sen} 3\theta$
- VI. $r=6 \cos \theta$
- VII. $r=7 \operatorname{sen} \theta$

6) Actividades de ecuaciones polares de las Circunferencia, de la Cónica y las espirales.

Realiza los siguientes ejercicios utilizando Geogebra o Desmos

- I. Con la siguiente fórmula construya la circunferencia polar cuando tiene como centro ($c=7$, $\alpha=13$) y un radio $r =12$

Fórmula

$$(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$$

- II. Con la ecuación de la cónica demuestre cuando se forma (una elipse, hipérbola, parábola) dependiendo el nivel de excentricidad que le otorgue.

Ecuación

$$r = \frac{ep}{1 + e \cos \theta}$$

- III. Construya la espiral dada su ecuación cuando ($a =4$ y $b=12$).

Ecuación

$$r(\theta)=a+b(\theta)$$

7) Actividades de raíces de ecuaciones

Realiza las siguientes actividades utilizando Geogebra

I. Halle las raíces de las siguientes ecuaciones

A. $5x-9=3(x-2)$

B. $5y-1=14$

C. $5x+6=30$

D. $4x-4=-4(2x-3) +4$

II. Encuentra las raíces de las siguientes ecuaciones cuadráticas mediante la fórmula general factorización.

A. $x^2-2x-15=0$

B. $2x^2-5x-3=0$

C. $x^2+3x-10=0$

III. Determine las raíces de la siguiente ecuación cúbica mediante el teorema de los ceros racionales.

A. $x^3-7x^2+4x+12=0$

B. $4x^3-1=x(4-x)$

IV. Halle las raíces de las ecuaciones siguientes mediante la regla Ruffini.

A. $-x^2+x^3 -4x+4 =0$

B. $x^3-9x-12=0$

C. $x^4+7x^3+5x^2-31x-30=0$

D. $x^5-x-1=0$

1) Actividad de sistema de ecuaciones

Encuentra las soluciones a los siguientes sistemas de ecuaciones, utilizando la herramienta Excel

A.
$$\begin{cases} 2x - 8y = 3 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x - y = 3 \\ 10x - 6y = 7 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} 8x + 6y = 4 \\ 2x - 9y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = 10 \\ 2x + 4y = 12 \end{cases}$$

Bibliografía de la unidad IV

Cuerpos redondos. Extraído de

<https://www.blinklearning.com/coursePlayer/clases2.php?idclase=66935719&idcurso=880569#:~:text=P->

[,Cuerpos%20redondos,gira%20alrededor%20de%20un%20eje.](https://www.blinklearning.com/coursePlayer/clases2.php?idclase=66935719&idcurso=880569#:~:text=P-) Fecha de acceso 13/9/2020

Coordenadas polares. Extraído de

<https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/5241/4/Precalculo%20de%20Villena%20-%202004%20-%20Coordenadas%20Polares.pdf>

Fecha de acceso 7/10/2020

Cuerpos redondos. Extraído de

<https://definicion.de/cuerpos-redondos/>. Fecha de acceso 14/9/2020

Conceptos y definiciones de función cuadrática. Extraído de

https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/quadratic-function. Fecha de acceso 19/09/2020

Conceptos y representaciones gráficas. Extraído de

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/funcion-cuadratica.html> Fecha de acceso 20/09/2020

Coordenadas polares. Extraído de

<https://blogs.20minutos.es/mati-una-profesora-muy-particular/tag/coordenadas-polares/>. Fecha de acceso 24/9/2020

Coordenadas polares. Extraído de

<https://es.slideshare.net/emv20342/coordenadas-polares-8062991> Fecha de acceso 25/9/2020

Coordenadas polares. Extraído de

[https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas polares](https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_polares) Fecha de acceso 12/10/2020

Ecuaciones polares. Extraído de

https://calculo.cc/temas/temas_geometria_analitica/curvas_superf/teoria/ec_polar.html Fecha de acceso 27/10/2020

Ecuaciones polares de diferentes gráficas. Extraído de

https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fes.slideshare.net%2FMatematicas_PR%2Fgraficas-polares-estudiantes&psig=AOvVaw31r1ay6MRfGb17GldKV3cx&ust=1603930458991000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCICN7uCA1uwCFQAAAAAdAAAAABAI **Fecha de acceso 27/10/2020**

Ecuación polar de la cónica. Extraído de

<https://www.youtube.com/watch?v=Jmt7xIleWpI> **Fecha de acceso 28/10/2020**

Espiral de Arquímedes ecuación polar. Extraído de

<https://excelforo.blogspot.com/2018/07/Espiral-Arquimedes-Coordenadas-Polares.html> **Fecha de acceso 29/10/2020**

Ecuaciones cuadráticas. Extraído de

<https://www.todamateria.com/ecuaciones-cuadraticas-de-segundo-grado/>
<https://youtu.be/8MUiETywDOQ> **Fecha de acceso 7/10/2020**

Ecuaciones de segundo grado. Extraído de

https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_segundo_grado **Fecha de acceso 8/10/2020**

Grullón, R. (2019). Trigonometría, Calculo Diferencial y Tecnología. Primera edición. Editora Susaeta, República Dominicana.

Graficando funciones cuadráticas. Extraído de

http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/U10L1T1_RESOURCE/U10_L1_T1_text_final_es.html#:~:text=Otras%20caracter%C3%ADsticas%20%C3%BAtiles%20de%20una,Las%20coordenadas%20y%20son%200. **Fecha de acceso 22/09/2020**

Graficas de coordenadas polares. Extraído de

<https://sites.google.com/site/wikcalculoparametricopolar/calculo-y-ecuaciones-parametricas/2-2-graficas-en-coordenadas-polares> Fecha de acceso 14/10/2020

Regla de Ruffini. Extraído de

<https://ekuatio.com/la-regla-de-ruffini/> Fecha de acceso 8/10/2020

Teorema de Ruffini. Extraído de

<https://www.youtube.com/watch?v=IokE3DNOqow&feature=youtu.be> Fecha de acceso 10/10/2020

Sistema de coordenadas polares. Extraído de

<https://sites.google.com/site/angelopex/quinto-parc/coordenadas-polares> Fecha de acceso 05/10/2020

Sistema de ecuaciones. Extraído de

<https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/algebra/metodo-de-sustitucion-sistemas-ecuaciones/> Fecha de acceso 17/ 10 / 2020

Sistema de ecuaciones. Extraído de

<https://www.problemasyequaciones.com/Ecuaciones/sistemas/metodos-resolucion-sistemas-sustitucion-igualacion-reduccion-ejemplos.html>

Fecha de acceso 18/ 10 /2020

Video sobre coordenadas polares. Extraído de

https://youtu.be/PsH6CuH31_E. Fecha de acceso 27/9/2020

Video sobre los cuerpos redondos.

<https://www.youtube.com/watch?v=XO8RLpXL6tM>. Acceso 15/9/2020

Video sobre simetría de ecuaciones polares. Extraído de

<https://www.youtube.com/watch?v=d6YVSd8yvns> Fecha de acceso 14/10/2020

Video sobre sistema de ecuaciones

<https://www.youtube.com/watch?v=RJ96S2Pt3qU> Fecha de acceso 20/ 10 /2020

Proceso didáctico del cálculo diferencial y su tecnología

AUTORES:

- Álvaro Muñoz Taveras.
- Alba Iris Leclert De Jesús.
- Ismael Bautista Martínez.
- Daniel Antonio Belliard.

Unidad V

Cálculo diferencial

Orientación de la Unidad V

La definición de límite se explica como la interpretación que tiende a una sucesión, a medida que los parámetros de esa sucesión o función se acercan a determinados valores. En cálculo, especialmente en análisis real y matemática este concepto se utiliza para definir los conceptos fundamentales de convergencia, continuidad, derivación e integración entre otros.

Es notable que los límites y las derivadas son la principal base para el cálculo. En algunas ocasiones la función no se encuentra situada en un punto lo cual permite el razonar y asignar valores que nos acerca más y más a ese punto, es fundamental en el cálculo de la pendiente de una recta tangente a una curva, sirve para calcular hasta donde una función tendrá un límite exacto, para realizar estimaciones explican lo que en realidad un velocímetro muestra en un automóvil, estiman la corriente eléctrica que fluye del capacitor a la unidad de destello, utilizan para calcular mediciones, superficies, también se utilizan en construcciones y en la ubicación de los aviones en vuelos entre otros.

Las derivadas permiten la pendiente en todo punto de la curva, la evolución o el cambio de muchos fenómenos físicos, sirven para calcular los puntos donde la pendiente es cero para buscar máximos y mínimos, proveen una formulación matemática de la noción del coeficiente de cambio, se utiliza para determinar propiedades geométricas de los gráficos de funciones tales como: concavidad o convexidad, entre otras aplicaciones

Para el desarrollo de los límites y las derivadas se requiere que el participante domine la factorización, la racionalización, el conjugado de un binomio caso de indeterminación, intervalo, y las funciones reales de una variable.

Competencias de la unidad V

- ✓ Utiliza propiedades y teoremas sobre los límites para evaluar las aplicaciones del cálculo diferencial.
- ✓ Comprueba los casos de indeterminación para resolver situaciones problemáticas en el campo de los números reales.
- ✓ Aplica la teoría de los límites y resuelve situaciones problemáticas del campo laboral y del diario vivir.
- ✓ Emplea las diferentes definiciones de derivada para solucionar situaciones en el ámbito laboral y cotidiano.
- ✓ Aplica las derivadas sucesivas en problemática del campo laboral.
- ✓ Evalúa los diferentes teoremas de la derivada para utilizarlos como herramientas en soluciones de situaciones problemáticas.
- ✓ Utiliza derivada para solucionar problema en el campo de otras ciencias.

Esquema de la unidad V

5.1 Concepto de límite

5.1.2 Concepto de función matemática.

5.1.3 Uso de las TIC.

5.1.4 Límite de una función en un punto

5.2 Propiedades de los límites

5.3 Indeterminación.

5.3.1 Tipos de indeterminación.

5.4 Teoremas sobre límites.

5.5 Procedimientos para calcular límites en puntos finitos.

5.6 Tipos de límites.

5.6.1 Determinación de límites por solución directa.

5.6.2 Límites laterales.

5.6.2.1 Teorema sobre límites laterales.

5.6.3 Límites con factorización.

5.6.4 Límites con racionalización.

5.6.5 Límites infinitos y límites en el infinito.

5.7 Derivada.

5.7.1 Concepto de derivada.

5.8 Función derivada de $f(x)$ en un punto.

5.8.1 Regla general para derivar o método de los incrementos.

5.9 Teoremas fundamentales sobre las derivadas.

5.10 Derivadas Sucesivas de una función $f(x)$.

-Resumen de la unidad V.

-Ejercicios de autoevaluación de la Unidad V.

-Actividades de la Unidad V.

Respuestas a los ejercicios de auto evaluación V

Proceso Didáctico del Cálculo Diferencial y Tecnología

5.1 Concepto de límite

Un límite es una magnitud fija a la que se acercan de manera progresiva los términos que conforman una secuencia infinita de unidades. Consiste en acercarse lo máximo posible (tanto por la derecha como por la izquierda) a un valor específico de la variable independiente y examinar el efecto que esto produce sobre los valores de la función.

El límite de una función $f(x)$ cuando x tiende a $(x \rightarrow a)$ es la constante única L a la que se aproxima la función $f(x)$ cuando x se acerca al valor a , ya sea por la izquierda o por la derecha en el caso de la representación gráfica dicha función tiene el valor en y .

5.1.2 Concepto de función matemática

Es la relación que se establece entre dos conjuntos, a través de la cual a cada elemento del primer conjunto se le asigna un único elemento del segundo conjunto o ninguno.

5.1.3 Uso de la tecnología a los límites

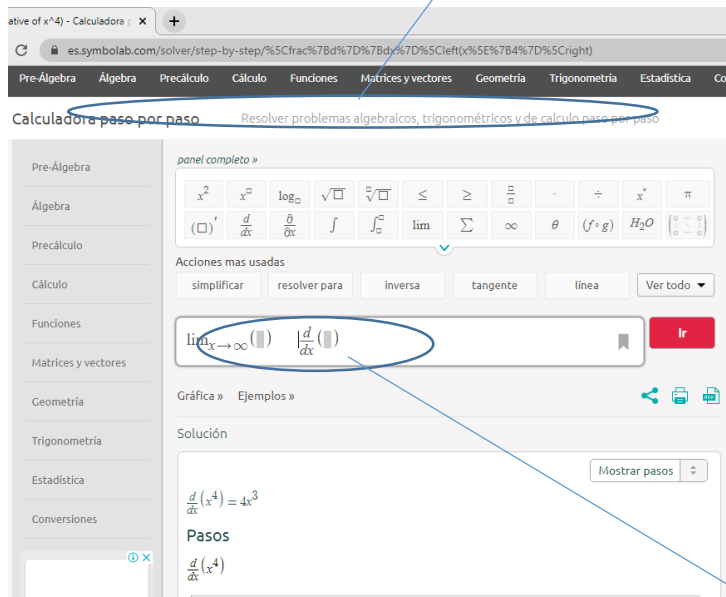
En esta ocasión se presenta la utilidad de herramientas tecnológicas para trabajar en el proceso didáctico de la matemática por medio de la tecnología.

Symbolab es una herramienta clave para preparar documentos relacionados a temas como Pre-álgebra, Álgebra, Pre-cálculo, Cálculo, Funciones, Matrices y vectores, Geometría, Trigonometría, Estadística. Arrojan datos y gráficas.

La utilidad de esta herramienta está sujeta al gran provecho que le desees dar.

5.1.4 Pasos para resolver el problema utilizando symbola:

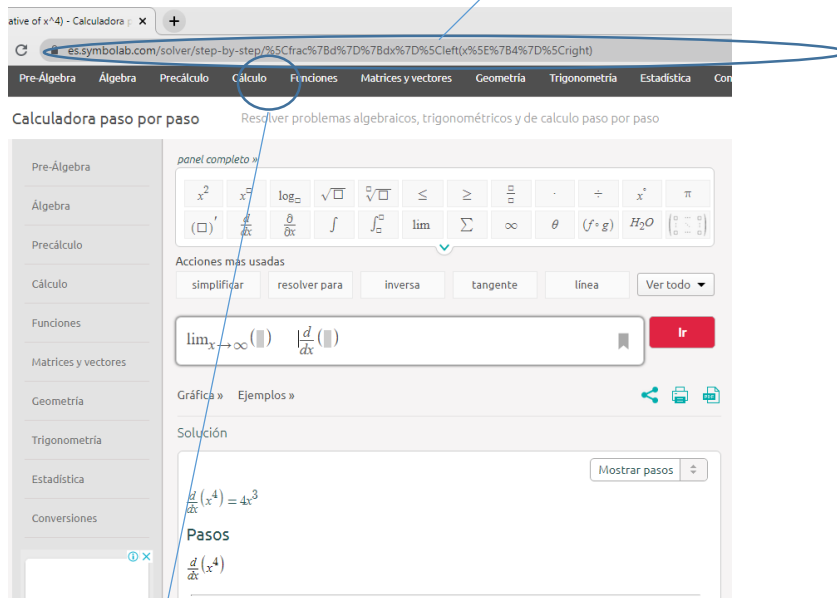
Dicha herramienta funciona como un buscador similar a Google, donde accede a su página en línea {<https://es.symbolab.com/>} y también se puede descargar como una aplicación para PC, Celular o table.



Escribe el contenido a desarrollar en el espacio de búsqueda y el programa te da respuesta de forma descriptiva indicándote paso a paso el resultado.

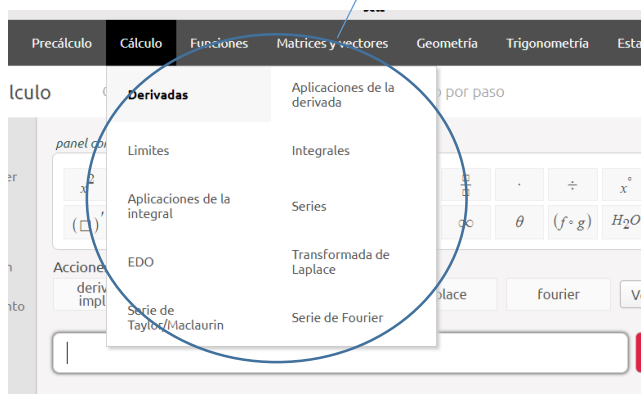
5.1.5 Pasos para resolver limites en symbolab:

Paso 1 acceder a su página en línea {<https://es.symbolab.com/>} en la PC, Celular o table.



Paso 2

Seleccionar el área a trabajar, en este caso cálculo automáticamente sale la barra con los subtemas que compone dicha selección



Paso 3 Seleccionar límite y automáticamente se colocará la opción, Límite en el espacio de búsqueda



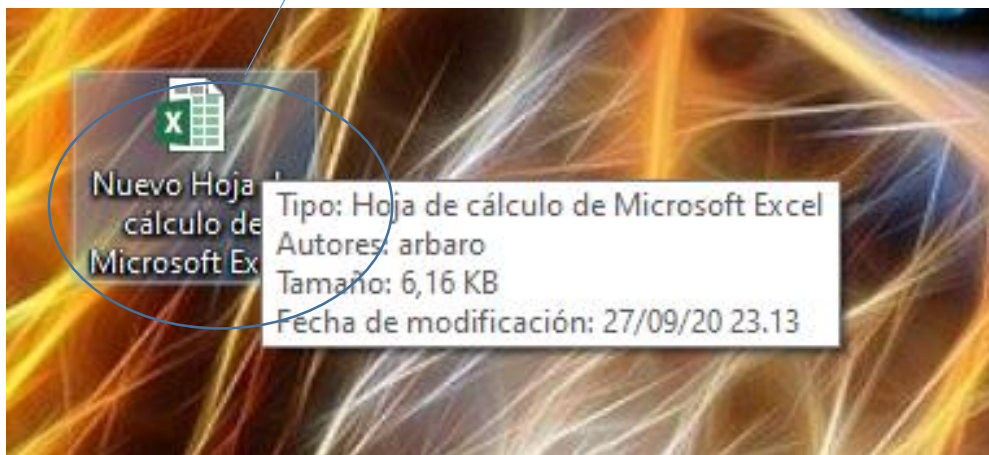
Paso 4

Se escribe la función y el valor al cual x tiende, luego dar clic en ir

Formato digital con la hoja de Cálculo Excel.

Pasos para resolver el problema utilizando la hoja de Cálculo Excel:

A. Paso 1 abrir Excel.



B. Paso 2

En una celda escriba el nombre de función convencional y al lado la función.

	A	B
1		
2		
3	Ejemplo 1	
4		
5	Fución convencional	$\frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5}$
6		
7		

C. Paso 3

En otra celda colocará la palabra limite de x cuando tiende a la variable de la función y a la derecha marca la celda donde se colocará el valor de la función.

	A	B
4		
5	Fución convencional	$\frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5}$
6	(lim) _{T(x)} ->	
7		

D. Paso 4

En otra celda coloque el nombre de la función programada, luego en la siguiente celda de la derecha programe la función convencional, teniendo la sintaxis y controles correspondientes presente.

	A	B
4		
5	Función convencional	$\frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5}$
6	$(\lim)_{x \rightarrow -6}$	-6
7	Función convencional	-123

5.1.6 Límite de una función en un punto.

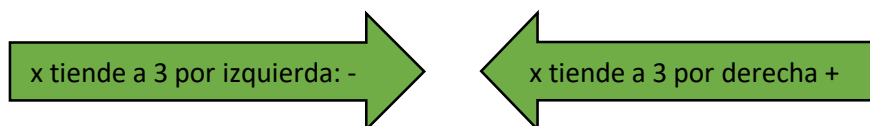
El límite de una función $f(x)$ en el punto x_0 , es el valor al que se le acercan las imágenes (las y) cuando las originales las (x) se acercan al valor x_0 . Es decir, el valor al que tienden las imágenes cuando los originales tiendes a x_0 .

$$F(x) = x + 1$$

Cuando x tiende a 3

Datos:	Solución	Para $x_4 = 3$	Respuesta(s):
$x_1 = 2.5$	Para $x_1 = 2.5$	$F(x) = (x + 1)$	Los 6 primeros términos son: 3.5, 3.9, 3.99, 4, 4.01, 4.03
$x_2 = 2.9$	$F(x) = (x + 1)$	$F(x) = 3 + 1$	
$x_3 = 2.99$	$F(x) = 2.5 + 1$	$F(x) = 4$	
$x_4 = 3$	$F(x) = 3.5$		
$x_5 = 3.03$		Para $x_5 = 3.01$	
$x_6 = 3.1$	Para $x_2 = 2.9$	$F(x) = (x + 1)$	
	$F(x) = (x + 1)$	$F(x) = 3.01 + 1$	
	$F(x) = 2.9 + 1$	$F(x) = 4.01$	
	$F(x) = 3.9$		
	Para $x_3 = 2.99$	Para $x_6 = 3.03$	
	$F(x) = (x + 1)$	$F(x) = (x + 1)$	
	$F(x) = 2.99 + 1$	$F(x) = 3.03 + 1$	
	$F(x) = 3.99$	$F(x) = 4.03$	

x-	2.5	2.9	2.99	x 3	3.01	3.1	x+
F(x)	3.5	3.9	3.99	F(x)	4.01	4.1	F(x)
				4			



x^2 x^{\square} \log_{\square} $\sqrt{\square}$ $\sqrt[\square]{\square}$ \leq \geq $\frac{\square}{\square}$ \cdot \div x° π
 $(\square)'$ $\frac{d}{dx}$ $\frac{\partial}{\partial x}$ \int \int_{\square}^{\square} \lim Σ ∞ θ $(f \circ g)$ H_2O $\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$

Acciones más usadas

simplificar resolver para inversa tangente línea Ver todo ▾

$\lim_{x \rightarrow 3} (x + 1)$ Ir

Gráfica » Ejemplos » 🔗 🖨️ 📄

Solución

Mostrar pasos ▾

$\lim_{x \rightarrow 3} (x + 1) = 4$

Pasos

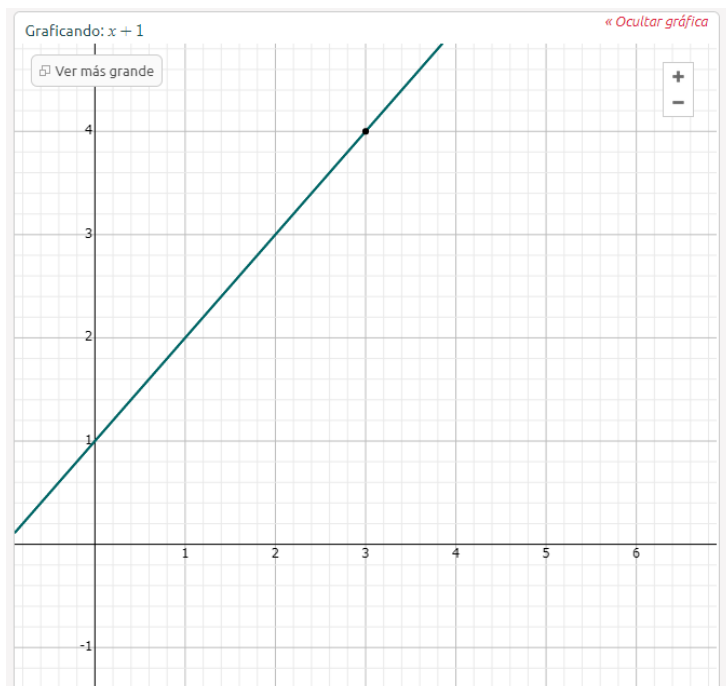
$\lim_{x \rightarrow 3} (x + 1)$

Sustituir la variable ⓘ

$= 3 + 1$

Simplificar

$= 4$



C	D	E
Ejemplo 2		
	Fución convencional	$F(x)=(x+1)$
	$(\lim)_{\top}(x) \rightarrow$	3
	Fución convencional	4

5.2 Propiedades de los límites:

Las propiedades de los límites son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una función más compleja. Al tratarse de operaciones, también se le denomina álgebra de los límites.

Las propiedades de los límites son:

Límite de una constante:

El límite de una función constante es esta misma constante.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k$$

✓ **Límite de una suma:**

El límite de la suma es la suma de los límites.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

✓ **Límite de un producto:**

El límite de un producto es el producto de los límites.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

✓ **Límite de un cociente:**

El límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de esta.

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad \text{si } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

✓ **Límite de una potencia:**

El límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevada al exponente.

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)^{g(x)}] = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

Si $f(x) > 0$

✓ **Límite de una función:**

Es uno de los conceptos fundamentales del análisis matemático aplicado a las funciones.

$$\lim_{x \rightarrow a} g[f(x)] = g \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

G puede ser una raíz, un log, sen, cos, tg, etc.

✓ **Límite de una raíz:**

El límite de una raíz es la raíz del límite.

$$\lim_{x \rightarrow n} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow n} f(x)}$$

Si n es impar

Si n es par $f(x) \geq 0$

✓ **Límite de un logaritmo:**

El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

$$\lim_{x \rightarrow a} [\log_a f(x)] = \log_a \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]$$

Si $a > 0$ y $f(x) > 0$

5.3 Indeterminación

Una indeterminación no significa que el límite no exista, o no se pueda determinar, sino que la aplicación de las propiedades de los límites tal como han sido enunciadas son válidas, En estos casos hay que efectuar operaciones particulares para resolver cada una de las indeterminaciones.

5.3.1 Tipos de indeterminación

Infinito partido por infinito

$$(\infty)/\infty \rightarrow \text{Ind}$$

Infinito menos infinito

$$\infty - \infty \rightarrow \text{Ind}$$

Cero entre cero

$$0/0 \rightarrow \text{Ind}$$

Cero por infinito

$$0 \times \infty \rightarrow \text{Ind}$$

Cero elevado a cero

$$0^0 \rightarrow \text{Ind}$$

Infinito elevado a cero

$$\infty^0 \rightarrow \text{Ind}$$

Uno elevado a infinito

$$1^\infty \rightarrow \text{Ind}$$

5.4 Teoremas sobre límites

✓ **Teorema de límite 1:** Límite de una función constante. Si K es una constante y a un número cualquiera, entonces

$$\lim_{x \rightarrow a} K =$$

Ejemplo 1:

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2$$

Ejemplo 2:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{3}} \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

✓ **Teorema de límite 2:** Límite de $f(x) = x$

Para cualquier número $\lim_{x \rightarrow a} x = a$, dado a ,

Ejemplo 1:

$$f(x) = x$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} x = 4$$

Ejemplos 2:

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} x = \sqrt{7}$$

✓ **Teorema de límite 3:** Límite de una función multiplicada por una constante

Si $\lim f(x) = L$, y K es un número real, entonces se cumple que:

Ejemplo 1:

$$\lim_{x \rightarrow -1} x = \frac{1}{6} (2x) = \lim_{x \rightarrow -1} x = \frac{2}{6} (x) = \frac{2}{6} \lim_{x \rightarrow -1} x = \frac{2}{6} (-1) = \frac{-2}{6}$$

Ejemplo 2:

$$\lim_{x \rightarrow 2} 4(3x+7) = 4 \lim_{x \rightarrow 2} (3x+7) = 4(3 \cdot 2 + 7) = 31$$

✓ **Teorema de límite 4:** Sobre constantes

Si m y b son dos constantes cualquiera, entonces $\lim_{x \rightarrow a} m x + b = ma + b$

Ejemplo 1:

$$\lim_{x \rightarrow 2} 6x + 8 = 6(2) + 8 = 20$$

Ejemplo 2:

$$\lim_{x \rightarrow 3} -5x + 6 = -5(4) + 6 = 26$$

✓ **Teorema de límite 5:** Límite de una suma y una diferencia de funciones.

Si f y g son dos funciones para las que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

Entonces se cumple que:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M + L$$

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 2} 4x + \sqrt{x} = \lim_{x \rightarrow 2} 4x + \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x} = 4(2) + \sqrt{2} = 8 + \sqrt{2}$$

También se aplica esta propiedad para la resta de funciones, por lo que podemos decir que:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M - L$$

✓ **Teorema de límite 6:** Límite de una multiplicación de funciones.

Si f y g son dos funciones para las que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$$

Ejemplo:

$$I. \lim_{x \rightarrow 2} x \sqrt{x} = \lim_{x \rightarrow 2} x \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

✓ **Teorema de límite 7:** Límite de un cociente de funciones.

Si f y g son dos funciones para las que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L}{M}$$

5.5 Procedimiento para calcular límites en puntos finitos

Para calcular el límite de una función $f(x)$ cuando x se acerca a cierto valor a simplemente se sustituye el valor de a en $f(x)$. Aplicando los teoremas correspondientes.

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5}$$

Ejemplo:

Datos:	Solución	Respuesta(s)
$x_1 = -6$	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5} = ?$ $\frac{3(-6)^2 - 2(-6) + 3}{(-6) + 5}$ $\frac{3(36) - 2(-6) + 3}{(-6) + 5}$ $\frac{108 - (-12) + 3}{-1}$ $\frac{(108 + 12) + 3}{-1}$ $\frac{123}{-1} = -123$	Cociente -123

Aplicación de la tecnología

Ejemplo de Symbola

$$\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5} \right) = -123$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5} \right)$$

Sustituir la variable **i**

$$= \frac{3(-6)^2 - 2(-6) + 3}{-6 + 5}$$

Simplificar $\frac{3(-6)^2 - 2(-6) + 3}{-6 + 5}$; -123

$$= -123$$

5.6 Tipos de límites

5.6.1 Determinación de límite por solución directa

En dicho procedimiento se sustituye la variable por el valor de la tendencia.

Ejemplo. A

Buscar el valor del límite.

Datos:	Solución:	Respuesta(s):
$x_1 = 1$	$\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1)(x^3 - 3)$	Producto
	$\lim_{x \rightarrow 1} (2(1) + 1)((1)^3 - 3)$	-6
	$\lim_{x \rightarrow 1} (2 + 1)(1 - 3)$	
	$\lim_{x \rightarrow 1} (3)(-2)$	
	$\lim_{x \rightarrow 1} = -6$	

Aplicación de la tecnología

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left((2x + 1)(x^3 - 3) \right)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left((2x + 1)(x^3 - 3) \right) = -6$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left((2x + 1)(x^3 - 3) \right)$$

Sustituir la variable **i**

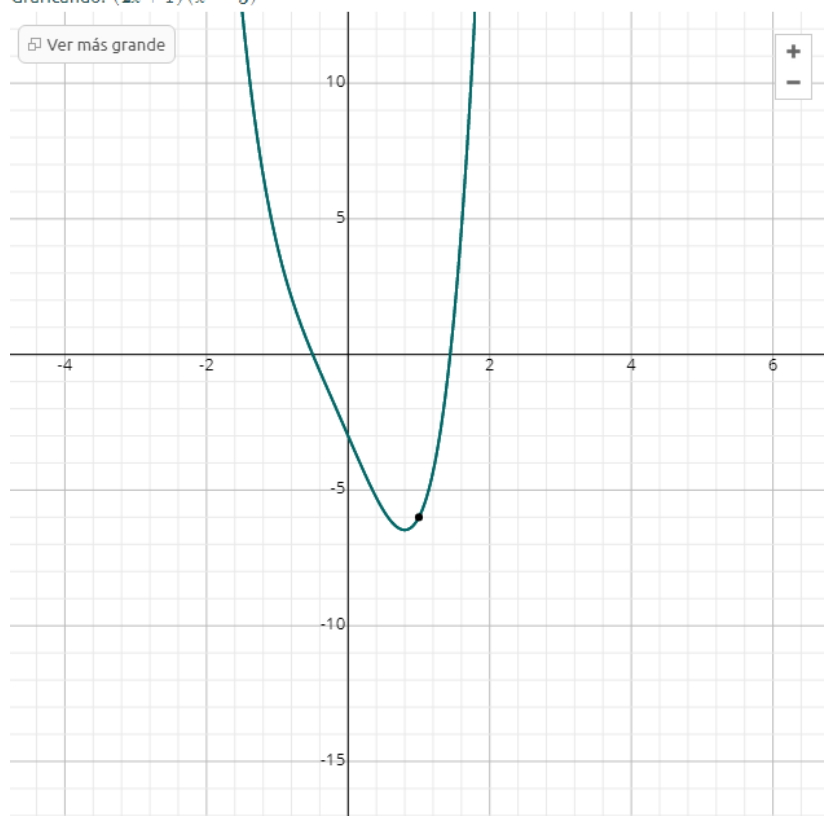
$$= (2 \cdot 1 + 1)(1^3 - 3)$$

Simplificar $(2 \cdot 1 + 1)(1^3 - 3)$: -6

$$= -6$$

Graficando: $(2x + 1)(x^3 - 3)$

« Usando grafica



Ejemplo

Datos:	Solución	Respuesta(s):
$x_1 = 2$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 3)}{(x + 1)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2)^3 - 3}{((2) + 1)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(8 - 3)}{(3)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} = \frac{5}{3}$	$\square \square \frac{5}{3}$

tecnología Aplicación de la

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 3}{x + 1} \right) = \frac{5}{3} \quad (\text{Decimal: } 1.66666\dots)$$

Pasos

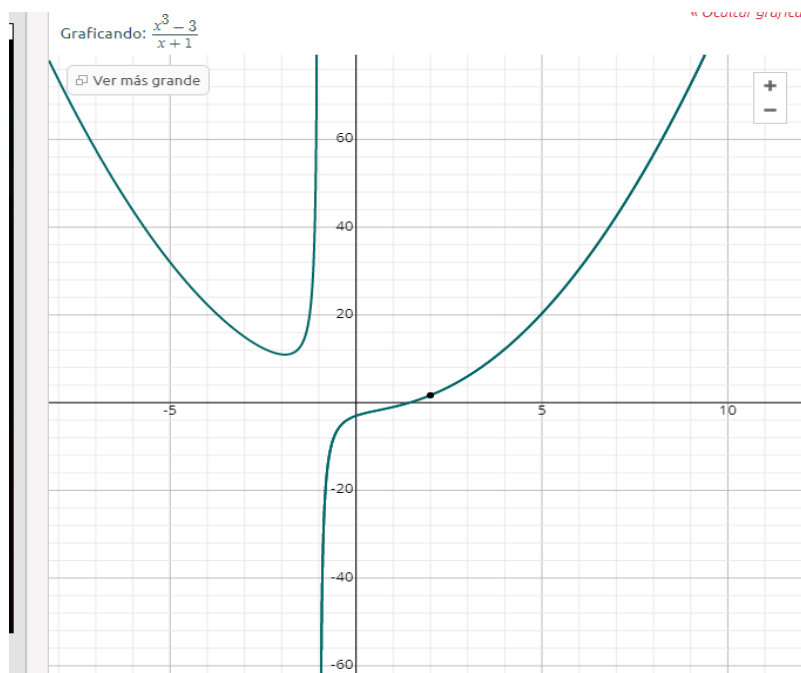
$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 3}{x + 1} \right)$$

Sustituir la variable **i**

$$= \frac{2^3 - 3}{2 + 1}$$

Simplificar

$$= \frac{5}{3}$$



5.6.2 Límites laterales

El asignar valores sucesivamente cada vez más cercanos al valor hacia el cual tiende x , tanto con valores menores como con valores mayores, se denominan; cálculo de un límite mediante sus límites laterales.

El límite en el cual se asignan valores sucesivamente cada vez más cercanos al valor hacia el cual tiende x , pero menores, se denomina límites laterales por la izquierda

El límite lateral por la izquierda de una función $f(x)$ cuando x tiende a un valor fijo a , se expresa por:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} F(x)$$

En el límite en el cual se asignan valores sucesivamente cada vez más cercanos al valor hacia el cual tiene x , pero mayores se denominan limite lateral por la derecha.

El límite lateral por la derecha de una función $f(x)$ cuando x tiende a un valor fijo a , se representa por

$$\lim_{x \rightarrow a^+} F(x)$$

5.6.2.1 Teoremas sobre límites laterales

El límite de una función existe, si y solo si sus límites laterales existen y son iguales,

$$\text{esto es } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ existe} \leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Basándose en el teorema anterior se deduce que para calcular el límite de una función primero se deben obtener sus límites laterales y a partir de ello, se determina el valor del límite.

Ejemplo

Calcula el límite por la izquierda de la siguiente función, $f(x) = \sqrt{7-x}$ cuando x tiende a 7

En dicho caso creamos una tabla. Ejemplo

$x \rightarrow 7^-$	$f(x) = \sqrt{7-x}$
6.5	0.7071
6.8	0.4472
6.9	0.3162
6,99	0.1000
6,999	0.0316

Cuando los valores de x se acercan cada vez más a 7 por la izquierda, la función se acerca cada vez más a 0, esto es cuando x^{7^-} , entonces $f(x) \rightarrow 0$ lo que quiere

$$\text{decir. } \lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = \sqrt{7-x} = 0$$

5.6.3 Límites con factorización.

Los límites con factorización se aplican cuando se tienen funciones que su resultado es indeterminado, teniendo en cuenta que se ajusta algún caso de factorización.

¿Qué significa factorización?

Es una técnica que consiste en la descomposición en factor de una expresión algebraica (que puede ser un número, una suma o resta, una matriz, un polinomio, en forma de producto.

¿Cómo saber si la factorización está bien?

Si la factorización se ha implementado correctamente, entonces al efectuar la multiplicación, aplicando la propiedad distributiva de la parte derecha de la igualdad y nos tiene que dar la parte izquierda.

Ejemplo:

En la siguiente ecuación se puede determinar de forma directa que se produce una indeterminación.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{0}{0} \text{ IND}$$

Factorización de la expresión

Paso1. Se procede a identificar cual es la indeterminación en este caso es

$$x \rightarrow -4$$

Paso 2. Se le busca raíz cuadrada a los términos que se van a factorizar, recordando que para poder factorizar ambos miembros deben de tener raíz cuadrada.

Paso 3. Se procede a abrir dos paréntesis uno con signo negativo y otro con signo positivo.

Demostración: B

Datos:

$$x_1 = 4$$

Solución:

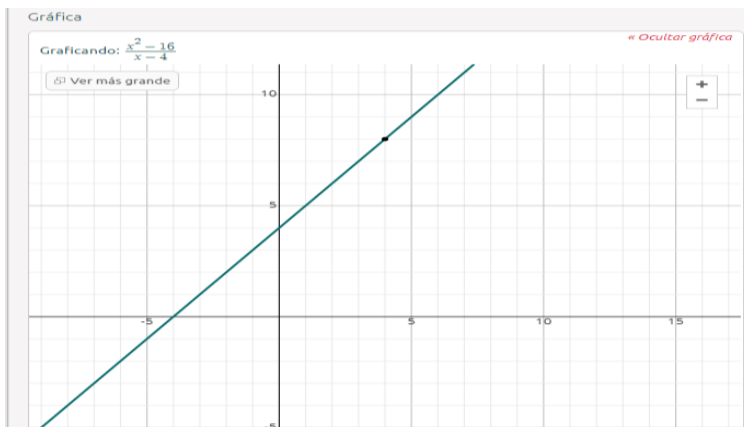
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x + 4)}{x - 4}$$

$$4 + 4 = 8$$

Respuesta(s):

8



Sustituir la variable **i**

$$= 4 + 4$$

Simplificar

$$= 8$$

Solución

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 16}{x - 4} \right) = 8$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 16}{x - 4} \right)$$

Simplificar $\frac{x^2 - 16}{x - 4}$: $x + 4$

5.6.4 Límites con racionalización

Este tipo de límite se presenta cuando aparece una raíz en el numerador o el denominador de una función racional y esta al ser evaluado el límite se vuelve cero en el denominador.

Racionalizar una fracción consiste en conseguir que su denominador sea racional y podemos considerarlo como un proceso de simplificación.

Ejemplos:

✓ Para estos límites debemos tener en cuenta lo siguiente:

Conjugado de un término

Es un binomio que se toma con diferente signo entre dos factores.

Ejemplo:

1.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{\sqrt{2} - \sqrt{x}} * \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x}}{\sqrt{2} + \sqrt{x}} \right)$$

✓ Para resolver los límites se realizan los siguientes pasos:

1. Se escribe el conjugado del término que tenga raíz
2. Se multiplica el numerador y el denominador por el conjugado
3. Se realizan las operaciones de multiplicación
4. Se elimina el término que se vuelve cero en el denominador y en el caso de ser necesario se factoriza
5. Se evalúa el valor del límite

Ejemplo resuelto:

Encuentra el valor para el siguiente límite.

Datos:

$$x_1 = 81$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow 81} \frac{\sqrt{x}-9}{x-81}$$

Respuesta(s)

$$\frac{1}{18}$$

Paso 1) El conjugado es.

$$\sqrt{x} + 9$$

Paso 2) se multiplica.

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{\sqrt{x}-9}{x-81} * \frac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}+9}$$

Paso 3) se realizan las operaciones

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{x-81}{(x-81)(\sqrt{x}+9)}$$

Paso 4) se elimina.

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{x-81}{(x-81)(\sqrt{x}+9)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{1}{\sqrt{x}+9}$$

Paso 5) se evalúa.

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{1}{\sqrt{x}+9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{1}{\sqrt{81}+9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{1}{9+9}$$

Aplicación de la tecnología

Solución

$$\lim_{x \rightarrow 81} \left(\frac{\sqrt{x} - 9}{x - 81} \right) = \frac{1}{18} \quad (\text{Decimal: } 0.05555\dots)$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow 81} \left(\frac{\sqrt{x} - 9}{x - 81} \right)$$

Racionalizar el numerador $\frac{\sqrt{x} - 9}{x - 81} : \frac{1}{\sqrt{x} + 9}$

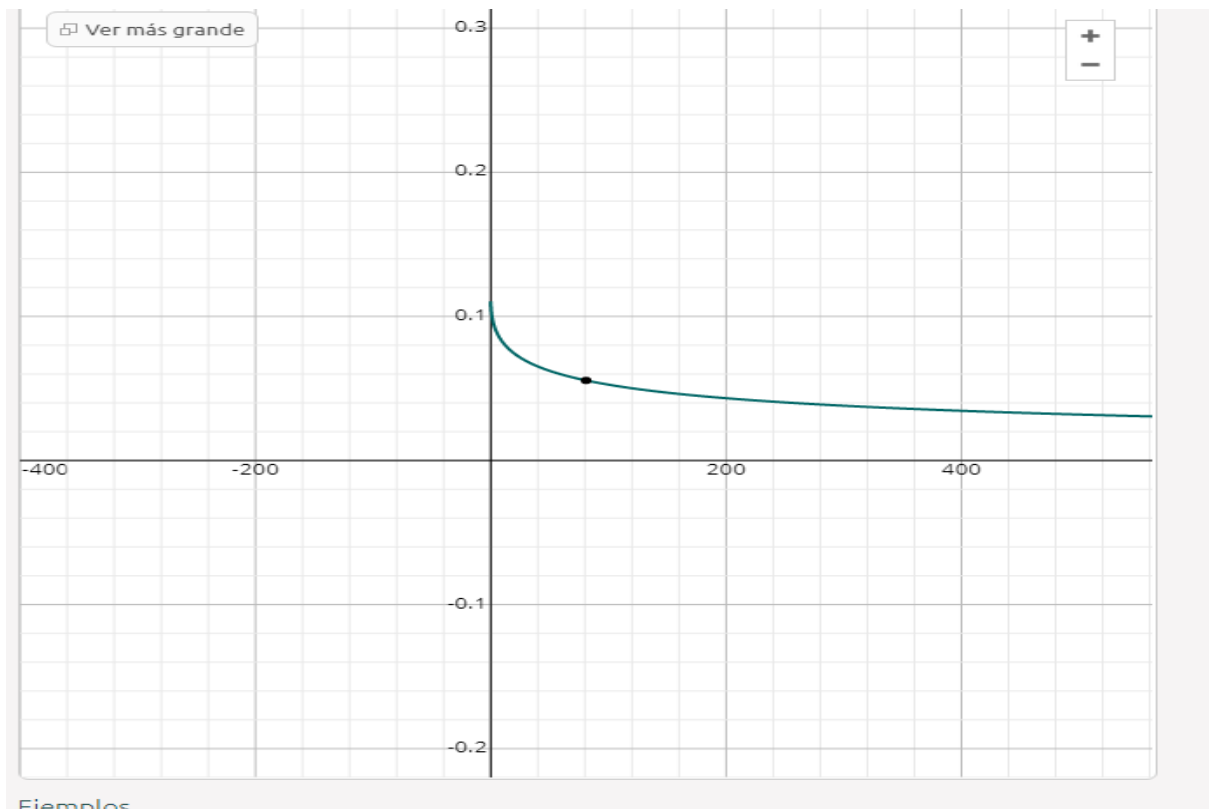
$$= \lim_{x \rightarrow 81} \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 9} \right)$$

Sustituir la variable **i**

$$= \frac{1}{\sqrt{81} + 9}$$

Simplificar $\frac{1}{\sqrt{81} + 9} : \frac{1}{18}$

$$= \frac{1}{18}$$



5.6.5 Límites infinitos y límites en el infinito

Se debe de distinguir estas dos consideraciones, ya que tienen significados diferentes.

Límite infinito cuando $x \rightarrow a$, $f(x) \rightarrow \infty$ se presentan los siguientes casos:

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{x-2} = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4}{x-2} = -\infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4}{x-2} = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +2} \frac{4}{-x-2} = -\infty$$

Se puede observar en cada uno de estos ejemplos, cuando $x \rightarrow a$ la función tiende a más infinito o menos infinito según sea el límite por la izquierda o por la derecha.

Límite en el infinito, cuando $x \rightarrow \infty$ la función $f(x)$ tiende a una constante L .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

Ejemplo resuelto:

Datos:

$$x_1 = \infty$$

Solución

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{2 + \frac{1}{x}} = \frac{6}{2 + 0} = \frac{6}{2} = 3$$

Respuesta(s):

3

Se

observa que cuando $x \rightarrow \pm\infty$, la función tiende hacia la constante $L=3$

Forma de eliminar las indeterminaciones $\frac{\infty}{\infty}$ y $\frac{0}{0}$

Datos:

$$x_1 = \infty$$

Solución:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 4x^2 - 6}{3x^3 - 2x^2 - 1} &= \frac{6(\infty)^3 - 4(\infty)^2 - 6}{3(\infty)^3 - 2(\infty)^2 - 1} \\ &= \frac{\infty - \infty - 6}{\infty - 1} \\ &= \frac{\infty}{\infty}, \text{ indeterminado} \end{aligned}$$

Respuesta(s):

$$\frac{\infty}{\infty}$$

Ejemplo resuelto:

Para eliminar esta indeterminación procedemos a dividir numerador y denominador por la mayor potencia de la variable considerada, de este modo obtenemos una función equivalente que posee límite.

Datos:

$$x_1 = \infty$$

Solución

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6x^3}{x^3} + \frac{4x^2}{x^3} + \frac{6}{x^3}}{\frac{3x^3}{x^3} - \frac{2x^2}{x^3} - \frac{1}{x^3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 + \frac{4}{x} + \frac{6}{x^3}}{3 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}} = \frac{6 + 0 + 0}{3 + 0 + 0} = 2$$

Respuesta(s):

2

Aplicación de la tecnología

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{6x^3 + 4x^2 - 6}{3x^3 - 2x^2 - 1} \right) \right)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^3 + 4x^2 - 6}{3x^3 - 2x^2 - 1} \right) = 2$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^3 + 4x^2 - 6}{3x^3 - 2x^2 - 1} \right)$$

Dividir entre el denominador con mayor potencia: $\frac{6 + \frac{4}{x} - \frac{6}{x^3}}{3 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6 + \frac{4}{x} - \frac{6}{x^3}}{3 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

With the exception of indeterminate form ⓘ

$$\frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(6 + \frac{4}{x} - \frac{6}{x^3} \right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(6 + \frac{4}{x} - \frac{6}{x^3} \right) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} \right) = 3$$

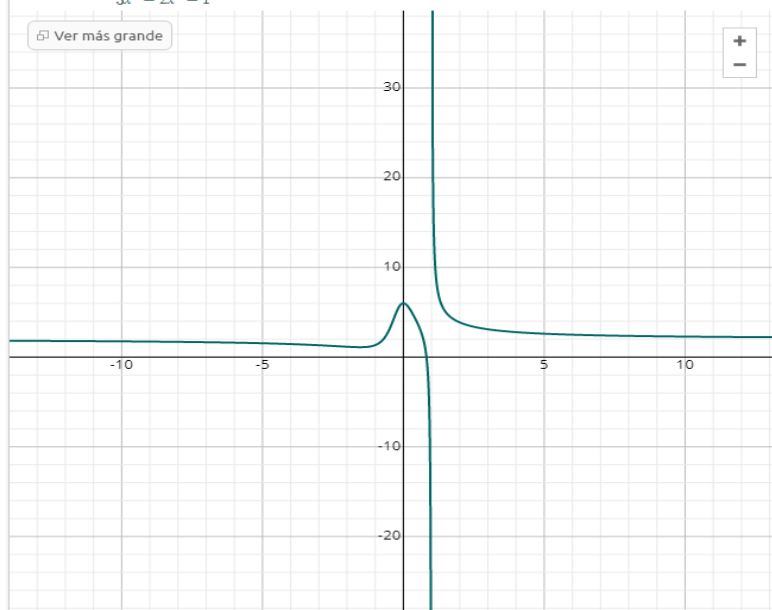
$$= \frac{6}{3}$$

Simplificar

$$= 2$$

Graficando: $\frac{6x^3 + 4x^2 - 6}{3x^3 - 2x^2 - 1}$

« Ocultar gráfica



2 es el límite de la función dada inicialmente.

Ejemplo:

Datos:	Solución	Respuesta(s):	Para
$x_1 = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 4x}{5x^3 + 8x} = \frac{3(0)^3 - 4(0)}{5(0)^3 + 8(0)}$ $= \frac{0}{0}, \textit{ indeterminado}$	$\frac{0}{0}$	esta

indeterminación se procede a dividir en el numerador por la menor potencia de la variable considerada o se factoriza.

Aplicación de la tecnología

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^3 - 4x}{5x^3 + 8x} \right) = -\frac{1}{2} \quad (\text{Decimal: } -0.5)$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^3 - 4x}{5x^3 + 8x} \right)$$

Simplificar $\frac{3x^3 - 4x}{5x^3 + 8x} : \frac{3x^2 - 4}{5x^2 + 8}$

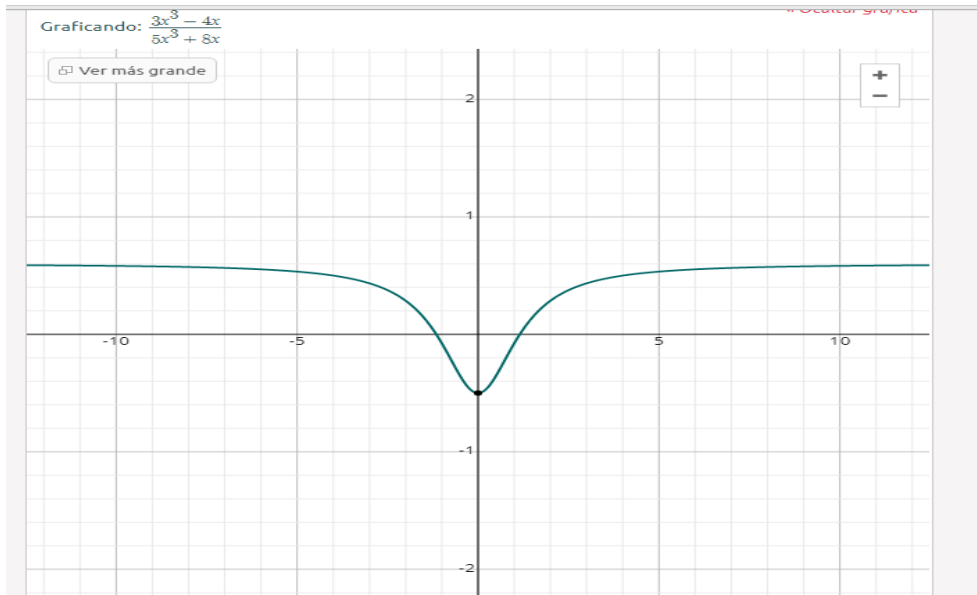
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 - 4}{5x^2 + 8} \right)$$

Sustituir la variable **i**

$$= \frac{3 \cdot 0^2 - 4}{5 \cdot 0^2 + 8}$$

Simplificar $\frac{3 \cdot 0^2 - 4}{5 \cdot 0^2 + 8} : -\frac{1}{2}$

$$= -\frac{1}{2}$$



Factorizando:

Datos:

$$x_1 = 0$$

Solución

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(3x^2 - 4)}{x(5x^2 + 8)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x^2 - 4)}{(5x^2 + 8)} \\ &= \frac{3(0)^2 - 4}{5(0)^2 + 8} = \frac{-4}{8} \\ &= \frac{-1}{2}, \end{aligned}$$

Respuesta(s):

$$\frac{-1}{2}$$

Aplicación de la tecnología

Límite de la función cuando x tiende a un valor diferente de cero, para este caso, solamente se puede factorizar

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x(3x^2 - 4)}{x(5x^2 + 8)} \right)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x(3x^2 - 4)}{x(5x^2 + 8)} \right) = -\frac{1}{2} \quad (\text{Decimal: } -0.5)$$

Pasos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x(3x^2 - 4)}{x(5x^2 + 8)} \right)$$

Eliminar los terminos comunes: x

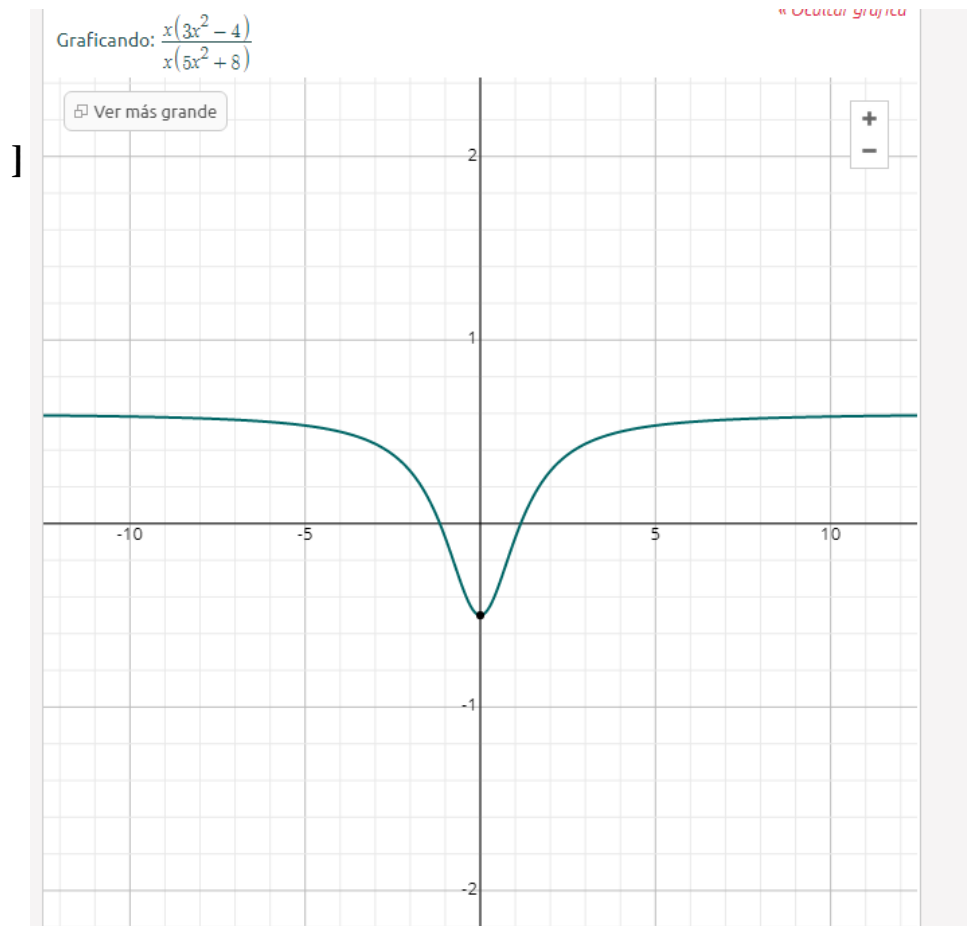
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 - 4}{5x^2 + 8} \right)$$

Sustituir la variable **i**

$$= \frac{3 \cdot 0^2 - 4}{5 \cdot 0^2 + 8}$$

Simplificar $\frac{3 \cdot 0^2 - 4}{5 \cdot 0^2 + 8}$: $-\frac{1}{2}$

$$= -\frac{1}{2}$$



5.7 Derivada

5.7.1 Concepto de derivada

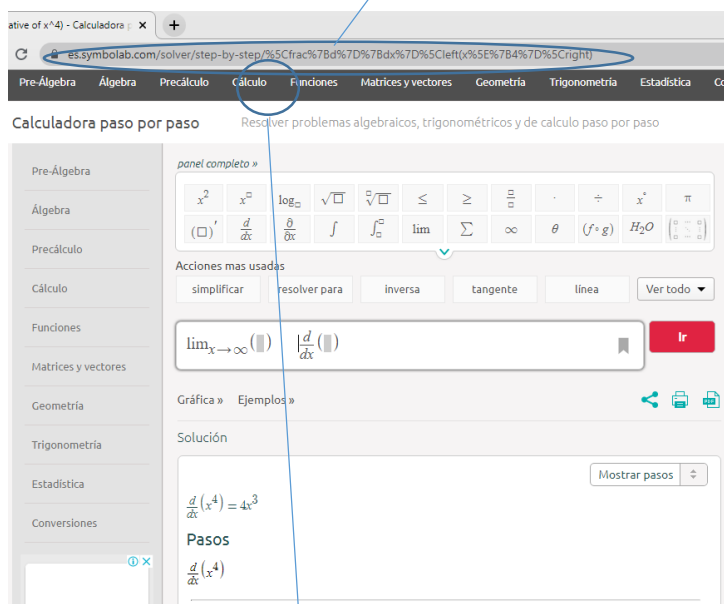
La derivada de una función es una de las herramientas más poderosas en las matemáticas. La derivada de una función mide la rapidez con la que cambia el valor de dicha función matemática, según cambie el valor de su variable independiente. La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio en medio de la función en cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se torna cada vez más pequeño. Por ello se habla del valor de la derivada en una función en un punto dado.

La definición de derivada es la siguiente:

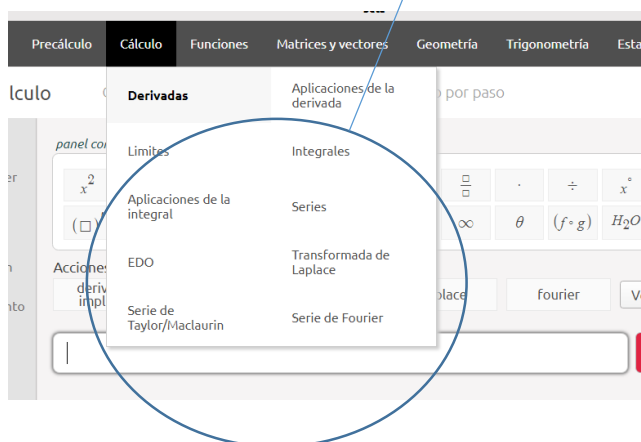
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Pasos para resolver derivadas utilizando Symbolab:

Paso 1 acceder a su página en línea {<https://es.symbolab.com/>} en la PC, Celular o table.

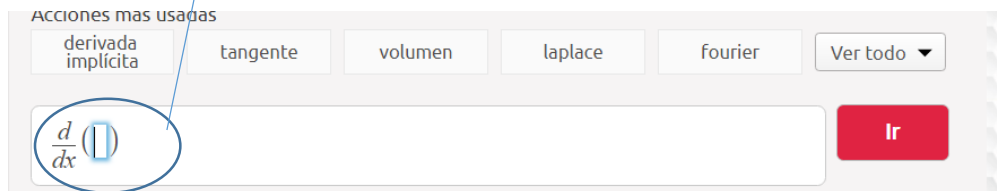


Paso 2 seleccionar el área a trabajar en este caso cálculo, automáticamente sale la barra con los subtemas que compone dicha selección



Paso 3

Seleccionar derivada y automáticamente se colocará la opción, derivada en el espacio de búsqueda



Paso 4

Escribes la función a derivar dentro de los paréntesis luego dar clic en ir.

Ejemplo:

Obtenga la derivada de la siguiente función: $f(x)=3x^2+4x-2$. Aplicando la definición de derivada, $x=x+h$ y $f(x)$ es la función, recuerda que en esta aplicación

debes

Datos:

$$x = x + h$$

$$h = 0$$

Solución:

$$\begin{aligned} f(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h)^2 + 4(x+h) - 2 - (3x^2 + 4x - 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2xh + h^2) + 4x + 4h - 2 - 3x^2 - 4x + 2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 + 4x + 4h - 2 - 3x^2 - 4x + 2}{h} \end{aligned}$$

Simplificando:

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2 + 4h}{h}$$

Divido cada término por h o factorizo:

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h + 4)$$

Finalmente, calcula el límite cuando $h \rightarrow 0$ se tiene la derivada de la función:

Respuesta(s):

$$\begin{aligned} D_x f(x) \\ = 6x + 4 \end{aligned}$$

usar productos notables, en este caso el cuadrado de la suma de dos cantidades.

Aplicación de la tecnología

$$\frac{d}{dx}(3x^2 + 4x - 2)$$



Ir

$$\frac{d}{dx}(3x^2 + 4x - 2) = 6x + 4$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(3x^2 + 4x - 2)$$

Aplicar la regla de la suma/diferencia: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

$$= \frac{d}{dx}(3x^2) + \frac{d}{dx}(4x) - \frac{d}{dx}(2)$$

$$\frac{d}{dx}(3x^2) = 6x$$

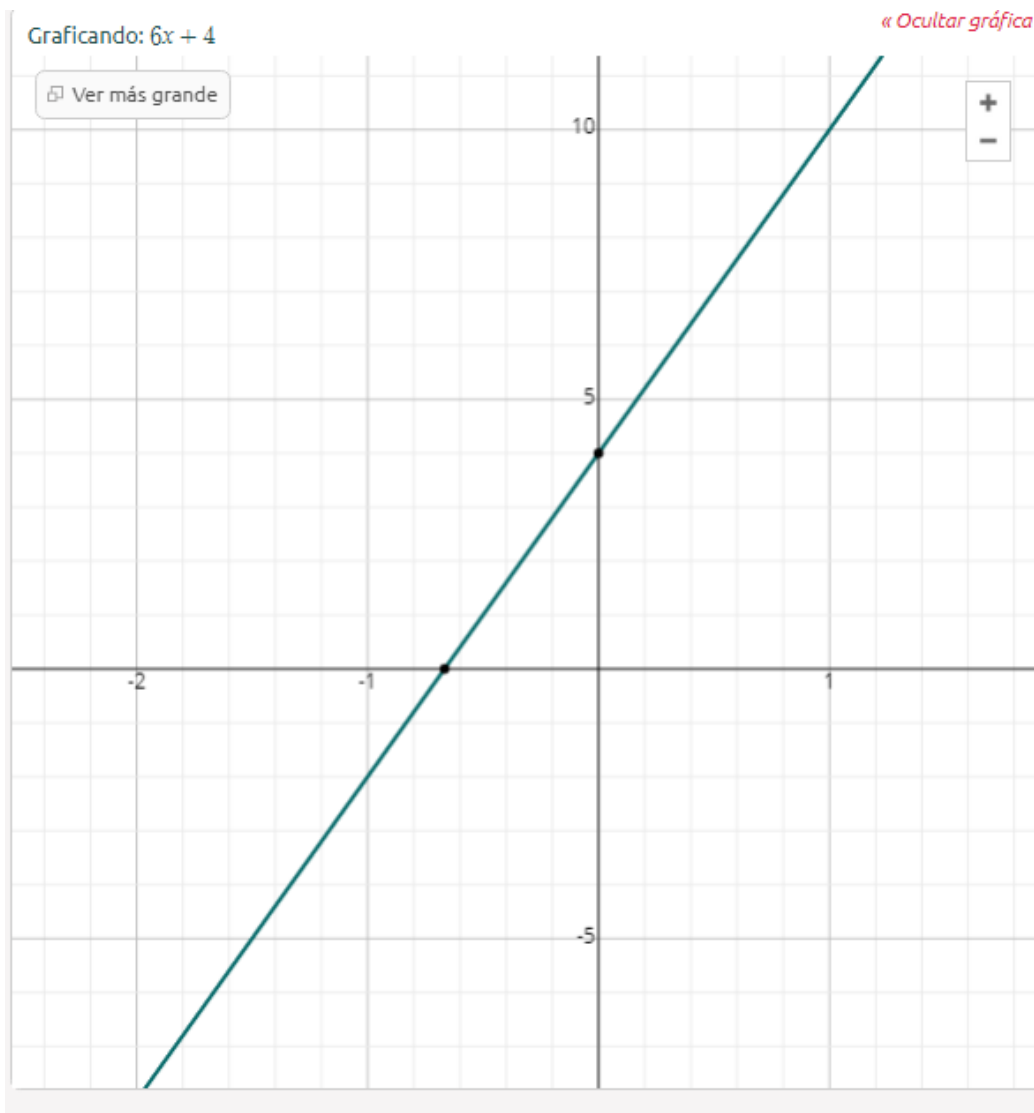
$$\frac{d}{dx}(4x) = 4$$

$$\frac{d}{dx}(2) = 0$$

$$= 6x + 4 - 0$$

Simplificar

$$= 6x + 4$$



5.8 Función derivada de $f(x)$ en un punto

Se puede hallar el límite de la razón de cambio $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cuando $\Delta x \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

A este límite, si existe, se le llama derivada de la función $y=f(x)$

y' (y prima)

$\frac{d}{dx}$: derivada de y respecto a x o también $\frac{y'(y \text{ prima})}{f'(x)(f \text{ prima de } x)}$

$\frac{d}{dx}f(x)$ (derivada de la función f(x) con relación a x)

Por definición tenemos que: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = y' = f'(x)$

La derivada, como se observa, representa la razón de cambio instantánea de la variable dependiente con respecto a la variable independiente.

5.8.1 Regla general para derivar o método de los incrementos

✓ **Primer paso:** Se toma la función dada como posición inicial de la función $y = f(x)$.

✓ **Segundo paso:** Se incrementa la función y la variable independiente, siendo ésta la posición final $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$

✓ **Tercer paso:** Se resta la posición inicial de la función de la posición final, simplificando y así se obtiene el incremento de la función (Δy).

✓ **Cuarto paso:** Se dividen los dos miembros del incremento de la función por la variable independiente (Δx).

✓ **Quinto paso:** Se aplica límite en ambos miembros del incremento cuando $\Delta x \rightarrow 0$.

Se observa:

$Y = f(x)$, (estado inicial de la función).

$y + \Delta y = f(x + \Delta x)$, (estado final de la función).

$y + \Delta y - y = f(x + \Delta x) - f(x)$ (se resta el estado inicial de $f(x)$ del estado final).

$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$, (incremento de la función).

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ (se divide en ambos miembros por } \Delta x \text{)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ (se aplica } \lim \text{ en ambos miembros cuando } \Delta x \rightarrow 0 \text{)}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

Por definición $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

5.9 Teoremas fundamentales sobre las derivadas.

Una forma más simple que la aplicación de la definición para calcular la derivada de una función real de variable real, es mediante los teoremas, los cuales se obtienen a partir de la definición.

✓ Derivada de una constante.

Regla, la derivada de una constante es cero.

Teorema, $D_x K = 0$ es un número real (Constante)

Ejemplos simples.

Si $f(x) = 6$ entonces $f'(x) = 0$

$$\frac{d}{dx}(6)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

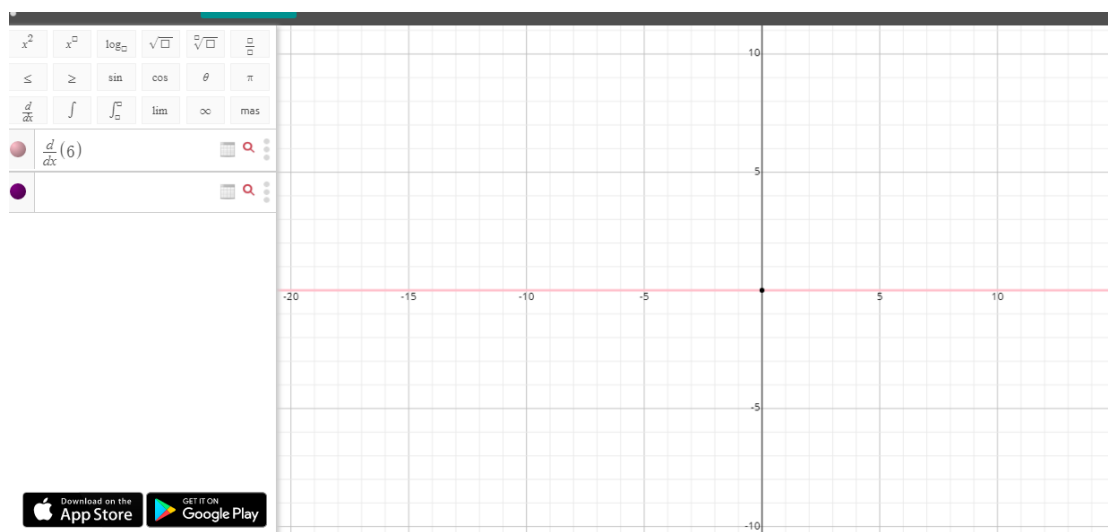
$$\frac{d}{dx}(6) = 0$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(6)$$

Derivada de una constante: $\frac{d}{dx}(a) = 0$

$$= 0$$



Si $f(x) = \frac{5}{2}$ entonces $f'(x) = 0$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{5}{2} \right)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

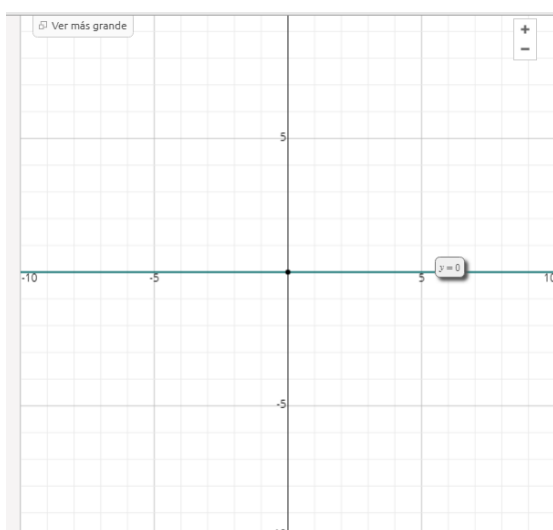
$$\frac{d}{dx} \left(\frac{5}{2} \right) = 0$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{5}{2} \right)$$

Derivada de una constante: $\frac{d}{dx} (a) = 0$

$$= 0$$



Si $f(x) = (5(2\sqrt{4}))$ entonces $f'(x) = 0$

$$\frac{d}{dx} (5(2\sqrt{4}))$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

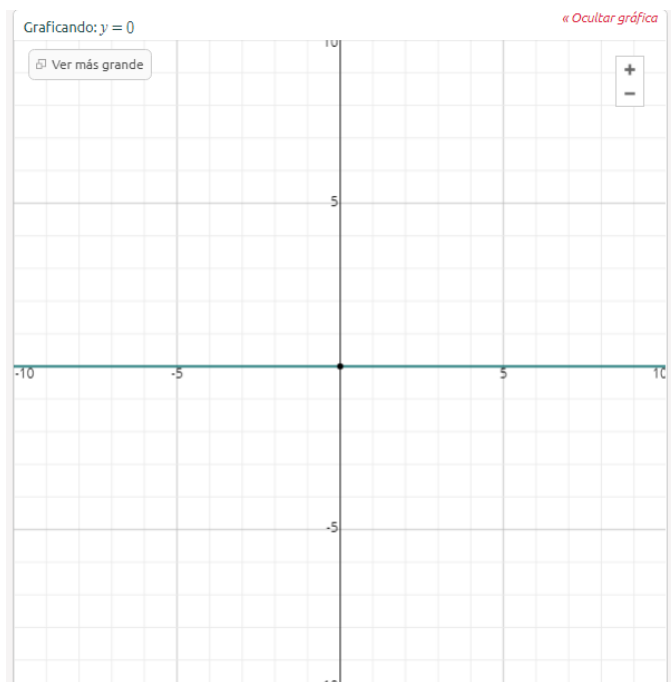
$$\frac{d}{dx} (5 \cdot 2\sqrt{4}) = 0$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} (5 \cdot 2\sqrt{4})$$

Derivada de una constante: $\frac{d}{dx} (a) = 0$

$$= 0$$



Derivada de la función unidad.

La derivada de una variable de primer grado es igual a uno.

Teorema, $D_x K = 1$

Ejemplos

Si $f(x) = x$, entonces $f'(x) = 1$

Halla dx/dy para la f ($y = x$)

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Donde $f(x) = x$

Se procede.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{0 + \Delta x - x}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 1$$

$\frac{d}{dx}(x)$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$\frac{d}{dx}(x) = 1$

Pasos

$\frac{d}{dx}(x)$

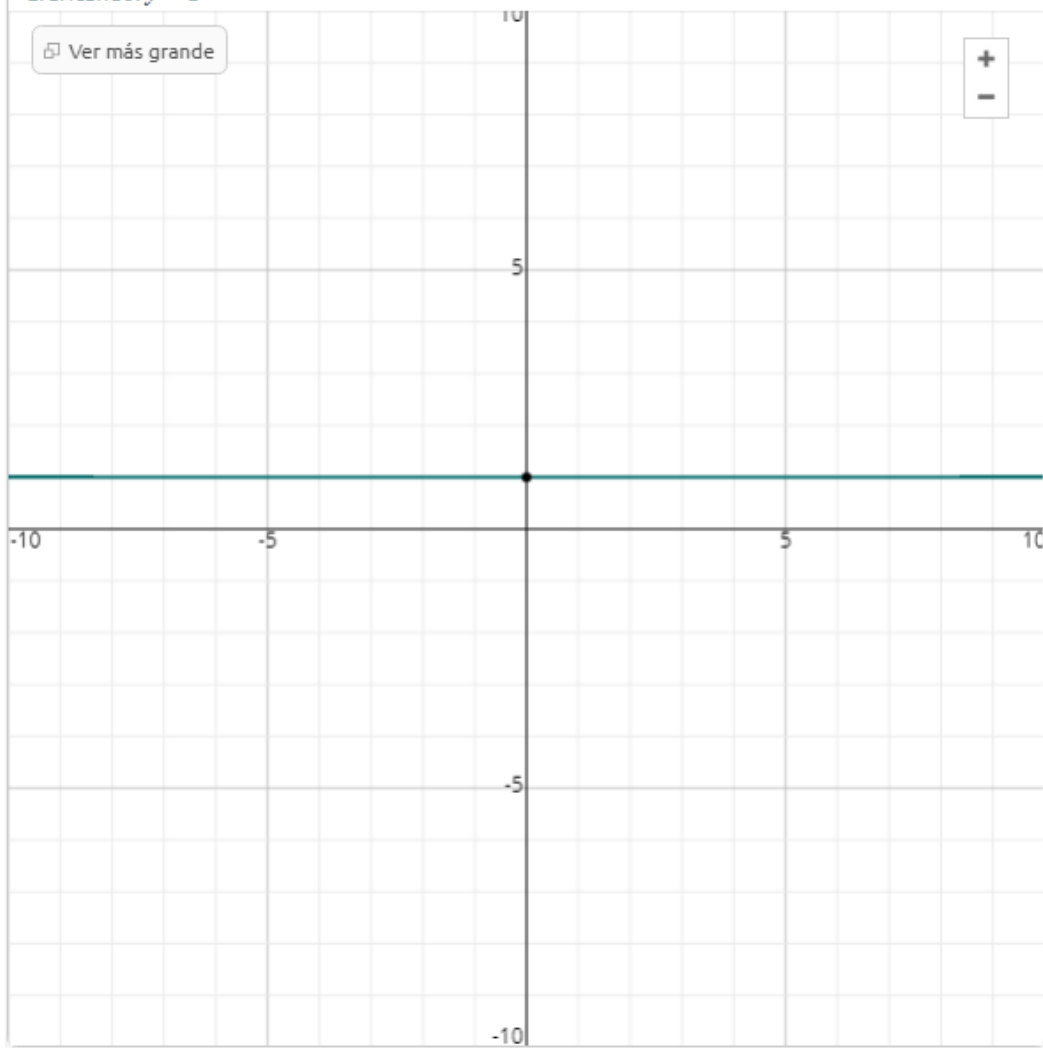
Aplicar la regla de derivación: $\frac{d}{dx}(x) = 1$

$= 1$

Graficando: $y = 1$

[« Ocultar gráfica](#)

[Ver más grande](#)



✓ **Derivada del múltiplo constante.**

La derivada de una constante por una variable de grado uno, es igual a la constante donde k es un número real (Constante)

Ejemplos

Dada $f(x)=5x$ entonces $f'(x)$

$f(x)=5x$

$f(x)=5$

$$\frac{d}{dx}(5x) = 5$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(5x)$$

Sacar la constante: $(a \cdot f)' = a \cdot f'$

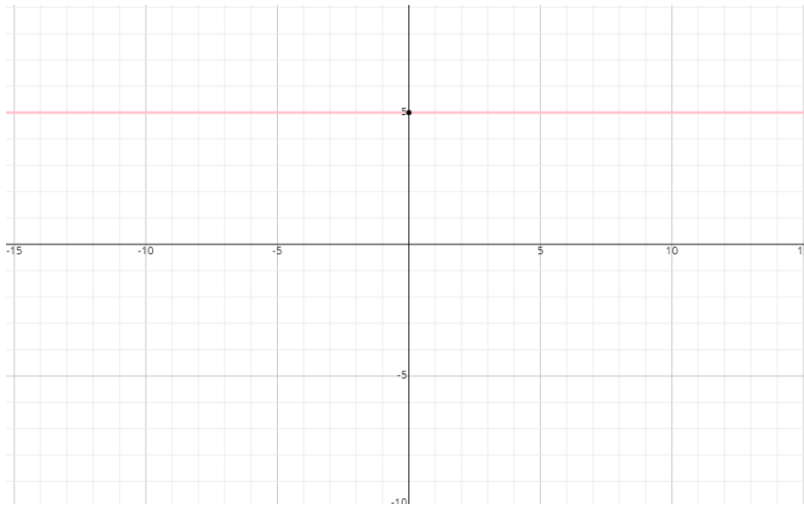
$$= 5 \frac{d}{dx}(x)$$

Aplicar la regla de derivación: $\frac{d}{dx}(x) = 1$

$$= 5 \cdot 1$$

Simplificar

$$= 5$$



✓ **Derivada de función de grado n.**

Si se tiene un término que está elevado a una potencia en una función $f(x)=x^n$ entonces

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

$$\text{Teorema } D_x x^n = nx^{n-1}$$

Ejemplos

$$\text{Si } f(x) = x^4 \text{ entonces } f'(x) = 4x^{4-1} = 4x^3$$

$$\frac{d}{dx}(x^4) = 4x^3$$

Pasos

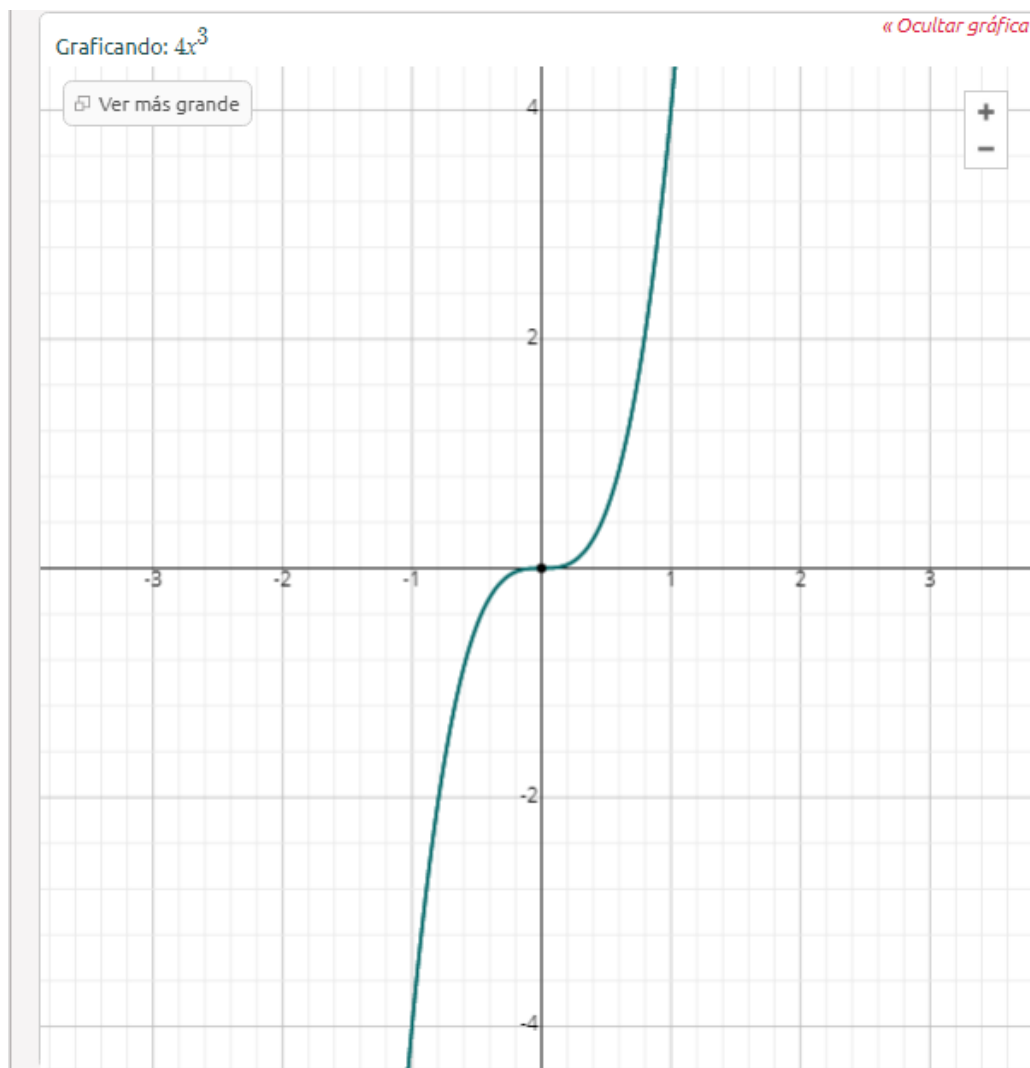
$$\frac{d}{dx}(x^4)$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx}(x^a) = a \cdot x^{a-1}$ 💡

$$= 4x^{4-1}$$

Simplificar

$$= 4x^3$$



Si $f(x) = x^3$ entonces $f'(x) = 3x^{3-1} = 3x^2$

$$\frac{d}{dx}(x^3) |$$

[Gráfica »](#) [Ejemplos »](#)

Solución

$$\frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(x^3)$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx}(x^a) = a \cdot x^{a-1}$ 💡

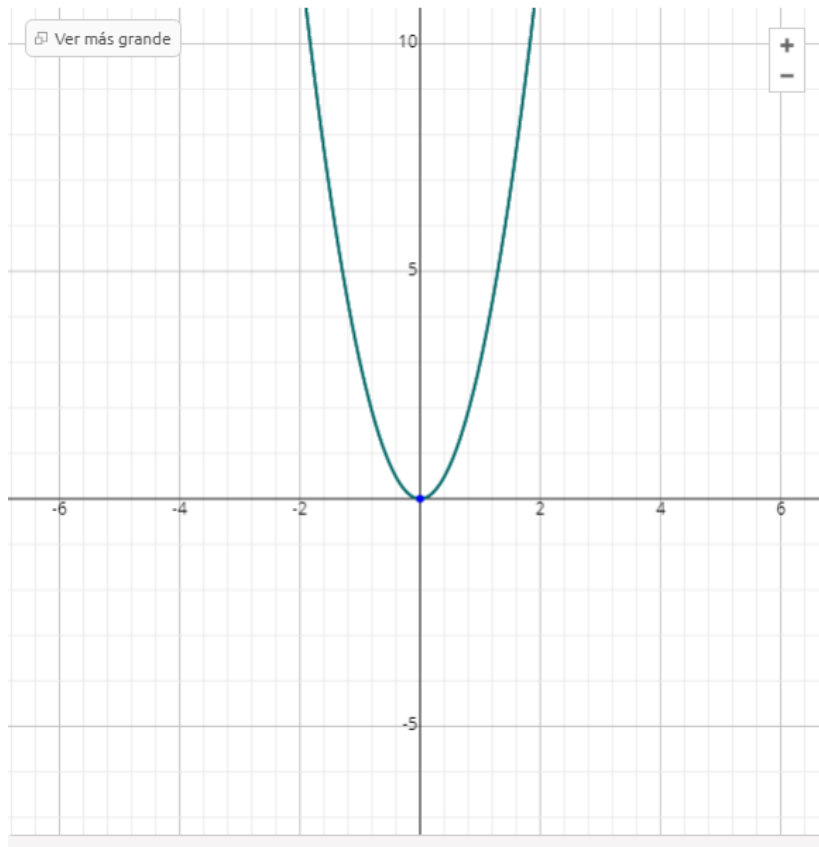
$$= 3x^{3-1}$$

Simplificar

$$= 3x^2$$

Graficando: $3x^2$

[« Ocultar gráfica](#)



$$D(x^{-5}) = -5x^{-6} \text{ Cambiando el exponente negativo} = -\frac{5}{x^6}$$

$$\frac{d}{dx}(x^{-5})$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\frac{d}{dx}(x^{-5}) = -\frac{5}{x^6}$$

Pasos

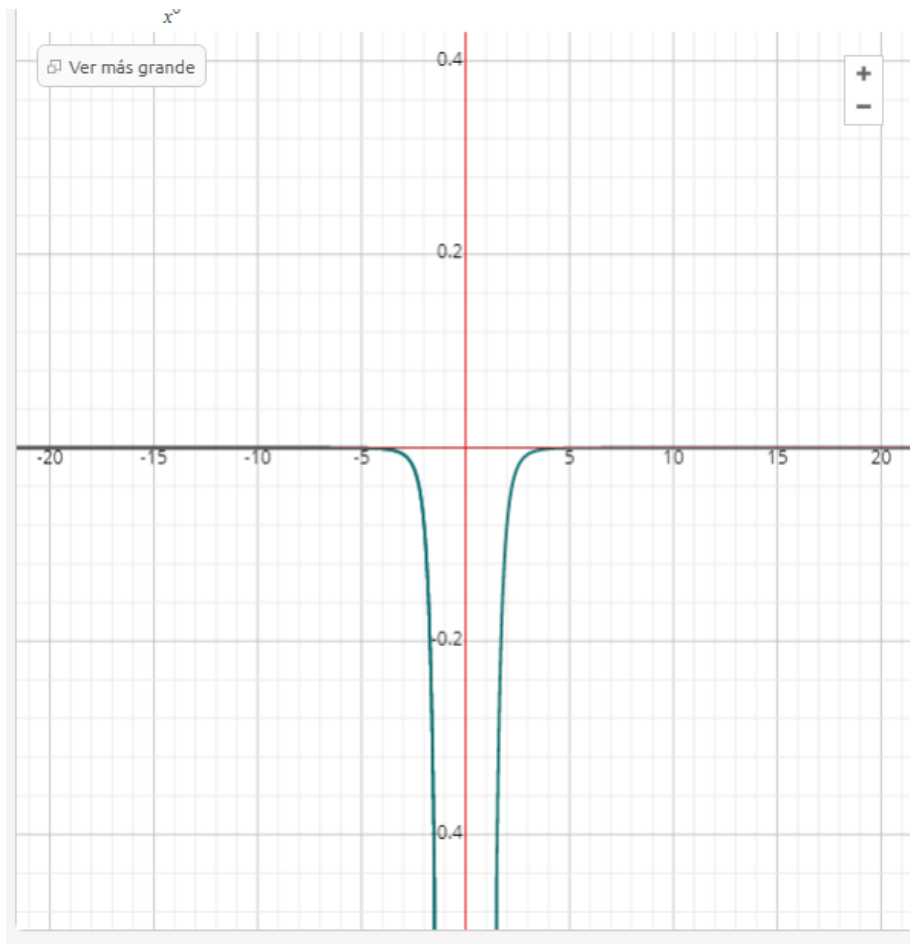
$$\frac{d}{dx}(x^{-5})$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx}(x^a) = a \cdot x^{a-1}$ 💡

$$= -5x^{-5-1}$$

Simplificar $-5x^{-5-1}$: $-\frac{5}{x^6}$

$$= -\frac{5}{x^6}$$



$$D_X \left(\frac{1}{x^3} \right) = D_X x^{-3} = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^3} \right)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^3} \right) = -\frac{3}{x^4}$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^3} \right)$$

Aplicar las leyes de los exponentes: $\frac{1}{a} = a^{-1}$ 

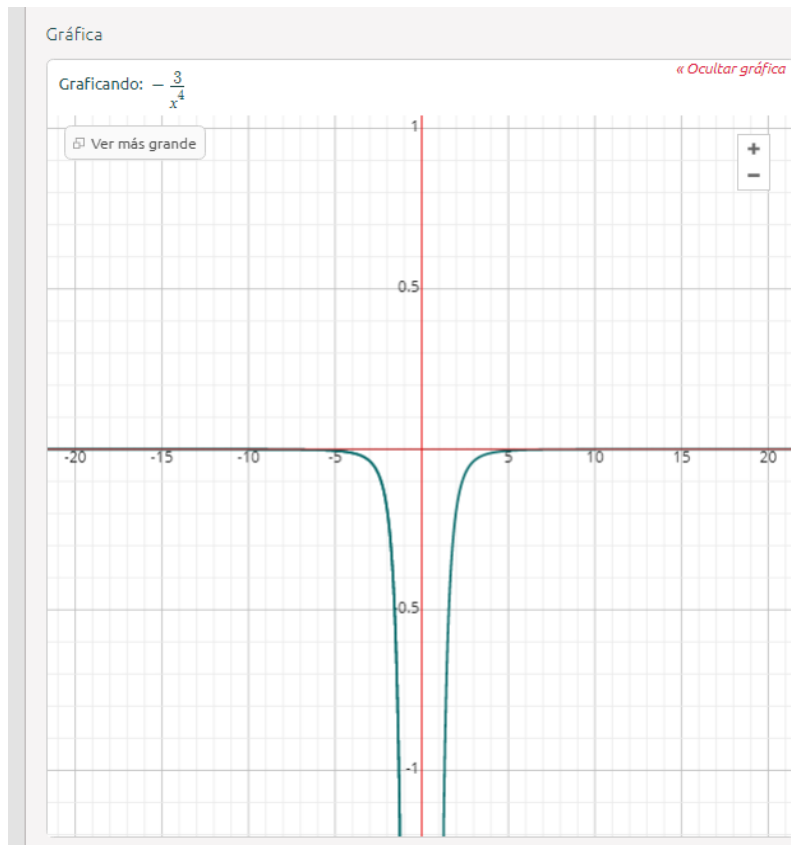
$$= \frac{d}{dx} (x^{-3})$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx} (x^a) = a \cdot x^{a-1}$

$$= -3x^{-3-1}$$

Simplificar $-3x^{-3-1}$: $-\frac{3}{x^4}$

$$= -\frac{3}{x^4}$$



$$D_X(\sqrt{x}) = D_X f(x^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$$

Gráfica » Ejemplos »


Resolviendo $\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$ Resolver $\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$

Solución

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$$

Aplicar las leyes de los exponentes: $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ 

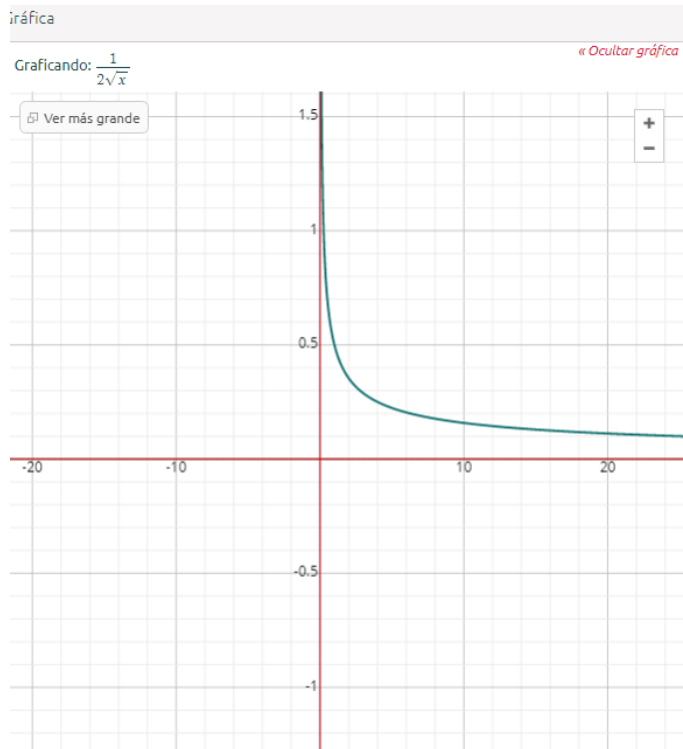
$$= \frac{d}{dx}(x^{\frac{1}{2}})$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx}(x^a) = a \cdot x^{a-1}$

$$= \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}$$

Simplificar $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}$: $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}}$$



$$D_X \left(x^{\frac{3}{4}} \right) = \frac{3}{4} x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$

$$\frac{d}{dx} \left(x^{(3/4)} \right) |$$

[Gráfica »](#) [Ejemplos »](#)

Solución

$$\frac{d}{dx} \left(x^{\frac{3}{4}} \right) = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} \left(x^{\frac{3}{4}} \right)$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx} (x^a) = a \cdot x^{a-1}$ 💡

$$= \frac{3}{4} x^{\frac{3}{4}-1}$$

Simplificar $\frac{3}{4} x^{\frac{3}{4}-1}$: $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

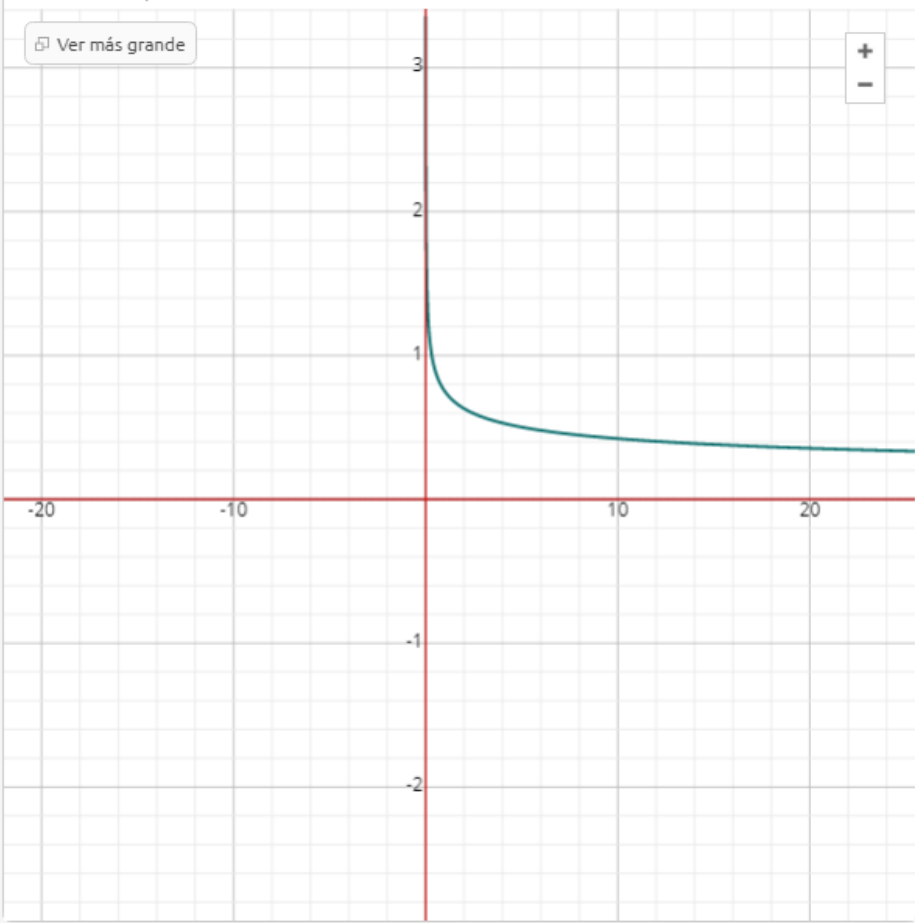
$$= \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$

Graficando: $\frac{3}{4\sqrt{x}}$

« Ocultar gráfica

Ver más grande

+
-



$$D_x \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} \right) = \frac{-5}{3} x^{\frac{-5}{3}-1} = \frac{-5}{3} x^{\frac{-8}{3}}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} \right)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\frac{d}{dx} \left(x^{\frac{3}{4}} \right) = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$

Pasos

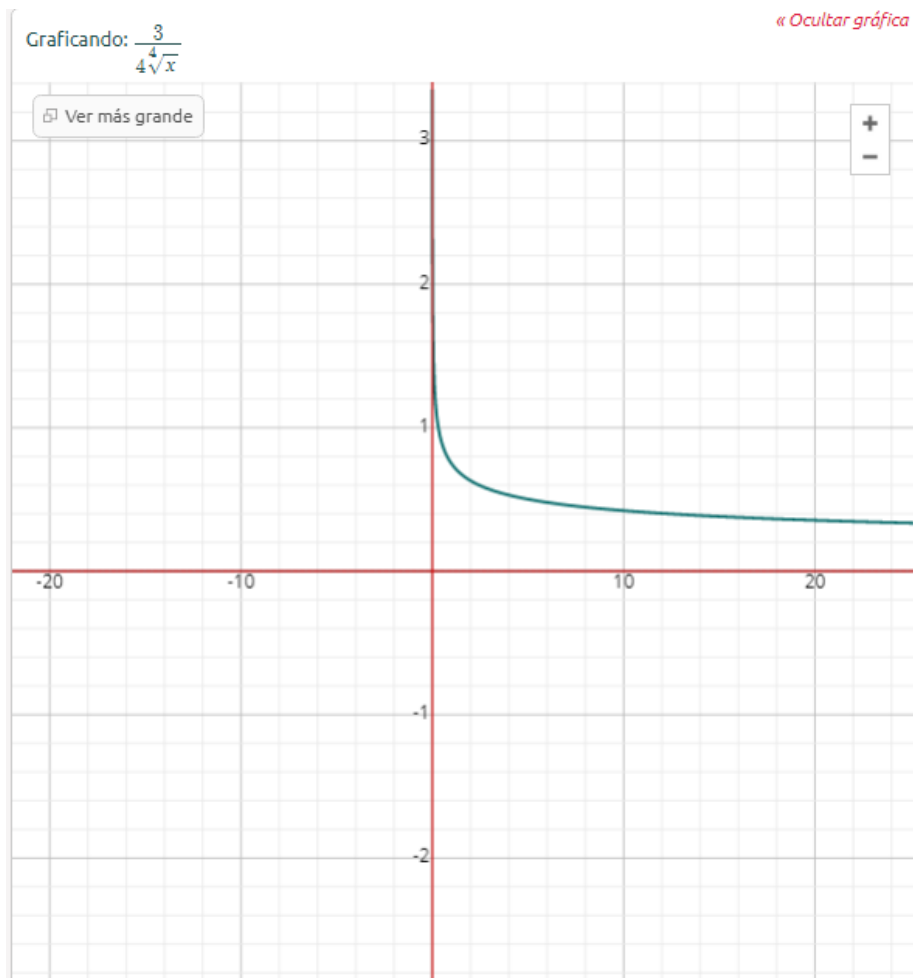
$$\frac{d}{dx} \left(x^{\frac{3}{4}} \right)$$

Aplicar la regla de la potencia: $\frac{d}{dx} (x^a) = a \cdot x^{a-1}$ 💡

$$= \frac{3}{4} x^{\frac{3}{4}-1}$$

Simplificar $\frac{3}{4} x^{\frac{3}{4}-1}$: $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

$$= \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$



En muchos libros se puede encontrar como función primitiva = $f'(x)$ haciendo referencia a la derivada de dicha función $(x) = \frac{dx}{dy}$

✓ Derivada de una adición

Si se tiene dos funciones f y g derivables las dos en x , la función suma es derivable también en x , y se verifica la suma como.

$$\text{Teorema } \frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = f'(x) + g'(x)$$

Ejemplo.

$$\frac{d}{dx} (x^5 + 3x)$$

$$\frac{d}{dx} = (5x^{5-1} + 3x^{1-1})$$

$$\frac{d}{dx} = (5x^4 + 3x^0)$$

$$\frac{d}{dx} = (5x^4 + 3)$$

$$\frac{d}{dx}(x^5 + 3x)$$

Gráfica » Ejemplos »

Solución

$$\frac{d}{dx}(x^5 + 3x) = 5x^4 + 3$$

Pasos

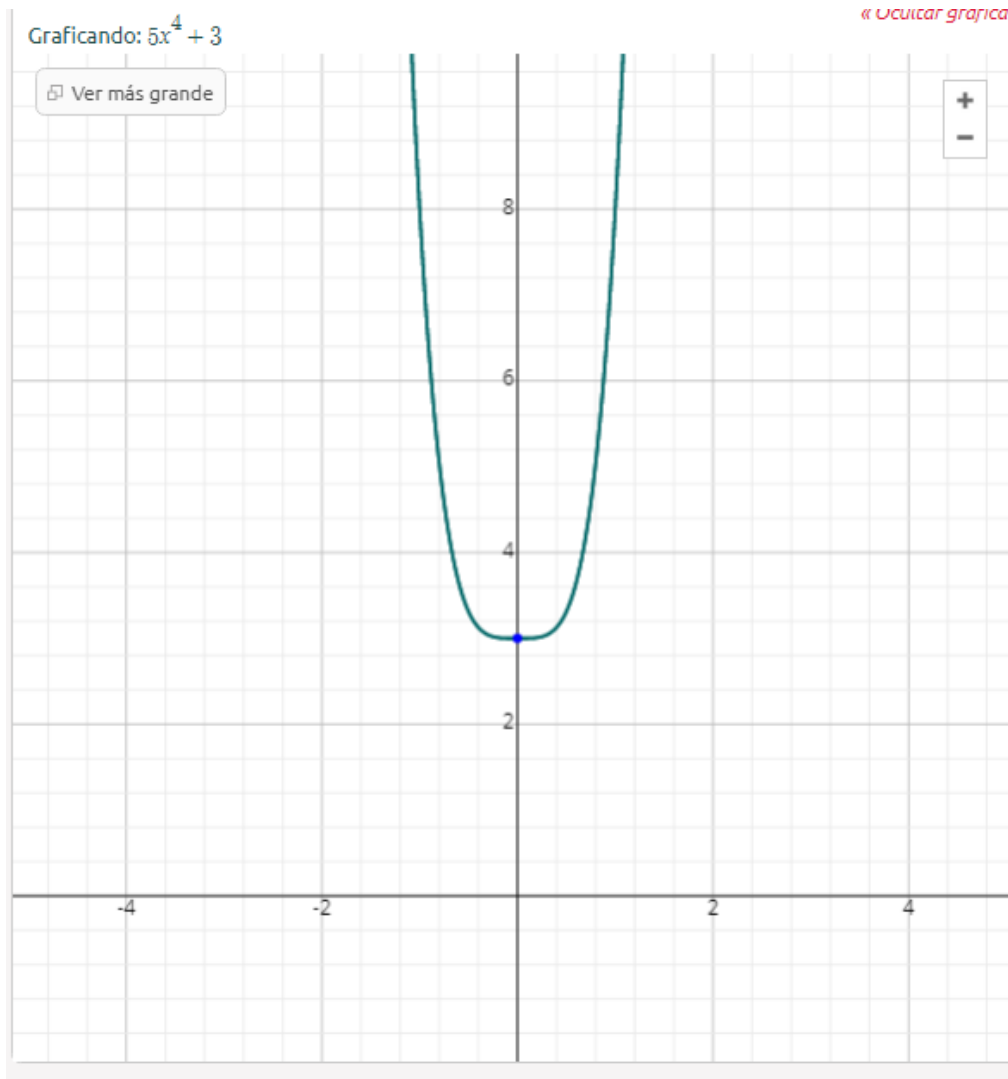
$$\frac{d}{dx}(x^5 + 3x)$$

Aplicar la regla de la suma/diferencia: $(f \pm g)' =$
 $= \frac{d}{dx}(x^5) + \frac{d}{dx}(3x)$

$$\frac{d}{dx}(x^5) = 5x^4$$

$$\frac{d}{dx}(3x) = 3$$

$$= 5x^4 + 3$$



Derivada de una sustracción:

La derivada de una resta de funciones es igual a la resta de las derivadas de las funciones que se restan.

Formula:

$$f(x) = u - w$$

$$f'_{(x)} = u' - w'$$

Regla:

Si se tiene dos funciones f y g derivables las dos en x , la función suma es derivable también en x , y se verifica la resta como:

Teorema:

$$d / dx = [f(x) - g(x)] = f'_{(x)} - g'(x)$$

Ejemplos:

$$f(x) = 9x^2 - 3x + 2$$

$$f'_{(x)} = 2 \cdot 9x^{2-1} - 1 \cdot 3x^{1-1} + 0$$

$$f'_{(x)} = 18x - 3 + 0 \quad \text{recorda que } x_0 = 1 \text{ siempre que } x \neq 0$$

$$f'_{(x)} = 18x - 3$$

$$\frac{d}{dx}(9x^2 - 3x + 2) = 18x - 3$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(9x^2 - 3x + 2)$$

Aplicar la regla de la suma/diferencia: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

$$= \frac{d}{dx}(9x^2) - \frac{d}{dx}(3x) + \frac{d}{dx}(2)$$

$$\frac{d}{dx}(9x^2) = 18x$$

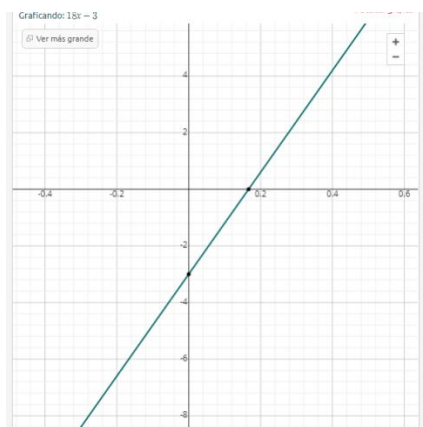
$$\frac{d}{dx}(3x) = 3$$

$$\frac{d}{dx}(2) = 0$$

$$= 18x - 3 + 0$$

Simplificar

$$= 18x - 3$$



Derivadas (producto, cociente, potencia).

Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones continuas, se tienen los siguientes teoremas para el cálculo de derivadas.

✓ Derivada de un producto.

La derivada del producto de dos funciones es igual al primer factor por la derivada del segundo más el segundo factor por la derivada del primero.

Teorema:

$$Dx[f(x) \cdot g(x)] = f(x)Dxg(x) + g(x)Dxf(x)$$

Ejemplo 1:

$$Y = (4x^2 - 5)(2 + 3x^3). \text{ Determine } Y'$$

$$Y = (4x^2 - 5)(2 + 3x^3)$$

$$Y' = (4x^2 - 5) * d(2 + 3x^3) + (2 + 3x^3) * d(4x^2 - 5)$$

$$Y' = (4x^2 - 5)(9x^2) + (2 + 3x^3) (8x)$$

$$Y' = 36x^4 - 45x^2 + 16x + 24x^4$$

$$Y' = 60x^4 - 45x^2 + 16x$$

$$\frac{d}{dx}((4x^2 - 5)(2 + 3x^3)) = 16x + 60x^4 - 45x^2$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}((4x^2 - 5)(2 + 3x^3))$$

Aplicar la regla del producto: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ 💡

$$f = 4x^2 - 5, g = 2 + 3x^3$$

$$= \frac{d}{dx}(4x^2 - 5)(2 + 3x^3) + \frac{d}{dx}(2 + 3x^3)(4x^2 - 5)$$

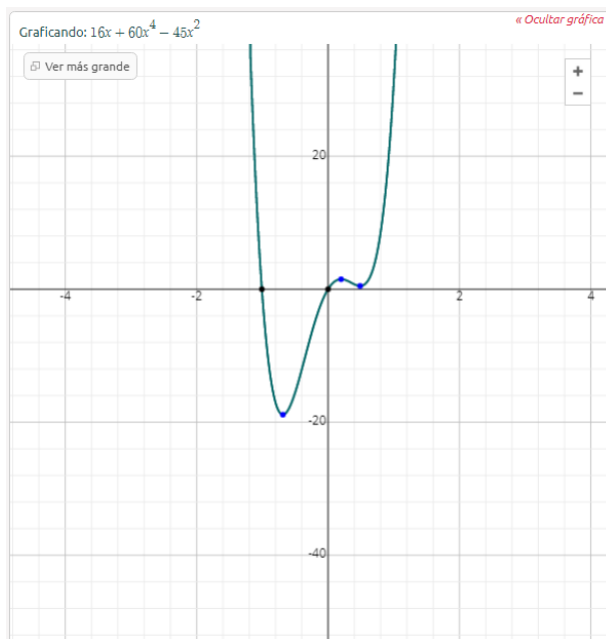
$$\frac{d}{dx}(4x^2 - 5) = 8x$$

$$\frac{d}{dx}(2 + 3x^3) = 9x^2$$

$$= 8x(2 + 3x^3) + 9x^2(4x^2 - 5)$$

$$\text{Simplificar } 8x(2 + 3x^3) + 9x^2(4x^2 - 5): 16x + 60x^4 - 45x^2$$

$$= 16x + 60x^4 - 45x^2$$



Ejemplo 2:

Dada la función $f(x)=(4x^2 - 2x)(5x^4 - 3)$. Determine $f'(x)$

Se debe de tener pendiente que si se multiplican los dos factores y se deriva el producto, se genera el mismo resultado que aplicando el teorema.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (4x^2 - 2x)(5x^4 - 3)$$

$$\frac{d}{dx} (20x^6 - 10x^5 - 12x^2 + 6x)$$

$$120x^5 - 50x^4 - 24x + 6$$

Aplicación de la tecnología

$$\frac{d}{dx} ((4x^2 - 2x)(5x^4 - 3)) = 120x^5 - 50x^4 - 24x + 6$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} ((4x^2 - 2x)(5x^4 - 3))$$

Aplicar la regla del producto: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ 💡

$$f = 4x^2 - 2x, g = 5x^4 - 3$$

$$= \frac{d}{dx} (4x^2 - 2x)(5x^4 - 3) + \frac{d}{dx} (5x^4 - 3)(4x^2 - 2x)$$

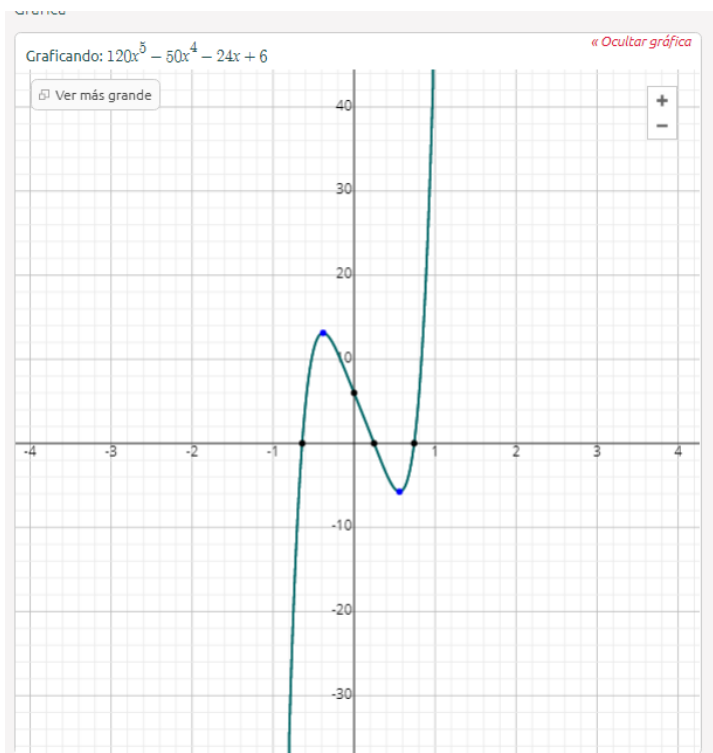
$$\frac{d}{dx} (4x^2 - 2x) = 8x - 2$$

$$\frac{d}{dx} (5x^4 - 3) = 20x^3$$

$$= (8x - 2)(5x^4 - 3) + 20x^3(4x^2 - 2x)$$

$$\text{Simplificar } (8x - 2)(5x^4 - 3) + 20x^3(4x^2 - 2x): 120x^5 - 50x^4 - 24x + 6$$

$$= 120x^5 - 50x^4 - 24x + 6$$



Derivada de un cociente:

La derivada de un cociente de dos funciones es igual a la función del denominador por la derivada del numerador menos la derivada de la función en el denominador por la función del numerador, todo sobre la función del denominador al cuadrado.

Formula general:

$$F(x) = \frac{u}{v} \quad f'(x) = \frac{u'v - u \cdot v'}{v^2}$$

Teorema:

$$D_x \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) D_x f(x) - f(x) D_x g(x)}{[g(x)]^2} \text{ Donde } g(x) \neq 0$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \text{Determine } D_x \left(\frac{5x^2 - x + 1}{x^3 + 4x^2} \right) \\
 &= \frac{(x^3 + 4x^2)^D (5x^2 - x + 1) - (5x^2 - x + 1)^D (x^3 + 4x^2)}{[x^3 + 4x^2]^2} \\
 &= \frac{(x^3 + 4x^2) (10x - 1 + 0)(5x^2 - x + 1) - (x^3 + 4x^2)}{[x^3 + 4x^2]^2} \\
 &= \frac{10x^4 - x^3 + 40x^3 - 4x^2 - 15x^4 - 40x^3 + 3x^3 + 8x^2 - 3x^2 - 8x}{[x^3 + 4x^2]^2} \\
 &= \frac{-5x^4 + 2x^3 + x^2 - 8x}{[x^3 + 4x^2]} \text{ con } x \neq 0, x \neq -4
 \end{aligned}$$

Aplicación de la tecnología

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{5x^2 - x + 1}{x^3 + 4x^2} \right) = -\frac{5x^3 - 2x^2 - x + 8}{x^3(x+4)^2}$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{5x^2 - x + 1}{x^3 + 4x^2} \right)$$

Aplicar la regla del cociente: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$

$$= \frac{\frac{d}{dx}(5x^2 - x + 1)(x^3 + 4x^2) - \frac{d}{dx}(x^3 + 4x^2)(5x^2 - x + 1)}{(x^3 + 4x^2)^2}$$

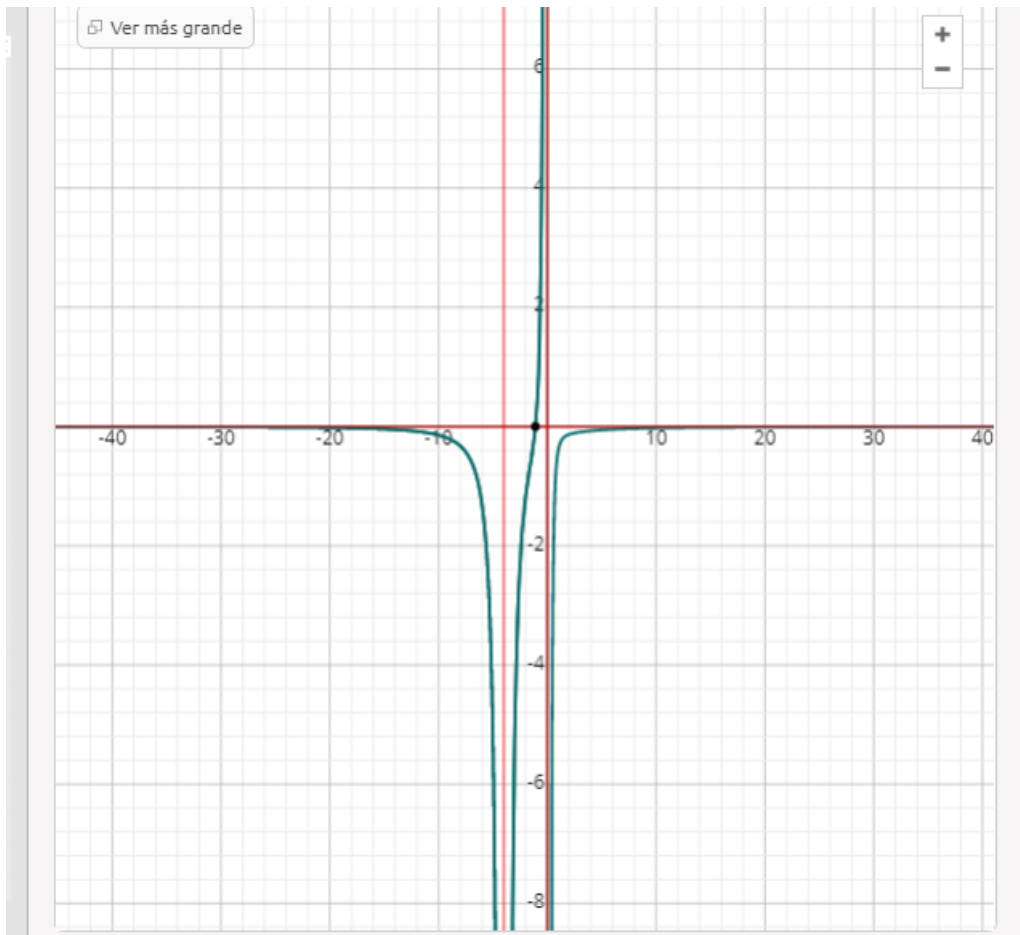
$$\frac{d}{dx}(5x^2 - x + 1) = 10x - 1$$

$$\frac{d}{dx}(x^3 + 4x^2) = 3x^2 + 8x$$

$$= \frac{(10x - 1)(x^3 + 4x^2) - (3x^2 + 8x)(5x^2 - x + 1)}{(x^3 + 4x^2)^2}$$

Simplificar $\frac{(10x - 1)(x^3 + 4x^2) - (3x^2 + 8x)(5x^2 - x + 1)}{(x^3 + 4x^2)^2}$: $-\frac{5x^3 - 2x^2 - x + 8}{x^3(x+4)^2}$

$$= -\frac{5x^3 - 2x^2 - x + 8}{x^3(x+4)^2}$$



✓ **Derivada de una función elevada a una potencia:**

La derivada de una potencia o función potencial es igual al exponente por la base elevada al exponente menos uno por la derivada de la base.

Formula:

$$f(x) = u^k \quad f'(x) = k \cdot u^{k-1} \cdot u'$$

Teorema:

$$D_x[f(x)]^n = n[f(x)]^{n-1} D_x f(x)$$

Ejemplo:

1) Determine $Dx(5x + 3)^4$

Solución:

En este caso $u=5x+3$ y $n=4$

$$Dx [(5x + 3)^4]$$

$$4(5x + 3)^{4-1} \cdot Dx(5x + 3)$$

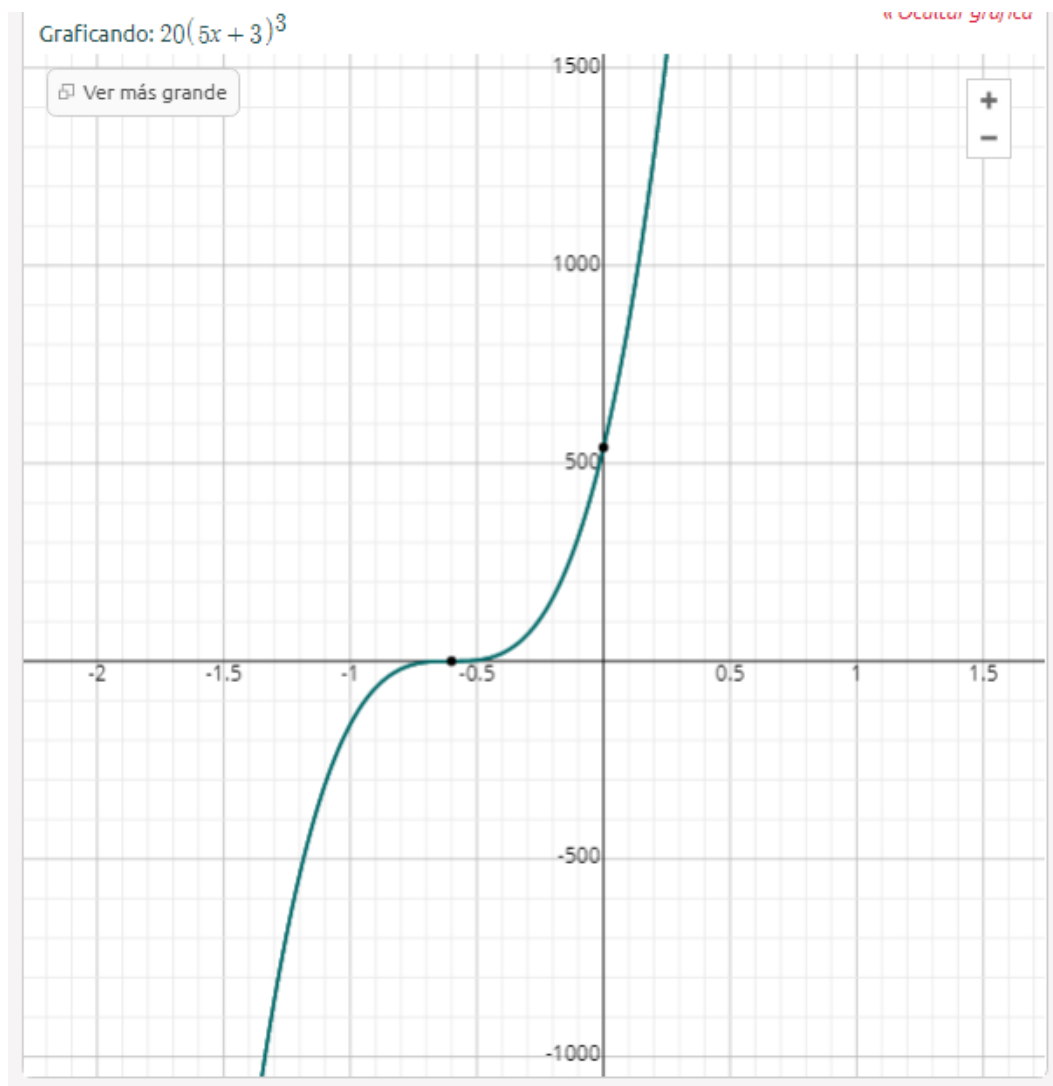
$$4(5x + 3)^3 \cdot Dx(5x + 3)$$

$$4(5x + 3)^3 \cdot 5$$

$$20(5x + 3)^3$$

Aplicación de la tecnología

The screenshot shows a digital math solver interface. At the top, the expression $\frac{d}{dx}((5x + 3)^4)$ is entered into a search bar. Below the search bar, there are navigation links for "Gráfica »" and "Ejemplos »". The main section is titled "Solución" and displays the final result: $\frac{d}{dx}((5x + 3)^4) = 20(5x + 3)^3$. Underneath, the word "Pasos" indicates the step-by-step process. The first step shows the original expression $\frac{d}{dx}((5x + 3)^4)$. The second step, highlighted in a grey box, is "Aplicar la regla de la cadena: $4(5x + 3)^3 \frac{d}{dx}(5x + 3)$ ". The third step shows the result after applying the chain rule: $= 4(5x + 3)^3 \frac{d}{dx}(5x + 3)$. The fourth step, also highlighted, shows the derivative of the inner function: $\frac{d}{dx}(5x + 3) = 5$. The fifth step shows the final simplified expression: $= 4(5x + 3)^3 \cdot 5$. The final step, labeled "Simplificar", shows the final answer: $= 20(5x + 3)^3$.



5.10 Derivadas sucesivas de una función $f(x)$.

Al derivar una función real de variable real continua se obtiene como resultado una nueva función la cual se puede derivar nuevamente.

A la derivada de la derivada de una función se le llama segunda derivada y se denota por, $F''(x)$

$$D_x^2 f(x), D_x^2 y, \quad \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \cdot f(x)$$

Análogamente, la derivada de la segunda derivada, se llama tercera derivada de la función y se denota por $D_x^3 f(x)$, entre otras.

Las derivadas obtenidas a partir de la segunda. se llaman derivadas de orden superior a las derivadas sucesivas, siendo la primera derivada la ordinaria.

Ejemplo

Obtener la cuarta derivada de la función:

$$f(x) = 7x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 8x + 1$$

Solución

La primera derivada de la función es:

$$D_x f(x) = 35x^4 + 24x^3 - 12x^2 + 6x - 8$$

La segunda derivada:

$$D_x^2 f(x) = 140x^3 + 72x^2 - 24x + 6$$

La tercera derivada:

$$D_x^3 f(x) = 420x^2 + 144x - 24$$

Finalmente la cuarta derivada

$$D_x^4 f(x) = 840x + 144$$

Aplicación de latecnología

Solución

$$\frac{d^4}{dx^4}(7x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 8x + 1) = 840x + 144$$

Pasos

$$\frac{d^4}{dx^4}(7x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 8x + 1)$$

$$\frac{d}{dx}(7x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 8x + 1) = 35x^4 + 24x^3 - 12x^2 + 6x - 8$$

$$= \frac{d^3}{dx^3}(35x^4 + 24x^3 - 12x^2 + 6x - 8)$$

$$\frac{d}{dx}(35x^4 + 24x^3 - 12x^2 + 6x - 8) = 140x^3 + 72x^2 - 24x + 6$$

$$= \frac{d^2}{dx^2}(140x^3 + 72x^2 - 24x + 6)$$

$$\frac{d}{dx}(140x^3 + 72x^2 - 24x + 6) = 420x^2 + 144x - 24$$

$$= \frac{d}{dx}(420x^2 + 144x - 24)$$

$$\frac{d}{dx}(420x^2 + 144x - 24) = 840x + 144$$

$$= 840x + 144$$

Ejemplos extras sobre derivadas.

1) **Obtenga la derivada de la función.**

$$f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8x - 7$$

Solución

$$f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8x - 7$$

$$D_x f(x) = D_x(6x^4) + D_x(5x^3) - D_x(7x^2) + D_x(8x) - D_x(7)$$

$$D_x f(x) = 24x^3 + 15x^2 - 14x + 8$$

Aplicación de la tecnología

$$\frac{d}{dx}(6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8x - 7) = 24x^3 + 15x^2 - 14x + 8$$

Pasos

$$\frac{d}{dx}(6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8x - 7)$$

Aplicar la regla de la suma/diferencia: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

$$= \frac{d}{dx}(6x^4) + \frac{d}{dx}(5x^3) - \frac{d}{dx}(7x^2) + \frac{d}{dx}(8x) - \frac{d}{dx}(7)$$

$$\frac{d}{dx}(6x^4) = 24x^3$$

$$\frac{d}{dx}(5x^3) = 15x^2$$

$$\frac{d}{dx}(7x^2) = 14x$$

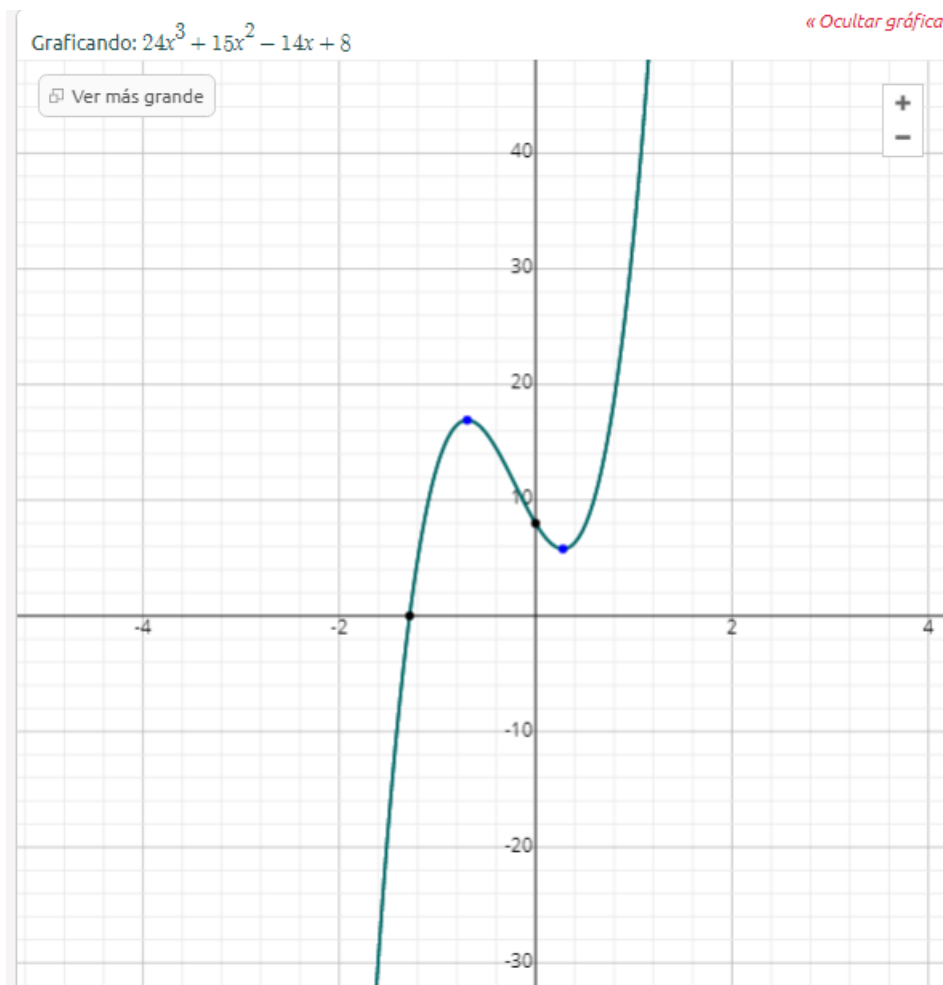
$$\frac{d}{dx}(8x) = 8$$

$$\frac{d}{dx}(7) = 0$$

$$= 24x^3 + 15x^2 - 14x + 8 - 0$$

Simplificar

$$= 24x^3 + 15x^2 - 14x + 8$$



2) Determine la derivada de $f(x) = \frac{3}{x^5} - \frac{3}{2x^4} + \frac{7}{x^3}$

Transformando la función a la forma de potencia, es decir reescribo

$$f(x) = 3x^{-5} - \frac{3x^{-4}}{2} + 7x^{-3}$$

$$f(x) = -15x^{-5-1} - \frac{(-12x)^{-4-1}}{2} + (-21)x^{-3-1}$$

$$f(x) = -15x^{-6} - \frac{(-12x)^{-5}}{2} - 21x^{-4}$$

$$f(x) = -15x^{-6} + \frac{12x^{-5}}{2} - 21x^{-4}$$

$$f(x) = -15x^{-6} + 6x^{-5} - 21x^{-4}$$

Reescribo y obtengo

$$f(x) = -\frac{15}{x^6} - \frac{6}{x^5} + \frac{21}{x^4}$$

Aplicación de la tecnología

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{3x^{-5} - 3x^{-4}}{2 + 7x^{-3}} \right) = \frac{24x^4 - 30x^3 + 21x - 42}{x^3(2x^3 + 7)^2}$$

Pasos

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{3x^{-5} - 3x^{-4}}{2 + 7x^{-3}} \right)$$

Aplicar la regla del cociente: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$

$$= \frac{\frac{d}{dx}(3x^{-5} - 3x^{-4})(2 + 7x^{-3}) - \frac{d}{dx}(2 + 7x^{-3})(3x^{-5} - 3x^{-4})}{(2 + 7x^{-3})^2}$$

$$\frac{d}{dx}(3x^{-5} - 3x^{-4}) = -\frac{15}{x^6} + \frac{12}{x^5}$$

$$\frac{d}{dx}(2 + 7x^{-3}) = -\frac{21}{x^4}$$

$$= \frac{\left(-\frac{15}{x^6} + \frac{12}{x^5}\right)(2 + 7x^{-3}) - \left(-\frac{21}{x^4}\right)(3x^{-5} - 3x^{-4})}{(2 + 7x^{-3})^2}$$

Simplificar $\frac{\left(-\frac{15}{x^6} + \frac{12}{x^5}\right)(2 + 7x^{-3}) - \left(-\frac{21}{x^4}\right)(3x^{-5} - 3x^{-4})}{(2 + 7x^{-3})^2} : \frac{24x^4 - 30x^3 + 21x - 42}{x^3(2x^3 + 7)^2}$

$$= \frac{24x^4 - 30x^3 + 21x - 42}{x^3(2x^3 + 7)^2}$$

Ejemplo

$$y' = 12x^3 + 6x^2 + 2x$$

$$y'' = 36x^2 + 12x + 12$$

$$y''' = 72x + 12$$

$$y'''' = 72$$

Determine la tercera derivada de la función

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 10$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 10$$

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 4x - 10$$

$$f''(x) = 12x^2 + 12x + 6$$

$$f'''(x) = 24x + 12$$

Aplicación de la tecnología

$$\frac{d^4}{dx^4}(x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 10) = 24$$

Pasos

$$\frac{d^4}{dx^4}(x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 10)$$

$$\frac{d}{dx}(x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 10) = 4x^3 + 6x^2 - 6x + 4$$

$$= \frac{d^3}{dx^3}(4x^3 + 6x^2 - 6x + 4)$$

$$\frac{d}{dx}(4x^3 + 6x^2 - 6x + 4) = 12x^2 + 12x - 6$$

$$= \frac{d^2}{dx^2}(12x^2 + 12x - 6)$$

$$\frac{d}{dx}(12x^2 + 12x - 6) = 24x + 12$$

$$= \frac{d}{dx}(24x + 12)$$

$$\frac{d}{dx}(24x + 12) = 24$$

$$= 24$$

Límite

Es la clave que formaliza la noción intuitiva de aproximación hacia un punto concreto de una sucesión o una función, a medida que los parámetros de esa sucesión o función se acercan a un determinado valor.

Límite de una función

Es aproximarse a una meta que no siempre se logra alcanzar. En el ámbito matemático, esta idea se ha plasmado en una definición precisa que combina los conceptos de lo infinitamente pequeño (infinitésimos) y lo infinitamente grande (el infinito).

Indeterminación

Es una operación cuyo resultado no está definido. Es habitual obtener este tipo de expresiones al intentar resolver límites, ya sea en un punto o en el infinito. La obtención de una indeterminación no significa que el límite no exista, sino que habrá que buscar otro camino para obtener su resultado.

Límite lateral

El asignar valores sucesivamente cada vez más cercanos al valor hacia el cual tiende x , tanto con valores menores como con valores mayores, se denominan; cálculo de un límite mediante sus límites laterales.

Límites con factorización

Los límites con factorización se aplican cuando se tienen funciones que su resultado es indeterminado, teniendo en cuenta que se ajusta a algún caso de factorización.

Límites con racionalización

Este tipo de límite se presenta cuando aparece una raíz en el numerador o el denominador de una función racional y éste al ser evaluado el límite se vuelve cero en el denominador.

Concepto de derivada

La derivada de una función es una de las herramientas más poderosas en las matemáticas. La derivada de una función mide la rapidez con la que cambia el valor de dicha función matemática, según cambie el valor de su variable independiente.

Derivada de una función en un punto

La derivada de una función $f(x)$ en un punto $x = a$ es el valor del límite, si existe, del cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende a cero.

Teoremas fundamentales sobre las derivadas

Una forma más simple que la aplicación de la definición para calcular la derivada de una función real de variables real, es mediante los teoremas, los cuales se obtienen a partir de la definición.

Derivadas sucesivas de una función $f(x)$.

Al derivar una función real de variable real continua, se obtiene como resultado una nueva función, la cual se puede derivar nuevamente.

Ejercicio de autoevaluación de la unidad V

I) Encierre en un círculo la letra de la respuesta que complete correctamente cada enunciado.

1) El límite de una constante es igual a

- A. tres
- B. Uno
- C. La variable
- D. La constante

2) La expresión $\infty - \infty$ equivale a

- A. $-\infty$
- B. -2
- C. ∞
- D. 1

3) El límite de una función constante. Si K es una constante y a un número cualquiera, entonces $\lim_{x \rightarrow 1} K =$

- A. 1
- B. 2
- C. $\frac{2}{1}$
- D. 3

4) Al evaluar el $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5}$, se obtiene

- A. -123
- B. -13
- C. 112
- D. -23

5) Al evaluar la expresión $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 - 2x + 5}{4x^2 - 4}$, se obtiene

- A. $\frac{3}{4}$
- B. $-\frac{3}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{1}{2}$

6)Cuál de las siguientes expresiones no es una indeterminación

- A. $\frac{\infty}{\infty}$
- B. $\infty - \infty$
- C. $\frac{0}{0}$
- D. 4^0

7) Al calcular $\lim_{x \rightarrow 0} 3x$, se obtiene

- A. 0
- B. -1
- C. 2

8) Al calcular $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1)(x^3 - 3)$, se obtiene

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 5
- C. -16
- D. -6

9) La Derivada de una constante 2 es

- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 0

10) La Derivada de la función unidad x es

- A. 4
- B. 6
- C. 1
- D. 4

11) La Derivada del múltiplo constante $4x$ es

- A. x
- B. 3
- C. 4
- D. 6

12) La Derivada de función de $x^5 =$

- A. $4x^3$
- B. $5x^6$
- C. $5x^4$
- D. $4x^5$

13) Al Derivar la función $4x^2 - 3x + 2$ de obtiene

- A. $8x^1 - 3$
- B. $8x^2 - 3$
- C. $4x^1 - x$
- D. $8x^3 - 3x$

14) La segunda derivada de la función $y = -2x^3 + 2x + 5$ es

- A. $y'' = -12x$
- B. $y'' = -24x$
- C. $y'' = 14x$
- D. $y'' = 12x$

15) Dada la función $y = 5x^3 - 2x^2 + 12$ El valor de y' es

- A. $15x^2 - 4x$
- B. $15x^2 + 4x - 3$
- C. $15x^2 - x - 3$
- D. $15x^2 - 4x - 3$

16) Al derivar la función $f(x) = (x^3 + 4x) / 5$, se obtiene

- A. $(3x^2 + 4) / 5,$
- B. $(x^2 + 4) / 5,$
- C. $(x^3 + 4x) / 5,$
- D. $(x^3 + 4x) / 25,$

II) Completa el espacio en blanco:

I. La _____ es una de las herramientas más poderosas en las matemáticas.

II. La _____ representa la razón de cambio instantánea de la variable dependiente con respecto a la variable independiente.

III. La derivada de una constante es _____

IV. La derivada de una variable de primer grado es igual a _____

V. A la primera derivada de una función se le llama _____

VI. La regla de la derivada de una constante por una variable de grado uno, es igual a la constante donde k es un número real, pertenece al teorema de _____

VII. La _____ de dos funciones es igual al primer factor por la derivada del segundo más el segundo factor por la derivada del primero.

VIII. La _____ de dos funciones es igual a la función del denominador por la derivada del numerador menos la derivada de la función el denominador por la función del numerador, todo sobre la función del denominador al cuadrado.

Actividades de la unidad V

I. Evalúe los límites de las siguientes funciones para los valores de la variable considerada:

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 4)$

2) $\lim_{x \rightarrow -2} (x + 1)$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 4x + 3)$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} (4x + 2)$

5) $\lim_{x \rightarrow -2} (-4x)$

6) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 2x + 3}{x + 5}$

7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{6}$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 3}$

9) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 + 9}$

10) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1)(x - 1)$

II. Calcule los siguientes límites usando la indeterminación si es posible:

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x^2}{x^3 + 4x^2}$$

$$2) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x$$

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+4-2}{x}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-4}}$$

$$5) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (-2)^x$$

III. Calcule los siguientes límites por racionalización

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x}-2}{x^3-64}$$

$$2) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$$

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{2-\sqrt{8-x}}$$

$$5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x}$$

IV. Obtenga las derivadas de las siguientes funciones.

- 1) $f(x) = 4x^3$
- 2) $f(x) = 6x^2 + 5$
- 3) $f(x) = 7 - 4x - 3x^2$
- 4) $f(x) = x^2 + 2x + 6$
- 5) $f(x) = 5x^2 - 7x$
- 6) $f(x) = (3x^2 + 6)^3$

V. Utilizando la regla general o método de los incrementos halle la derivada de:

- 1) $f(x) = x + 2$
- 2) $f(x) = -x^2 + 1$
- 3) $f(x) = 6x^2 - 8x + 1$
- 4) $f(x) = 8x^2 - 4$
- 5) $f(x) = 3x + 5$
- 6) $f(x) = \frac{2}{x}$
- 7) $f(x) = \frac{7}{x+3}$

VI. Halle la segunda y tercera derivada de:

- 1) $y = 3x^4 - x^2$
- 2) $y = -3x^2 + x + 1$
- 3) $y = x^2 + 3x - 6$
- 4) $y = 3u^4 - u - 6$
- 5) $y = ax^3 + 2x - 9$
- 6) $y = x^4 - 5x + 4$

VII) Encierra en un círculo la letra de la respuesta correcta.

1) **Calcula l derivada de las siguiente función $f(x) = 5$**

- a) $f'(x) = 5$
- b) $f'(x) = 5x$
- c) $f'(x) = 0$
- d) $f'(x) = 10$

2) **Calcula la derivada de las siguiente función $f(x) = -2x$**

- a) $f'(x) = 2x$
- b) $f'(x) = -2$
- c) $f'(x) = -2x$
- d) $f'(x) = 4$

3) **Calcula la derivada de las siguiente función $f(x) = -2x + 2$**

- a) $f'(x) = 2x$
- b) $f'(x) = -x$
- c) $f'(x) = -2x$
- d) $f'(x) = -2$

4) **Calcula l derivada de las siguiente función $f(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 + 4$**

- a) $f'(x) = 8x^3 + 3x^2 - 2x$
- b) $f'(x) = 8x^2 + 3x^3 - 2x^2 + 4$
- c) $f'(x) = 8x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 4x$
- d) $f'(x) = x^3 + x^2 - x$

5) **Calcula la derivada de las siguiente función** $f(x) = \frac{x^3+2}{3}$

- a) $f'(x) = \frac{2x^3+2}{3}$
- b) $f'(x) = x^2$
- c) $f'(x) = 2x$
- d) $f'(x) = -2$

6) **Calcula mediante la fórmula de la derivada de una potencia** $f(x) = \frac{5}{x^5}$

- a) $f'(x) = 2x$
- b) $f'(x) = 5x^{-5}$
- c) $f'(x) = -2x$
- d) $f'(x) = -\frac{25}{x^6}$

7) **Calcula mediante la fórmula de la derivada de una potencia** $f(x) = \frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^2}$

- a) $f'(x) = -\frac{25}{x^6} - \frac{6}{x^3}$
- b) $f'(x) = 5x^{-5}$
- c) $f'(x) = -2x$
- d) $f'(x) = \frac{25}{x^6} - \frac{6}{x^3}$

8) **Calcula mediante la fórmula de la derivada de una potencia** $f(x) = \sqrt{x}$

- a) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$
- b) $f'(x) = 2$
- c) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- d) $f'(x) = 2\sqrt{x}$

9) Calcula mediante la fórmula de la derivada de una raíz

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

- a) $f'(x) = \frac{2x-2}{\sqrt{2x-2x^2+3}}$
- b) $f'(x) = 2\sqrt{x}$
- c) $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$
- d) $f'(x) = \sqrt{5}$

10) Calcula mediante la fórmula de la derivada de una raíz

$$f(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3 - 2}$$

- a) $f'(x) = \frac{5x^4 - 3x^2}{4 \cdot \sqrt[4]{(x^5 - x^3 - 2)^3}}$
- b) $f'(x) = 2\sqrt{x}$
- c) $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$
- d) $f'(x) = \frac{5x^4 + 3x^2}{-4 \cdot \sqrt[4]{(x^5 - x^3 - 2)^3}}$

11) Calcula mediante la fórmula de la derivada de una raíz

$$f(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3 - 2}$$

- a) $f'(x) = \frac{5x^4 - 3x^2}{4 \cdot \sqrt[4]{(x^5 - x^3 - 2)^3}}$
- b) $f'(x) = 2\sqrt{x}$
- c) $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$
- d) $f'(x) = \frac{5x^4 + 3x^2}{-4 \cdot \sqrt[4]{(x^5 - x^3 - 2)^3}}$

Bibliografía de la unidad V

- 1) Gómez López, N. (2018). Análisis Matemático, primera edición UAPA. República Dominicana.
- 2) Peña Geraldino, R. (2016) . Matemática 4- Nivel Medio, primera edición. República Dominicana.
- 3) Peña Geraldino, R. (1996). Matemática Básica, segunda edición Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana.
- 4) Gonzales Ortiz, F. (2004). Límite y continuidad. Extraído de <file:///C:/Users/a19b76398/Downloads/Limite%20ContiC1.pdf>
- 5) Jiménez, D. (2013). Introducción al cálculo, tercera edición, Universidad de Valparaíso, Chile. Extraído de <file:///C:/Users/a19b76398/Downloads/introduccion%20al%20calculo.pdf>
- 6) Fernández, J. (2013-2020). Recuperado de <https://www.fisicalab.com/apartado/indeterminaciones>
- 7) Derivabilidad. Consultado el 1/10/20 de <https://www.vadenumeros.es/segundo/continuidad-derivabilidad.htm>.
- 8) Derivadas. Recuperado 28/10/20 de <https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus/dc-diff-intro>.

9) Lic. Elsie Hernández S. Teorema fundamental sobre derivada. Recuperado de <https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/CALCULODIFERENCIAL/curso-elsie/derivadafuncion/html/node6.html>

10) Piskunov, N. (2004). Cálculo diferencial e Integral. Ed. Limusa. México.

11) Granville S (SF) Cálculo diferencial e Integral. Longley Editora.

Unidad I

1) F

2) V

3) V

4) V

5) V

6) V

7) V

8) V

9) V

10) V

11) F

12) V

13) V

14) V

15) V

16) V

17) V

18) V

19) V

20) V

21) F

22) V

23) F

24) V

25) V

26) V

27) F

28) V

29) V

30) V

31) F

32) V

33) V

34) V

35) V

36) V

37) V

38) F

39) V

40) V

41) V

42) F

43) V

44) V

45) F

46) V

47) V

48) V

49) V

50) V

51) V

52) V

53) V

54) F

55) V

56) V

57) F

Unidad II

Punto I

Por ciento	Fracción con denominadores 100	Fracción simplificada	Decimal
20%	$\frac{20}{100}$	$\frac{1}{5}$	0.2
30%	$\frac{30}{100}$	$\frac{3}{10}$	0.3
40%	$\frac{40}{100}$	$\frac{2}{5}$	0.4

50%	$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	0.5
70%	$\frac{70}{100}$	$\frac{7}{10}$	0.7

Punto II

- 1) V
- 2) V
- 3) V
- 4) F
- 5) F
- 6) V
- 7) V
- 8) V
- 9) F
- 10) V
- 11) F
- 12) V
- 13) V
- 14) V
- 15) V
- 16) V
- 17) F
- 18) V
- 19) F
- 20) F

21)F

22)V

23)F

24)V

25)V

26)V

Punto III

1)

Periodo	DPP	DA	VL
0	0	0	\$175,000
1	\$50,000	\$50,000	\$125,000
2	\$40,000	\$90,000	\$85,000
3	\$30,000	\$120,000	\$55,000
4	\$20,000	\$140,00	\$35,000
5	\$10,000	\$150,000	\$25,000

2)

Periodo	DPP	DA	VL
0	0	0	\$130,000
1	\$32,714.29	\$32,714.29	\$97,285.71
2	\$27,261.90	\$59,976.19	\$70,023.81
3	\$21,809.52	\$81,785.71	\$48, 214.29
4	\$16,357.14	\$98,142.85	\$31,857.15
5	\$10,904.76	\$109,047. 61	\$20,952.39
6	\$114,499.99	\$114,499.99	\$15,500.01

IV)

- 1) RD\$37,500 y RD\$ 212,500.
- 2) RD\$ 4,500 y RD\$ 37,500.
- 3) \$2,796.4 y \$7,203.6.
- 4) \$8,800 y \$91,200.
- 5) \$29,302.
- 6) \$6,800 y \$33,200.
- 7) \$63,478.26.
- 8) \$46,739.13.

V)

- 1) RD\$15,000.
- 2) 29%.
- 3) RD\$13,125.
- 4) 2 años.
- 5) \$28,750.
- 6) \$733,944.95.
- 7) \$222,222.22.
- 8) \$9,119.09 y \$173,280.91
- 9) \$2,727.08 y \$104,216.92

VI)

- 1) \$16,561.2121.
- 2) \$190,734.8633.
- 3) \$29, 745.50
- 4) 21.94%

VII)

- 1) \$377,457.95.
- 2) \$170,934.02.
- 3) \$117,655.75.
- 4) 129,098.1.

RESPUESTAS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD III

Punto I

- a. Variable estadística
- b. Cualitativa o cuantitativa
- c. Discreta o continua
- d. Marca de clase
- e. Frecuencia absoluta
- f. frecuencia relativa
- g. Media aritmética
- h. Recorrido
- i. Moda
- j. Parámetros de dispersión
- k. Varianza
- l. Desviación típica

Punto II

- a. 26.7
- b. 27
- c. 28

Punto III

- a. 36
- b. 6
- c. 7

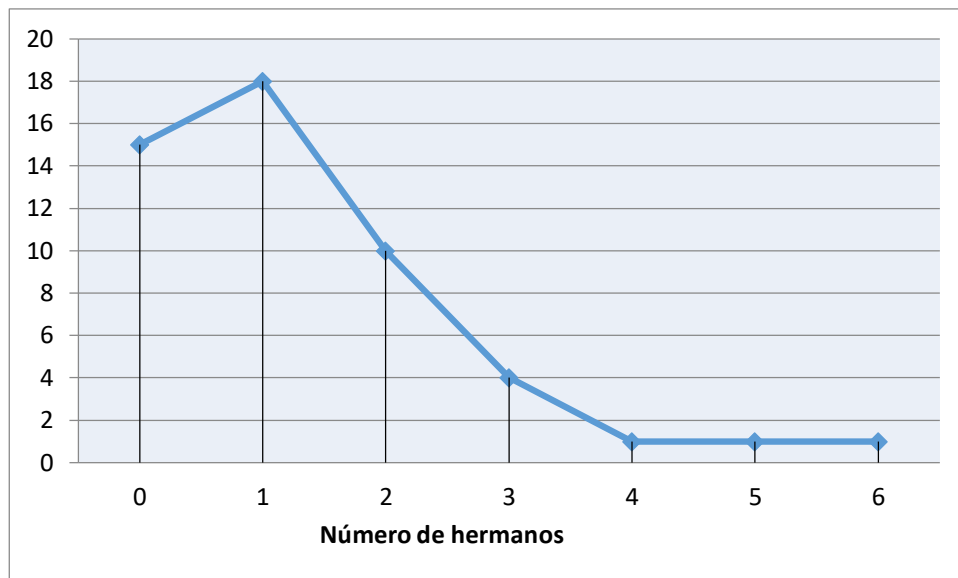
Punto IV

- a. Cualitativo
- b. Cuantitativo
- c. Cualitativo
- d. Cuantitativo
- e. Cualitativo
- f. Cuantitativo

Punto V

a.

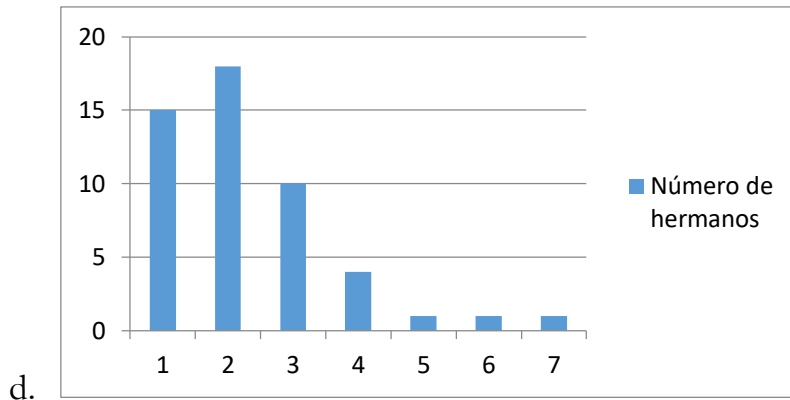
Número de hermanos	Conteo
0	15
1	18
2	10
3	4
4	1
5	1
6	1



b.

c.

Número de hermanos	Conteo	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
0	15	15	0.30
1	18	18	0.36
2	10	10	0.20
3	4	4	0.08
4	1	1	0.02
5	1	1	0.02
6	1	1	0.02
Total		50	1



Punto VI

- a. Fenómenos o experimentos aleatorios.
- b. Espacio muestral.
- c. Distribución de probabilidad binomial.
- d. Población infinita.
- e. 0 y 1 ($0 \leq o 1 \leq$).
- f. Probabilidad.
- g. Experimento aleatorio compuesto.
- h. Población

RESPUESTAS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD IV

- 1) 4396 cm^2
- 2) $2,712.96 \text{ cm}^3$
- 3) $2,826 \text{ cm}^2$
- 4) $14,130 \text{ cm}^3$
- 5) $3,1400 \text{ cm}^2$
- 6) $18,840 \text{ cm}^2$
- 7) Raíces de la ecuación
- 8) Una raíz
- 9) Ecuaciones cúbicas
- 10) Ecuaciones completas
- 11) $ax^2+c=0$

- 12) Función cuadrática
- 13) Una parábola
- 14) vértice
- 15) Parábola cóncava
- 16) $y = ax^2 + bx + c$
- 17) $(x - c)^2 + (y - \alpha)^2 = r^2$
- 18) Menor a 1
- 19) $r(\theta) = 3 + 7(\theta)$
- 20) Coordenadas.
- 21) Coordenadas de un ángulo
- 22) Coordenadas polares
- 23) Cuevas polares
- 24) Coordenadas generalizadas

Punto 2

- 1) **V**
- 2) **F**
- 3) **V**
- 4) **V**
- 5) **F**
- 6) **V**
- 7) **V**
- 8) **F**
- 9) **V**
- 10) **F**
- 11) **V**

12) V

13) F

RESPUESTAS DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD V

1) D

2) C

3) B

4) A

5) B

6) D

7) B

8) D

9) D

10) C

11) C

12) C

13) A

14) A

15) A

16) A

Punto 2

1. Derivada
2. Derivada
3. Cero
4. Uno
5. Derivada ordinaria.
6. Derivada del múltiplo constante.
7. Derivada del producto
8. Derivada de un cociente

Bibliografía General

1. González González, A. (2000). Manual Básico SPSS, Creative Commons. Universidad de Talca en Chile.
2. The Document Foundation. Libre Office (2000-2011). Licencia Pública de Mozilla, versión 2.0.
3. Medina, J. (2001). Curso de OpenOffice Calc. España, Provincia de las Palmas, Maspalomas (35100).
4. Etzion, E. Avny, M. (2011). Uso Symbolab Help. EqsQuest. Israel, Universidad de Tel Aviv.

5. Chauchan, P. (2009). Help Meritnation. Applect Learning System Pvt. Ilimitado. India.
6. Gordon L. (2017). Open Omnia Helper. Pietermaritzburg Mathquill by Creative Commons Corporation.
7. Kuehner J. (2017). Mathway Helper. Commonwealth de Pensilvania.
8. GeoGebra.org. (sf) calculadora de GeoGebra. Recuperado 20 de septiembre del 2020.
9. Ecured.Cu. Hojas de cálculo. Recuperado 15 de septiembre del 2020 de
10. Microsoft.com (sf).
11. Math Solver. Recuperado el 23 de septiembre del 2020 de mathsolver.com (sf).
12. Zoho sheet. Recuperado 01 de octubre del 2020 de Zoho.com (sf).
13. Carrasco Torrico J. (2018) Uso de Photomath. El Diario de Bolivia.
14. Rajasthan J. (2000). Estados Unidos, Math Cafe Provides Corporation.
15. Borland Software. (1988) Quattro Pro by Corel Corporation from WordPerfect Office Suite.
16. Gómez López, N. (2018). Análisis Matemático, primera edición UAPA. República Dominicana.

17. Peña Geraldino, R. (2016) . Matemática 4- Nivel Medio, primera edición. República Dominicana.
18. Peña Geraldino, R. (1996). Matemática Básica, segunda edición Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana.
19. Andrés Arcos (29/03/2013). Distribución binomial. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=xVwetXD9cis&list=WL&index=4&t=180s>. Fecha de acceso (02/11/2020).
20. A2 Capacitación: Excel (16/10/2018). Gráfica de Gauss en Excel. Extraído de https://www.youtube.com/watch?v=_fa_SmX5OPc&feature=youtu.be. Fecha de acceso (10/11/2020).
21. Carlos Martínez (19/03/2020). Cálculo de probabilidad distribución normal en Excel. Extraído de
22. <https://www.youtube.com/watch?v=Z19DvV6DSRk&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (07/11/2020).
23. Cómo hacer un diagrama de pareto con Excel 2010. Extraído de <https://www.gestiondeoperaciones.net/gestion-de-calidad/como-hacer-un-diagrama-de-pareto-con-excel-2010/>. Fecha de acceso 24/09/2020.
24. Cuartil. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/cuartiles.html>. Fecha de acceso 29/09/2020.

25. Deciles - Conceptos y cálculos. Extraído de
<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/deciles.html>. Fecha de acceso 30/09/2020.
26. Diagrama de pareto. Extraído de
<https://www.monografias.com/trabajos47/diagrama-pareto/diagrama-pareto.shtml>. Fecha de acceso 23/09/2020.
27. Distribucion de Poisson. Extraído de
<https://www.uv.es/ceaces/base/modelos%20de%20probabilidad/poisson.htm>.
Fecha de acceso 7/11/2020.
28. Estadísticas: Conceptos básicos y definiciones. Extraído de Estadística: conceptos básicos, (uda.cl). Fecha de acceso 16/09/2020.
29. Estadística- definición y conceptos. Extraído de
<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/estadistica.html>. Fecha de acceso. Fecha de acceso (15/09/2020).
30. Fbombab (19/03/2018). Tamaño de la muestra finita e infinita. Extraído de
<https://www.youtube.com/watch?v=1xZAa4jbMqc&list=WL&index=9&t=334s>.
Fecha de acceso (03/11/2020).

31. Frecuencia. Extraído de <https://economipedia.com/?s=Frecuencia>. Fecha de acceso (17/09/2020).

32. Gráfico. Extraído de <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/grafico/>. Fecha de acceso (23/09/2020).

33. Jacob Camacho (25/08/2019). Cálculo de la media, la mediana y la moda para datos agrupados en Excel. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=xYW4hI-2PSM&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (13/11/2020).

34. La media aritmética. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/media-aritmetica.html>. Fecha de acceso (16/09/2020).

35. Los percentiles. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/percentiles.html>. Fecha de acceso (01/10/2020).

36. Medidas de posición no central. Extraído de <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/medidas-posicion-no>

42. Variables estadísticas y sus características. Extraído de <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/variable-estadistica.html>. Fecha de acceso (20/09/2020).
43. Variables. Extraído de <http://www.mat.uda.cl/hsalinas/cursos/2010/eyp2/Clase1.pdf>. Fecha de acceso (20/09/2020).
44. Video sobre la distribución de Poisson. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=bIvz8LLBh4s&t=8s>. Fecha de acceso (7/11/2020).
45. WissenSync (21/11/2019). Distribución normal estándar. Extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=C5btKRpbIRQ&feature=youtu.be>. Fecha de acceso (06/11/2020).
46. Gonzales Ortiz, F. (2004). Límite y continuidad. Extraído de <file:///C:/Users/a19b76398/Downloads/Limite%20ContiC1.pdf>
47. Jiménez, D. (2013). Introducción al cálculo, tercera edición, Universidad de Valparaíso, Chile. Extraído de <file:///C:/Users/a19b76398/Downloads/introduccion%20al%20calculo.pdf>

48. Derivabilidad. Consultado el 1/10/20 de
<https://www.vadenumeros.es/segundo/continuidad-derivabilidad.htm>.
49. Derivadas. Recuperado 28/10/20 de
<https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus/dc-diff-intro>.
50. Lic. Elsie Hernández S. Teorema fundamental sobre derivada. Recuperado de
<https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/CALCULODIFERENCIAL/curso-elsie/derivadafuncion/html/node6.html>
51. Piskunov, N. (2004). Cálculo diferencial e Integral. Ed. Limusa. México.
52. Granville S (SF) Cálculo diferencial e Integral. Longley Editora.
53. Artacho A. (2020). Progresiones Aritméticas. Matemáticas Cercanas. Recuperado el día 16 de septiembre del año 2020 de <https://matematicascercanas.com/>
54. Bonilla, O. (s.f). Matemáticas Financieras. Ediciones Impresos Computarizados, República Dominicana.
55. Herrera, J. (2001). Matemática Financiera. Ediciones Impresora Editora Teófilo, S.A. Santiago de los Caballeros, República Dominicana.
56. Julian, P. y Ana, G. (2017). Definición de descuento. Definición. De. Recuperado el 29 de septiembre del año 2020 de <https://definicion.de/descuento/>.

57. Luna, G. (2020). Como aplicamos el interés compuesto. Recuperado el día 15 de Octubre del año 2020 de <https://es.coursera.org/>
58. Martínez, E. (2011). Matemática Financiera. Ediciones UAPA, Santiago de los Caballeros, República Dominicana.
59. Portal.Edu. (s.f). Progresiones Aritméticas. Recuperado el día 16 de septiembre del año 2020 de <https://www.portaleducativo.net/>
60. Sanchis, C. (2009). Progresiones Geométricas. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Recuperado el día 16 de septiembre del año 2020 de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Progresiones_geometricas_3eso/index.html
61. Steven, P. (s.f).Definiciones de interés simple. Recuperado el día 4 de Octubre del año 2020 de <https://economipedia.com>.
62. Vanesa. (2020). Interés Simple. Recuperado el día 4 de Octubre del año 2020 de <https://finanzascontabilidad.com>
63. Viaña, E. (2012). Manual de matemáticas financieras para técnicos. Ediciones Pearson, México.
64. Villalobos, J. (2012). Matemática Financiera. Ediciones Pearson Educación, México.

Esta primera edición de

**MANUAL DIDÁCTICO PARA LA SALIDA OPTATIVA DE
MATEMÁTICA Y TECNOLOGIA EN EL NIVEL SECUNDARIO**, se
terminó de diagramar en diciembre de 2020, en los talleres gráficos de Jean Carlos
Rodríguez en San Francisco de Macorís, República Dominicana.